Sz
448 F 1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul III (VII)

FASC. 1–2

1957

1963

1975

F
1812

697/19
6dd

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul III (VII)

FASC. 1–2

1957

7989

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
Példányszám: 4186

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., conf. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL III (VII), fasc. 1—2 1957

SUMAR

Pag.

A. MYLLER, Despre construcţia unei mese 1

LUCIEN GODEAUX, Asupra şirurilor lui Laplace înscrise într-un poliedru al lui Laplace 7

BERNARD d'ORGEVAL, Asupra unei inegalităţi a lui Commessatti , 11

I. A. MITROPOLSKI, Acţiunea forţelor exterioare cu frecvenţe variabile asupra sistemelor oscilatorii neliniare . . . . , 15

AUREL WINTNER, Asupra unei teoreme de stabilitate a lui Gusarov . 25

D. D. STANCU, Generalizarea unor polinoame de interpolare pentru funcţiile de mai multe variabile 31

D. MANGERON, Asupra relaţiilor ce interced între diferite tipuri de probleme pe contur pentru unele clase de ecuaţii cu derivate parţiale de ordin superior 39

D. MANGERON, Asupra unor proprietăţi ale acceleraţiilor reduse de ordin oarecare 43

M. A. BAK, G. V. GORŞKOV, V. I. MATVIENKO, K. A. PETRJAK, I. F. ROMANOV, Surse de neutroni de radon . . 47

N. CALINICENCO, C. RUSCIOR şi CORNELIA CIOBANU, Studiul electroziunii la unele metale 55

N. S. NIKOLAEV şi V. F. SUHOVERHOV, Sinteza fluoridelor superioare ale elementelor rare cu ajutorul fluoridelor halogenilor 61

ILIE MATEI, ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ şi EUGEN COMĂNIŢĂ, Răşini pentru plastice şi lacuri pe bază de fenoli din gudroane de lemn de fag 67

GH. ALEXA şi GH. CHIRIŢĂ, Studiul tăbăcirii combinate formol-cromtanin 77

CRISTOFOR SIMIONESCU şi DOREL FELDMAN, Cercetări asupra (pre)hidrolizei stufului (I) 91

Pag.

V. DIACONESCU, Metodă rapidă pentru determinarea acizilor lignosulfonici 101

N. V. BOŢAN, S. OPRIŞOR şi A. I. POEATĂ, Contribuţiuni la calculul reţelelor electrice cu conductoare de oţel . . . 107

V. PETRESCU, EMIL LUCA, N. BABEI şi GH. SAVIN, Unele consideraţii asupra unei metode de măsurare a capacităţii electrice dintre spirele unei rezistenţe bobinate 115

TRAIAN GIOSAN şi NINA POEATĂ, Studiul argumentului gradului de nesimetrie în sistemele electrice 123

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER, Randamentul transmisiei energiei electrice prin cuadripoli (VI) 129

V. PRISĂCARU, Metodă practică pentru trasarea curbelor izolux . 137

A. I. ŢELICOV şi V. A. PERSIANŢEV, Influenţa ecruisării asupra rezistenţei la deformaţie în procese de nerecristalizare . . 141

D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN, Asupra unei noi metode tensoriale de studiu a mecanismelor 151

I. S. ZILBERMAN, Aplicarea metodei acceleraţiilor reduse la analiza cinematică a mecanismelor plane de clasa a treia . . 165

N. IRIMICIUC şi IZU KLEPPER, Momentometru geometric universal pentru corpuri de revoluţie omogene 175

TEODOR CÂMPAN şi D. ANGHELACHE, Contribuţiuni la determinarea temperaturii de calcul a pereţilor schimbătorilor de căldură . 181

TEODOR CÂMPAN şi DAVID PERETZ, Determinarea conductivităţii termice a lichidelor în regim nestaţionar . . . 185

VITALIE BELOUS, O generalizare a legii frecării organelor flexibile în porţiuni curbe 195

VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, N. PREDA, D. HORBANIUC şi P. AGACHI, Contribuţiuni la generalizarea ecuaţiei fibrei elastice a barelor drepte 203

M. DIACONU şi N. PREDA, Aplicarea metodei parametrilor iniţiali la calculul săgeţii grinzilor încovoiate ţinînd seama de forţele tăietoare 211

ANATOLIE MIHUL şi CHIMON CAPATU, Realizarea stării de membrană la unele cupole de revoluţie prin pretensionarea inelului de bază 217

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINSTEIN şi GH. DIMA, Propuneri de ameliorare a balasturilor de Moldova şi Siret în vederea lucrărilor rutiere 225

CORNELIU DRĂGAN, IZU KLEPPER, AUREL BANCIU, REMUS HAŢEGANU, DAN DEMBINSCHI şi CESAR SUSNEA, Studiul cinematic al mecanismului aruncătorului de fir de la maşina de cusut talpă pe ramă 231

CĂRŢI PRIMITE LA REDACŢIE 235

VIAŢA ACADEMICĂ INTERNAŢIONALĂ 240

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

НОВАЯ СЕРИЯ

Том III (VII), выпуск 1—2 1957 г

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

А. МИЛЛЕР, О построении стола 1

ЛЮСЬЕН ГОДО, О рядах Лапласа вписанных в многогранник Лапласа 7

БЕРНАРД д'ОРЖЕВАЛЬ, Об одном неравенстве Коммессатти . . 11

Ю. А. МИТРОПОЛЬСКИЙ, Воздействие на нелинейные колебательные системы внешних сил с переменными частотами . . 15

АУРЕЛ ВИНТНЕР, Об одной теореме устойчивости Гусарова . . 25

Д. Д. СТАНКУ, Обобщение некоторых формул интерполирования для функций нескольких переменных 31

Д. МАНДЖЕРОН, О зависимостях между решениями некоторых классов граничных задач высших порядков 39

Д. МАНДЖЕРОН, О некоторых свойствах приведенных ускорений любого порядка 43

М. А. БАК, Г. В. ГОРШКОВ, В. И. МАТВИЕНКО, К. А. ПЕТРЖАК, Ю. Ф. РОМАНОВ, Радоновые нейтронные источники . 47

Н. КАЛИНИЧЕНКО, К. РУСЧОР и КОРНЕЛИЯ ЧОБАНУ, Исследование электроэрозии некоторых металлов 55

Н. С. НИКОЛАЕВ и В. Ф. СУХОВЕРХОВ, Синтез высших фторидов редких элементов с помощью фторгалогенидов . . 61

ИЛИЕ МАТЕЙ, ЕЛЕНА КОЧА, МАРИЯ ГРИГОРАШ, СИЛЬВИЯ ВАСИЛИУ и ЕУДЖЕН КОМЭНИЦЭ, Полученне пластмассовых смол и феноловых лаков из гудрона буковой древесины . 67

Г. АЛЕКСА и Г. КИРИЦЭ, Изучение комбинированного формальдегид-хромкраснодубного дубления 77

КРИСТОФОР СИМИОНЕСКУ и ДОРЕЛ ФЕЛЬДМАН, Исследования по (пред)гидролизу камыша (I) 91

В. ДИАКОНЕСКУ, Быстрый метод дозировки лигносульфоновых кислот 101

Стр.

Н. В. БОЦАН, С. ОПРИШОР и А. И. ПОЯТЭ, К расчёту электрических сетей с железными проводами 107

В. ПЕТРЕСКУ, ЕМИЛ ЛУКА, Н. БАБЕЙ и Г. САБИН, О методике ёмкости витками сопротивления в форме катушки . . 115

ТРАЯН ДЖОСАН и НИНА ПОЯТЭ, Изучение аргумента степени несимметричности в электрических системах 123

ГУГО РОСМАН и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, К п д передачи электроэнергии через чётырёхполюсники (VI) 129

В. ПРИСЭКАРУ, Практический метод для построения кривых изолюксов 137

А. И. ЦЕЛИКОВ и В. А. ПЕРСЯНЦЕВ, Учёт влияния наклёпа на сопротивление деформации в закристаллизационных процессах . 141

Д. МАНДЖЕРОН и КОРНЕЛИУ ДРЭГАН, О новом тензорном методе интересующем теорию механизмов и машин . . . 151

Я. С. ЗИЛЬБЕРМАН, Применение метода приведенных ускорений к кинематическому анализу плоских механизмов третьего класса 165

Н. ИРИМИЧУК и ИЗУ КЛЕППЕР, Универсальный геометрический моментометр для тел вращения постоянной плотности . . 175

ТЕОДОР КЫМПАН и Д. АНГЕЛАКЕ, К определению температуры при расчёте стенок температурного изменителя . . . 181

ТЕОДОР КЫМПАН и ДАВИД ПЕРЕЦ, Онределение теплопроводности жидкости в нестационарном режиме 185

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Обобщение закона трения гибких органов в криволинейных участках 195

ВИКТОР БАУШИК, Т. ХАВЫРНЯНУ, Н. ПРЕДА, Д. ХОРБАНЮК и П. АГАКИ, К обобщению уравнения упругой линии прямой балки 203

М. ДЯКОНУ и Н. ПРЕДА, Определение прогиба оси балки методом начальных параметров, принимая во внимание влияние поперечной силы 211

АНАТОЛИЕ МИХУЛ и КИМОН КАПАТУ, Осуществление безмоментных оболочек некоторых железобетонных куполов вращения посредством предварительного напряжения кольца основания . 217

Д. АТАНАСИУ, Н. АПОСТОЛЕСКУ, БЕНИАМИН ВЕЙНШТЕИН и Г. ДИМА, Улучшение гравийных материалов для дорожных работ извлечённых из русел Молдовы и Сирета . . . 225

КОРНЕЛЮ ДРЭГАН, ИЗУ КЛЕППЕР, АУРЕЛ БАНЧУ, РЕМУС ХАЦЕГАНУ, ДАН ДЕМБИНСКИЙ и ЦЕЗАРЬ СУСНЯ, Кинематические исследования механизма нитенакладывающей вилки и нижнего крючка машины для пристрочки подошвы к ранту . 231

КНИГИ ПОЛУЧЕННЫЕ РЕДАКЦИЕЙ 235

МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ 240

BULLETIN OF THE POLYTEHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. III (VII), fasc. 1—2 1957

CONTENTS

	Pag.
A. MYLLER, Sur la construction d'une table	1
LUCIEN GODEAUX, Sur les suites de Laplace inscrites dans un polièdre de Laplace	7
BERNARD d'ORGEVAL, Sur une inégalité de Commessatti	11
I. A. MITROPOLSKY, L'action des forces extérieures à fréquences variables sur les systèmes oscillatoires non-linéaires	15
AUREL WINTNER, On Gusarov's stability theorem	25
D. D. STANCU, The generalisation of certain interpolation formulae for the functions of many variables	31
D. MANGERON, Connections between solutions of different boundary value problems of higher order	39
D. MANGERON, Über einige Eigenschaften der reduzierten Beschleunigungen beliebiger Ordnung	43
M. A. BAK, G. V. GORSHKOV, V. I. MATVYENKO, K. A. PETRJAK, I. F. ROMANOV, Radon neutron sources	47
N. CALINICENCO, C. RUSCIOR and CORNELIA CIOBANU, L'étude de l'électroérosion de quelques métaux	55
N. S. NIKOLAEV and V. F. SUKHOVERKHOV, The synthesis of the highest fluorids of the rare elements by the halogen fluorids	61
ILIE MATEI, ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ, SILVIA VASILIU and EUGEN COMĂNIŢĂ, Harze füt Plaste und Lacken aus Phenolen von Buchenholzteer	67
GH. ALEXA and GH. CHIRIŢĂ, Étude du tannage combiné formol-chrome-tanin	77
CRISTOFOR SIMIONESCU and DOREL FELDMAN, Recherches sur la préhydrolyse du roseau (I)	91
V. DIACONESCU, Méthode rapide pour la détermination des acides lignosulphoniques	101
N. V. BOŢAN, S. OPRIŞOR and A. I. POEATĂ, Sur le calcul des réseaux électriques à conducteurs d'acier	107

Pag.

V. PETRESCU, EMIL LUCA, N. BABEI and GH. SAVIN, Quelques considérations sur une méthode de mesure de la capacité électrique entre les spires d'une résistance bobinée . . . 115

TRAIAN GIOSAN and NINA POEATĂ, Étude de l'argument du grade de nonsymétrie dans les systèmes électriques . . . 123

HUGO ROSMAN and ALFRED BRAIER, Le rendement de la transmission de l'énergie électrique par les quadripôles (VI) . . 129

V. PRISĂCARU, Une méthode pratique pour tracer les courbes izolux . 137

A. I. TZELIKOV and V. A. PERSIANTZEV, Berücksichtigung des Einflusses der Verfestigung auf den Verformungswiderstand in den nicht Recristallisationsvorgängen 141

D. MANGERON and CORNELIU DRĂGAN, Sur une nouvelle méthode tensorielle dans la théorie des mécanismes . . . 151

I. S. ZILBERMAN, Application de la théorie des accélérations réduites à l'analyse cinématique des mécanismes plans de troisième classe 165

N. IRIMICIUC and IZU KLEPPER, Momentomètre géométrique universel pour des corps de révolution homogènes . . . 175

TEODOR CÂMPAN and D. ANGHELACHE, Beitrag zur Berechnung der Heizflächentemperatur der Wärmeaustauscher . . . 181

TEODOR CÂMPAN and DAVID PERETZ, Über die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten in zeitlich veränderlichen Temperaturfeld 185

VITALIE BELOUS, Une généralisation de la loi du frottement des organes flexibles dans des régions curvilignes . . . 195

VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, N. PREDA, D. HORBANIUC and P. AGACHI, Beiträge zur Gleichungsverallgemeinerung der elastischen Linie der geraden Träger . . . 203

M. DIACONU and N. PREDA, L'application de la méthode des paramètres initials à l'étude de la déformation des poutres fléchies tenant compte de l'éfort tranchant 211

ANATOLIE MIHUL and CHIMON CAPATU, La réalisation de l'état de membrane des coupoles de révolution en beton armé par la prétension de l'anneau de base 217

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINSTEIN and GH. DIMA, Étude sur l'amélioration des graviers de Moldova et Sireth pour les travaux routiers 225

CORNELIU DRĂGAN, IZU KLEPPER, AUREL BANCIU, REMUS HAŢEGANU, DAN DENBINSCHI and CESAR SUSNEA, L'étude cinématique du mécanisme de la fourche qui dépose le fil dans une aiguille à crochet, appartenant à une machine spéciale à coudre la semelle 231

BOOKS RECEIVED BY THE EDITORIAL STAFF OF THE BULLETIN 235

WORLD'S ACADEMIC LIFE 240

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

DESPRE CONSTRUCŢIA UNEI MESE

DE

Academician A. MYLLER

1. Imitînd pe Cebîşev, care a dat unei a sale renumite lucrări matematice titlul *Despre croitul hainelor*, am dat articolului de faţă un titlu meşteşugăresc.

Va fi vorba de construcţia unei mese eliptice cu trei picioare. Întrebarea este, unde trebuie aşezate picioarele pe elipsă, ca masa să fie cît mai bine echilibrată. Aceasta însemnează că masa, legată cu un lanţ fixat pe deasupra în centrul elipsei şi apoi atîrnată, să rămînă în aer în poziţie orizontală.

2. Fie o elipsă E şi pe dînsa trei puncte A, B şi C. Problema, simplificată matematic, constă din a alege poziţia acestor puncte pe elipsă astfel ca triunghiul ABC să aibă centrul de greutate în centrul O al elipsei. Există o infinitate de soluţii. Una oarecare din ele poate fi aflată în modul următor:

Printr-un punct A, luat arbitrar pe elipsă, se duce diametrul AOA', iar prin mijlocul A_1 al lui OA', se duce o paralelă la tangenta în A, care taie elipsa în B şi C. Direcţia acestei drepte, fiind aceea a tangentei în A, e conjugată direcţiei AA' şi prin urmare $A_1B = A_1C$. De oarece $2\,OA_1 = OA$, rezultă că O e centrul de greutate al triunghiului ABC pe care-l căutăm. Prin urmare, plăcii eliptice de deasupra mesei, foii sau blatului, cum i se mai zice în limbajul meseriei, îi corespunde o infinitate de moduri de a fi aşezată pe trei picioare.

Vom arăta cîteva proprietăţi ale acestor triunghiuri înscrise în elipsă, care au centrele lor de greutate în centrul elipsei. Unora din acestea, le corespund proprietăţi relative la utilizarea practică a meselor, altele vor servi pentru a găsi o formulă care să dea, prin o singură dată numerică, o justă măsură a stabilităţii meselor.

3. Se ştie că o elipsă poate fi considerată ca proiecţia ortogonală a unui cerc din spaţiu, care are un diametru ce coincide cu axa mare a elipsei. Se ştie de asemenea că doi diametri conjugaţi ai elipsei sînt

proiecţiile a doi diametri perpendiculari ai cercului. De oarece direcţia medianei dintr-un triunghi din cele considerate e conjugată cu direcţia laturii corespunzătoare, rezultă că triunghiurile noastre au proprietatea că medianele lor sînt perpendiculare pe laturi, adică sînt triunghiuri echilaterale. Prin urmare punctele unde trebuie fixate picioarele mesei sînt proiecţiile vîrfurilor unui triunghi echilateral.

Din cele arătate se poate conchide următoarele: De oarece proiecţia unei arii plane pe un plan oarecare este egală cu aria proiectată înmulţită cu cosinusul unghiului celor două plane, aria Δ a unui oarecare din triunghiurile noastre este egală cu $3\sqrt{3}\,ab : 4$, a, b fiind semiaxele elipsei.

De oarece toate triunghiurile echilaterale înscrise în cerc sînt în acelaşi timp circumscrise unui cerc cu raza pe jumătate şi triunghiurile noastre înscrise în elipsă vor fi şi ele circumscrise unei elipse cu axele pe jumătate.

Din teorema menţionată a proiecţiei ariilor reiese că cele trei sectoare determinate de elipsă şi de cele trei raze centrale în direcţia picioarelor au arii egale. S-ar putea spune că picioarele se aşează în aşa fel, ca să se obţină arii egale la sectoarele rezervate celor trei persoane, ce ar şedea la masă fără să fie incomodate de picioarele mesii.

Elipsa mică înscrisă în triunghiuri, elipsa mare dată şi cele trei raze centrale ce duc la picioare împart masa în patru regiuni de arii egale: o regiune închisă de elipsa mică şi alte trei formate din porţiuni de coroana determinată de cele două elipse tăiate de razele centrale. În cazul cînd masa ar servi la mîncare, prima regiune ar fi rezervată tacîmurilor comune, cele din urmă trei, tacîmurilor fiecărui oaspete.

4. La întrebarea dacă, dintre diferitele moduri de a aşeza picioarele, sînt unele care dau mesei mai multă stabilitate decît altele, adică mai multe condiţii de a nu se răsturna, un răspuns, mai mult de bun simţ şi aproximativ ar fi că numai în cazul cînd triunghiul determinat de picioare e prea mic sau prea turtit, masa nu e stabilă. Dar cum triunghiurile toate cuprind în interiorul lor elipsa mică şi au toate aceeaşi arie finită, ele nu pot fi nici prea mici, nici prea turtite. O formulă, cu care să exprime numeric stabilitatea mesii, se poate afla în felul următor.

Cînd se răstoarnă o masă cu trei picioare, un picior se dezlipeşte de pe pămînt iar masa întreagă se roteşte în jurul unei axe ce trece prin extremităţile de jos ale celorlalte două picioare. Cînd unghiul de rotaţie trece de o valoare limită, masa cade. Această valoare limită a rotaţiei e atinsă, cînd verticala centrului de greutate al mesei întregi întîlneşte axa.

Să considerăm secţiunea făcută în masă printr-un plan trecînd prin centrul O al elipsei, perpendiculară pe axa de rotaţie în momentul cînd unghiul de rotire a atins valoarea limită Θ_1. Masa în poziţia normală şi în poziţia gata de răsturnare se prezintă astfel. Centrul de greutate al mesei întregi se găseşte într-un punct G pe o dreaptă paralelă picioarelor dusă prin centrul blatului eliptic al mesei. Poziţia lui G pe această dreaptă depinde de grosimea blatului, a chingilor ce unesc pi-

cioarele între ele și de alte date; dar la o masă dată, în poziție orizontală, e la o înălțime fixă de la pămînt. În planul secțiunii, segmentele $\overline{AF}$ și $\overline{A'F'}$ reprezintă blatul în poziția orizontală și cea aplicată. Segmentele $\overline{AK}$ și $\overline{AK'}$ reprezintă unul din picioare, cel ce e fixat în punctul A al elipsei, în proiecție, în cele două poziții. Segmentele JD și JD' reprezintă, în ambele poziții, celelalte două picioare fixate în B și C, care în planul figurii au proiecțiile confundate și sînt indicate prin același segment. Punctul J e cel unde axa de rotație străbate planul figurii. Centrul de greutate G se rotește în jurul lui J pînă cînd verticala lui trece prin J; GJD e unghiul de rotație limită Θ_1.

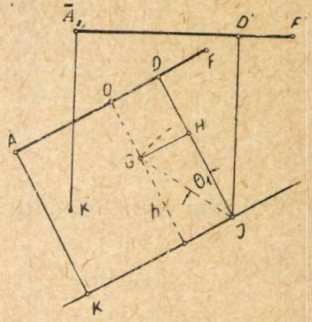


Fig. 1

Determinăm acest unghi prin tangenta lui, care, după cum se vede din triunghiul JGH, are valoarea GH/h. În triunghiul ABC, determinat de picioare pe blat, GH este lungimea perpendicularei coborîte din O pe latura BC și această perpendiculară este o treime din înălțimea corespunzătoare i_1 a triunghiului. În definitiv stabilitatea mesei, în partea unde e latura BC, o putem măsura prin $\operatorname{tg}\Theta_1 = \frac{i_1}{3h}$. De oarece masa poate cădea și pe celelalte părți ale ei, unde sînt laturile CA și AB, mai avem și formulele $\operatorname{tg}\Theta_2 = \frac{i_2}{3h}$ și $\operatorname{tg}\Theta_3 = \frac{i_3}{3h}$.

5. Pentru a avea o dată unică asupra stabilității mesei în totalul ei, am putea să luăm o medie a acestor trei valori.

La întrebarea însă, ce fel de medie să alegem, răspunsul este, că se poate găsi o medie convenabilă nu numai pentru fiecare masă în parte, ci și caracterizînd sistemul însăși de repartiție a picioarelor, imaginat de noi. Media aceasta care se impune prin esența geometrică a problemei, este media armonică de ordinul doi.

Media armonică de ordinul doi este numărul σ, care satisface relației $\frac{3}{\sigma^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ unde x, y, z sînt cele trei valori arătate ale înclinărilor limite $\operatorname{tg}\Theta_1$, $\operatorname{tg}\Theta_2$, $\operatorname{tg}\Theta_3$. Avem deci

$$\frac{1}{\sigma^2} = 3h^2\left(\frac{1}{i_1^2} + \frac{1}{i_2^2} + \frac{1}{i_3^2}\right)$$

și de oarece ariile tuturor triunghiurilor sînt, după cum am văzut, constante și egale cu $3\sqrt{3}\,ab : 4$, avem, însemnînd cu α, β, γ lungimile laturilor triunghiului ABC, $\alpha i_1 = \beta i_2 = \gamma i_3 = \sqrt{3}\,ab : 2$ și deci

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{2^2}{3^2}\frac{h^2}{a^2 b^2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \quad \text{sau} \quad \sigma = \frac{3}{2}\frac{ab}{h}\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}.$$

6. Voim să arătăm că la toate triunghiurile noastre expresia $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ are aceeaşi valoare, adică să demonstrăm teorema: La toate triunghiurile înscrise într-o elipsă şi având centrul lor de greutate în centrul elipsei, suma patratelor laturilor e aceeaşi.

În acest scop, determinăm coordonatele $x_2\ y_2, x_3\ y_3$ ale vîrfurilor B şi C ale triunghiului ABC în funcţie de coordonatele $x_1\ y_1$ ale vîrfului A. Ecuaţia elipsei fiind $b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$, ecuaţia dreptei BC, care trece prin mijlocul segmentului OA' de la diametrul AA' şi are direcţia conjugată celei a lui OA este

$$(BC) \qquad b^2x_1x+a^2y_1y+\frac{a^2b^2}{2}=0.$$

Din aceste două ecuaţii se obţine

$$(B) \qquad x_2=-\frac{1}{2}x_1+\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{a}{b}y_1\ ;\quad y_2=-\frac{1}{2}y_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{b}{a}x_1,$$

$$(C) \qquad x_3=-\frac{1}{2}x_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{a}{b}y_1\ ;\quad y_3=-\frac{1}{2}y_1+\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{b}{a}x_1.$$

Cu ajutorul acestor coordonate calculăm

$$\alpha^2=(x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2=\frac{3}{a^2b^2}(a^4y_1^2+b^4x_1^2),$$

$$\beta^2=(x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2=\frac{2}{2^2a^2b^2}(a^4y_1^2+b^4x_1^2)+\frac{3^2}{2^2}(x_1^2+y_1^2)+\frac{3\sqrt{3}}{2ab}(a^2-b^2)x_1y_1,$$

$$\gamma^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=\frac{3}{2^2a^2b^2}(a^4y_1^2+b^4x_1^2+\frac{3}{2^2}(x_1^2+y_1^2)-\frac{3\sqrt{3}}{2ab}(a^2-b^2)\,x_1y_1$$

şi deducem

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=\frac{3^2}{2a^2b^2}(a^4y_1^2+b^4x_1^2)+\frac{3^2}{2}(x_1^2+y_1^2)=$$

$$=\frac{3^2}{2a^2b^2}[a^2(b^2x_1^2+a^2y_1^2)+b^2\ \ (b^2x_1^2+a^2y_1^2)\ ]=\frac{3^2}{2}(a^2+b^2).$$

Revenind la formula de stabilitate a mesei, unde introduceam valoarea lui $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$, găsim

$$\sigma=\frac{\sqrt{2}}{2h}\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Stabilitatea nu depinde de felul cum am aşezat picioarele, conform regulii arătate şi este proporţională cu media armonică de ordinul al doilea a celor două axe ale elipsei. În adevăr σ se poate scrie

$$\sigma=\frac{1}{2h}\cdot\sqrt{\frac{2}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}.$$

De asemenea se poate obține formula simplă

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{r}{h}$$

unde r este raza cercului înscris în rombul format de vîrfurile elipsei.

7. Pentru a fi supusă tratamentului matematic, am considerat pînă acum problema mesei, idealizînd-o. În realitate însă, lucrurile sînt mai complicate. Ca să începem cu blatul, el trebuie să fie mai mare decît elipsa ideală E pe care noi am fixat centrele de greutate ale fețelor superioare de secțiune a picioarelor; el trebuie să acopere picioarele, lăsîndu-le în interiorul lui. Din pricina aceasta și pentru ca echilibrul, proprietățile obținute și formula de stabilitate să-și păstreze valoarea, construim blatul astfel ca să aibă forma unei elipse omotetice elipsei E și de centru O. „Marginea", cum se zice în meserie, va consta deci din coroana determinată de aceste două elipse.

Cum trebuie să fie întreaga construcție de dedesubtul blatului și în special cum trebuie să fie „țargul"?

Se înțelege prin țarg sau ramă corpul format din chingile care leagă între ele picioarele în partea lor superioară, socotit împreună cu această parte superioară însăși, în care se îngroapă cepurile chingilor. Totul formează partea mesei pe care se așează nemijlocit blatul. Ea are o față superioară, una inferioară egală și peste tot aceeași, de oarece picioarele de dedesubtul feței inferioare nu se iau în considerație.

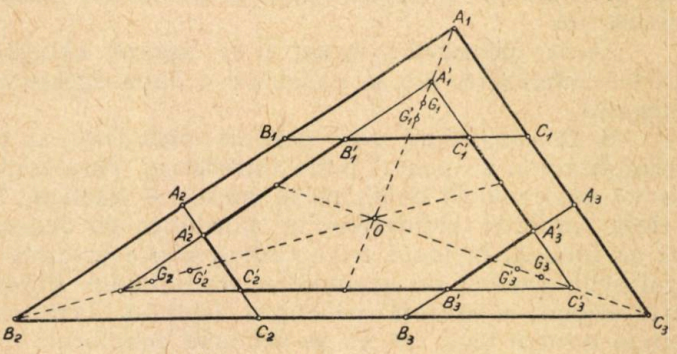


Fig. 2

O cerință de estetică și de comoditate în aranjarea echilibrului impune o oarecare armonie între forma țargului și forma secțiunii normale a picioarelor. În timp ce chingile drepte, de secțiune dreptunghiulară, formează o ramă triunghiulară, colțurile ei, în cazul cînd picioarele ar avea o altă formă (spre exemplu patratică) ar da țargului un aspect nesimetric, nepotrivit și deseori, ar fi greu de aranjat în astfel ca țargul întreg să aibă centrul de greutate pe verticala centrului elipsei.

O formă, care să se impună prin simplitatea și armonia ei, ar fi, cînd picioarele ar avea ca secțiune normală un triunghi asemenea cu triunghiul cel mare determinat de locul picioarelor pe elipsa blatului. În cazul acesta secțiunea orizontală a țargului se va prezenta, ca în fig. 2, (unde s-au exagerat dimensiunile secțiunii picioarelor și a chin-

gilor față de acele ale triunghiului cel mare format de țarg $A_1 B_2 C_3$). Aci triunghiurile $A_1 B_1 C_1$, $A_2 B_2 C_2$, $A_3 B_3 C_3$ reprezintă secțiunile normale ale picioarelor și sînt egale între ele. Centrele lor de greutate formează triunghiul $G_1 G_2 G_3$ constituit după regula arătată pe elipsa E a blatului. Triunghiurile $A_1 B_2 C_3$ și $A_1' B_2' C_3'$ sînt omotetice cu triunghiul $G_1 G_2 G_3$, centrul de omotetie fiind centrul elipsei O. Avem prin urmare $B_1' C_1'$ paralel cu $B_2 C_3$, $C_2' A_2'$ paralel cu $C_3 A_1$, $A_3' B_2'$ paralel cu $A_1 B_2$. De asemenea

$$A_1 B_1 = A_2 B_2 = A_3 B_3 \ , \ B_1 C_1 = B_2 C_2 = B_3 C_3 \ , \ C_1 A_1 = C_2 A_2 = C_3 A_3 .$$

Țargul format din coroana dintre triunghiul exterior $A_1 B_2 C_3$ și hexagonul interior $B_1' A_2' C_2' B_3' A_3' C_1'$ are centrul de greutate pe verticala dusă prin O. Ca să dovedim aceasta considerăm fața superioară a țargului și ne-o închipuim formată din patru bucăți: coroana triunghiulară $A_1 B_2 C_3$, $A_1' B_2' C_3'$ și grupul de trei triunghiuri $A_1' B_1' C_1'$, $A_2' B_2' C_2'$, $A_3' B_3' C_3'$.

Coroana are centrul de greutate în O pentru că triunghiurile $A_1 B_2 C_3$ și $A_1' B_2' C_3'$ îl au tot în O. Centrele de greutate $G_1 G_2 G_3$ ale celor trei triunghiuri împart razele OG_1, OG_2 , OG_3 în raport constant, Triunghiul $G_1' G_2' G_3'$ e deci omotetic lui $G_1 G_2 G_3$ și prin urmare centrul de greutate al grupului este în O. Astfel propoziția noastră e demonstrată.

Dacă picioarelor mesei li se așează chingi (zise și șproțuri) în partea inferioară, ele se construiesc după același principiu ca chingile țargului.

8. În cazul cînd s-ar cere ca picioarele să fie rotunde în loc de triunghiulare, se poate pune întrebarea, care trebuie să fie forma rotundă convenabilă echilibrului mesei și esteticii. Răspunsul este să se reteze muchiile picioarelor în porțiunea de dedesubtul țargului astfel ca să rămînă, în locul triunghiului, elipsa înscrisă în el, care are centrul ei în centrul de greutate al triunghiului. Elipsa aceasta e unică și este asemenea așezată ca elipsa blatului. Prin această modificare, se poate dovedi ușor, că nu se schimbă echilibrul.

Primită la 31 I 1957 *Academia R. P. R., filiala Iași*

О ПОСТРОЕНИИ СТОЛА

(Резюме)

Излагается математическая теория построения элиптического стола на трёх ножках, даются расчёты для определения мест установки ножек, а также и формула устойчивости.

SUR LA CONSTRUCTION D'UNE TABLE

(Résumé)

On expose la théorie mathématique de la construction d'une table éliptique à trois pieds, le môde d'emplacement de ceux-ci et une formule de stabilité.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

513.761

SUR LES SUITES DE LAPLACE INSCRITES DANS UN POLIÈDRE DE LAPLACE

PAR

LUCIEN GODEAUX

Considérons, dans un espace projectif S_r à r dimensions, une suite de Laplace

$$(L) \qquad \ldots, U_n, \ldots U_1, U, V, V_1, \ldots, V_n, \ldots,$$

les paramètres étant u, v et chaque point de la suite étant le transformé du précédent dans le sens des u. Nous appelerons polyèdre de Laplace à faces à n dimensions, associé à la suite L, l'ensemble des espaces S_n à n dimensions déterminés par $n+1$ points consécutifs de la suite L $(n < r)$.

Nous nous proposons d'étudier les suites de Laplace inscrites dans les polyèdres de Laplace associés à la suite L, à savoir, les suites dont deux points consécutifs A, B appartiennent à des faces consécutives $U_n U_{n-1} \ldots U_1 U$ et $U_{n-1} U_{n-2} \ldots UV$ d'un polyèdre.

1. La suite L sera déterminée par deux de ses points consécutifs U, V tels que $\frac{\partial U}{\partial u} + 2bV = 0$, $\frac{\partial V}{\partial v} + 2aU = 0$, a, b étant des fonnctions de u, v.

Nous conviendrons d'écrire, dans un but de simplification typographique $\frac{\partial^{i+k}\varphi}{\partial u^i \partial v^k} = \varphi^{ik}$, de sorte que les équations précédentes s'écriront

$$(1) \qquad U^{10} + 2bV = 0, \quad V^{01} + 2aU = 0.$$

Nous supposerons que la suite L est illimitée dans les deux sens, alors

$$U_1 = U^{01} - U(\log b)^{01}, \ldots, U_n = U_{n-1}^{01} - U_{n-1}(\log bh_1 h_2 \ldots h_{n-1})^{01},$$
$$V_1 = V^{10} - V(\log a)^{10}, \ldots, V_n = V_{n-1}^{10} - V_{n-1}(\log ak_1 k_2 \ldots k_{n-1})^{10},$$

moyennant

$$h_n = -(\log bh_1 h_2 \ldots h_{n-1})^{11} + h_{n-1}, \quad k = -(\log ak_1 k_2 \ldots k_{n-1})^{11} + k_{n-1}.$$

Supposons que le point $J = \lambda U - \mu V$ de la droite UV engendre un réseau conjugué à la congruence (UV). Demoulin a montré que l'on peut choisir λ, μ de telle sorte que la condition nécessaire et suffisante

pour qu'il en soit ainsi est que l'on ait $\mu^{10}+2b\lambda=0$, $\lambda^{01}+2a\mu=0$, c'est-à-dire que λ, μ satisfassent aux équations (1). Désignons par J_1, $J_2, \ldots$ les transformés successifs de Laplace J dans le sens des v, par $J_{-1}, J_{-2}, \ldots$ les transformés dans le sens des u. On obtient ainsi une suite de Laplace inscrite dans la suite L. On a

$$J_1=\mu U_1-\mu_1 U, \ldots, J_n=\mu_{n-1} U_n-\mu_n U_{n-1}, \ldots;$$
$$J_{-2}=\lambda V_1-\lambda_1 V, \ldots, J_{-n}=\lambda_{n-1} V_n-\lambda_n V_{n-1}, \ldots,$$

où $\mu_1, \mu_2, \ldots, \lambda_1, \lambda_2, \ldots$ sont déterminés par les formules

$$(2)\quad \mu_n=\mu_{n-1}^{01}-\mu_{n-1}(\log bh_1 \ldots h_{n-1})^{01}, \lambda_n=\lambda_{n-1}^{10}-\lambda_{n-1}(\log ak_1 \ldots k_{n-1})^{10}.$$

Ces points rappelés [1], abordons le problème posé.

2. Un point de l'espace S_n $(n<r)$ déterminé par les points $U, U_1, \ldots, U_n$ peut être représenté par $\eta_0 U+\eta_1 U_1+\ldots+\eta_n U_n$ et $\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n$ seront les coordonnées locales de ce point. Soit A un point dépendant de u, v, attaché à l'espace $UU_1 \ldots U_n$. Pouvons-nous trouver sur la droite UV un point J engendrant un réseau conjugué à la congruence UV tel que le point A appartienne à l'espace à $n-1$ dimensions $J_1 J_2 \ldots J_{n-1}$?

Cherchons d'abord l'équation locale de l'espace $J_1 J_2 \ldots J_{n-1}$. On a

$$(3)\quad \mu\eta_0+\mu_1\eta_1+\ldots+\mu_n\eta_n=0.$$

Pour résoudre le problème, il faut prouver que l'on peut déterminer $\mu_1, \mu_2, \ldots$, c'est-à-dire μ et λ de telle sorte que les coordonnées locales de A satisfassent à l'équation (3). Remplaçons dans cette équation les coordonnées courantes par celles de A puis $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ par leurs expressions en fonction de μ déduites des équations (2). Nous obtenons une équation différentielle que nous écrirons sous la forme

$$(4)\quad A_0\mu^{0n}+A_1\mu^{0n-1}+\ldots+A_n\mu=0.$$

Soit $m_1(u, v)$, $m_2(u, v), \ldots, m_n(u, v)$ un système fondamental d'intégrales de l'équation (4). L'intégrale générale s'écrit

$$(5)\quad \mu=\varphi_1(u)m_1+\varphi_2(u)m_2+\cdots+\varphi_n(u)m_n.$$

On en déduit

$$(6)\quad 2b\lambda+\varphi_1' m_1+\ldots+\varphi_n' m_n+\varphi_1 m_1^{10}+\ldots+\varphi_n m_n^{10}=0,$$

puis, en dérivant par rapport à v,

$$-4ab\mu+2b(\log b)^{01}+\varphi_1' m_1^{01}+\ldots+\varphi_n' m_n^{01}+\varphi_1 m_1^{11}+\ldots+\varphi_n m_n^{11}=0.$$

Par suite, en tenant compte des relations (5) et (6), on obtient

$$A_{11}\varphi_1+A_{12}\varphi_2+\ldots+A_{1n}\varphi_n+A_{21}\varphi_1'+A_{22}\varphi_2'+\ldots A_{2n}\varphi_n'=0.$$

Si les fonctions $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ vérifient cette relation, les valeurs de λ, μ tirées de équations (6) et (5) vérifient les équations (1) et par conséquent le point J existe. D'une manière précise, il existe une in-

finité de points J sur la droite UV tels que l'espace $J_1 J_2 \dots J_n$ contienne le point A.

On peut évidemment choisir arbitrairement les $n-1$ fonctions $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_{n-1}$ et la fonction φ_n est déterminée à une constante arbitraire près.

3. Soit, sur la droite JJ_1, un point J' engendrant un réseau conjugué à la congruence (JJ_1). Si $J'_1, J'_2, \dots$ sont les transformés successifs de Laplace de J' dans le sens des v, on peut, d'après le théorème précédent, choisir J' de manière que le point A appartienne à l'espace à $n-2$ dimensions $J'_1, J'_2 \dots J'_{n-1}$.

Soient de même J'' un point de la droite $J'J'_1$ engendrant un réseau conjugué à la congruence $(J'J'_1)$ et $J''_1 J''_2, \dots$ ses transformés successifs de Laplace dans le sens des v. On peut choisir J'' de manière que le point A appartienne à l'espace à $n-3$ dimensions $J''_1 J''_2 \dots J''_{n-2}$. Et ainsi de suite. En désignant par $J^{(i)}$ un point de la droite $J^{(i-1)} J_1^{(i-1)}$ engendrant un réseau conjugué à la congruence $(J^{(i-1)} J_1^{(i-1)})$ et par $J_1^{(i)}, J_2^{(i)}, \dots$ ses transformés succesifs de Laplace dans le sens des v, on peut choisir ce point de telle sorte que l'espace à $n-i-1$ dimensions $J_1^{(i)} J_2^{(i)} \dots J_{n-i-1}^{(i)}$ contienne le point A.

Finalement, le point A appartiendra à une droite $J_1^{(n-2)} J_2^{(n-2)}$, les points $J_1^{(n-2)}, J_2^{(n-2)}$ étant consécutifs dans une suite de Laplace.

Cela étant, supposons que le point A, qui dépend de u, v, décrive un réseau conjugué (u, v). Ce réseau est conjugué à la congruence $(J_1^{(n-2)} J_2^{(n-2)})$ et le transformé de Laplace B de A dans le sens des u appartient à la droite $J^{(n-2)} J_1^{(n-2)}$. Mais alors, le point B appartient au plan $J^{(n-3)} J_1^{(n-3)} J_2^{(n-3)}$, à l'espace à trois dimensions $J^{(n-4)} J_1^{(n-4)} J_2^{(n-4)} J_3^{(n-4)}, \dots$, à l'espace à $n-2$ dimensions $J'_{n-2} J'_{n-3} \dots J'_1 J'$ à l'espace à $n-1$ dimensions $J_{n-1} J_{n-2} \dots J_1 J$ et finalement à l'espace à n dimensions $U_{n-1} U_{n-2} \dots U_1 UV$.

Nous dirons que le point A décrit un réseau conjugué à la congruence $(UU_1 \dots U_n)$ engendrée par l'espace $UU_1 \dots U_n$ lorsque u, v varient et l'on voit que la suite de Laplace déterminée par les points A et B est inscrite dans le polyèdre à faces à n dimensions associé à la suite L.

4. Le théorème que nous venons d'établir entraîne les propriétés suivantes: Nous désignerons maintenant par $J', J'', \dots, J^{(n)}$ n points de la droite UV engendrant des réseaux conjugués à la congruence (UV). Les transformés succesifs de Laplace de $J^{(i)}$ dans le sens des v seront dénotés $J_1^{(i)}, J_2^{(i)}, \dots$, dans le sens des v par $J_{-1}^{(i)}, J_{-2}^{(i)}, \dots$

Supposons en premier lieu n pair: $n = 2\nu$, et que le point A est situé dans l'espace $U_\nu U_{\nu-1} \dots UV V_1 V_2 \dots V_{\nu-1}$, décrive un réseau conjugué à la congruence engendrée par cet espace. Le point A est l'intersection des espaces $J'_\nu \dots J' \dots J'_{-\nu+1} J''_\nu \dots J'' \dots J''_{-\nu+1} \dots J^{(n)}_\nu \dots J^{(n)} \dots J^{(n)}_{-\nu+1}$

et est ainsi complètement déterminé.

Le point B, transformé de Laplace de A dans le sens de u, ap-

partient à l'espace $U_{\nu-1}U_{\nu-2}\dots UV\dots V_\nu$ et est l'intersection des espaces $J'_{\nu-1}J'_{\nu-2}\dots J'\dots J'_{-\nu}, J''_{\nu-1}\dots J''\dots J''_{-\nu},\dots, J^{(n)}_{\nu-1}\dots J^{(n)}\dots J^{(n)}_{-\nu}$.

On en conclut que la droite AB est l'intersection des espaces $J'_\nu\dots J'\dots J'_{-\nu}, J''_\nu\dots J''\dots J''_{-\nu},\dots, J^{(n)}_\nu\dots J^{(n)}\dots J^{(n)}_{-\nu}$. On peut encore dire qu'il existe sur UV une infinité de points J tels que les espaces $J_\nu\dots J\dots J_{-\nu}$ passent par AB. Pour $\nu=1, n=2$, on voit que les congruences $(AB), (UV)$ sont stratifiables dans un sens et on retrouve, dans le cas $r=3$, un théorème de Fubini [2], (voir aussi [3] — [5]).

Lorsque n est impair: $n=2\nu+1$, si l'on suppose que le point A appartient à l'espace $U_\nu\dots UV\dots V_\nu$ et décrit un réseau conjugué à la congruence engendrée par cet espace, on voit qu'il est l'intersection des espaces $J'_\nu\dots J'\dots J'_{-\nu}$, $J''_\nu\dots J''\dots J''_{-\nu},\dots, J^{(n)}_\nu\dots J^{(n)}\dots J^{(n)}_{-\nu}$ et est ainsi complètement déterminé.

5. Posons $J^{(i)}=\lambda_i U-\mu_i V$, où $\mu_i^{10}+2b\lambda_i=0, \lambda_i^{01}+2a\mu_i=0$.

Plongeons l'espace S_r dans un espace projectif S_{r+n} à $r+n$ dimensions. Définissons dans cet espace un point U' dont les $r+1$ premières coordonnées sont celles de U et les n dernières $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, puis un point V' dont les $r+1$ premières coordonnées sont celles de V et les n dernières $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Les points U', V' sont consécutifs dans une suite de Laplace L'. Dans l'espace S_{r+n}, l'espace S_r fait partie de la figure de référence, on l'obtient en annulant les n dernières coordonnées ponctuelles. On voit tout de suite que la suite L est la projection, à partir de l'espace S_{n-1}, de la suite L' sur S_r. Mais de plus, on peut obtenir les points de la suite de Laplace contenant A et B en prenant les intersections de S_r avec les espaces à n dimensions déterminés par $n+1$ points consécutifs de la suite L'. Nous nous bornerons à cette simple indication d'un procédé qui peut être utile dans l'étude des suites de Laplace inscrites dans un polyèdre de Laplace.

Reçu le 13 III 1957 *Académie royale de Belgique*

BIBLIOGRAPHIE

1. Godeaux L., *La Théorie des surfaces et l'Espace réglé*, Hermann, Paris, 1934.
2. Fubini G., Ann. di Mat., 1924, (4), **1**, pp. 241—257.
3. Finikoff S., Rend. di Circ. Mat. Palermo, 1929, **8**, pp. 313—364.
4. Vincensini P., J. de Math., 1934, (9), **13**, pp. 419—449.
5. — Ann. Fac. Sci. Univ. Toulouse, 1934, (3), **26**, pp. 303—319.

О РЯДАХ ЛАПЛАСА ВПИСАННЫХ В МНОГОГРАННИК ЛАПЛАСА

(Резюме)

Изучаются ряды Лапласа, точки которых принадлежат пространствам определяемым последовательными точками данного ряда Лапласа.

ASUPRA ŞIRURILOR LUI LAPLACE ÎNSCRISE ÎNTR-UN POLIEDRU AL LUI LAPLACE

(Rezumat)

Se face studiul şirurilor lui Laplace ale căror puncte aparţin spaţiilor determinate de n puncte consecutive ale unui şir al lui Laplace dat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

513,873

SUR UNE INÉGALITÉ DE COMMESSATTI

PAR

BERNARD d'ORGEVAL

Il y a plus de quarante ans que Commessatti établissait par voie transcendente [1], que si les caractères q_3 (irregularité tridimensionnelle) et q_2 (irrégularité superficielle) d'une variété algébrique à trois dimensions, sont liées par l'inégalité $q_3 \leqslant q_2 - 4$ la V^3 possède ou un faisceau de surfaces ou une congruence de courbes.

Cette propriété est restée sans démonstration géométrique ; il me semble pourtant qu'une telle demonstration puisse s'obtenir à partir de celle que j'ai donnée [2], il y a quelques années, de l'inégalité de Castelnuovo [3] pour les surfaces, qui comme l'a remarqué L. Roth [4] se peut étendre aux variétés algébriques d'un nombre quelconque de dimensions. Nous rappellerons donc rapidement le principe de cette démonstration, en tirerons une autre forme de l'inégalité de Castelnuovo, et à partir de cette nouvelle forme établirons le resultat de Commessatti.

1. Soit donc une V^3 algébrique, que nous supposons ne contenir ni congruence de courbes ni faisceau de surfaces (congruence irrégulière ou faisceau irrationnel). Nous supposerons de plus que l'irrégularité superficielle est au moins égale à 3. On peut alors construire sur la variété un système continu ∞^q de surfaces qui se représente par une certaine variété de Picard V^q à q dimensions ; par hypothèse le groupe des transformations de I-ière espèce de V^q est complètement transitif et abélien. Sur V^q, la variété V^3 se représente par une variété W^3 soit birationnellement, soit unirationnellement. Les transformées de W^3 forment, si $q > 3$, un système ∞^q car sa dimension ne saurait être moindre que q, sinon W^3 posséderait un groupe continu d'automorphismes, sous-groupe de celui de V^q ce qui est exclu, puisque W^3 n'est pas variété de Picard, ni ne contient de congruence.

Puisque V^q est une variété de Picard, l'opération d'adjonction pour une variété lui appartenant de dimension $q - 1$ sera $(V^{q-1})' = V^{q-1}$.

Si l'on choisit alors une V^{q-1} formée d'une famille ∞^{q-4} de variétés telles que W^3, la variété V^{q-2} canonique de V^{q-1} sera caractéristique de V^{q-1}, donc variété encore formée de W^3. Pour une telle V^{q-2}, l'opération d'adjonction sera $(V^{q-2})' = 2\,V^{q-2}$.

Le système canonique de V^{q-2} est donc le double de son système caractéristique, qui se trouve ainsi une V^{q-3} formée à partir de W^3. Si on poursuit de proche en proche ce procédé, on obtient finalement $(W^3)' = (q-3)\,W^3$.

Le système canonique d'une W^3 est donc le multiple selon $q-3$ de son système caractéristique. Mais l'on peut selon une méthode d'Enriques calculer facilement sa dimension. Considérons en effet, une série ∞^{q-4} de variétés W^3, constituant une V^{q-1} ; celle-ci appartient à un système linéaire de dimension r ; on a donc en tout ∞^{r+q} telles V^{q-1}; ce système continu a un système caractéristique de dimension $r+q-1$. Evaluons le degré d'infinitude du système des V^{q-1} contenant une W^3; il y a ∞^q W^3 et ∞^{q+r} V^{q-1} contenant chacune ∞^{q-3} W^3; on a donc dans le cas le plus défavorable $r+q+q-4-x=q$, où x est l'infinitude du système des V^{q-1} pasant par une W^3; le système caractéristique des W^3 est donc au moins $r+q-1-(x-1)=4$.

Le système multiple selon $q-3$ est donc de dimension au moins égale à celui des surfaces d'ordre $q-3$ de S^3, d'où la formule plus large que celle de Castelnuovo $P_g \geqslant \dfrac{q(q-1)(q-2)}{6}$.

Mais ce système canonique est tel qu'il possède un sous multiple d'ordre $q-3$, de dimension 4 donc dont les surfaces ont l'irrégularité superficielle q.

La variété V^q est donc la variété de Picard de cette surface dont le multiple est canonique ; on peut faire la même théorie pour cette surface, et on en déduit que son genre arithmétique est $P_a \geqslant \dfrac{q(q-1)}{2} - q$.

2. Nous allons maintenant calculer le genre arithmétique de W^3 à partir de l'égalité de Severi : $2\,P_a = \Omega_0 - \Omega_1 + \Omega_2 + 4$; $2\,\Omega_1 = 3\,\Omega_0 + 2$.

Si la surface sous-multiple a les caractères n, π, p_a, on devra, si le multiple est h, avoir : $\Omega_0 = h^3 n$; $\Omega_1 = h^2(\pi - 1) + h^2(h-1)n + 1$;

$$\Omega_2 = h\frac{(h-1)(h-2)}{6}(n-1) + \frac{h(h-1)}{2}\pi + hp_a + \frac{(h-1)(h-2)(h-3)}{6}.$$

Mais la relation qui lie les deux premiers invariants nous donne $\pi - 1 = n\dfrac{(h+2)}{2}$ d'où finalement : $2P_a = hp_a - nh\dfrac{(h+1)(h+2)}{12} + h + 2$.

Supposons d'abord que la W^3 corresponde birationnellement à V^3, montrons que dans la démonstration d'Enriques, on a exactement 4, en sorte que le système sous multiple du canonique soit de dimension 3. S'il n'en est pas ainsi, le genre P_g sera supérieur à une expression de la forme $\dfrac{(q-2)(q-1)q(q+1)\ldots(q+r-3)}{r\,!}$ et P_a sera de la forme

$\frac{(q-3)(q-1)q(q+1)\ldots.(q+r-3)}{2(r-1)!}$, les autres termes étant en q de degré inférieur; alors l'expression $P_g - P_a$ serait négative et de l'ordre de q à la puissance $r-1$ d'où résulterait que q_2+q_3 est négatif, ce qui est impossible.

Il en résulte immediatement que l'on doit avoir :

$$P_g = \frac{q(q-1)(q-2)}{6}; \; P_a = \frac{q(q-1)}{2} - q \; ; \; n=2$$

d'où

$$P_a = P_g - \frac{q(q-3)}{2}.$$

On a finalement

$$q_3 = P_g - P_a = \frac{q(q-3)}{2} > q-4.$$

La relation de Commessatti est donc vérifiée dans ce cas.

Supposons maintenant que la variété V^3 de caractères q_2 et q_3 se représente multiplement sur W^3 de caractères q_3' et $q_2' = q_2$; comme le caractère $q_2 + q_3$ est un caractère géométrique, on a certainement $q_3+q_2 \geqslant q_3'+q_2'$.

Mais pour W^3, on a $q_3'+q_2' > 2q_2' - 4$ d'où l'on déduit $q_3+q_2 > > 2q_2' - 4 = 2q_2 - 4$ et $q_3 > q_2 - 4$.

Si donc l'inégalité de Commessatti est vérifiée, c'est à dire si $q_3 \leqslant q_2 - 4$ nos hypothèses sur la V^q ne sont pas vérifiées et il en résulte qu'il existe sur la V^3 une congruence de courbes ou un faisceau de surfaces.

3. Nous pouvons noter que l'on pourra en général pour une V^d substituer à l'inégalité de Castelnuovo, l'inégalité plus expressive :

$$P_g \geqslant \frac{q(q-1)(q-2).....(q-d)}{d!}$$

dans le cas d'une variété qui ne possède pas de congruences de variétés de dimension inférieure à d.

Pour ce qui est de l'inégalité de Commessatti, il semble que son extension à des V^d doive se heurter à de grosses difficultés, puisque pour les variétés de dimension paire, on n'a pas de relation entre le genre numérique et les invariants du système canonique qui dans notre méthode se calculent aisément, donc pour $d=4$, notre méthode ne permet pas de lier q_4 à q_2 et q_3 ; il s'en suit que bien que q_5 dans le cas $d=5$ puisse se lier aux irrégularités de dimension moindre, la difficulté précédente joue un role dans le calcul des Ω_i, et notre méthode est encore en échec.

Reçu le 2 IV 1957.

Faculté des Sciences, Dijon, France.

BIBLIOGRAPHIE

1. Commessatti A., Rend. Acc. Lincei, 1913, (5), **22**, pp. 316—321.
2. d'Orgeval B., Bull. Acad. Roy. Belgique, 1950, (5), **36**, pp. 302—304.
3. Castelnuovo G., Rend. Circ. Mat. Palermo, 1905, **20**, pp. 55—66.
4. Roth L., *Algebraic Threefolds*, Springer, Berlin, 1955.

ОБ ОДНОМ НЕРАВЕНСТВЕ КОММЕССАТТИ

(Резюме)

Даётся геометрическое доказательство неравенства Коммессатти соединяющего поверхностную и трёхразмерную нерегулярности одного трёхразмерного алгебраического разнообразия, несодержащего ни конгруенций кривых, ни пучков поверхностей.

ASUPRA UNEI INEGALITĂŢI A LUI COMMESSATTI

(Rezumat)

Se dă demonstraţia geometrică a inegalităţii lui Commessatti care uneşte iregularităţile superficială şi tridimensională a unei varietăţi algebrice cu trei dimensiuni care nu posedă nici congruenţe de curbe, nici fascicule de suprafeţe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

517 93

ВОЗДЕЙСТВИЕ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ВНЕШНИХ СИЛ С ПЕРЕМЕННЫМИ ЧАСТОТАМИ

Ю. А. МИТРОПОЛЬСКИЙ

При решении ряда важных задач современной вибротехники мы часто встречаемся с необходимостью определения колебаний в системах, находящихся под воздействием внешних „периодических" сил, „частоты" которых не постоянны, а в свою очередь изменяются со временем.

К таким задачам относятся, например, классическая задача о прохождении через резонанс, задача о воздействии на колебательную систему периодической силы с модулированной частотой, задача о качке корабля на неправильном волнении и др.

Рассмотрение всех этих задач представляет бесспорный интерес.

Известно, что в теории малых колебаний, т. е. тогда, когда колебание системы может быть описано линейным дифференциальным уравнением, решение таких задач, в случае если возмущающая сила является произвольной функцией времени, и силы сопротивления пропорциональны первой степени скорости, сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения вида:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = Q(t). \tag{1}$$

Здесь мы предполагаем, что ω — частота собственных колебаний без учета трения, h — декремент затухания свободных колебаний, $Q(t)$ — возмущающая сила, отнесенная к инерционному коэффициенту системы.

Общий интеграл уравнения (1) при

$$\omega_1^2 = \omega^2 - h^2 > 0, \tag{2}$$

как известно, будет

$$x = e^{-ht}(C_1 \sin \omega_1 t + C_2 \cos \omega_1 t) + \frac{1}{\omega_1}\int_0^t e^{-h(t-t_1)} Q(t_1) \sin \omega_1 (t-t_1)\, dt_1, \tag{3}$$

и по истечении достаточно большого промежутка времени, в силу наличия перед первым слагаемым в выражении (3) множителя e^{-ht}, в решении останется только второе слагаемое

$$x_b = \frac{1}{\omega_1}\int_0^t e^{-h(t-t_1)}\, Q(t_1) \sin \omega_1 (t - t_1)\, dt_1, \tag{4}$$

которое и характеризует колебательный процесс в линейной колебательной системе (с одной степенью свободы), находящейся под воздействием силы $Q(t)$.

Так как интеграл, стоящий в правой части формулы (4) в общем случае не может быть выражен при помощи конечного числа элементарных функций, то исследование его может носить либо качественный характер, либо же приходится к вычислению этого интеграла применить численные методы.

В некоторых практически важных случаях, как, например, в случае, если $Q(t)$ является „периодической" функцией, „частота" которой изменяется по линейному или периодическому закону, или если $Q(t)$ можно разложить в сходящийся ряд, для которого интеграл, стоящий в формуле (4) можно почленно выразить через элементарные функции, разработан ряд методов, дающих возможность решить задачу до конца.

К этим методам следует отнести метод Lewis'a [1], Каца [2], Филиппова [3], Горчакова [4] и др.

Согласно этим методам решение выражается либо через интегралы Френеля (если пренебречь трением), либо через функции Бесселя или обобщенные функции Бесселя (если частота внешней „периодической" силы периодически изменяется), либо через интегралы типа Френеля (если в системе полагать трение линейным и амплитуды внешних синусоидальных сил, изменяющимися по линейному закону); для последних интегралов существуют таблицы.

В некоторых случаях для вычисления интегралов (4) удается воспользоваться асимптотическим методом и получить асимптотические формулы, дающие сравнительно хорошее приближение.

Однако, следует отметить, что все эти методы, во-первых, пригодны для исследования только линейных систем с одной степенью свободы, находящихся, как уже указывалось, под воздействием внешних сил специального вида, во-вторых, только в некоторых частных случаях эти методы могут быть обобщены на случай системы линейных уравнений.

Во многих важных задачах современной физики и техники мы вынуждены рассматривать нелинейные колебательные системы, как с одной так и со многими степенями свободы, находящиеся под воздействием внешних сил, произвольно зависящих от времени. Кроме того во многих случаях от времени зависят не только внешние силы, их „частоты" и амплитуды, но также и ряд других параметров колебательной системы, как, например, эффективные массы системы, собственные частоты, коэффициенты трения и другие параметры.

При рассмотрении указанных задач можно воспользоваться тем, что во многих случаях частоты и ряд других параметров изменяются сравнительно медленно. Говоря о медленном изменении мы имеем в виду медленное изменение по сравнению с естественной единицей времени — с единицей времени порядка периода собственных колебаний.

Возникает вопрос построения соответствующего математического аппарата для исследования нелинейных уравнений с медленно меняющимися параметрами.

Этот аппарат можно разработать развив соответствующим образом асимптотические методы нелинейной механики, созданные Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым.

Остановимся кратко на основной идее построения асимптотических разложений в случае нелинейной колебательной системы с медленно меняющимися параметрами.

Методику построения асимптотических разложений, которая подробно изложена, например в работе [5], проиллюстрируем на примере нелинейной колебательной системы с одной степенью свободы и медленно меняющимися параметрами, описываемой следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d}{dt}\left\{m(\tau)\frac{dx}{dt}\right\}+c(\tau)\,x=\varepsilon F\left(\tau,\vartheta,x,\frac{dx}{dt},\varepsilon\right), \tag{5}$$

в котором $F(\tau,\vartheta,x\ \frac{dx}{dt},\varepsilon)$ — периодическая функция по ϑ с периодом 2π, $\tau=\varepsilon t$ — „медленное“ время, „медленное“ в указанном выше смысле, t—время; $m(\tau)$, $c(\tau)$, и $\frac{d\vartheta}{dt}=\nu(\tau)$ — медленно меняющиеся масса, жесткость и мгновенная частота внешней силы, а также $F(\tau,\vartheta,x,\frac{dx}{dt},\varepsilon)$ — неограниченно дифференцируемы при всех конечных значениях своих аргументов и достаточно малых ε, кроме того $m(\tau)$ и $c(\tau)$ строго положительны на отрезке $0\leqslant\tau\leqslant L$, где L может быть сделано сколь угодно большим при достаточно малом ε.

Если первая часть уравнения (5) равна нулю, а коэффициенты $m(\tau)$ и $c(\tau)$ постоянны, то мы получаем обычное уравнение гармонических колебаний системы с одной степенью свободы

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+cx=0, \tag{6}$$

решением которого, как известно, будет

$$x=a\cos(\omega t+\varkappa), \tag{7}$$

где $\omega=\sqrt{\frac{c}{m}}$, а a и $\varkappa$ (амплитуда и фаза колебания) — постоянные, определяемые начальными значениями.

При наличии возмущения, т. е. в случае, когда $\varepsilon\neq0$ и кроме того $m(\tau)=m(\varepsilon t)$, $c(\tau)=c(\varepsilon t)$, в решении уравнения (5) могут появиться, благодаря наличию нелинейности, как указывалось выше, обертоны, гармоники комбинационных частот различного порядка, гармоники с частотой внешнего возбуждения: частота и фаза уже не будут постоянными, а бу-

дут зависеть от амплитуды колебания, которая, в свою очередь, может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от притока или поглощения энергии в системе из-за наличия возмущающих сил. Кроме всех этих явлений, наблюдаемых в нелинейных колебательных системах и указанных нами выше, наличие медленно меняющихся параметров также вызовет в системе ряд явлений, не наблюдаемых при обычных гармонических колебаниях.

Так, например, здесь уже теряет смысл общепринятое понятие собственной частоты системы, так как в данном случае „собственная частота" $\omega(\tau)=\sqrt{\frac{c(\tau)}{m(\tau)}}$ будет также медленно изменяться со временем и т. д.

Принимая все это во внимание, приближенное решение уравнения (5) ищем в виде асимптотического ряда:

$$x=a\cos(s\varphi+\psi)+\varepsilon u_1(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)+\varepsilon^2 u_2(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)+\cdots \tag{8}$$

в котором $u_1(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)$, $u_2(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)$ — периодические функции по ϑ и $s\varphi+\psi$ с периодом 2π, $\varphi=\frac{1}{2}\vartheta$, s и τ некоторые взаимно простые числа, выбор которых зависит от того, какой резонанс мы собираемся исследовать, а величины a и ψ — функции времени, определяемые системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{da}{dt}=\varepsilon A_1(\tau, a, \psi)+\varepsilon^2 A_2(\tau, a, \psi)+\cdots, \\ \dfrac{d\psi}{dt}=\omega(\tau)-\dfrac{s}{2}\nu(\tau)+\varepsilon B_1(\tau, a, \psi)+\varepsilon^2 B_2(\tau, a, \psi)+\cdots, \end{cases} \tag{9}$$

где $\omega(\tau)=\sqrt{\frac{c(\tau)}{m(\tau)}}$.

Таким образом задача построения асимптотических разложений для уравнения (5) сводится к определению функций $u_1(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)$, $u_2(\tau, a, \vartheta, s\varphi+\psi)$,..., $A_1(\tau, a, \psi)$, $A_2(\tau, a, \psi)$,..., $B_1(\tau, a, \psi)$, $B_2(\tau, a, \psi)$, ... и последующему интегрированию системы уравнений (9), определяющей a и ψ — амплитуду и фазу колебаний.

Система уравнений (9) в общем случае не интегрируется в замкнутом виде и поэтому для определения a и ψ приходится пользоваться численными методами.

Здесь может возникнуть вопрос: почему мы не применяем численное интегрирование непосредственно к уравнению (5). Дело в том, что численно интегрируя непосредственно уравнение (5), мы получим синусоиду и поэтому для того, чтобы сделалась ясной картина колебательного процесса, нам необходимо при численном интегрировании уравнения (5) подсчитать очень большое количество точек (порядка нескольких тысяч), так как интервал при численном интегрировании надо брать малым, чтобы не срезать максимумов синусоиды. При численном же интегрировании системы (9), ввиду того, что здесь мы находим огибающую синусоиды, для полной картины достаточно подсчитать совсем небольшое количество точек (по-

рядка нескольких десятков). Заметим, что для численного интегрирования непосредственно уравнения (5) применение быстродействующих счетных машин тоже далеко не всегда может привести к хорошим результатам, ввиду того, что при длительном применении численных методов неизбежно накопление систематической ошибки.

Изложенный асимптотический метод, так же как и методы нелинейной механики, очень гибкий и легко может быть применен для исследования более сложных колебательных систем.

Так, например, при помощи него можно построить приближенные решения в случае, если колебательная система описывается дифференциальным уравнением [5]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(x, \tau) = \varepsilon F\left(\tau, \vartheta, x, \frac{dx}{dt}, \varepsilon\right), \tag{10}$$

в котором правая часть удовлетворяет тем же условиям, что и правая часть уравнения (5), и кроме того предполагается, что невозмущенное уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(x, \tau) = 0 \tag{11}$$

при $\tau = \text{const}$. имеет периодическое решение, зависящее от двух произвольных постоянных.

При исследовании колебательных систем со многими степенями свободы особо простые расчетные схемы мы получаем в случае, если невозмущенная система соответствует обычной схеме теории малых колебаний.

Так, например, рассматривая колебательную систему с N степенями свободы, кинетическая и потенциальная энергия которой могут быть представлены в виде

$$T(\dot{q}) = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} a_{ij}(\tau)\,\dot{q}_i\dot{q}_j \quad , \quad V(q) = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} b_{ij}(\tau)\,q_i q_j, \tag{12}$$

где $q_1, q_2, \ldots, q_N$ — обобщенные координаты, $\tau = \varepsilon t$, t — время, ε — малый положительный параметр, а $a_{ij}(\tau) = a_{ji}(\tau)$, $b_{ij}(\tau) = b_{ji}(\tau)$, $(i, j = 1,2,\ldots, N)$ — неограниченно дифференцируемые функции при всех конечных значениях τ, причем T и V — определенно положительные квадратичные формы на любом конечном отрезке $0 \leqslant \tau \leqslant L$, и предполагая, что исследуемая система находится под воздействием внешних „периодических" обобщенных сил вида

$$\varepsilon Q_j(\tau, \vartheta, q_1, \ldots, q_N, \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_N, \varepsilon) \quad , \quad (j = 1,2,\ldots, N), \tag{13}$$

неограниченно дифференцируемых при всех конечных значениях своих аргументов и достаточно малых ε, приходим к исследованию следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\left\{\sum_{i=1}^{N} a_{ij}(\tau)\,\dot{q}_i\right\} + \sum_{j=1}^{N} b_{ij}(\tau)\,q_i = \varepsilon Q_j(\tau, \vartheta, q_1, \ldots, q_N, \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_N, \varepsilon), \tag{14}$$

$$(j = 1,2,\ldots, N).$$

Предполагая, что в системе невозмущенных уравнений

$$(15)\qquad \sum_{i=1}^{N} a_{ij}(\tau)\ddot{q}_i + \sum_{i=1}^{N} b_{ij}(\tau)\, q_i = 0\ ,\quad (j=1,2,\ldots,N)$$

при любых $\tau = \text{const}$. возможны незатухающие гармонические колебания с частотой $\omega_1(\tau)$, зависящие от двух произвольных постоянных, а также, что в системе отсутствуют статические решения отличные от нулевого и внутренние резонансы, построение частных решений системы (14) сводится к рассмотрению системы с одной степенью свободы, описываемой уравнением вида:

$$(16)\qquad \frac{d}{dt}\left\{ m_1(\tau)\frac{dx}{dt}\right\} + \omega_1^2(\tau)\, x = \varepsilon F_1\left(\tau, \vartheta, x, \frac{dx}{dt}, \varepsilon\right),$$

где введены обозначения

$$(17)\qquad m_1(\tau) = \sum_{i,j=1}^{N} a_{ij}(\tau)\, \varphi_i^{(1)}(\tau)\, \varphi_j^{(1)}(\tau)\ ,$$

$$(18)\qquad F_1\left(\tau, \vartheta, x, \frac{dx}{dt}, \varepsilon\right) = \sum_{j=1}^{N} Q_j\left(\tau, \vartheta, \varphi_1^{(1)} x, \ldots, \varphi_N^{(1)} x, \varphi_1^{(1)}\frac{dx}{dt}, \ldots, \varphi_N^{(1)}\frac{dx}{dt}, \varepsilon\right),$$

а $\varphi_i^{(1)}(\tau)$, $(i=1,2,\ldots,N)$ — нетривиальные решения системы алгебраических уравнений:

$$(19)\qquad \sum_{j=1}^{N} [b_{ij}(\tau) - a_{ij}(\tau)\,\omega_1^2(\tau)]\, \varphi_j^{(1)}(\tau) = 0\ ,\quad (i=1,2,\ldots,N).$$

Ряд других случаев, как, например, исследование многочастотных режимов, систем с гироскопическими членами, случая воздействия внешних квазипериодических сил и др. рассмотрены подробно в работе [5] и поэтому на рассмотрении этих случаев мы здесь останавливаться не будем.

Заметим только, что изложенный метод, как это показано в работе [6] может быть без затруднения применен для исследования нелинейных колебательных систем, описываемых системой уравнений типа

$$(20)\qquad \frac{dx_i}{dt} = q_{i1}(\tau, \vartheta)\, x_1 + \cdots + q_{in}(\tau, \vartheta)\, x_n + \varepsilon Q_i(\tau, \vartheta, x_1, \ldots, x_n, \varepsilon),\ (i=1,2,\ldots,n)$$

которая при $\varepsilon = 0$ и $\tau = \text{const}$. вырождается в систему дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами.

Изложенный выше асимптотический метод может быть обобщен и на случай исследования воздействия внешних сил на колебательные системы более общего типа.

Рассмотрим подробнее, например, случай[1]), когда „свободные“ коле-

---

1) При отсутствии „медленного“ времени τ этот случай рассмотрен О. Б. Лыковой в работе **Про одночастотни коливання в системах з багатьма степенями вылкости, близьких до точно интегровних** – Доповиди АН УССР, № 1, 1957, стр. 8—12.

бания (не подверженные воздействию внешних „периодических“ сил) описываются системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_k}{dt} = X_k(\tau, x_1, \ldots, x_n), \quad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{21}$$

где, как и выше $\tau = \varepsilon t$ — „медленное“ время, ε — малый положительный параметр.

Предположим, что при $\tau = \text{const.}$ $\tau \in [0,L]$ для системы (21) известно семейство устойчивых периодических решений

$$x_k = x_k^0(\tau, a, \omega t + \varphi), \quad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{22}$$

с периодом 2π относительно ψ ($\psi = \omega t + \varphi$), зависящее от двух произвольных постоянных a и φ и от τ как от параметра. Причем в общем случае, разумеется, ω является некоторой функцией a и зависит также от параметра τ:

$$\omega = \omega(\tau, a). \tag{23}$$

Допустим теперь, что вещественные части $n-2$ характеристических показателей $\alpha_3, \alpha_4, \ldots, \alpha_n$ соответствующих системе уравнений в вариациях

$$\frac{d\delta x}{dt} = \sum_{j=1}^{n} X_k'(\tau, x_1^0, \ldots, x_n^0)\,\delta x_j, \quad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{24}$$

составленных для решения (22) отрицательные для любых и кроме того, пусть, выполняются следующие соотношения:

$$m_3\beta_3 + \cdots + m_n\beta_n \neq \beta_i \tag{25}$$

где $m_3 + \cdots + m_n \geqslant 2$, $\beta_3, \ldots, \beta_n$ — вещественные части характеристических показателей $\alpha_3, \ldots, \alpha_n$.

Допустим теперь, что на нашу колебательную систему воздействует внешнее „периодическое“ воздействие вида:

$$\varepsilon X_k^*(\tau, \vartheta, x_1, \ldots, x_n, \varepsilon), \quad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{26}$$

где $\frac{d\vartheta}{dt} = \nu(\tau) > 0$ для любого $\tau \in [0,L]$, ε — малый параметр, причем функции $\varepsilon X_k^*(\tau, \vartheta, x_1, \ldots, x_n, \varepsilon)$, $(k = 1, \ldots, n)$ — периодические по ϑ с периодом 2π.

Тогда мы приходим к задаче рассмотрения системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_k}{dt} = X_k(\tau, x_1, \ldots, x_n) + \varepsilon X_k^*(\tau, \vartheta, x_1, \ldots, x_n, \varepsilon), \quad (k = 1,2,\ldots,n). \tag{27}$$

Предположим, что функции

$$X_k(\tau, x_1, \ldots, x_n) + \varepsilon X_k^*(\tau, \vartheta, x_1, \ldots, x_n, \varepsilon), \quad (k = 1,2,\ldots,n) \tag{28}$$

аналитические по $x_1, \ldots, x_n$ и ε в области

(29) $$x_k \in D_Q, \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_0 \quad , \quad 0 < \tau < L,$$

где D_Q — окрестность кривой $x_k = x_k^0(\tau, \omega t + \varphi, a)$, $(\tau = \text{const.})$ в n — мерном пространстве.

Тогда, как известно, общее решение „невозмущенных" уравнений (21) в соседстве с периодическим решением (22) имеет следующий вид:

(30) $$x_k = f_k\left(\tau, \omega t + \varphi, C_3 e^{\int_0^t \alpha_3(\tau)d\tau}, \ldots, C_n e^{\int_0^t \alpha_n(\tau)d\tau}\right),$$

где $\varphi, a, C_3, \ldots, C_n$, постоянные интегрирования, причем

(31) $$f_k(\tau, \psi + 2\pi, a, h_3, \ldots, h_n) \equiv f_k(\tau, \psi, a, h_3, \ldots, h_n),$$

(32) $$f_k(\tau, \psi, a, 0, \ldots, 0) \equiv x^0(\tau, \psi, a), \quad (k = 1, \ldots, n),$$

функции $f_k(\tau, \psi, a, h_3, \ldots, h_n)$, $(k = 1, 2, \ldots, n)$, являются аналитическими, регулярными при достаточно малых значениях $h_3, \ldots, h_n$.

Введем теперь в уравнениях (27) новые переменные $\psi, a, h_3, \ldots, h_n$ согласно формулам:

(33) $$x_k = f_k(\tau, \psi, a, h_3, \ldots, h_n), \quad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Подставим (33) в уравнения (27), получим (здесь уже $\tau = \varepsilon t$):

(34) $$\frac{\partial f_k}{\partial \psi}\frac{d\psi}{dt} + \frac{\partial f_k}{\partial a}\frac{da}{dt} + \sum_{i=3}^{n}\frac{\partial f_k}{\partial h_i}\frac{dh_i}{dt} + \varepsilon\frac{\partial f_k}{\partial \tau} = X_k(\tau, f_1, \ldots, f_n) + \varepsilon X_k^*(\tau, \vartheta, f_1, \ldots, f_n, \varepsilon), \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

кроме того, согласно (21) и (30) можем написать

(35) $$\frac{\partial f_k}{\partial \psi}\omega(\tau, a) + \sum_{i=3}^{n}\frac{\partial f_k}{\partial h_i}\alpha_i(\tau)h_i = X_k(\tau, f_1, \ldots, f_n).$$

Вычитая (35) из (34) находим

(36) $$\left(\frac{d\psi}{dt} - \omega(\tau, a)\right)\frac{\partial f_k}{\partial \psi} + \frac{\partial f_k}{\partial a}\frac{da}{dt} + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dh_i}{dt} - \alpha_i(\tau)h_i\right)\frac{\partial f_k}{\partial h_i} = \varepsilon\left[X_k^*(\tau, \vartheta, f_1, \ldots, f_n, \varepsilon) - \frac{\partial f_k}{\partial \tau}\right], \quad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Разрешая эту систему относительно

(37) $$\frac{d\psi}{dt} - \omega(\tau, a), \frac{da}{dt}, \frac{dh_3}{dt} - \alpha_3(\tau)h_3, \ldots, \frac{dh_n}{dt} - \alpha_n(\tau)h_n,$$

получаем систему уравнений, эквивалентную системе (27)

$$(38)\quad \begin{cases} \dfrac{d\psi}{dt} = \omega(\tau, a) + \varepsilon P(\tau, \vartheta, \psi, a, h_3, \ldots, h_n, \varepsilon), \\ \dfrac{da}{dt} = \varepsilon Q(\tau, \vartheta, \psi, a, h_3, \ldots, h_n, \varepsilon), \\ \dfrac{dh_i}{dt} = a_i(\tau) h_i + \varepsilon R_i(\tau, \vartheta, \psi, a, h_3, \ldots, h_n, \varepsilon), \ (i = 3, \ldots, n), \end{cases}$$

где функции $P(\tau,\vartheta,\psi,a,h_3,\ldots,h_n,\varepsilon)$, $Q(\tau,\vartheta,\psi,a,h_3,\ldots,h_n,\varepsilon)$, $R_i(\tau,\vartheta,\psi,a,h_3,\ldots,h_n,\varepsilon)$, очевидно, являются аналитическими, регулярными при достаточно малых $h_3,\ldots,h_n$ и ε.

Для построения приближенных асимптотических решений системы (38) пользуемся приемом, изложенным в работе [7], согласно которому исключаем из системы (38) переменные $h_3,\ldots,h_n$.

Определяем из последних $n-2$ уравнений системы (38) $h_3,\ldots,h_n$ как частные решения, соответствующие внешним возмущающим силам $\varepsilon R_i(\tau,\vartheta,\psi,a,h_3,\ldots,h_n,\varepsilon)$, $(i=3,4,\ldots,n)$, зависящим от двух параметров a и τ. Причем естественно $h_3,\ldots,h_n$ искать в виде рядов

$$(39)\quad h_i(\tau,\vartheta,\psi,a,\varepsilon) = \varepsilon h_i^{(1)}(\tau,\vartheta,\psi,a,\varepsilon) + \varepsilon^2 h_i^{(2)}(\tau,\vartheta,\psi,a,\varepsilon) + \varepsilon^3 \ldots, \ (i=3,\ldots,n).$$

После ряда элементарных выкладок (подставляем ряды (39) в уравнения (38), приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях и решаем элементарные системы уравнений) находим

$$(40)\quad h_i(\tau,\vartheta,\psi,a) = \sum_{s,r} \frac{r_{isr}(\tau,a)\, e^{i(r\vartheta+s\psi)}}{i[r\nu(\tau) + s\omega(\tau,a)] - a_i(\tau)}, \quad (i=1,2,\ldots,n),$$

где

$$(41)\quad r_{isr}(\tau,a) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} R_i(\tau,\vartheta,\psi,a,0,\ldots,0,0)\, e^{-i(r\vartheta+s\psi)}\, d\vartheta\, d\psi, \ (i=1,2,\ldots,n),$$

аналогичные выражения находим для $h_i^{(2)}(\tau,\vartheta,\psi,a)$, $h_i^{(3)}(\tau,\vartheta,\psi,a)$, $(i=1,2,\ldots,n)$ и т. д.

После того, как нами найдены выражения для $h_i(\tau,\vartheta,\psi,a)$, $(i=1,2,\ldots,n)$ мы подставляем их в первые два уравнения системы (38) и таким образом остается только проинтегрировать систему двух уравнений:

$$(42)\quad \frac{d\psi}{dt} = \omega(\tau,a) + \varepsilon P_1(\tau,\vartheta,\psi,a,\varepsilon), \quad \frac{da}{dt} = \varepsilon Q_1(\tau,\vartheta,\psi,a,\varepsilon).$$

Для интегрирования этих уравнений поступаем, как было ранее указано — усредняем правые части по явно входящему времени и применяем численные интегрирования.

Итак, в данном случае, построение двупараметрического приближенного решения системы (27) сводится к численному интегрированию системы двух уравнений, определяющих амплитуду и фазу колебания.

Заметим, что при построении приближенного решения, для того, чтобы преобразовать систему уравнений (27) к новым переменным $\psi, a, h_3, \ldots, h_n$, мы предположили, что выполняются соотношения (25). Однако, как это следует из работы [7] можно привести аналогичное преобразование, предполагая только, что вещественные части $(n-2)$-х характеристических показателей уравнения в вариациях (24) отличны от нуля.

Поступило 8 I 1957

Академия Наук УССР, Киев

ЛИТЕРАТУРА

1. Lewis F. M., Trans. A. S. M. E., 1932, 54, p. 258.
2. Кац А. М., Вынужденные колебания при прохождении через резонанс, Инж. сб., Изд. АН СССР, Москва, 1947, 3, вып. 2.
3. Филиппов А. П., Вынужденные колебания линейных систем при прохождении через резонанс, Сб. колебаний в турбомашинах, Изд. АН СССР, Москва, 1956.
4. Горчаков Н. Г., Крутильные колебания коленчатых валов двигателей внутреннего сгорания при прохождении через резонанс, Сб. трудов Лаборатории проблем быстроходных машин и механизмов, АН УССР, Киев, 1946.
5. Митропольский Ю. А., Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах, Изд. АН УССР, Киев, 1955.
6. Кононенко В. О., ДАН СССР, 1955, 105, № 4, стр. 664—667.
7. Лыкова О. Б., Украинский математический журнал, 1957, 11, № 2, (в печати).

L'ACTION DES FORCES EXTÉRIEURES À FRÉQUENCES VARIABLES SUR LES SYSTÈMES OSCILLATOIRES NON-LINÉAIRES

(Résumé)

L'Auteur étudie le problème de l'action des forces périodiques à fréquences variables, sur les systèmes oscillatoires non-linéaires à un ou à plusieurs degrés de liberté.

On donne quelques méthodes de résolution des schémas mathématiques (5) où $\tau = \varepsilon t$, ε est un paramètre positif assez petit, $\frac{d\theta}{dt} = \nu(\tau) > 0$.

Le procédé exposé s'applique ensuite aux systèmes d'équations différentielles (27).

La construction des solutions approchées est basée sur les méthodes asymptotiques de la mécanique non-linéaire de Kryloff-Bogoliuboff.

ACŢIUNEA FORŢELOR EXTERIOARE CU FRECVENŢE VARIABILE ASUPRA SISTEMELOE OSCILATORII NELINIARE

(Rezumat)

Autorul studiază problema acţiunii forţelor periodice cu frecvenţe variabile asupra sistemelor oscilatorii neliniare cu unul sau mai multe grade de libertate.

Se dau cîteva metode de rezolvare a schemelor matematice (5), unde $\tau = \varepsilon t$, ε este un parametru pozitiv destul de mic, $\frac{d\theta}{dt} = \nu(\tau) > 0$.

Procedeul expus se aplică apoi sistemelor de ecuaţii diferenţiale (27).

Construcţia soluţiilor aproximative este bazată pe metodele asimptotice ale mecanicii neliniare ale lui Krîlov şi Bogoliubov.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

517.932

ON GUSAROV'S STABILITY THEOREM

BY

AUREL WINTNER

1. The following considerations center about the following lemma, which was proved in a note [6] appearing some time ago.

Lemma. *Let $\varphi(t)$, where $0 \leqq t < \infty$, be a positive, twice continuously differentiable function satisfying the following two conditions:*

The function

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(s)\, ds \tag{1}$$

(which, by assumption, clearly possesses a continuous third derivative and a positive first derivative) *is not bounded as $t \to \infty$, that is $\psi(t) = \infty$ or*

$$\int_0^\infty \varphi(t)\, dt = \infty \qquad (\varphi > 0) \tag{2}$$

and, if $[\psi(t)]$ denotes the Schwarzian derivative of $\psi(t)$,

$$\int_0^\infty |[\psi(t)]|\, \varphi(t)\, dt < \infty \tag{3}$$

(which means, by (1), that

$$\int_0^\infty |3\varphi'^2(t)/\varphi^3(t) - 2\varphi''(t)/\varphi^2(t)|\, dt < \infty \tag{3 bis}$$

since $\psi = (\psi''/\psi')' - (\psi''/\psi')^2/2$). *Then the general solution of the linear differential equation*

$$x'' + \varphi^2(t)\, x = 0 \tag{4}$$

is the superposition of two real-valued, linearly independent solutions $x_1(t)$, $x_2(t)$ the asymptotic behavior of which is given (for $t \to \infty$) by

$$x(t) \sim \varphi^{-\frac{1}{2}}(t)\ \exp i\psi(t) \tag{5}$$

($\varphi^{-\frac{1}{2}} = 1/\{\varphi\}^{\frac{1}{2}}$), *where* $x(t) = x_1(t) + ix_2(t)$. *In addition, the asymptotic relation* (5) *remains true under formal differentiation (that is,*

$$x'(t) \sim \left\{\varphi^{-\frac{1}{2}}(t)\ \exp i\psi(t)\right\}' \tag{6}$$

as $t \to \infty$*).*

The point is this Lemma was not the asymptotic formula (5) or (6) itself, which indeed is classical under sufficiently severe assumptions on the coefficient function $\varphi^2(t)$ of the linear differential equation (cf., e. g., [4, pp. 68—70 and p. 53], where various references will be found), but the generality of the assumptions under which the classical asymptotic form (which has often been used in physics also) can be assured, since these assumptions have been reduced to (3) (and (2); actually, (2) is unessential). As will be shown in this note, the inclusive nature of the assumptions of the Lemma has a considerable bearing on some of the contributions of the subsequent literature.

2. A few years ago, Gusarov [3][1]) was led to the following stability criterion:

Theorem of Gusarov. *All solutions* $x(t)$ *of the differential equation*

$$x'' + f(t)\,x = 0, \tag{7}$$

where $0 \leqq t < \infty$, *as well as the derivatives* $x'(t)$ *of the solutions* $x(t)$ *of* (7), *stay bounded as* $t \to \infty$ *whenever the coefficient function of* (7) *satisfies the following assumptions:*

$$0 < \text{const.} < f(t) < \text{const.} < \infty \tag{8}$$

for $0 \leqq t < \infty$, *and* $f(t)$ *possesses a continuous second derivative* $f''(t)$ *which is absolutely integrable, that is,*

$$\int_0^\infty |f''(t)|\,dt < \infty\,. \tag{9}$$

(Actually, Gusarov's own formulation of his theorem requires only that there should exist for $f(t)$ a first derivative $f'(t)$ which is of finite total variation as $0 \leqq t < \infty$; so that (9) becomes replaced by

$$\int_0^\infty |df'(t)| < \infty\,. \tag{9 bis}$$

1) A subsequent publication of Gusarov published in the Моск. Гос. Унив., Ученые записки, 165, Математика, 7, 1954, стр. 223—237, was not available to me and is quoted from [1] above.

But this version of the theorem is a corollary of the version italicized above, since the difference between the two versions is purely *local* in nature, whereas the problem at hand is *asymptotic*; cf. the corresponding comments in [5, pp. 257 and 271]).

Burati [2] succeeded in refining Gusarov's theorem (which claims the boundedness of the solutions) to an explicit asymptotic formula, and Burati's proof, but not his refinement, of Gusarov's theorem was rediscovered by Bellman [1]. But it is nos observed in any of the papers [3], [2], [1] that both the theorem and its refinement can be obtained as straightforward consequences of the simple result of [6], quoted above, that is, of the italicized Lemma.

3. It will be sufficient to verify the following:

If $f(t)$ satisfies the assumption of Gusarov's theorem, then $\varphi(t)$, where $\varphi^2(t) = f(t)$, satisfies the assumptions of the Lemma.

In fact this will prove that not only Gusarov's theorem but also Burati's refinement of it is contained, as corollary, in the more general result of [6]. Actually, Bellman overlooked that his proof of Gusarov's theorem is nothing but an application of [6] to a particular case (and to a rougher result, since Bellman did not arrive at an asymptotic formula).

First, since

$$f(t) = \varphi^2(t) \tag{10}$$

is the connection between the coefficient function of (4) and (7), it is clear that the first assumption, (2), of the Lemma is satisfied by virtue of Gusarov's restriction (8) and that, because of the same restriction, the remaining assumption of the Lemma, the assumption represented by (3) or, more explicitly, by (3 bis), is certainly satisfied if both

$$\int_0^\infty \varphi'^2(t)\,dt < \infty \tag{11}$$

and

$$\int_0^\infty |\varphi''(t)|\,dt < \infty \tag{12}$$

hold. Hence it is sufficient to verify that (11) and (12) are satisfied by, virtue of (8), (9) and (10). But since (10) shows that $f'(t) = 2\varphi(t)\varphi'(t)$ hence $f''(t) = 2\varphi'^2(t) + 2\varphi(t)\varphi''(t)$, it is clear from (8) that (11) and (12) together are equivalent to

$$\int_0^\infty f'^2(t)\,dt < \infty \tag{13}$$

and (9) together. Since (9) is an assumption of Gusarov's theorem, all that remains to be verified is that (13) is implied by (8) and (9) toge-

ther. This can, however, be seen by the same trivial fashion which in a similar context, was already applied in [5, p. 253].

In fact, a partial integration shows that, if u, v is any pair of t-values,

$$\int_u^v f'^2(t)\,dt = f(v)f'(v) - f(u)f'(u) - \int_u^v f(t)f''(t)\,dt. \tag{14}$$

But it will be seen in a moment that $f'(t)$ must tend to 0 as $t \to \infty$:

$$f'(\infty) = 0. \tag{15}$$

If (15) is granted, then, since (8) and (9) are assumed, all three terms on the right of (14) must tend to 0 as $\min(u, v) \to 0$. Hence the integral on the left of (14) mus tend to 0 as $\min(u, v) \to 0$, which means that (13) is satisfied.

Finally, the truth of (15) is obvious. In fact, it is clear from the formulation (9 bis) of (9) that $f'(t)$ must tend, as $t \to \infty$, to a finite limit $f'(\infty)$. If, contrary to the assertion (15), this limit were distinct from 0, then a quadrature of $f'(t)$ woult show that $f(t)$ is asymptotically proportional to a non-vanishing constant multiple of t. Since this contradicts the assumption (8), the proof of the last italicized statement is complete.

4. Allong similar lines, a certain counterpart of Gusarov's theorem will now be considered. The counterpart in question is a recent theorem of Zlámal [7, pp. 83–85], which, in the notations used in (4) above, can be formulated as follows:

Theorem of Zlámal. *Let $\varphi(t)$, where $0 \leqq t < \infty$, be a positive, twice continuously differentiable function satisfying the following two conditions:*

$$\varphi(t) > \text{const.} > 0 \tag{16}$$

holds for some constant (while $\varphi(t) < \text{const.}$ is not assumed) *and*

$$\mu''(t) \geqq 0, \tag{17}$$

where $\mu(t)$ denotes the positive square root of $1/\varphi(t)$, that is

$$\varphi(t) = 1/\mu^2(t), \text{ where } \mu(t) > 0. \tag{18}$$

Then the differential equation (4) *possesses two real-valued, linearly independent solutions $x_1(t)$; $x_2(t)$ for which the superposition $x(t) = x_1(t) + ix_2(t)$ and its derivative $x'(t)$ have, as $t \to \infty$, the asymptotic representations* (5) *and* (6), *where $\psi(t)$ is defined by* (1).

(Concerning the extension in [7, pp. 85 – 89], the situation is the same as the corresponding extension of Gusarov's theorem, referred to in connection with (9 bis) above; cf. [5, p. 257 and p. 271]).

It will be shown that the Zlámal's theorem relates to the result of [6], quoted above as Lemma, in about the same way as did Gusarov's theorem itself.

First, it is clear from the assumption (16) and from the definition (18) that condition (2) of the Lemma is satisfied and that condition (3) of the Lemma, when written in the explicit form (3 bis), is equivalent to

$$\int_0^\infty |\mu(t)\,\mu''(t)|\,dt < \infty\,, \tag{19}$$

as seen by two differentiations of (18). Hence, in order to ascertain that Zlámal's theorem is a particular case of the Lemma, it is sufficient to verify that (16), (17) and (18) imply (19). But (17) and (18) show that the sign of absolute value can be omitted in (19). Consequently, (19) merely means that

$$\lim_{w\to\infty} \int_u^v \mu(t)\,\mu''(t)\,dt = 0, \quad \text{where } w = \min(u, v). \tag{20}$$

But the truth of (20) follows from (16), (17) and (18) after a partial integration, if the latter is applied in the same way as in (14) above; cf. [5, p. 253], or [7, formula (27) on p. 85].

Received the 31 I 1957.

The Johns Hopkins University,
Baltimore, Md., USA.

REFERENCES

1. Bellman R., Duke Math. J., 1955, **22**, pp. 511—513.
2. Barbuti U., Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa, 1954, **8**, pp. 81—91.
3. Гусаров Л. А., ДАН СССР, 1949, **68**, стр. 217—220.
4. Sansone G., *Equazioni differenziali nel campo reale*, Bologna, 1949, vol. 2.
5. Wintner A., Am. J. Math., 1947, **69**, pp. 251—272.
6. — Phys. Rev., 1947, **72**, pp. 516—517.
7. Zlámal M., Czech. Math. J., 1956, **6(81)**, pp. 75—91.

ОБ ОДНОЙ ТЕОРЕМЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГУСАРОВА

(Резюме)

Устанавливаются ряд следствий вытекающих из общей асимптотической формулы, недавно полученной автором при помощи, относящейся к дифференциальному уравнению вида $x'' + f(t)x = 0$, подстановки Риманн—Лиувилля.

ASUPRA UNEI TEOREME DE STABILITATE A LUI GUSAROV

(Rezumat)

Se stabilesc o serie de consecinţe provenite dintr-o formulă asimptotică generală obţinută recent de autor, cu ajutorul substituţiei Riemann-Liouville relativă la ecuaţia diferenţială de forma $x'' + f(t)\, x = 0$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

512.52

GENERALIZAREA UNOR POLINOAME DE INTERPOLARE PENTRU FUNCŢIILE DE MAI MULTE VARIABILE

DE

D. D. STANCU

1. Se ştie [1] că în cazul a două variabile, formula de interpolare a lui Newton relativă la o funcţie $f(x, y)$ şi la nodurile unei reţele dreptunghiulare definită de punctele $M_{i,k}(x_i, y_k)$ $(i = \overline{1, n+1}; k = \overline{1, m+1})$, se prezintă sub forma

$$(1)\quad f(x,y) = \sum_{i=1}^{n+1}\sum_{k=1}^{m+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_1)\dots(y-y_{k-1})\begin{bmatrix} x_1,\dots,x_i \\ y_1,\dots,y_k \end{bmatrix}; f + r(x,y)$$

unde

$$(2)\quad r(x,y) = u(x)\,v(y)\begin{bmatrix} x, x_1,\dots, x_{n+1} \\ y, y_1,\dots, y_{m+1} \end{bmatrix}; f,\quad u(x) = \prod_{\nu=1}^{n+1}(x-x_\nu),\quad v(x) = \prod_{k=1}^{m+1}(y-y_\mu)$$

iar

$$\begin{bmatrix} a_1, a_2,\dots, a_p \\ \beta_1, \beta_2,\dots, \beta_q \end{bmatrix}; f = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}\frac{f(a_i,\beta_j)}{u'(a_i)\,v'(\beta_j)}$$

este diferenţa divizată de ordinul $(p-1, q-1)$ relativă la funcţia $f(x, y)$ şi la pq noduri ale căror coordonate sînt puse în evidenţă.

F. J. Steffensen [2] a generalizat această formulă făcînd ca numărul termenilor ei să depindă, într-un anumit sens, de numărul nodurilor de interpolare. Formula lui Steffensen este următoarea:

$$(3)\quad f(x,y) = \sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m_i+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_1)\dots(y-y_{j-1})\begin{bmatrix} x_1,\dots,x_i \\ y_1,\dots,y_j \end{bmatrix}; f + r_1(x,y),$$

unde

$$(4)\quad r_1(x,y) = (x-x_1)\dots(x-x_{n+1})[x, x_1,\dots, x_{n+1}; f] + \sum_{i=1}^{n+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_1)\dots(y-y_{m_i+1})\begin{bmatrix} x_1, x_2,\dots, x_i \\ y, y_1,\dots, y_{m_i+1} \end{bmatrix}; f.$$

2. Formula aceasta se poate încă generaliza. Aplicînd funcției $f(x,y)$ formula de interpolare a lui Newton relativă la variabila x, se obține

$$(5)\quad f(x,y)=\sum_{i=1}^{n+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})[x_1,\dots,x_i;f]+u(x)[x,x_1,\dots,x_{n+1};f].$$

Să considerăm acum funcția de y

$$(6)\qquad [x_1,x_2,\dots,x_i;f(x,y)]=\sum_{k=1}^{i}\frac{f(x_k,y)}{\omega_i'(x_k)},\quad \omega_i(x)=\prod_{k=1}^{i}(x-x_k).$$

Aceasta se poate de asemenea dezvolta după formula lui Newton. Să considerăm în acest scop ordonatele

$$(7)\qquad y_{i,1},y_{i,2},\dots,y_{i,m_i+1},$$

a căror valori și număr depind de numărul natural i. Formula de interpolare relativă la funcția (6) și ordonatele (7) este

$$(8)\quad [x_1,x_2,\dots,x_i;f]=\sum_{j=1}^{m_i+1}(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,j-1})\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y_{i,1},\ y_{i,2},\dots,y_{i,j}\end{bmatrix};f\Big]+$$

$$+(y-y_{i,1})\dots y-(y_{i,m_i+1})\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y,y_{i,1},\dots,y_{i,m_i+1}\end{bmatrix};f\Big].$$

Înlocuind în (5) obținem formula de interpolare

$$(9)\qquad f(x,y)=$$

$$=\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m_i+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,j-1})\begin{bmatrix}x_1,\dots,x_i\\ y_{i,1},\dots,y_{i,j}\end{bmatrix};f\Big]+R_2(x,y)$$

unde

$$(10)\qquad R_2(x,y)=(x-x_1)\dots(x-x_{n+1})[x,x_1,\dots,x_{n+1};f]+$$

$$+\sum_{i=1}^{n+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,m_i+1})\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y,y_{i,1},\dots,y_{i,m_i+1}\end{bmatrix};f\Big].$$

Formula aceasta, care e mult mai suplă decît formulele clasice de interpolare ale lui Newton și Lagrange, generalizează formula (3) a lui Steffensen.

Se pot da multe exemple de distribuții importante de noduri pe care formula (9) le poate folosi dar pentru care care formula (3) nu se poate aplica.

3. Formula (9) se poate extinde imediat la funcțiile de mai multe variabile. Pentru a nu complica expunerea să ne ocupăm de cazul a trei variabile.

Dacă se aplică funcției $f(x,y,z)$ formula (9) se obține

$$(11)\qquad f(x,y,z)=\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m_i+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,j-1})\times$$

$$\times\begin{bmatrix}x_1,\dots,x_i\\ y_{i,1},\dots,y_{i,j}\end{bmatrix};f\Big]+R(x,y,z),$$

unde $R(x,y,z)$ este dat de (10) aplicat lui $f(x,y,z)$.

Să dezvoltăm acum după formula lui Newton funcția de z

$$\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y_{i,1},y_{i,2},\dots,y_{i,j}\end{bmatrix};f\Big],$$

folosind cotele

$$(12)\qquad z_{i,j,1},z_{i,j,2},\dots,z_{i,j,p_{i,j}+1},$$

care presupunem că depind de i și j atît ca număr cît și ca poziție; vom obține

$$(13)\qquad \begin{bmatrix}x_1,\dots,x_i\\ y_{i,1},\dots,y_{i,j}\end{bmatrix};f\Big]=\sum_{k=1}^{p_{i,j}+1}(z-z_{i,j,1})\dots(z_{i,j,k,-1})\begin{bmatrix}x_1,\dots,x_i\\ y_{i,1},\dots,y_{i,j}\\ z_{i,j,1},\dots,z_{i,j,k}\end{bmatrix};f\Big]+$$

$$+(z-z_{i,j,1})\dots(z-z_{i,j,p_{i,j}+1})\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y_{i,1},y_{i,2},\dots,y_{i,j}\\ z,z_{i,j,1},\dots,z_{i,j,p_{i,j}+1}\end{bmatrix};f\Big].$$

Înlocuind în (11) obținem în definitiv

$$(14)\qquad f(x,y,z)=$$

$$\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m_i+1}\sum_{k=1}^{p_{i,j}+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,j-1})(z-z_{i,j,1})\dots(z-z_{i,j,k-1})\times$$

$$\times\begin{bmatrix}x_1,\dots,x_i\\ y_{i,1},\dots,y_{i,j}\\ z_{i,j,1},\dots,z_{i,j,k}\end{bmatrix};f\Big]+R_3(x,y,z),$$

unde

$$(15)\qquad R_3(x,y,z)=(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{n+1})[x,x_1,\dots,x_{n+1};f]+$$

$$+\sum_{i=1}^{n+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,m_i+1})\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y,y_{i,j},\dots,y_{i,m_i+1}\end{bmatrix};f\Big]+$$

$$+\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m_i+1}(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(y-y_{i,1})\dots(y-y_{i,j-1})(z-z_{i,j,1})\dots(z-z_{i,j,p_{i,j}+1})\times$$

$$\times\begin{bmatrix}x_1,x_2,\dots,x_i\\ y_{i,1},y_{i,2},\dots,y_{i,j}\\ z,z_{i,j,1},\dots,z_{i,j,p_{i,j}+1}\end{bmatrix};f\Big].$$

4. Cazuri particulare importante ale formulei (14).

1) Dacă valorile şi numărul ordonatelor (7) şi cotelor (12) nu depind de i şi j, se obţine formula de interpolare a lui Newton pentru trei variabile

$$(16) f(x,y,z)=\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m+1}\sum_{k=1}^{p+1}(x-x_1)..(x-x_{i-1})(y-y_1)..(y-y_{j-1})(z-z_1)..(z-z_{k-1})\times$$
$$\times\begin{bmatrix} x_1,\ldots,x_i \\ y_1,\ldots,y_j\,;\,f \\ z_1,\ldots,z_k \end{bmatrix}+$$
$$+(x-x_1)...(x-x_{n+1})(y-y_1)...(y-y_{m+1})(z-z_1)...(z-z_{p+1})\begin{bmatrix} x,x_1,\ldots,x_{n+1} \\ y,y_1,\ldots,y_{m+1}\,;\,f \\ z,z_1,\ldots,z_{p+1} \end{bmatrix}.$$

2) Dacă

$$(17)\qquad m_i=n+1-i\ ,\ p_{i,j}=n+2-i-j\ ,\ y_{i,k}=y_k\ ,\ z_{i,j,s}=z_s,$$

formula (14) devine

$$(18)\qquad f(x,y,z)=$$
$$=\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{n+2-i}\sum_{k=1}^{n+3-i-j}(x-x_1)...(x-x_{i-1})(y-y_1)...(y-y_{j-1})(z-z_1)...(z-z_{k-1})\times$$
$$\times\begin{bmatrix} x_1,x_2,\ldots,x_i \\ y_1,y_2,\ldots,y_j\,;\,f \\ z_1,z_2,\ldots,z_k \end{bmatrix}+\varrho_3(x,y,z),$$

unde restul e dat de formula

$$(19)\qquad \varrho_3(x,y,z)=(x-x_1)...(x-x_{n+1})[x,x_1,\ldots,x_{n+1};f]+$$
$$+\sum_{i=1}^{n+1}(x-x_1)...(x-x_{i-1})(y-y_1)...(y-y_{n+1-i})\begin{bmatrix} x_1,x_2,\ldots,x_i \\ y,\ y_1,\ldots,y_{n+1-i} \end{bmatrix};f\Big]+$$
$$+\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{n+2-i}(x-x_1)...(x-x_{i-1})(y-y_1)...(y-y_{j-1})(z-z_1)...(z-z_{n+1-i-j})\times$$
$$\times\begin{bmatrix} x_1,x_2,\ldots,x_i \\ y_1,y_2,\ldots,y_j \\ z\ ,z_1,\ldots,z_{n+1-i-j} \end{bmatrix};f\Big].$$

Formula aceasta reprezintă o generalizare a unei formule de interpolare a lui O. Biermann [3]. Polinomul de interpolare folosit de formula (18) are gradul global n.

3) Dacă valorile ordonatelor (7) şi cotelor (12) se aleg independente de i şi j, se obţine extinderea formulei lui Steffensen la trei variabile.

4) În cazul cînd coordonatele (7) şi (12) nu depind, ca număr, de i şi j, dar valorile lor depind, se găseşte o formulă de interpolare care rezultă din (14) făcînd

$$m_i=m\ ,\ p_{i,j}=p\ ,(i=1,2,\ldots,m+1;\ j=1,2,\ldots,p+1).$$

5. Formula de interpolare (18), care foloseşte un polinom de interpolare de gradul global n în x, y, z, se referă la o reţea tetraedrică de $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}$ noduri şi anume

(20) $P_{i,j,k}\ (x_i, y_j, z_k)\ ,\ (i=\overline{1,n+1}\ ;\ j=\overline{1,n+2-i}\ ;\ k=\overline{1,n+3-i-j})$.

Relativ la restul (19) al formulei de interpolare (18) vom demonstra următoarea

Teoremă. *Dacă funcţia $f(x,y,z)$ e continuă şi admite derivate parţiale continue pînă la ordinul $n+1$ inclusiv, restul în formula de interpolare (18) se poate pune sub următoarea formă*

$$\varrho_3(x,y,z) =$$

$$(21)\quad = \sum_{i=0}^{n+1}\sum_{j=0}^{n+1-i} \frac{(x-x_1)\ldots(x-x_i)(y-y_1)\ldots(y-y_j)(z-z_1)\ldots(z-z_{n+1-i-j})}{i!\,j!\,(n+1-i-j)!} \times$$

$$\times \frac{\partial^{n+1} f(\xi,\eta,\zeta)}{\partial\xi^i\,\partial\eta^j\,\partial\zeta^{n+1-i-j}},$$

unde ξ, η, ζ sînt valori din cele mai mici intervale care conţin respectiv numerele $x_1,\ldots,x_{n+1},x$; $y_1,\ldots,y_{n+1},y$; $z_1,\ldots,z_{n+1},z$.

Demonstraţia pe care o vom da e analoagă cu aceea care se foloseşte la stabilirea formulei lui Taylor pe trei variabile.

Fie $M_0\ (x_0, y_0, z_0)$ un punct din tetraedrul (T) care conţine nodurile de interpolare şi să notăm

$$(22)\qquad x-x_0=h,\ y\ \ y_0=k\ ,\ z-z_0=l.$$

Să considerăm funcţia de variabila t

$$(23)\qquad F(t)=f(x_0+ht, y_0+kt, z_0+lt)\ ,\ 0\leqq t\leqq 1.$$

Dacă $f(x,y,z)$ admite în (T) derivate pînă la ordinul $n+1$ inclusiv, atunci $F(t)$ va avea derivate continue pînă la ordinul $n+1$ inclusiv pe segmentul $0\leqq t\leqq 1$.

Putem dezvolta funcţia $F(t)$ după formula lui Mac-Laurin

$$(24)\qquad F(t)=\sum_{s=0}^{n}\frac{t^s}{s!}F^{(s)}(0)+\frac{t^{n+1}}{(n+1)!}F^{(n+1)}(\vartheta t)\ ,\ 0<\vartheta<1.$$

Vom căuta restul formulei de interpolare (18) sub forma

$$(25)\qquad \varrho_3(x,y,z) =$$

$$\sum_{i=0}^{n+1}\sum_{j=0}^{n+1-i} C_{i,j,n+1-i-j}\,(x-x_1)\ldots(x-x_i)\,(y-y_1)\ldots(y-y_j)\,(z-z_1)\ldots(z-z_{n+1-i-j}),$$

unde $C_{i,j,n+1-i-j}$ sînt valori pe care voim să le determinăm.

Ţinînd seama că $f(x,y,z)$ e dată de formula (18), cu restul (25) şi că polinomul din membrul al doilea al formulei (18) e de gradul n, rezultă că restul formulei (24) este

$$(26)\qquad \frac{t^{n+1}}{(n+1)!}F^{n+1}(\vartheta t)=\frac{t^{n+1}}{(n+1)!}(\varrho_3(t))^{(n+1)}\Big|_{\substack{x_0+h\vartheta t\\ y_0+k\vartheta t\\ z_0+l\vartheta t}}.$$

Dar folosind o notație simbolică cunoscută avem

$$(27)\qquad \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}}F(t)=\left(\frac{\partial}{\partial x_0}h+\frac{\partial}{\partial y_0}k+\frac{\partial}{\partial z_0}l\right)^{n+1}f(\alpha,\beta,\gamma),$$

unde

$$\alpha=x_0+ht\ ,\quad \beta=y_0+kt\ ,\quad \gamma=z_0+lt.$$

Restul formulei (18) se obține făcînd $t=1$ în (26). Din (25) deducem

$$(28)\qquad \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}}\varrho_3(x_0+ht,y_0+kt,z_0+lt)=(n+1)!\sum_{i=0}^{n+1}\sum_{j=0}^{n+1-i}C_{i,j,n+1-i-j}\,h^i k^j l^{n+1-i-j}.$$

Pe de altă parte, din (27) găsim că

$$(29)\qquad \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}}F(t)=\left(\frac{\partial}{\partial z_0}l+\frac{\partial}{\partial y_0}k+\frac{\partial}{\partial x_0}k\right)^{n+1}f=$$

$$=\sum_{i=0}^{n+1}\binom{n+1}{i}\left(\frac{\partial}{\partial z_0}l+\frac{\partial}{\partial y_0}k\right)^{n+1-i}\frac{\partial^i}{\partial x_0^i}h^i f=$$

$$=\sum_{i=0}^{n+1}\binom{n+1}{i}\frac{\partial^i}{\partial x_0^i}h^i\left\{\sum_{j=0}^{n+1-i}\binom{n+1-i}{j}\frac{\partial^{n+1-i-j}}{\partial z_0^{n+1-i-j}}l^{n+1-i-j}\,\frac{\partial^j}{\partial y_0^j}\cdot k^j\right\}f=$$

$$=\sum_{i=0}^{n+1}\sum_{j=0}^{n+1-i}\binom{n+1}{i}\binom{n+1-i}{j}\frac{\partial^{n+1}f}{\partial x_0^i\,\partial y_0^j\,\partial z_0^{n+1-i-j}}h^i k^j\,l^{n+1-i-j}.$$

În felul acesta avem

$$(30)\qquad \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}}F(t)=\frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}}\varrho_3(x_0+ht\ ,\ y_0+kt\ ,\ z_0+lt)=$$

$$=\sum_{i=0}^{n+1}\sum_{j=0}^{n+1-i}\binom{n+1}{i}\binom{n+1-i}{j}\frac{\partial^{n+1}f(\xi,\eta,\zeta)}{\partial\xi^i\,\partial\eta^j\,\partial\zeta^{n+1-i-j}}h^i k^j\,l^{n+1-i-j},$$

unde

$$\xi=x_0+h\vartheta\ ,\quad \eta=y_0+k\vartheta\ ,\quad \zeta=z_0+l\vartheta\ .$$

Făcînd identificările cu rezultatul de la (28) găsim în definitiv că

$$C_{i,j,n+1-i-j}=\frac{\binom{n+1}{i}\binom{n+1-i}{j}}{(n+1)!}\cdot\frac{\partial^{n+1}f(\xi,\eta,\zeta)}{\partial\xi^i\,\partial\eta^j\,\partial\zeta^{n+1-i-j}}=$$

$$=\frac{1}{i!\,j!\,(n+1-i-j)!}\cdot\frac{\partial^{n+1}f(\xi,\eta,\zeta)}{\partial\xi^i\,\partial\eta^j\,\partial\zeta^{n+1-i-j}}.$$

Înlocuind aceste valori în (25) se obține tocmai formula (21) pe care voiam s-o demonstrăm.

Observație. Aici ni se pare interesant faptul că toate derivatele parțiale din (21) se iau în același punct $\Omega(\xi, \eta, \zeta)$, rezultat la care nu se putea ajunge dacă se aplicau diferențelor divizate din expresia (19) a restului formulei (18), formulele de medie cunoscute.

6. Dacă se consideră cazul limită

$$(31)\quad x_i = a, y_j = b, z_k = c, (i = \overline{1, n+1};\ j = \overline{1, n+2-i};\ k = \overline{1, n+3-i-j})$$

formula de interpolare (18), cu restul sub forma (21), se reduce la formula lui Taylor

$$(32)\quad f(x, y, z) = f(a, b, c) + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k + \frac{\partial}{\partial z}l\right]^k f(a, b, c) +$$

$$+ \frac{1}{(n+1)!}\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{\partial}{\partial y}k + \frac{\partial}{\partial z}l\right]^{n+1} f(a+\vartheta h, b+\vartheta k, c+\vartheta l),$$

unde

$$0 < \vartheta < 1, h = x-a, k = y-b, l = z-c.$$

7. Într-o lucrare viitoare vom arăta cum se pot obține, plecînd de la anumite formule de interpolare, dezvoltări tayloriene de felul celor obținute de M. Picone [4] și M. Nicolescu [5]. Vom face apoi și anumite aplicații la integrarea numerică, folosind unele rezultate obținute recent de D. Mangeron [6].

Primit la 12 I 1957

Universitatea „V. Babeș", Cluj

BIBLIOGRAPHIE

1. Narumi S., Tôhoku Math. J., 1920, **18**, p. 309.
2. Steffensen J. F., *Interpolation*, Baltimore, 1950.
3. Biermann O., Monatshefte f. Math. u. Physik, 1903, **14**, pp. 211–225.
4. Picone M., Ann. Sc. Norm. Sup Pisa, 1951, (3), **5**, 3–4, pp. 193–244.
5. Nicolescu M., St. și Cercet. Mat., Acad. R.P.R., 1952, **3**, nr. 1–2, pp. 181–196.
6. Mangeron D., Bul. Inst. Polit. Iași, 1956, **2** (6), 1–2, pp. 21–27.

ОБОБЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ФОРМУЛ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

(Резюме)

Автор обобщает в (9) формулу интерполированиия (3) Ж. Ф. Штеффенсена, считая что значения ординат (7) зависят от натурального числа i, которое входит в данную формулу.

Далее устанавливается формула интерполирования (14) в случае трёх переменных. Если ординаты (7) и аппликаты (12) не зависят от i и j ни в числе, ни по значению, то получается формула интерполирования Ньютона (16). Также отмечается частный случай (17), который приводит к формуле интерполирования (18), обобщающей формулу О. Бирманна [3] относительно трёх переменных. В пятом параграфе

показано, что если $f(x, y, z)$ непрерывна и имеет частные пройзводные непрерывные до порядка $n+1$ включительно в области (T), содержащей узлы (20), то остаточный член (14) формулы интерполирования (18) можно выразить формулой (21), причём все частные производные, фигурирующие в ней, взяты в точке $\Omega(\xi, \eta, \zeta)$ области (T). В предельном случае (31) предыдущая формула интерполирования сводится к формуле Тэйлора (32).

Автор редактирует для опубликования в ближайшем будущем статью о разложении функций по типу Тэйлора, вроде тех которые были изучены М. Пиконе [4] и М. Николеску [5] и об установлении кубатурных формул высшей степени точности, используя некоторые ортогональные многочлены, введенные недавно Д. Манджероном [6].

THE GENERALIZATION OF CERTAIN INTERPOLATION FORMULAE FOR THE FUNCTIONS OF MANY VARIABLES

(Summary)

The author has generalized at (9) the interpolation formula (3) of J. F. Steffensen, in manner that the values of the ordonates (7) depend of the natural number i, which take place in the formula Afterwards he has established, for the case of three variables, the interpolation formula (14). If the ordonates (7) and the cotes (12) are independent of i and j, as much as number and as much as position, one obtains the interpolation formula (16) of Newton.

We mention also the particular case (17) which conduct us to the interpolation formula (18), that extends at three variables one formula due to O. Biermann [3]. At nr. 5 it is demonstrated that if $f(x, y, z)$ is continuous and has continuous partial derivates until the $n+1$ order inclusive into a definite domain (T) which includes the knots (20), the rest (19) of the interpolation formula (18) can be put into the form (21), the partial derivates which occur being considered all at the point $\Omega(\xi, \eta, \zeta)$ of (T). In the limit case (31) the precedent interpolation formula reduces at Taylor's formula (32).

The author promise that in future he will occupy himself with tayloriennes developments, of the type studied by M. Picone [4] and M. Nicolescu [5] and will search to establish the cubature formula of high degree of exactitude, employing a class of orthogonal polynoms introduced recently by D. Mangeron [6].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

517.946

ASUPRA RELAŢIILOR CE INTERCED ÎNTRE DIFERITE TIPURI DE PROBLEME PE CONTUR PENTRU UNELE CLASE DE ECUAŢII CU DERIVATE PARŢIALE DE ORDIN SUPERIOR[1])

DE

D. MANGERON

Într-o lucrare anterioară [1] am demonstrat, folosindu-mă de unele reprezentări integrale similare cu compoziţiile lui Volterra de specia a doua precum şi de o elegantă observaţie a lui G. Doetsch şi L. Koschmieder (loc. cit.), că din două soluţii a uneia din ecuaţiile cu derivate parţiale din terna

$$(E)\quad \frac{\partial^n u(x,y)}{\partial x^n}+\frac{\partial^n u(x,y)}{\partial y^n}=0\ ;\quad (H)\quad \frac{\partial^n u(x,y)}{\partial x^n}-\frac{\partial^n u(x,y)}{\partial y^n}=0\ ;$$

$$(P)\quad \frac{\partial^n u(x,y)}{\partial x^n}=\frac{\partial^n u(x,y)}{\partial y^{n-1}}\ ,$$

(care se reduc respectiv pentru $n=2$ la ecuaţia potenţialului, a undelor şi de propagare a căldurii) sau din soluţii a două atare ecuaţii diferenţiale, se obţine iarăşi o soluţie a uneia din ele (cu restricţia ca cea de a treia ecuaţie să poată fi înlocuită eventual prin „conjugata" sa).

Rezultatele menţionate pot fi extinse la probleme relative la sisteme diferenţiale multidimensionale în mai multe direcţii.

1. *Compoziţia a $n\geqslant 2$ „temperaturi generalizate" monodimensionale.* Fie ecuaţiile

$$(1)\qquad \frac{\partial^m W_k(x_k,t)}{\partial x_k^m}=\frac{\partial W_k(x_k,t)}{\partial t}\ ,\ (k=1,2,\ldots,n)\ ,$$

$$(2)\qquad a_k<x_k<b_k\quad ;\quad (3)\qquad 0<t\ ,$$

definite fiecare în parte în semibenzile (2), (3), x_k fiind variabilele spaţiale şi t—timpul.

---

1) Introducere la Comunicarea prezentată la cel de al IV-lea Congres al matematicienilor romîni, Bucureşti, 27 mai—4 iunie 1956.

Se consideră integrala

$$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \int_0^{\infty} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t)\, dt, \tag{4}$$

presupusă existentă pentru (2) şi derivabilă de m ori sub semnul integralei în raport cu x_k, a căror ansamblu îl notăm cu X_n.

Cu ajutorul sistemului (1) se obţine

$$\sum_k^{1,n} \frac{\partial^m U(X_n)}{\partial x_k^m} = \lim_{t \to \infty} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t) - \lim_{t \to 0} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t), \tag{5}$$

dacă ambele limite din membrul al doilea există. Dacă în plus aceste limite coincid, membrul al doilea din (5) se anulează şi rămîne

$$\sum_k^{1,n} \frac{\partial^m U(X_n)}{\partial x_k^m} = 0. \tag{6}$$

Prin urmare *dacă se compun* $n \geqslant 2$ *„temperaturi generalizate“* W_k *în integrala* (4), *compoziţia obţinută constituie, în ipotezele menţionate, soluţia ecuaţiei generalizate a potenţialului* (6) *într-un hiperparalelipiped* (2). Mai pe scurt, (4) este în (2) un „potenţial generalizat“.

Dacă în loc de (1) se consideră ecuaţiile

$$\frac{\partial^m W_k}{\partial x_k^m} = \varepsilon_k \frac{\partial W_k}{\partial t}, \quad \varepsilon_k = \pm 1, \quad (k = 1,2,\ldots,n) \tag{7}$$

se deduce dintr-însele, cu ajutorul compoziţiei integrale (4), în mod cu totul analog şi în ipoteze similare, relaţia

$$\sum_k^{1,n} \varepsilon_k \frac{\partial^m U(X_k)}{\partial x_k^m} = 0. \tag{8}$$

2. *Problema de compoziţie a mai multor temperaturi generalizate multidimensionale* sau acea *de compoziţie a unei temperaturi generalizate polidimensionale şi a unui potenţial generalizat multidimensional* şi altele, menite a contribui la problema fundamentală a unificării metodelor de studiu al ecuaţiilor cu derivate parţiale liniare, sînt concretizate în lucrarea *Asupra relaţiilor între soluţiile unor probleme pe contur polidimensionale de ordin superior* comunicată la cel de al IV-lea Congres al matematicienilor romîni, ce va fi publicată cu un alt prilej, adnotată de comentarii, printre care prezintă un deosebit interes acelea ale conducătorului delegaţiei sovietice, acad. I. N. Vekua [2].

Rezultatele obţinute pot fi extinse înlocuind compoziţiile de forma (4) şi similare prin operatori mai generali, ca, de pildă, operatori de permutaţie şi de transmutaţie introduşi cu totul recent de J. Delsarte [3], iar condiţiile pe contur pentru soluţiile alese pot fi cuprinse în ansamblul problemelor la limită din teoria distribuţiilor, prezentate, în

ceea ce privește ecuațiile cu derivate parțiale de tip eliptic, de L. Schwartz [4] în cadrul fundamentalelor colocvii organizate sub președinția acad. L. Godeaux de Centrul Belgian de Cercetări Matematice.

Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Mangeron D., Bull. Inst. Polyt. Jassy, 1, 2, 1946, pp. 295—303.
2. Векуа И. Н., Вестник АН СССР, 1956, № 11, стр. 76—77.
3. * * * Colloques internationaux du C. N. R. S. LXXI. *La théorie des équations aux dérivées partielles*, Nancy, 9—15 Avril 1956, pp. 29-45 C. N. R. S., Paris, 1956.
4. * * * Second Colloque sur les Équations aux dérivées partielles, Bruxelles, 24—26 Mai 1954, pp. 13—24, G. Thône, Liège, 1955.

О ЗАВИСИМОСТЯХ МЕЖДУ РЕШЕНИЯМИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

(Резюме)

Доказывается, пользуясь некоторыми интегральными преобразованиями сходными с обобщенными композициями второго рода В. Волтерра [1], что из решений $W_k(z_k, t)$ системы уравнений в частных производных

(а) $$\frac{\partial^m W_k(x_k, t)}{\partial x_k^m} = \frac{\partial W_k(x_k, t)}{\partial t} \quad \text{или же (а')} \quad \frac{\partial^m W_k}{\partial x_k^m} = \varepsilon_k \frac{\partial W_k(x_k, t)}{\partial t}$$

$$(k = 1,2,\ldots,n), \quad \varepsilon_k = \pm 1,$$

удовлетворяющих некоторым граничным условиям связанным с областями определения функций

(б) $$a_k < x_k < b_k \quad \text{и} \quad (б') \quad 0 < t,$$

получаются соответственно решения уравнений

(в) $$\sum_k^{1,n} \frac{\partial^m U(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_k^m} = 0 \quad \text{или же} \quad (в') \quad \sum_k^{1,n} \varepsilon_k \frac{\partial^m U(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_k^m} = 0,$$

где

(г) $$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \int_0^{\infty} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t)\, dt$$

при условии вида

(д) $$\lim_{t \to \infty} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t) - \lim_{t \to 0} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t) = 0.$$

Возможны и другие комбинации, приводящие к замечательным зависимостям между решениями обобщённых многомерных „температур" и обобщённых многомерных „потенциалов" и др.

Подчёркивается затем интерес этой вводной задачи к представленному на 4-том Конгрессе румынских математиков (Бухарест, 27 мая — 4 июня 1956 г.) докладу, представляющему вклад к фундаментальной задаче об об'единении методов изучения линейных дифференциальных уравнений в частных производных и обратившему на себя внимание руководителя советской делегации акад. И. Н Векуа [2]. Указывается затем на ряд возможных о общений в смысле, напр., [3], [4].

CONNECTIONS BETWEEN SOLUTIONS OF DIFFERENT BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF HIGHER ORDER

(Summary)

The author considers in view of generalisations of his and that established by G. Doetsch and L. Koschmieder previous results (S. respectively Math. Rev., **10**, p. 466; **1**, p. 314; **3**, p. 247), some of the connections between solutions of generalized elliptic, hyperbolic and parabolic differential equations (1), (6), (8).

An example of the connections established here, if $W_k(x_k, t)$ satisfy the generalized parabolic equations

(a) $$\frac{\partial^m W_k(x_k,t)}{\partial x_k^m} = \frac{\partial W_k(x_k,t)}{\partial t}, (k = 1,2,\ldots, n)$$

and certain conditions on the boundary (a) $a_k < x_k < b_k, 0 < t$ then the composition

(b) $$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \int_0^\infty \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t)\, dt$$

satisfies the generalized elliptic equation

(c) $$\sum_k^{1,n} \frac{\partial^m U(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_k^m} = 0,$$

when

(d) $$\lim_{t \to \infty} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t) - \lim_{t \to 0} \prod_k^{1,n} W_k(x_k, t) = 0.$$

Different other cases are exposed and tables are presented to show which type of differential systems is satisfied by each of the various compositions that can be formed in his paper prepared to the Fourth Congress of Roumanian Mathematicians (27 May—4 June 1956).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

531.113.1

ASUPRA UNOR PROPRIETĂŢI ALE ACCELERAŢIILOR REDUSE DE ORDIN OARECARE

DE

D. MANGERON

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Interesul acordat de diferiţi cercetători romîni [1]) şi străini [2]) problemelor legate de acceleraţiile reduse de ordin oarecare, introduse şi studiate din diferite puncte de vedere de către colectivele catedrei de Mecanică a I. P. I., [1]—[5], s-a cristalizat într-un şir de lucrări de recentă elaborare, bazate exclusiv pe rezultatele noii noastre *metode a acceleraţiilor reduse* [3]).

2. În cadrul problemelor legate de acceleraţiile reduse de ordin oarecare se stabilesc în cele ce urmează următoare e teoreme:

I. Teorema izoclinelor. *Locul geometric al punctului M^* definit prin ecuaţia vectorială*

$$\bar{r}_{M^*} = \bar{r}_M + \lambda_n \bar{a}_M^{(n)}, \tag{1}$$

în care M este un punct situat pe o dreaptă (D_M) în mişcare paralelă cu un plan fix, este o dreaptă (D_{M^*}) care formează cu dreapta (D_M) unghiul φ_n dat prin relaţia

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{\lambda_n B_n}{1 - \lambda_n A_n}, \tag{2}$$

$A_n = A_n(t)$ şi $B_n = B_n(t)$ fiind determinate prin formulele de recurenţă

1) A se vedea, de ex., articolul prof. V. Manafu, Bul. Inst. Polit. Iaşi, II (VI), 1—2, 1956, pp. 305—310 precum şi *Teoria Mecanismelor şi Maşinilor*, sub redacţia prof. D. Tutunaru, partea a doua, § 22 şi urm., *Metoda acceleraţiilor reduse*, Ed. Tehn. Buc., (sub tipar).

2) A se vedea, de ex., Г. Н. Свешников, Р. Ж. Мех. nr. 6, 1957, ref. nr. 6278. Ibidem И. Л. Геронимус, ref. nr. 6365.

3) A se vedea, de ex, în *acest* BULETIN, lucrarea savantului sovietic I. S. Zilberman, prof. la Inst. de Căi ferate din Rostov pe Don.

$$A_{n+1} = \dot{A}_n + \dot{\vartheta} B_n, B_{n+1} = \dot{B}_n - \dot{\vartheta} A_n, A_1 = \dot{\vartheta}^2, B_1 = \ddot{\vartheta},$$

$$\left(\cdot \equiv \frac{d}{dt}\right), \quad (n = 1,2,\ldots), \tag{3}$$

iar $\vartheta = \vartheta(t)$ — *unghiul de rotație al dreptei* (D_M) *față de planul fix.*

Este evident că unghiul φ_n depinde exclusiv de starea de mișcare la un moment dat a organului considerat și de valoarea aleasă a parametrului λ_n.

II. Teorema de extremum relativă la accelerațiile reduse. *Accelerațiile reduse de ordin n, definite prin relațiile*

$$\bar{a}_r^{(n)} = \frac{\bar{a}^{(n)}}{A_n}, \quad \bar{a}_r^{(1)} = \frac{\bar{a}^{(1)}}{A_1} \equiv \frac{\bar{a}}{A_1}, \quad (n = 1,2,\ldots), \tag{4}$$

în care A_n *(și* B_n*) se exprimă prin formulele de recurență* (3), *se caracterizează prin proprietatea extremală a funcției* (2) *ce definește unghiul* φ_n.

III. *Locul punctelor unui rigid în mișcare paralelă cu un plan fix pentru care vectorii accelerațiilor reduse de ordin* $m-1$ *și* $n-1$ *formează un unghi constant* φ, *este un cerc ce trece prin centrele* P_m *și* P_n *ale acestor accelerații.*

IV. *Locul punctelor unui rigid în mișcare paralelă cu un plan fix pentru care raportul valorilor absolute ale accelerațiilor reduse de ordin* $m-1$ *și* $n-1$ *conservă o valoare constantă* λ *este un cerc ortogonal la cercurile obținute în teorema* III [4]).

3. Teoremele stabilite aici precum și șirul de teoreme găsite anterior, [2], [3], conducînd la *noua metodă a accelerațiilor reduse de ordin oarecare*, permite, pornind de la cunoscutele clasificări ale acad. I. I. Artobolevski, G. G. Baranov ș. a. și ca urmare a studiului celor mai caracteristice grupe ale lui Assur, elaborarea grafo-analitică simplă și sistematică a problemei clasice de distribuție a accelerațiilor de primul ordin pentru toate grupele lui Assur referitoare la rezolvarea sau calculul mecanismelor plane. Aceeași metodă conduce la soluționarea problemei de distribuție a accelerațiilor de ordin superior care reclamă din ce în ce mai mult atenția specialiștilor în domeniul fizicii atomice [6] precum și în acel al tehnicii moderne legată de fundamentala problemă a automatizării [7].

Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Манджерон Д., ДАН СССР, **102**, 1955, стр. 897—898.
2. — ДАН СССР, **112**, 1957, стр. 27—28.
3. Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A., Bul. Inst. Polit. Iași, II (VI), 1—2, 1956, pp. 29—37.

4) *Notă la corectură.* După cum rezultă din Р.Ж. Мех., nr. 6, 1957, ref. nr. 6279, H. R. Müller a stabilit în Arch. Math., **4**, 1953, pp. 337—342, două teoreme care generalizează cercurile lui Bresse și sînt relative la accelerații ordinare de ordin superior. Ele sînt analoage cu teoremele III și IV relative la accelerații reduse de ordin oarecare.

4. Mangeron D., Drăgan C., Svijevschi V., St. şi Cerc. Mec. apl., Acad. R.P.R. VIII, 1957, pp. 51–62.
5. Mangeron D., Drăgan C., Munteanu O., Bul. Inst. Polit. Iaşi, II (VI), 3–4, 1956, pp. 263–281.
6. E. V. Spolski, *Fizica atomică*, Edit. Tehnică, Buc., I, Ed. 2-a, 1956, p. 221.
7. Артоболевский И. И. (ред.), Основные проблемы Теории Машин и Механизмов, Изд. АН СССР, М., 1956, 156 стр.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА

(Резюме)

Пусть $\bar{a}_M^{(n)}$ ускорение n-го порядка точки M расположенной на жестском звене какого либо плоского механизма находящагося в плоско-параллельном движении, выраженное обобщёнными формулами Сомова[5]), выписанными в матричных обозначениях

$$(a) \qquad \begin{Bmatrix} x_1^{(n+1)} \\ x_2^{(n+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{10}^{(n+1)} \\ x_{20}^{(n+1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -A_n - B_n \\ B_n - A_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \end{Bmatrix},$$

где $A_n = A_n(t)$ и $B_n = B_n(t)$ определяются рекуррентными формулами (3) и $\vartheta = \vartheta(t)$ — угол вращения звена.

Имеют место следующие теоремы.

I. Теорема изоклин. **Геометрическое место точек M' определяемых векторным уравнением (1) где M — точка находящаяся на некоторой прямой какого либо звена плоского механизма в плоско-параллельном движении — прямая $(D_{M'})$, образующая с прямой описанной точкой M угол φ_n, выраженный соотношением (2).**

Очевидно, что угол φ_n зависит лишь от состояния движения рассматриваемого звена в данный момент времени и от выбранного значения параметра λ_n.

II. Теорема экстремума относящаяся к приведенным ускорениям. **Приведенные ускорения n-го порядка, введенные в [1] и определяемые отношением (4) где A_n и B_n выражаются рекуррентными формулами (3), характеризуются экстремальным свойством функции угла φ_n.**

Теоремы III и IV. Обобщения окружностей Бресса соответствующих приведенным ускорениям любого порядка[6]).

Пользуясь нововведенным понятием приведенных ускорений любого порядка, был выработан, на основании ряда вышеприведенных теорем, а также и теорем [1] — [3], общий метод, названный **методом приведенных ускорений любого порядка**, ведущий к решению задачи о распределении ускорений какого угодно порядка для плоских механизмов [4], [5][7]), так живо интересующих современную задачу автоматизации, новые глубоко продуманные решения которой подготовляются к Всесоюзному С'езду по Теории Машин и Механизмов, программированного в Москве, под руководством акад. И. И. Артоболевского, в первую треть 1958 г. (24–28 III.)

---

5) Манджерон Д., ДАН СССР, **102**, 1955, стр. 705–706.

6) **Заметка при корректуре.** Соответствующие теоремы для обыкновенных ускорений высших порядков были выведены, судя по реферату И. Я. Бакельмана (Р. Ж. Мех., № 6, 1957, стр. 4), Г. Р. Мюллером (Arch. Math., 1953, **4**, стр. 337–342).

7) См. также работу проф. В. Манафу (Изв ЯПИ, т. II (VI), 1–2, 1956, стр. 305–310) и Я. С. Зильберманa, доц. Ростовского на Дону Инст Железн. Трансп. (Эти же Изв. ЯПИ), основанные на работах автора и коллективов кафедры Механики ЯПИ, работающих под его руководством.

ÜBER EINIGE EIGENSCHAFTEN DER REDUZIERTEN BESCHLEUNIGUNGEN BELIEBIGER ORDNUNG

(Zusammenfassung)

In [1]—[3] wurde eine Reihe von Formeln festgesetzt, durch welche die Reihe der bekannten Resultate ergänzt und die Gruppe eleganter Formeln gebildet wird, die die Formeln von S o m o w verallgemeinern, mit Bezug auf Beschleunigungen verschiedener Ordnung in mehrdimensionalen Räumen, in verschiedenen nichteuklidischen Räumen, welche von Interesse für die Einstein'sche Relativitätstheorie sind (zum Beispiel, Räume von C a y l e y) oder auf Beschleunigungen verschiedener Ordnung in relativer Bewegung.

Indem wir uns in dem, was folgt, auf Bewegungsprobleme in zwei Dimensionen begrenzen, sei $\overline{a}_M^{(n)}$ die Beschleunigung n-ter Ordnung eines Punktes M gelegen auf einem starren, festen Körper, der eine parallele Bewegung zu einer fixen Ebene macht, ausgedrückt durch die erweiterten Somow'schen Formeln, umgeschrieben in Matrizenbezeichnung

$$(a) \qquad \begin{Bmatrix} x_1^{(n+1)} \\ x_2^{(n+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{10}^{(n+1)} \\ x_{20}^{(n+1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -A_n & -B_n \\ B_n & -A_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \end{Bmatrix},$$

in welchem $A_n = A_n(t)$ und $B_n = B_n(t)$ durch Rekurrenzformeln (3) bestimmt werden und $\vartheta = \vartheta(t)$ der Drehungswinkel des betrachteten Organes ist.

Es gelten folgende Sätze:

I. S a t z d e r I s o k l i n e n. *Der geometrische Ort von Punkten M^*, die bestimmt werden durch die Vektorialgleichung* (1), *in welchem M ein Erzeugungspunkt ist, gelegen auf einer Gerade, in paralleler Bewegung mit einer festen Ebene, ist eine Gerade, welche mit der von dem Punkte M beschriebenen Geraden den Winkel φ_n bildet der durch die Beziehung* (2) *gegeben ist.*

Es ist evident, dass der Winkel φ_n nur von dem Bewegungszustande in einem gegebenen Momente der Geraden abhängt und von dem gewählten Werte für den Parameter λ_n.

II. S a t z d e s E x t r e m u m s b e z ü g l i c h d e r r e d u z i e r t e n B e s c h l e u n i g u n g e n. *Die reduzierten Beschleunigungen n-ter Ordnung eingesetzt in* [8] *und definiert durch das Verhältnis* (4), *in welchem A_n und B_n durch die Rekurrenzformeln* (3) *ausgedrückt werden, sind durch die Eigenschaft von einem Extremum der Winkelfunktion* (2) *charakterisiert.*

S ä t z e III und IV. V e r a l l g e m e i n e r u n g d e r B r e s s e s c h e n K r e i s e f ü r r e d u z i e r t e n B e s c h l e u n i g u n g e n b e l i e b i g e r O r d n u n g.

Auf Grund der Reihe von festgestellten Sätzen bezüglich auf solche Beschleunigungen wird eine allgemeine Methode, benannt *die Methode der reduzierten Beschleunigungen* ausgearbeitet, welche das Lösen des Problems der Verteilung von Beschleunigungen beliebiger Ordnung für ebene Mechanismen gestattet [9].

8) M a n g e r o n D., Doklady Akad. Nauk SSSR, **102**, 1955, S. 705.

9) Vgl. [4], [5], die Fussnoten 1), 2), 3), 4) sowie D. M a n g e r o n, C. D r ă g a n, W. S w i z e w s k i, *Eine neue Studienmethode zur Theorie der Mechanismen und Maschinen*, Revue de Mécanique appliquée, II, nr. 1, 1957, S. 145—156.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

РАДОНОВЫЕ НЕЙТРОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

М. А. БАК, Г. В. ГОРШКОВ, В. И. МАТВИЕНКО,
К. А. ПЕТРЖАК, Ю. Ф. РОМАНОВ

Облучение атомных ядер α-частицами естественных излучателей приводит к образованию нейтронов лишь на лёгких ядрах, так как проницаемость барьера у средних и тяжелых ядер незначительна при энергиях α-частиц порядка 5-8 мэв.

Представляет интерес определить вероятность образования нейтронов в реакции типа (α, n) на лёгких элементах и средние энергии соответствующих нейтронных спектров. Вероятность реакции определяет нейтронный выход источников, т. е. полное число испускаемых в секунду нейтронов приходящихся на одно милликюри активного вещества. Среднюю энергию нейтронного спектра можно найти по вероятности прохождения нейтронами того или иного источника различных слоёв водородосодержащего замедлителя.

Реакции типа (α, n) в настоящей работе осуществлялись бомбардировкой α-частицами радона и продуктов его распада RaA и RaC′ следующих лёгких элементов природного изотопного состава : бериллия, бора, углерода, фтора (соединение CaF_2), магния, алюминия и кремния.

Перечисленные лёгкие элементы были взяты в виде очень мелких порошков и помещены в стеклянные цилиндрические ампулы диаметром 20 мм и высотой 40 мм. После отпайки от эманационной установки, эти ампулы заключались в предохранительные стеклянные пробирки высотой 70 мм. В каждом источнике количество заложенного порошка составляло 10-15 г. Количество радона в источниках определялось по γ-излучению, с точностью до одного процента и составляло 40-200 милликюри к моменту измерений.

Число нейтронов, испускаемое источником, определялось методом сравнения интегральных распределений замедленных нейтронов в воде от исследуемого источника и эталонного радий-бериллиевого источника. Измерения производились в сосуде с водой объемом 300 литров. Детектирование нейтронов производилось малой борной камерой и камерой КН-14, эффективности которых отличались примерно в 10 раз. Методика измерений и детали опыта подробно описаны в работе [1], [2]. Источник и камера помещались на глубину 30 см и располагались так, что ближайшее расстояние до стенки сосуда составляло не менее 30 см. Регистрация нейтронов борной камерой производилась при разных расстояниях до источ-

ника. Длительность отдельного измерения выбиралась такой, чтобы статистическая точность составляла примерно один процент.

В таблице 1 представлены результаты измерений зависимости $N(r)$ — числа регистраций борной камеры в одну минуту — от расстояния r до источника, погруженного в воду. Все значения $N(r)$ при $r > 20$ см получены с помощью камеры КН—14 и пересчитаны согласно эффективностям на показания малой камеры. Эти данные приведены для различных источников, в которых нейтроны образуются в результате бомбардировки α-частицами радона и продуктов его распада соответствующих легких элементов: Be, B, C, F (в виде CaF_2), Mg, Al, Si.

В связи с тем, что измерения с каждым источником продолжались несколько часов, в значения $N(r)$ вводились поправки, учитывающие распад радона.

Таблица 1

r см	Be	B	C	F	Mg	Al	Si
3	25200	2070	160	2720	513	1530	117
4	22900	1970	152	2640	467	1460	116
5	20250	1830	142	2300	407	1390	113
6	17400	1660	119	2050	356	1230	95,0
7	14700	1470	110	1710	307	1030	88,2
8	12000	1220	93,0	1410	261	864	73,5
9	9550	1030	75,5	1150	214	713	62,2
10	7700	876	60,0	937	176	571	50,5
11	6270	720	47,1	757	140	448	39,2
12	5060	589	37,0	597	114	347	32,7
13	3980	485	29,2	475	93,0	270	24,3
14	3210	392	23,1	368	74,0	213	19,6
15	2560	312	18,5	279	59,0	170	15,0
16	2020	251	14,9	223	47,5	134	11,3
17	1690	200	11,6	174	39,0	105	9,10
18	1320	167	9,42	139	31,5	83,3	7,14
19	1090	138	7,55	110	26,2	65,0	5,65
20	863	110	5,87	85,3	20,6	48,9	2,43
22	588	73,0	3,70	51,1	13,8	29,5	2,58
24	407	47,0	2,40	31,3	9,05	16,4	1,52
26	275	31,5	1,48	19,1	6,05	10,7	1,05
28	196	20,8	0,94	11,9	4,27	6,40	0,68
30	136	14,1	0,60	7,37	2,73	4,01	0,43

Для сравнения чисел нейтронов, испускаемых различными источниками, необходимо построить распределение $N(r)r^2$ и вычислить площади под полученными кривыми $S = \int_0^\infty N(r)r^2dr$. Вычисление площадей обычно производится графическим интегрированием. Однако для точного определения их необходимо знать подраспределения при $r > 30$ см. Оказывается, что распределения при $r > 20$ см следуют экспоненциальному закону $e^{-r/L}$ подобно тому как это имеет место для ряда источников, описанных в работе [2].

На рис. 1 построены зависимости $\ln[N(r)r^2]$ для $r > 15$ см. После того как было выяснено, что при $r > 20$ см эти зависимости линейны с расстоянием, масштабы по ординате были подобраны так, чтобы эти прямые сходились в одной точке.

Из наклонов полученных прямых находятся значения длин релаксации L для каждого источника, которые приведены в таблице 2.

В таблице 2 указаны также значения площадей под кривыми пространственного распределения медленных нейтронов в воде для соответствующих источников, при этом учтен экспоненциальный характер спада распределений.

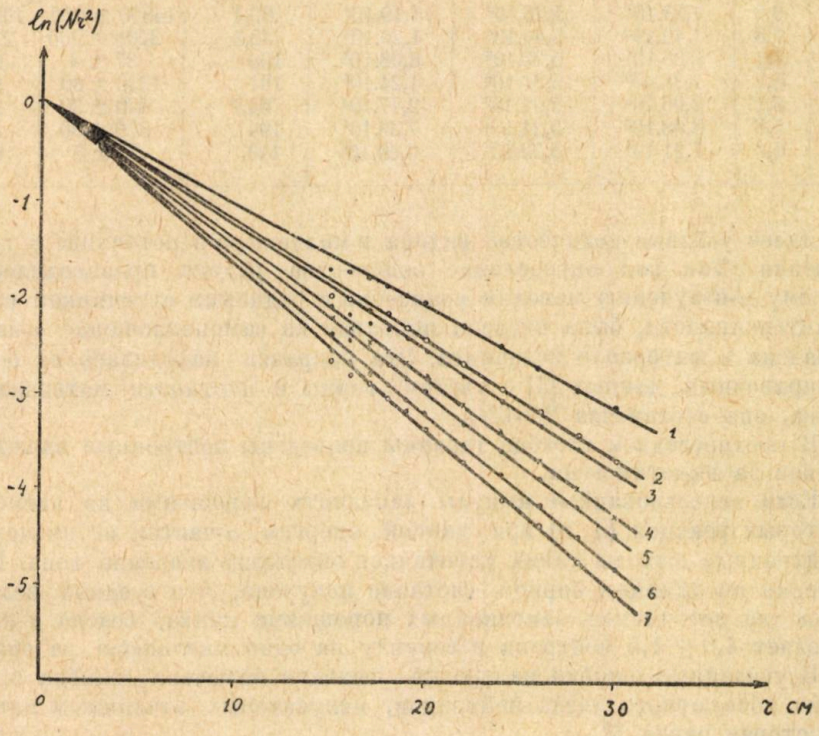


Рис. 1. Зависимость логарифмов распределений от расстояния при $r > 20$ см.
1. Rn+Be , 2. Rn+Mg , 3. Rn+B,
4. Rn+C , 5. Rn+Si , 6. Rn+F,
7. Rn+Al .

Для определения отношения интенсивностей измеряемого источника и эталона, всегда одновременно с измерением $N(r)$ находились значения $N_{эт}(r)$ для эталонного источника. Это позволяло определить $S_{эт}$ - площадь под кривой распределения для эталонного источника — при той же самой чувствительности радиотехнической установки. Значения $S_{эт}$ приведены в четвертом столбце таблицы 2.

В следующем столбце представлены числа нейтронов, испускаемые исследуемыми источниками, значения которых получены на основании того что эталон испускает $4{,}7.10^5$ нейтронов в секунду.

Таблица 2

Элемент	L см	S см²	$S_{эт}$ см²	Абсолютное число нейтронов в сек.	К-во радона с поправкой на поглощ. mC	Выход (без фона) число нейтр/1mC в 1 сек.	Выход относит. Rn+Be в %
Be	9,6	$1{,}33.10^7$	$5{,}26.10^6$	$1{,}19.10^6$	80,4	14800 ± 800	100
B	7,8	$1{,}49.10^5$	$5{,}44.10^6$	$1{,}29.10^5$	40,3	3200 ± 200	22
C	7,1	$9{,}06.10^4$	$5{,}26.10^6$	$8{,}08.10^3$	198	37 ± 4	0,25
F	6,2	$1{,}38.10^6$	$5{,}21.10^6$	$1{,}24.10^5$	101	1220 ± 80	8,3
Mg	8,1	$2{,}96.10^5$	$5{,}02.10^6$	$2{,}77.10^4$	64,7	420 ± 30	2,9
Al	5,8	$8{,}08.10^5$	$5{,}21.10^6$	$7{,}28.10^4$	194	370 ± 30	2,5
Si	6,7	$7{,}21.10^4$	$5{,}22.10^6$	$6{,}49.10^4$	110	55 ± 5	0,4

Далее указано количество радона в милликюри в источнике к началу измерения. Так как определение количества радона производилось по внешнему γ-излучению методом сравнения с радиевым источником известной интенсивности, была введена поправка на самопоглощение γ-излучения радона в материале источника. Эта поправка находилась на основании справочных данных [3] с учетом формы и плотности материала источника, она составляла 2,5-6%.

В предпоследнем столбце таблицы приведены нейтронные выходы источников за вычетом фона.

Если использованные ампулы заполнить порошками из элементов, на которых реакция (α, n) при данной энергии α-частиц не происходит, то нейтронные выходы таких источников определят значение фона. Путем измерения на длинном борном счетчике получено, что средняя величина выхода для источников, заполненных порошками цинка, селена и кадмия составляет $4{,}0 \pm 1{,}5$ нейтрона в секунду на одно милликюри радона.

В указанные ошибки измерений выходов включена ошибка в определении абсолютного числа нейтронов, испускаемых эталонным источником, которая равна 3%.

В конце таблицы даны выходы относительно источника (Rn + Be) в процентах.

Для сравнения кривых пространственного распределения медленных нейтронов в воде от различных источников необходимо произвести нормировку распределений, т. е площади распределений привести к единице. Для этого все значения $N(r)r^2$, полученные по данным таблицы 1, делят на значения соответствующих площадей S, указанных в таблице 2.

В таблице 3 приведены нормированные распределения $\varrho r^2 = \frac{N(r)}{S}$ для исследуемых источников, причём все значения ϱr^2 увеличены в 100

раз. На рис. 2, во избежание загромождения, указаны лишь два предельных распределения ϱr^2 для источников Rn + Be и Rn + Al.

Наряду с длиной релаксации L, одним из важнейших параметров, характеризующих распределение, является среднее значение квардата расстояния, на которое удаляется нейтрон от источника в толщу воды, т. е.

$$\bar{r}^2 = \frac{\int_0^\infty N(r)\, r^4\, dr}{\int_0^\infty N(r)\, r^2\, dr}.$$

В таблице 4 приведены соответствующие значения $\bar{r}^2$, полученные графическим интегрированием.

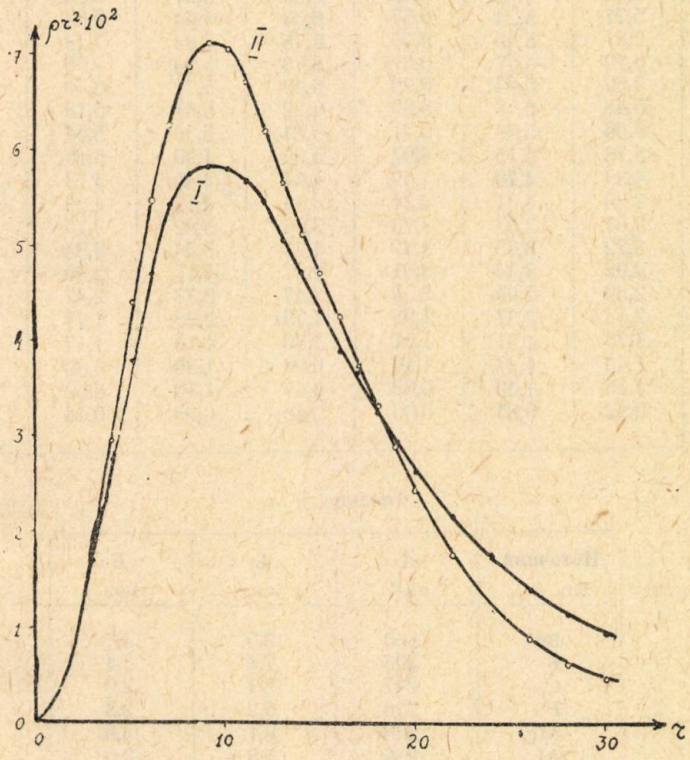


Рис. 2. Нормированные распределения нейтронов:
кривая I — Rn + Be
кривая II — Rn + Al

Значение L определяет среднюю энергию нейтронного спектра источника $\bar{E}$, которую можно найти, воспользовавшись формулой (12а) работы [2].

$$\overline{E} = \left(\frac{L}{1{,}38} - 2{,}22 \right) \text{ мэв.}$$

Вычисленные по этой формуле средние энергии приведены в таблице 4.

Таблица 3

r см	Be	B	C	F	Mg	Al	Si
3	1,70	1,25	1,51	1,77	1,56	1,70	1,46
4	2,75	2,34	2,83	3,05	2,52	2,96	2,58
5	3,80	3,06	3,91	4,16	3,44	4,40	4,60
6	4,71	4,00	4,75	5,33	4,32	5,49	4,74
7	5,44	4,82	5,95	6,06	5,07	6,24	5,99
8	5,77	5,24	6,57	6,53	5,64	6,84	6,52
9	5,81	5,59	6,70	6,75	5,84	7,14	6,99
10	5,79	5,87	6,57	6,78	5,94	7,06	7,00
11	5,69	5,84	6,29	6,63	5,71	6,70	6,57
12	5,48	5,68	5,89	6,22	5,54	6,18	6,53
13	5,06	5,49	5,41	5,81	5,30	5,64	5,70
14	4,73	5,15	4,97	5,22	4,90	5,16	5,32
15	4,33	4,70	4,59	4,54	4,49	4,73	4,69
16	3,89	4,31	4,21	4,14	4,12	4,24	4,16
17	3,67	3,87	3,70	3,64	3,82	3,75	3,65
18	3,22	3,63	3,37	3,26	3,44	3,34	3,20
19	2,92	3,34	3,01	2,87	3,17	2,90	2,83
20	2,59	2,95	2,59	2,47	2,77	2,42	2,45
22	2,14	2,37	1,98	1,79	2,26	1,77	1,73
24	1,76	1,81	1,51	1,30	1,76	1,17	1,29
26	1,40	1,43	1,10	0,93	1,38	0,89	0,98
28	1,16	1,09	0,82	0,67	1,10	0,62	0,73
30	0,92	0,85	0,60	0,48	0,83	0,44	0,54

Таблица 4

Источник Rn + ...	$\overline{r^2}$ см^2	L см	$\overline{E}$ мэв
Be	350	9,6	4,7
B	296	7,8	3,4
C	247	7,1	2,9
F	226	6,2	2,3
Mg	288	8,1	3,6
Al	216	5,8	2,0
Si	239	6,7	2,6

Представляет интерес установить связь между длиной релаксации L и значением максимальной энергии нейтронов E_m соответствующего источника. Повидимому, экспоненциальный характер распределения определяется наиболее жесткой частью нейтронного спектра. Из трех α-излуча-

телей (радона и продуктов его распада) RaC′ дает α-частицы, обладающие максимальной энергией 7,68 мэв и создающие нейтроны наибольшей энергии.

Нейтрон будет обладать максимальной энергией в том случае, когда ему будет сообщена вся энергия реакции и энергия α-частицы, а дочернее ядро останется в основном состоянии.

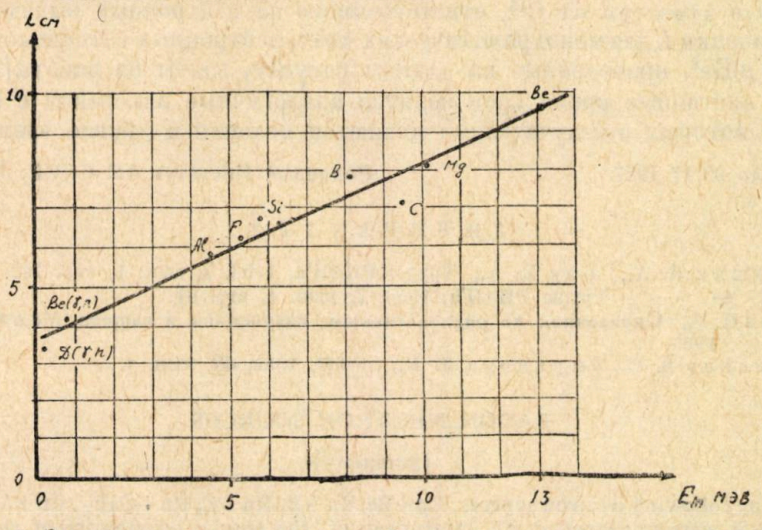


Рис. 3. Зависимость длины релаксации L от максимальной энергии нейтронов E_m.

Таблица 5

Изотоп	Распростр. в %	Энергия реакции в мэв	E_m мэв	L см
Be^9	100	5,69	13,08	9,6 ± 0,1
B^{10}	18,8	1,05	8,15	7,8 ± 0,3
B^{11}	81,2	0,146	7,29	
C^{12}	98,9	− 8,50	—	—
C^{13}	1,1	2,22	9,53	7,1 ± 0,5
F^{19}	100	− 1,93	5,28	6,2 ± 0,2
Mg^{24}	78,6	− 6,98	—	—
Mg^{25}	10,1	2,66	10,15	8,1 ± 0,2
Mg^{26}	11,3	0,019	7,43	
Al^{27}	100	− 2,75	4,54	5,8 ± 0,2
Si^{28}	92,2	− 7,72	—	—
Si^{29}	4,7	− 1,54	5,81	6,7 ± 0,3
Si^{30}	3,1	− 3,49	3,81	

В таблице 5 приводятся энергии реакций (α, n) для указанных изотопов и значения E_m полученные сложением значений энергии реакции и энергии α-частицы RaC′, причем учтена энергия ядра отдачи. Энергии реакции вычислены по дефектам масс на основании значений масс, приведенных в работе [4].

На рис. 3 приведена зависимость длины релаксации L от максимальной энергии нейтронов исследуемых источников. Эта зависимость хорошо описывается линейной функцией. Значение L, соответствующее источнику (Rn+C), значительно отклоняется от общей закономерности, что объясняется возможными примесями в углероде, эффект от которых может быть сравним с эффектом от C^{13}, ответственного за нейтронный выход.

Значения L для монохроматических фото-нейтронных источников $D(\gamma,n)p$ и $Be^9(\gamma,n)Be^8$, приведенные на данном рисунке, взяты из работы[2].

В настоящее время производятся аналогичные измерения с источниками, в которых α-излучателями являются полоний и другие элементы.

Поступило 25 II 1957

Радиевый Институт АН СССР, Ленинград

ЛИТЕРАТУРА

1. Петржак К. А., Бак М. А., Труды РИАН'а, 1956, **7**, вып. 1, стр. 252.
2. — Труды РИАН'а, 1956, **7**, вып. 1, стр. 61.
3. Гусев Н. Г., Справочник по радиоактивным излучениям и защите, Медгиз, Москва 1956.
4. Джелепов Б. С., Зырянова Л. Н., УФН, 1952, **48**, вып. 4.

RADON NEUTRON SOURCES

(Summary)

The following neutron sources: Rn+Be, Rn+B, Rn+C, Rn+CaF_2, Rn+Mg, Rn+A and Rn+Si were investigated by measuring of the spacial distribution of the thermal neutron density in the hydrogenious medium (water). The neutron yields, the relaxation lengths-L, the mean energies of the neutron spectra-$\overline{E}$ and the mean squares of the distance-r^2 have been measured.

The experimental results have been discussed.

Legend of the figures

Fig. 1. Dependence between distribution's logarithms and distance where $r < 20$ cm.
1. Rn+Be, 2. Rn+Mg, 3. Rn+B, 4. Rn+C, 5. Rn+Si, 6. Rn+F, 7. Rn+Al.
Fig. 2. Normed neutrons distributions.
Curve I—Rn+Be, Curve II — Rn+Al.
Fig. 3. Dependence between the relaxation's lenghth and neutron's maximal energy E_m

SURSE DE NEUTRONI DE RADON

(Rezumat)

Următoarele surse de neutroni Rn+Be, Rn+B, Rn+C, Rn+CaF_2, Rn+Mg, Rn+Al şi Rn+Si au fost studiate, efectuînd măsurători referitoare la distribuţia spaţială a densităţii neutronilor termici într-un mediu conţinînd hidrogen (apă). Au fost măsurate numărul de ieşiri ale neutronilor, lungimile de relaxare-L, energiile medii ale spectrului de neutroni-E şi valorile medii pătratice ale distanţelor—r^2. Se discută rezultatele experimentale obţinute.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. Graficul logaritmilor de distribuţie în funcţie de distanţă pentru $r < 20$ cm.
1. Rn+Be, 2. Rn+Mg, 3. Rn+B; 4. Rn+C, 5. Rn+Si, 6. Rn+F; 7. Rn+Al
Fig. 2. Graficul de distribuţii normate ale neutronilor
curba I — Rn+Be, curba II — Rn+Al.
Fig. 3. Graficul dependenţei lungimii de relaxaţie L, în funcţie de energia maximă a neutronilor E_m.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

STUDIUL ELECTROEROZIUNII LA UNELE METALE

DE

N. CALINICENCO, C. RUSCIOR şi CORNELIA CIOBANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Într-o lucrare anterioară [1] am arătat că la unele forme de descărcări electrice se produce o distrugere puternică a celor doi electrozi, sau numai a unuia din ei.

Această electroeroziune se manifestă în descărcările prin scîntei în cazul cînd şuntăm electrozii printr-o capacitate, obţinînd arcul în regim de scîntei.

La aceşti electrozi se provoacă impulsuri electrice de curent continuu, de o putere şi durată determinată. Practica ne arată că la o alegere convenabilă a metalelor, anodul-piesa este mult mai erodat decît catodul-instrumentul.

2. S-a cercetat în ceea ce priveşte fenomenul de electroeroziune, un şir de metale şi anume: Fe, Ni, Cu, Al şi Mg. Eroziunea a fost studiată în aer şi în ulei. Metoda de lucru a fost asemănătoare cu cea folosită în lucrarea noastră [1], cu următoarele completări: pentru măsurarea energiei debitate pe circuit, s-a utilizat un contor electric (W_n). De asemenea s-a ţinut seama şi de numărul de scîntei obţinute între electrozi, în care scop s-a construit un dispozitiv de înregistrare a numărului de scîntei (fig. 1).

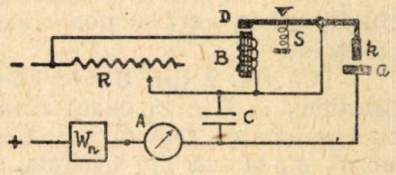


Fig. 1. — Schema montajului

Întrerupătorul automat al descărcărilor, era format dintr-un electromagnet *B*, alimentat la capetele unei rezistenţe *R*, limitatoare a curentului de scurtcircuitare. Armătura *D* era legată printr-o pîrghie de catodul *k* şi în acelaşi timp acţiona, prin intermediul unei tije metalice, asupra unei roţi dinţate, legată solidar cu un numărător mecanic (nefigurat în desen). În momentul cînd distanţa între catodul *k* şi anodul *a* era suficientă ca să se producă descărcarea condensatorului *C*, la bornele rezistenţei *R* se aplica aproape toată căderea de potenţial, ceea

ce avea ca efect atragerea armăturii D şi prin urmare, întreruperea circuitului între a şi k. În acest caz armătura revenea în poziţia sa iniţială sub acţiunea unui resort S, restabilind descărcarea.

Condensatorii întrebuinţaţi au fost condensatori bloc, în ulei, de capacitate cuprinsă între 30 şi 180 μF.

Am făcut două serii de măsurători. În prima parte am menţinut capacitatea constantă, determinînd eroziunea anodică şi catodică în funcţie de intensitatea curentului, iar a doua serie de determinări priveau variaţia eroziunii în funcţie de capacitate, la intensitate de curent constantă.

În ceea ce priveşte variaţia eroziunii în funcţie de intensitatea curentului, dăm rezultatele obţinute pentru capacitatea de 60 μF, (v. tab. 1–5, pl. I).

Din aceste tabele se observă identitatea de comportare la metalele Fe şi Ni.

Într-adevăr, la descărcarea în aer la ambele metale anodul este erodat mai mult decît catodul. Electroeroziunea, dată în g/kWh, descreşte cu intensitatea curentului.

Fenomenul de electroeroziune se petrece tocmai invers, atunci cînd arcul de scîntei e obţinut în ulei. Atît la Fe cît şi la Ni, eroziunea la anod e mai mică decît la catod,

Dacă trecem la alte două metale, la Cu şi Mg, observăm aici o comportare total diferită. Putem considera Cu ca avînd, atît în aer cît şi în ulei, o electroeroziune anodică superioară celei catodice, pe cînd la Mg se prezintă, atît în aer cît şi în ulei, o electroeroziune catodică superioară faţă de cea anodică.

Din aceste tabele remarcăm că Cu se comportă la fel cu Fe şi Ni, numai în aer, diferenţa de electroeroziune apărînd la descărcarea în ulei. În schimb Mg se comportă la fel ca şi Fe şi Ni în ulei, dar diferit în aer.

La aluminiu, procesul de electroeroziune prezintă o inversiune în ulei, faţă de cea în aer, cum se poate constata din tabelul 5. Această inversiune însă e opusă celei observate la Fe, Ni şi Mg în ulei. În aer comportarea aluminiului prezintă analogie numai cu a magneziului.

Slaba eroziune a Al, faţă de celelalte metale studiate, în aceleaşi condiţiuni în aer, se poate explica prin prezenţa păturilor superficiale de oxid.

Din fig. 2 (pl. I) se vede clar variaţia eroziunii, atît anodice cît şi catodice, la Cu, în cazul cînd intensitatea variază de la 1 pînă la 7 A, cu capacitatea C = 60 μF. Curbele a, k se referă la scara din stînga, iar a', k', la cea din dreapta.

3. Am studiat apoi comportarea metalelor la electroeroziune în funcţie de capacitate, menţinînd intensitatatea curentului constantă şi egală, în cazul nostru, cu 1 A. Am ales această intensitate, întrucît din rezultatele obţinute se constată că eroziunea este cea mai mare la acest curent. În tabelele 6 şi 7 (pl. II) sînt date eroziunile anodice şi catodice, în aer şi ulei, la fier şi la nichel.

Tabelul 1

Fier

I amp	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
1	0,57	0,39	21,06	36,00
2	0,48	0,23	10,58	22,32
3	0,32	0,16	8,71	16,68
4	0,25	0,12	6,58	10,83
5	0,20	0,07	5,49	9,40
6	0,18	0,06	5,47	8,11
7	0,16	0,05	4,57	7,81

Tabelul 2

Nichel

I amp	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
1	0,86	0,40	18,54	33,85
2	0,75	0,36	11,01	19,33
3	0,57	0,23	9,22	15,55
4	0,42	0,21	7,61	12,24
5	0,27	0,16	6,15	11,52
6	0,16	0,13	5,56	6,39
7	0,13	0,10	2,08	3,38

Tabelul 3

Cupru

I amp	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
1	2,20	0,48	39,42	32,24
2	1,25	0,50	19,24	15,66
3	0,85	0,25	15,66	11,70
4	0,63	0,23	14,52	10,65
5	0,50	0,23	10,24	8,11
6	0,28	0,16	9,90	6,57
7	0,32	0,16	8,64	5,53

Tabelul 4

Magneziu

I amp	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
1	1,79	8,56	17,70	19,40
2	1,11	4,91	13,60	14,76
3	1,09	3,98	9,59	9,72
4	0,97	3,02	8,64	9,72
5	0,32	2,34	6,76	6,91

Tabelul 5

Aluminiu

I amp	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
1	0,36	0,72	16,50	10,44
2	0,19	0,41	11,25	8,78
3	0,16	0,27	9,72	7,74
4	0,14	0,27	8,38	6,48
5	0,11	0,16	7,34	5,40
6			6,18	5,16
7			5,87	3,98

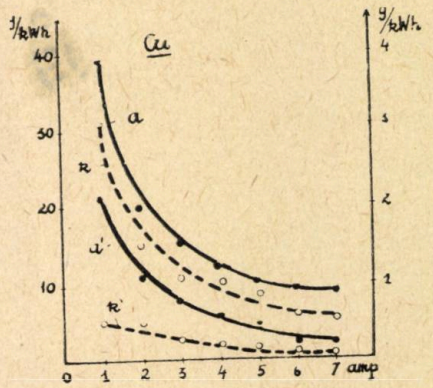


Fig. 2. — Eroziunea anodică şi catodică, în ulei (a, k) şi aer (a', k') la cupru, în funcţie de intensitatea curentului (C=60μF).

PLANŞA I

Tabelul 6

Fier

C µF	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
30	0,42	0,25	8,69	16,41
60	0,57	0,39	21,06	25,92
90	0,65	0,63	22,17	38,30
120	0,72	0,64	24,57	39,22
150	0,88	0,64	26,30	40,89
180	1,02	0,73	29,58	41,82

Tabelul 7

Nichel

C µF	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
30	0,40	0,20	10,44	20,44
60	0,86	0,36	14,54	25,85
90	1,20	1,00	19,72	29,52
120	1,62	1,40	20,76	31,62
150	2,01	1,87	22,50	30,40
180	2,44	2,04	25,30	31,68

Tabelul 8

Cupru

C µF	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
30	1,90	0,39	17,49	10,58
60	2,20	0,48	32,42	22,24
90	2,46	1,08	36,46	29,23
120	4,75	1,52	38,44	32,40
150	5,00	1,72	40,75	30,65
180	6,73	2,29	38,86	34,45

Tabelul 9

Magneziu

C µF	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh	
	anod	catod	anod	catod
30	0,86	1,16	10,00	10,08
60	1,79	8,56	17,75	19,44
90	2,28	8,70	25,80	26,66
120	3,15	14,22	26,00	28,44
150	6,53	32,88	28,63	29,66
180	7,72	38,30	30,52	34,70

Tabelul 10

Aluminiu

C µF	Eroziunea în aer(g/kWh)		Eroziunea în ulei (g/kWh)	
	anod	catod	anod	catod
30	0,39	0,63	10,51	7,06
60	0,46	0,72	16,50	10,44
90	0,54	0,78	17,10	11,66
120	0,57	1,15	21,00	15,12
150	0,66	1,33	32,25	23,32
180	0,95	1,53	35,42	27,36

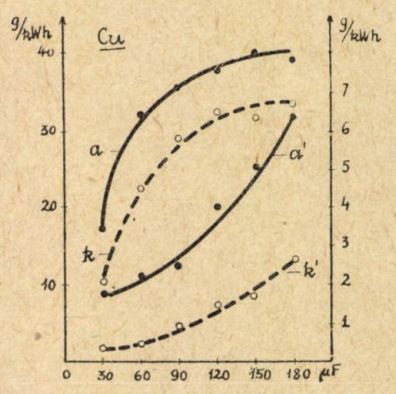


Fig. 3. — Eroziunea anodică şi catodică în ulei (a, k) şi aer (a', k'), la cupru în funcţie de capacitate (I=1A).

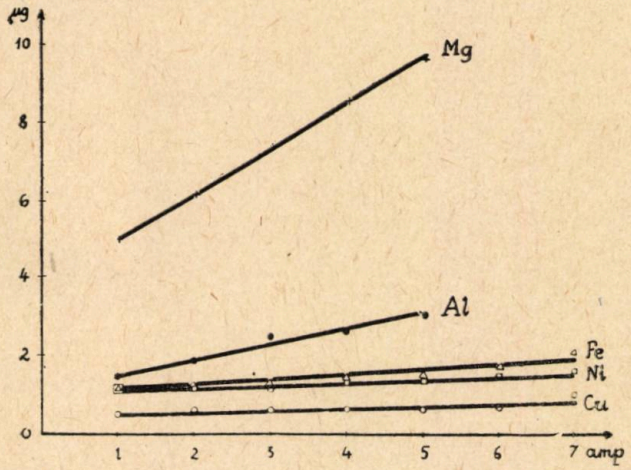


Fig. 4: — Eroziunea totală pe scînteie în aer în funcţie de intensitatea curentului (C=60μF).

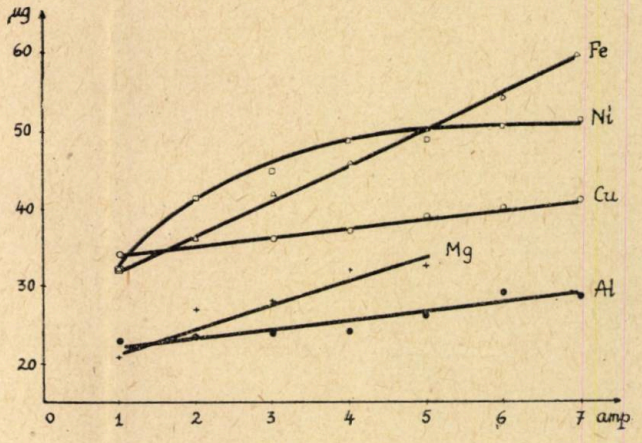


Fig. 5. — Eroziunea totală pe scînteie, în ulei, în funcţie de intensitatea curentului (C=60μF).

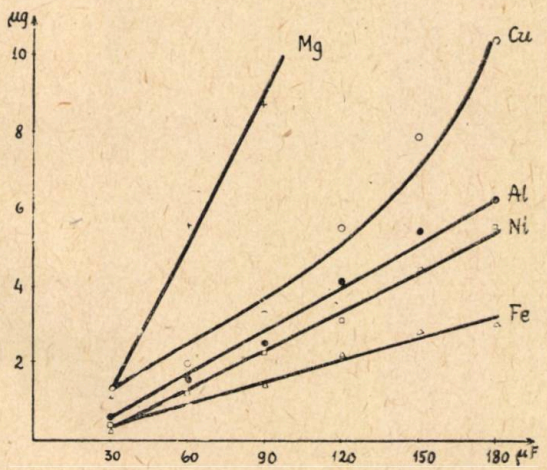


Fig. 6. — Eroziunea totală pe scînteie în funcţie de capacitate, în aer (I=1A).

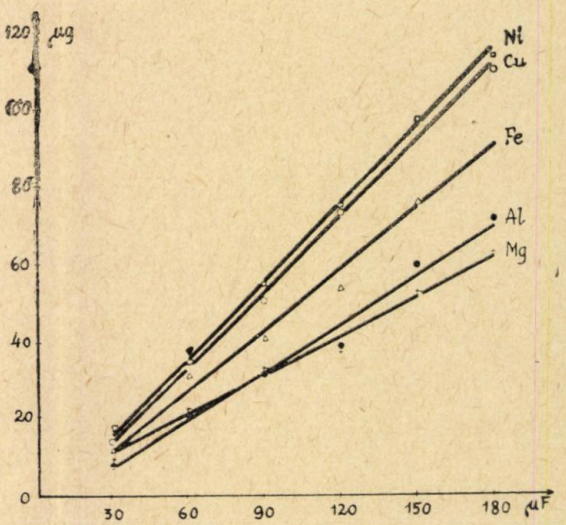


Fig. 7. — Eroziunea totală pe scînteie în ulei, în funcţie de capacitate (I=1A).

PLANŞA III

Se constată că paralelismul între aceste două metale se păstrează ca şi mai înainte, eroziunile în aer fiind mai mari la anod, iar în ulei fiind mai mari la catod. Cu creşterea capacităţii creşte şi eroziunea, însă nu avem o creştere proporţională.

În tabelele 8 şi 9 (pl. II) sînt date eroziunile pe kWh, corespunzătoare pentru Cu şi Mg.

Se constată şi aici că la Cu, odată cu creşterea capacităţii creşte şi eroziunea anodică, mai mult decît cea catodică, atît în aer cît şi în ulei. În schimb la magneziu lucrurile se petrec invers, adică eroziunea catodică depăşeşte pe cea anodică.

În tabelul 10 (pl. II) sînt trecute datele obţinute la aluminiu. Remarcăm că Al prezintă cea mai slabă eroziune în aer, dintre metalele studiate de noi. Creşterea eroziunii cu capacitatea are loc şi în acest caz.

În fig. 3 (pl. II) am reprezentat variaţia eroziunilor anodică şi catodică la cupru, în funcţie de capacitate, în cazul cînd intensitatea era menţinută constantă şi egală cu 1 A. Curbele *a*, *k* se referă la eroziunea în ulei de parafină şi lor le corespunde scara din stînga, iar curbele *a'*, *k'* se referă la eroziunea în aer şi lor le corespunde scara din dreapta. Din aspectul curbelor se vede că eroziunea în ulei creşte puternic la început, dar apoi creşterea se face lent.

4. Rezultatele prezentate pînă acum se raportau la eroziunea dată pe kWh. Interesant este de cercetat cum se prezintă fenomenul de eroziune raportat la o singură scînteie, întrucît numărul scînteilor, pentru aceeaşi energie electrică debitată, variază atît în funcţie de intensitatea curentului, cît şi în funcţie de capacitate.

În acest scop a fost înregistrat numărul scînteilor, pe contorul mecanic, numărîndu-se de la 1.000—15.000 scîntei la un singur proces de eroziune, după caz.

În curbele din fig. 4 este reprezentată eroziunea totală, pe scînteie, în aer, la cele cinci metale studiate, în funcţie de intensitatea curentului, capacitatea fiind de 60 μF. Prin eroziune totală înţelegem suma eroziunilor catodice şi anodice într-un proces de descărcare; ea este dată în micrograme pe scînteie. Cum se vede din graficul de pe fig. 4 (pl. III), eroziunea totală pe scînteie creşte liniar cu intensitatea curentului, dar această creştere este puţin însemnată la Cu, Fe şi Ni, ceva mai pronunţată la Al şi foarte mare la Mg.

În fig. 5 (pl. III) s-a reprezentat variaţia eroziunii totale pe scînteie în ulei de parafină, la aceeaşi capacitate de 60 μF, în funcţie de intensitatea curentului. Se constată aici o eroziune liniară numai la Fe, Cu, Mg şi Al, pe cînd Ni prezintă de la o intensitate de 4 A o tendinţă de a-şi menţine eroziunea constantă.

În fig. 6 (pl. III) s-a reprezentat grafic variaţia eroziunii totale în aer, în funcţie de capacitate, intensitatea curentului, menţinîndu-se constantă şi egală cu 1 A.

În fig. 7 (pl. III), este reprezentată eroziunea totală în ulei, în funcţie de capacitate, la intensisatea curentului constantă şi egală cu 1 A. Se observă din figură că cea mai slabă eroziune totală o prezintă me-

talele mai puternic oxidabile şi anume Al şi Mg, pe cînd Ni, care este cel mai greu oxidabil dintre metalele studiate, prezintă cea mai mare eroziune totală.

5. Din datele experimentale obţinute nu putem stabili o interpretare concludentă a fenomenelor de eroziune, numai după o anume teorie. Desigur că la baza eroziunii sau distrugerii metalelor prin scîntei stau în primul rînd procese termice. Aceste procese sînt în funcţie de însuşirile termice ale metalului considerat. Descărcarea prin scîntei se deosebeşte de cea prin arc datorită timpului scurt al impulsurilor curentului, timp în care canalul descărcării nu poate să se lărgească. În felul acesta densitatea curentului pe canal atinge valori mari; acest fapt produce la suprafaţa electrozilor o temperatură foarte ridicată, ce poate fi de ordinul lui 10.000 – 15.000° C. Energia mare, ce se dezvoltă pe suprafaţa electrozilor, datorită timpului scurt de descărcare, nu poate să se propage adînc în metal şi duce la evaporarea explozivă a porţiunilor mici de pe suprafaţa electrozilor.

După unii autori [3] formarea vaporilor metalici se face sub o formă de vîne luminoase sau facle, ce ies normal la suprafaţa electrozilor cu o viteză de cîteva mii de metri pe secundă. De aici ar rezulta că aceste facle produc distrugerea electronilor din faţă. Această distrugere este cu atît mai mare, cu cît distanţa dintre electrozi este mai mică. Electrozii de Cu ar poseda prin urmare faclele cele mai compacte şi au însuşirea de erodare asupra altor metale cea mai intensă.

Dacă ne referim la teoria ionizării, trebuie să admitem că eroziunea la catod va fi, la celelalte condiţiuni egale, cu atît mai intensă cu cît ionii care îl bombardează sînt mai grei. Din cele cinci metale, greutatea atomică a Cu era cea mai mare. Ordinea metalelor studiate de noi, după masa lor atomică a fost următoarea: ${}^{24}_{12}Mg$, ${}^{27}_{13}Al$, ${}^{56}_{26}Fe$, ${}^{58}_{28}Ni$ şi ${}^{63}_{29}Cu$.

Prezenţa gazelor O şi N din aer în zona descărcării, la temperaturi ridicate determină o acţiune chimică atît asupra electrozilor, cît şi asupra picăturilor ce trec în această zonă. Metalele ce se oxidează uşor prezintă în aer o eroziune mai puternică. Procesul eroziunii este mai intens într-un mediu lichid, în cazul nostru descărcarea făcîndu-se în ulei de parafină. Mediul lichid împiedică oxidarea şi în acelaşi timp împiedică alipirea particulelor mici, formate obişnuit din oxizi pe cei doi electrozi şi astfel procesul eroziunii electrice se întăreşte.

În concluzie putem considera că:

1) La orice metal, prin descărcare între electrozi se produce o eroziune atît anodică, cît şi catodică.

2) La metalele studiate eroziunea anodică şi catodică e mai mare în ulei decît în aer.

3) Cantitatea de metal erodat, fie în aer sau ulei, scade cu intensitatea curentului. Această scădere în aer şi în ulei păstrează un paralelism, însă în ulei totdeauna are valori superioare.

4) Eroziunea creşte cu capacitatea ce şuntează arcul; în ulei, de la o anume valoare a capacităţii creşterea devine mică. Ca încheiere practică, nu e util de a se lucra cu capacităţi deosebit de mari, întrucît creşterea eroziunii cu capacitatea e importantă pînă la capacităţi de ordinul lui 120—150 μF.

5) Eroziunea totală pe scînteie în aer în funcţie de intensitatea curentului are o creştere liniară la toate metalele şi este cu atît mai puternică, cu cît metalul e mai oxidabil. Din datele experimentale rezultă că eroziunea totală în aer creşte, la diferite metale, în funcţie de intensitatea oxidării lor, deci creşterea eroziunii urmează ordinea activităţii lor faţă de oxidare.

6) Eroziunea totală pe scînteie, în ulei, în funcţie de intensitatea curentului, la aceeaşi capacitate, creşte cu intensitatea şi aproape pentru toate metalele studiate creşterea este liniară.

7) Eroziunea totală pe scînteie, în ulei, e mai mică pentru metalele mai oxidabile, ca Al şi Mg.

8) Eroziunea totală în funcţie de capacitate, în aer, pentru o intensitate de curent de 1 A, prezintă o creştere liniară la metalele ca Fe, Ni, Al. O creştere mai pronunţată are Cu şi una foarte mare are Mg.

9) Această eroziune totală pe scînteie, în ulei, în funcţie de capacitate, e cu mult mai mare decît în aer şi la toate metalele creşte liniar cu capacitatea. Creşterea e mai mică la metalele uşor oxidabile, la Al şi Mg şi foarte mare la cele oxidabile ca Ni.

Catedra de Fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Calinicenco N., Ruscior C. şi Ciobanu C., Bul. Inst. Polit. Iaşi, t. I (V), 1—2, 1955, p. 25.
2. Флоров В. В., **Физико-химические процессы в сварочной дуге,** Машгиз, Москва 1954, стр. 88.
3. Мандельштам С. Л. и Райский С. М., Изв. АН СССР, сер. физ., **13**, 5, 1949, стр. 549—565.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЭРОЗИИ НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ

(Резюме)

В этой работе изучается эрозия, производимая искровыми разрядами при 120-вольтовом напряжении постоянного тока, у следующих металлов: Cu, Fe, Ni, Al и Mg. В каждом случае использовались одинаковые электроды, а разряжение делалось в воздухе и парафином масле.

Количество эродированного металла в соотношении с эрозией, снижается с силой тока. В масле это количество имеет большие величины чем в воздухе. Тотальная эрозия приведённая для одной искры, в воздухе и масле, имеет линейное нарастание относительно силы тока, притом же в воздухе оно сильнее настолько, насколько металл более окисляемый ; в масле же происходит обратное явление.

Тотальная эрозия на искру, в зависимости от электроёмкости, представляет линейное увеличение у Fe, Ni, и Al, а у Cu и Mg это увеличение является более резким. В масле вышеуказанная эрозия для неокисляемых металлов очень большая, и она бывает меньшей для легко окисляемых металлов.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Схема монтажа.
Рис. 2. Анодная и катодная эрозии в масле (a, k) и в воздухе (a', k') для меди в зависимости от силы тока, ($C = 60\,\mu$ F).
Рис. 3. Анодная и катодная эрозии в масле (a, k) и в воздухе (a', k') для меди, в меди, в зависимости от емкости ($I = 1$ A).
Рис. 4. Тотальная эрозия на искру в воздухе, в зависимости от силы тока ($C = 60\,\mu$ F).
Рис. 5. Тотальная эрозия на искру в масле, в зависимости от силы тока ($C = 60\,\mu$ F).
Рис. 6. Тоталная эрозия на искру в воздухе, в зависимости от емкости ($I = 1$ A).
Рис. 7. Тотальная эрозия на искру в масле, в зависимости от емкости ($I = 1$ A).

L'ÉTUDE DE L'ÉLECTROÉROSION DE QUELQUES MÉTAUX

(Résumé)

Les Auteurs étudient l'érosion provoquée par une décharge électrique sous forme d'étincelle, entre deux électrodes métaliques, à une tension de 120 V c.c., dans le cas des métaux Cu, Fe, Ni, Al et Mg. Chaque fois on a utilisé deux électrodes identiques et la décharge a été obtenue dans l'air et dans l'huile.

La quantité de métal érodée, rapportée á l'énergie électrique, décroit avec l'intensité du courant. Dans l'huile elle est plus grande que dans l'air. L'érosion totale par décharge dans l'air et dans l'huile présente une croissance linéaire en fonction de l'intensité du courant. Dans l'air elle est plus accentuée dans le cas des métaux facilement oxydables (Al, Mg), mais dans l'huile elle est moins grande pour ces métaux.

La variation de l'érosion totale par décharge, en fonction de la capacité branchée en parallèle aux electrodes, est dans l'air sensiblement linéaire pour le fer, le nickel et l'aluminium. L'érosion est plus prononcée pour le cuivre et le magnésium que pour les autres métaux. Dans l'huile cette érosion est très grande pour les métaux moins oxydables et elle est faible, pour les métaux facilement oxydables.

Explication des figures

Fig. 1. Schéma du montage.
Fig. 2. Les érosions anodique et catodique dans l'huille (a, k) et dans l'air (a', k') pour le cuivre, en fonction de l'intensité du courant ($C = 60\ \mu$F).
Fig. 3. Les érosions anodique et catodique dans l'huile (a, k) et dans l'air (a', k') pour le cuivre, en fonction de la capacité ($I = 1$ A).
Fig. 4. L'érosion totale par décharge dans l'air, en fonction de l'intensité du courant ($C = 60\ \mu$F).
Fig. 5. L'érosion totale par décharge dans l'huile, en fonction de l'intensité du courant ($C = 60\ \mu$F).
Fig. 6. L'érosion totale par décharge dans l'air, en fonction de la capacité ($I = 1$ A).
Fig. 7. L'érosion totale par décharge dans l'huile, en fonction de la capacité ($I = 1$ A).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

546.162

СИНТЕЗ ВЫСШИХ ФТОРИДОВ РЕДКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ФТОРГАЛОГЕНИДОВ

Н. С. НИКОЛАЕВ и В. Ф. СУХОВЕРХОВ

Большинство технологических процессов, связанных с получением высших фторидов переходных элементов основываются на применении газообразного фтора. Так, гексафториды вольфрама и молибдена были получены Муассаном [1], Руффом и Айснером [2], [3] газофторированием порошкообразных металлов при температуре 60-70°С в платиновой трубке.

Основным дефектом подобных процессов является низкий выход по фтору. Кроме того, высокая температура фторирования некоторых металлов накладывает ограничения в выборе материалов для технологического оборудования. В связи с этим в последнее время появились работы по замене газообразного фтора его галоидными соединениями. Преимущество фторгалогенидов состоит в том, что некоторые из них являются жидкостями и позволяют вести процессы фторирования, в противоположность газофторированию, в конденсированных системах.

В таблице 1 приводятся основные физические свойства фторгалогенидов, полученных Руффом с сотрудниками и другими авторами [6], [7], [8], [9], [10].

Из указанных в таблице фторгалогенидов практическое значение в рассматриваемых целях имеют ClF_3, BrF_3, IF_5. Определяется это тем, что эти фторгалогениды жидкости и содержат фтор в активном состоянии. Способы получения этих фторгалогенидов базируются на взаимодействии газообразного фтора с соответствующими галоидами.

В начале нашей работы была поставлена задача синтезировать BrF_3 и IF_5 исходя из трехфтористого хлора, как заменителя газообразного фтора и свободных иода и брома. Было известно [11], что трехфтористый хлор энергично реагирует с бромом и иодом.

Наши предварительные опыты показали, что взаимодействие между жидким ClF_3 и галоидами Br_2, I_2 проходит с воспламенением и разбрызгиванием реагирующих соединений.

Выделяющееся при реакции тепло может повышать температуру реакционной массы настолько, что приводит к испарению продуктов реакции.

Учитывая это, следовало проводить реакцию в условиях постепенного внесения одного из компонентов в другой, с охлаждением реакционной массы и конденсацией продуктов реакции. С этой целью нами была сконструирована специальная аппаратура для проведения синтеза BrF_3 и IF_5 (рис. 1). Для изготовления предложенного аппарата использована обычная мягкая сталь. Рис. 1 соответствует варианту аппаратуры для проведения синтеза IF_5.

Таблица 1

Физические свойства	Фторгалогениды						
	ClF_3	ClF	BrF_5	BrF_3	BrF	IF_7	IF_5
Температура плавления t^0 пл.	76,32°	—154°	— 61,3°	8,77°	— 33°	6,0°	9,6°
Температура кипения t^0 кип.	11,754°	— 100,8°	42,2°	125,75°	20°	4,5°	98°
Плотность $d_0°$	1,891	—	2,551	2,867	—	—	3,288
Давление паров в мм ртутного столба при 0°С	491	—	128,6	1,95	—	603	5,63
% содерж. F	61,65	34,88	54,31	41,63	19,20	51,17	42,81
Удельная электропроводность $Ом^{-1}\ см^{-1}$	$< 10^{-6}$ [4] 0°С	—	—	$8{,}1 \cdot 10^{-3}$ [4] 25°С	—	—	2.10^{-5} [4] 25°С
Диэлектрическая константа ε	4,75 [5] 0°С	—	—	—	—	—	38,7[5] 12°С

В стальной контейнер Г, имеющий перфорированное дно, помещается навеска кристаллического иоде. Из сосуда А по соединительной трубке в реактор Б в виде паров подается ClF_3, который проникает через отверстия в дне контейнера и вступает во взаимодействие с кристаллическим иодом.

При этом производится охлаждение реактора водопроводной водой, пропускаемой через водяную рубашку. Продукт реакции стекает на дно реактора; некоторая же часть его отгоняется в сосуд В, в котором и конденсируется вместе с избытком ClF_3 с помощью жидкого азота или «сухого» льда. Реакция между бромом и трифторидом хлора проводилась в том же реакторе с охлаждением. Для этого в реактор загружался жидкий бром и через него барбатировались пары ClF_3, количество последнего бралось в избытке против необходимого для реакции.

Полученные продукты Br_2F_3 и IF_5, подвергались двукратной перегонке в кварцевой колбе Вюрца и идентифицировались по температуре кипения. В этом случае колба Вюрца закрывалась тефлоновой пробкой, изготовленной в виде чехла для хромель-алюминиевой термопары. Регистрация температуры велась на электронном автоматичес-

ком потенциометре ЭПП-09. Температура кипения IF_5 оказалась равной 96° С, а BrF_3, 125° С против известных из литературы [12] соответственно 98° С и 125, 75°С. Для реакции между иодом и ClF_3 был определен выход. Он составил 95,3% от теоретического; с этой целью использовалась аппаратура того же типа, но выполненная из тефлона.

Проведенные синтезы отвечают следующим схемам:

$$1)\ 2\,ClF_3 + Br_2 \rightarrow 2\,BrF_3 + Cl_2;\quad 2)\ 10\,ClF_3 + 3I_2 \rightarrow 6IF_5 + 5Cl_2.$$

Эти реакции, осуществленные в приведенной выше аппаратуре, дают возможность в отсутствии свободного фтора, легко синтезировать

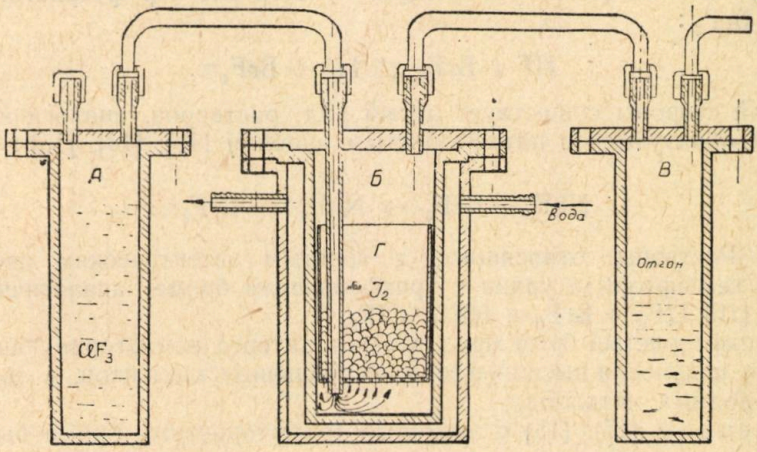


Рис. 1

ценные галоидофториды. Однако, применение фторгалогенидов в целях фторирования требует соблюдения жестких условий техники безопасности, вытекающих из химических свойств, как фторирующих соединений, так и фторируемых реагентов. В первую очередь это относится к соблюдению условия сухости исходных материалов и аппаратуры. Реакция с водой для ClF_3 [11] протекает по схеме;

$$3\,H_2O + 4\,ClF_3 \rightarrow 6\,HF + 3\,OF_2 + 2Cl_2.$$

Эта реакция проходит со взрывом и в случае замкнутого пространства, в котором проходит реакция, может иметь место детонационный эффект.

В известной степени фторгалогениды реагируют со всеми металлами. Платиновая посуда значительно теряет в весе при работе в ней со фторгалогенидами и особенно с BrF_3. Наиболее стойкими металлами оказались: мягкая сталь до 250°, медь до 400°, никель до 750°. Объяснение этому следует искать в образовании защитных фторидных пленок, препятствующих разрушению металла [11]. С другой стороны, в от-

сутствии влаги возможно применение кварца. Одним из наиболее изученных фторгалогенидов является трехфтористый бром. Это соединение хорошо проводит электрический ток [4], [12] и, видимо, обладает свойствами сильно полярной жидкости. Растворы в BrF_3 образуют разного типа системы :

1) Системы, основанные на ионообразовании [13], [14], [15] :

$$2\,BrF_3 \rightleftarrows BrF_2^+ + BrF_4^- .$$

К ним относятся, например, растворы щелочных фторидов:

$$KF + BrF_3 \rightleftarrows K^+ + BrF_3^- .$$

К этому же типу растворов следует отнести раствор фтористого водорода в BrF_3 :

$$HF + BrF_3 \rightleftarrows H^+ + BrF_4^- .$$

С другой стороны существует целый ряд растворов, аналогичных тем, которые образуются с пятифтористым ниобием [13], [14], [15] :

$$NbF_5 + BrF_3 \rightarrow NbF_6^- + BrF_2^+ .$$

2) Растворы, относящиеся к простым эвтектическим системам : раствор гексафторида урана в трехфтористом броме, аналогичный растворам [16] UF_6 в BrF_5 и HF в ClF_3.

Трехфтористый бром представляет интерес как фторирующий реагент для получения высших фторидов различных элементов, в том числе и благородных металлов.

Шерпом [17], [18] с помощью трехфтористого брома были синтезированы фторпаладат и фторплатинат.

На Женевском Конгрессе по мирному использованию атомной энергии был представлен доклад Аргонской Национальной Лаборатории (Х. Хаймен, Р. Фогель, Дж. Хатц) [12] о получении гексафторида урана из атомного горючего используемого в реакторах. В этом докладе сообщается об использовании трехфтористого брома в целях фторирования облученного металлического урана.

Указывается возможность отделения гексафторида урана от осколков методом дестилляции ; упоминается о возможности применения в тех же целях трехфтористого хлора, пятифтористого брома и различных смесей на их основе.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие между пятиокисью ванадия, трехокисью вольфрама и трехокисью молибдена с одной стороны и фторгалогенидами ClF_3,BrF_3 и IF_5 с другой стороны.

МЕТОДИКА РАБОТЫ

Первоначально ставились опыты качественного характера. На тефлоновые розетки наносилось некоторое количество исследуемой окиси и сюда же с помощью медной пипетки приливалось небольшое коли-

чество фторгалогенида. При соприкосновении жидкого фторгалогенида с порошком окиси мгновенно происходит реакция.

Особенно интенсивно окиси реагируют с трехфтористым хлором. V_2O_5 с ClF_3 реагирует с появлением пламени и распылением продуктов реакции. Окиси вольфрама и молибдена с ClF_3 реагируют так же бурно, с образованием гексафторидов.

Применение трехфтористого брома и пятифтористого иода в реакциях с V_2O_5 показало не меньшую интенсивность взаимодействия, чем в предыдущем случае. WO_3 и MoO_3 с трехфтористым бромом реагируют с образованием гексафторидов, растворимых в избытке BrF_3, при этом не требуется каких-либо специальных мер для проведения реакции. Те же окислы с пятифтористым иодом реагируют еще спокойней.

Из предварительных опытов следовало, что наиболее удобном для проведения реакции с окислами является трехфтористый бром. В этом случае оказалось возможным применение кварцевой аппаратуры: в кварцевую колбу Вюрца помещался трехфтористый бром, в который небольшими порциями вносилась трехокись. Проведение реакции требовало некоторого охлаждения реакционной массы „сухим льдом". Образовывавшиеся гексафториды растворялись в избытке реактива. Добавление окиси велось до насыщения реакционной массы твердой фазой MeF_6. Полученный продукт мог быть легко отделен от избытка BrF_3 приемом дестиляции из той же кварцевой колбочки.

Реакция пятифтористого иода с трехокисями проводилась в автоклавах с тефлоновыми вкладышами при температуре 50°C.

Так же как и в случае реакции с BrF_3 получались растворы, однако расшифровка составов этих растворов представилась более сложной и к настоящему моменту до конца не доведена. Остается лишь предполагать, что и в данном случае имелся раствор гексафторидов в пятифтористом иоде и продуктах реакции.

ВЫВОДЫ

1) Установлены новые синтезы трехфтористого брома и пятифтористого иода с применением трехфтористого хлора и соответствующих галоидов.

2) Получены гексафториды молибдена и вольфрама из их окисей и трехфтористого брома.

Поступило 25 I 1957

Институт Общей и Неорганической Химии
им Н.С. Курнакова АН СССР, Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Moisson H., C. r. Ac. Sci., Paris, 1896, **123**, p. 14.
2. Ruff O., Eisner F., Ber. 1905, **38**, p. 742.
3. — Ber. 1907, **40**, p. 2962.
4. Banks A. A., Emeleus H. J., Woolf A. A., J. Chem. Soc., 1949, p. 2861.
5. Rogers M. T., Thompson H. B., Speirs J. L., J. Am. Chem. Soc., 1954, **76**, p. 1848.

6. Ruff O., Asher F,, Z. anorg. allg. Chem., 1928, **176**, p. 258.
7. Ruff O., Braida A., Z. anorg. allg. Chem., 1933, **214**, p. 91.
8. Ruff A. Keim R., Z. anorg. allg. Chem., 1930, **193**, p. 176.
9. Ruff O., Krug H., Z. anorg. allg. Chem., 1930, **190**, p. 270.
10. Ruff O., Menzel W., Z. anorg. allg. Chem., 1931, **202**, p. 49.
11. Сайконс (ред)., Фтор и его соединения Т. I., И. Л., М.,1953, стр. 163—171.
12. *** Женевский Конгресс по мирному использованию атомной энергии, доклад № 546.
13. Emeleus H. J., Woolf A. A., J. Chem. Soc., 1949, p. 2865.
14. Emeleus H. J., Fortschr. Chem., 1953, **2**, p. 609.
15. Gutman V., Angew. Chem., 1950, **62**, pp. 312—315.
16. Fischer J., Steunenberg R. K., Vogel R. C., J. Am. Chem. Soc., 1954, **76**, p. 1497.
17. Sharp A. G, J. Chem. Soc., 1950, pp. 675, 3444.
18. Sharp A. G., J. Chem. Soc., 1953, p. 197.

THE SYNTHESIS OF THE HIGHEST FLUORIDS OF THE RARE ELEMENTS BY THE HALOGEN FLUORIDS

(Summary)

The new method of production of BrF_3 and JF_5 is described. The scheme of apparature is given. WF_6 and MoF_6 are obtained from the oxides by the fluorination with BrF_3.

SINTEZA FLUORIDELOR SUPERIOARE ALE ELEMENTELOR RARE CU AJUTORUL FLUORIDELOR HALOGENILOR

(Rezumat)

Se descrie o nouă metodă de producere a BrF_3 şi JF_5. Se dă schema aparaturii întrebuinţate. Se obţin WF_6 şi MoF_6 din oxizi cu ajutorul fluorinării cu BrF_3.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

547.914

RĂŞINI PENTRU PLASTICE ŞI LACURI PE BAZĂ DE FENOLI DIN GUDROANE DE LEMN DE FAG

DE

ILIE MATEI
membru corespondent al Academiei R. P. R.
şi
ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ, SILVIA VASILIU şi EUGEN COMĂNIŢĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Folosirea reziduurilor rămase de la prelucrarea chimică a materialelor naturale constituie o sursă importantă de materii prime pentru dezvoltarea industriei chimice, reprezentînd un factor economic de prim ordin în economia ţării.

Din gudroanele de lemn se pot obţine produse preţioase, care au aplicare în foarte diferite domenii.

În URSS [1] gudroanele de lemn se folosesc la fabricarea antioxidanţilor pentru stabilizarea benzinelor de cracare, la prepararea uleiurilor de flotaţie pentru separarea de minereuri, la obţinerea unui amestec de fenoli folosit la prepararea de răşini sintetice, la obţinerea uleiului neutral, solvent sau carburant pentru motoare cu explozie internă. la prepararea creozotului medicinal, a guaiacolului şi multe altele.

Cercetări importante asupra compoziţiei şi folosirii gudronului de lemn de diverse specii, au fost făcute de mulţi cercetători. Citãm pe Sumarokov V. P. [1]. Miheevski H. I., Davîdova M. I., Cistov I. F., Hazaiskaia A. P., Guke L. N. [2], Dereveagii A. A. [3], Sofilid M. [4], Losev I. P., Petrov K. S., Andrianov K. A., Panasiuk P. I. [5], Gordon L. V., Kozlovskaia L. N., Korşun L. L. [6] ş. a.

La noi în ţară există o cercetare asupra compoziţiei gudronului de lemn de salcie [7] şi alta asupra valorificării lemnului de salcie prin distilare uscată [8].

Gudroanele din lemn de fag de la noi sînt folosite în cea mai mare parte la împregnarea lemnului sau drept combustibil şi în mai mică măsură la brichetarea prafului de cărbune.

O cercetare aprofundată a acestor gudroane, în vederea industrializării lor se simţea necesară.

Lucrarea de faţă reprezintă un studiu preliminar privind problema *Valorificarea gudroanelor din lemn de fag pentru mase plastice, antioxidanţi şi reactivi de flotaţie*, [1] şi anume *valorificarea pentru mase plastice.*

Primele încercări de întrebuinţare a fenolilor din gudroane de lemn pentru plastice au fost făcute în URSS, în anul 1934 de cercetătorii: Petrov, Losev, Andrianov şi Panasiuk [5], [1, p. 178].

Autorii citaţi au preparat mase plastice prin condensare cu aldehide, întrebuinţînd toată fracţia fenolică, ce fierbe în intervalul de temperatură 160—250°, obţinută dintr-un

---

1) Problema a fost luată în studiu la cererea Minist. Ind. chimice.

gudron de generator. Condensarea cu aldehida formică conducea la răşini uşor polimerizabile, însă pulberile făcute cu aceste răşini nu curgeau bine la presare. După indicaţiile autorilor, s-a adăogat la fenolii din lemn 25% fenol din gudroane de cărbuni. Materialele plastice obţinute aveau o rezistenţă la îndoire de 4,5 kg/cm² şi o rezistenţă la rupere de 350 kg/cm², indicii aceştia reprezentînd media indicilor materialelor plastice obţinute cu fenol pur.

Autorii întrebuinţează în aceste lucrări fenoli cu interval mare de fierbere, care au un conţinut important de fracţie fenolică ce fierbe sus, fracţie care afectează defavorabil proprietăţile mecanice ale plasticelor rezultate.

În lucrări anterioare [6], [1, p. 179], s-au cercetat în detaliu întrebuinţările semnalate mai sus. Aşa, Gordon, Kozlovskaia şi Korsun au lucrat cu fracţii de fenoli separaţi în interval mai restrîns de temperatură, arătînd că fracţia ce distilă între 180—202° (bogată în crezoli) şi fracţia 202—210° (bogată în guaiacol) dau practic aceleaşi rezultate, pe cînd fracţia fenolică 210—225° (xilenoli şi crezoli) dă rezultate mai slabe.

Pentru prepararea creozotului tehnic, ce se întrebuinţează la plastice, autorii recomandă fracţia de gudron de fag de decantare, care fierbe între 190—240°. Acest gudron conţine pînă la 5% creozot bogat în guaiacol.

În lucrarea prezentă expunem rezultatele cercetărilor noastre privitoare la preparare de *răşini pentru mase plastice şi pentru lacuri*, pe bază de *fenoli din gudron de decantare IV, din lemn de fag* de la distileria de lemn Margina.

În acest scop, gudronul de decantare IV a fost supus următoarelor operaţii:

1. Determinarea caracteristicilor gudronului;
2. Distilarea gudronului la presiune normală;
3. Distilarea gudronului în vid de 30 mm Hg;
4. Separarea fenolilor din uleiul de creozot, obţinut prin distilarea gudronului la vid. Obţinerea creozotului brut.
5. Fracţionarea fenolilor (creozot brut) pentru obţinerea creozotului tehnic;
6. Prepararea de răşini fenolice pentru pulberi de presare;
7. Răşini de turnare;
8. Răşini creozotice pentru lacuri, modificate cu ulei.

1. Determinarea caracteristicilor gudronului

Aceste caracteristici dau indicaţii asupra naturii gudronului şi anume, dacă gudronul este de căldare, de retorte, de decantare sau extracţie, dacă gudronul este deshidratat sau nu.

Rezultatele determinărilor sînt cuprinse în tabelul 1.

Tabelul 1

Caracteristicile gudronului IV de decantare

Culoarea	brun închis
Consistenţă	vîscos
Greutate specifică la 20°	1,1215
Vîscozitate la 60°	2° E
Conţinutul în apă	16,9%
Conţinutul în acizi volatili	5,8%

După greutatea specifică gudronul cercetat este asemănător cu gudroanele fabricilor germane, care, după indicaţiile lui Bugge [9], au

o greutate specifică medie de 1,12. Gudroanele sovietice au o greutate specifică medie de 1,045 [1, p. 86].

Gudronul conţine o cantitate de apă mare, de 16,9%. Este un gudron de decantare nedeshidratat.

2. Distilarea gudronului la presiune normală

Distilarea gudronului la presiune normală s-a făcut în scopul de a cunoaşte aproximativ cantitatea fracţiilor ce distilă în anumite intervale de temperaturi, mai ales a celor fenolice. Această operaţie dă în acelaşi timp şi indicaţii asupra speciei de lemn din care provine gudronul.

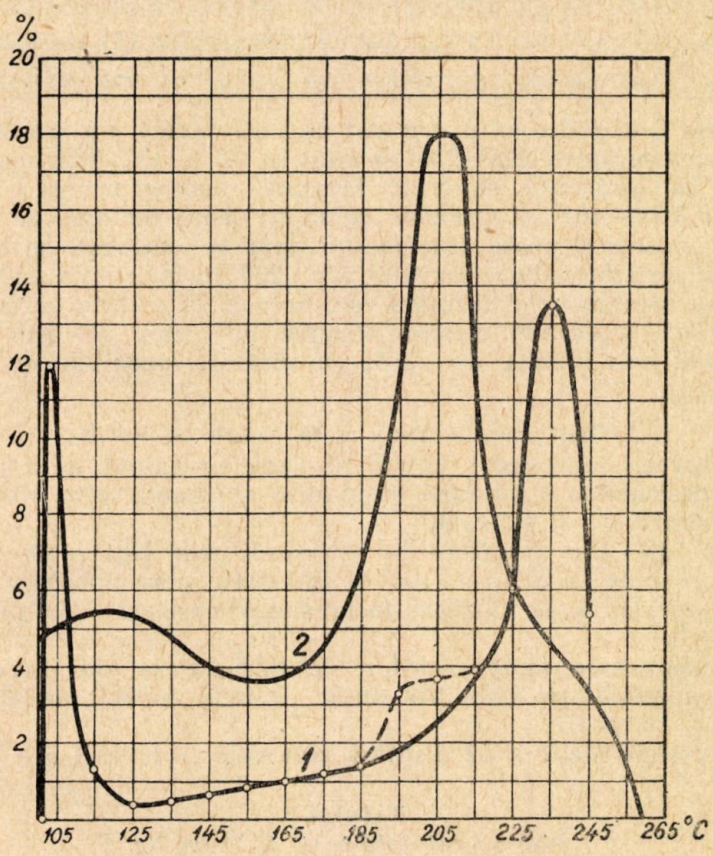


Fig. 1

Distilarea s-a făcut culegînd fracţiuni din 10° în 10°. Media procentuală obţinută la două distilări este dată în tabelul 2.

Reprezentînd grafic rezultatele din tabelul 2, înscriind în abscisă temperaturile şi în ordonată cantitatea procentuală de distilat, se obţine curba I.

Literatura indică pentru distilarea la presiunea normală a gudronului de fag, curba II [1, p. 85], care prezintă un maxim brusc corespunzător temperaturii 200—210° (fracţia creozotică) şi unul cu mult mai mic, la temperatura de cca 115°, datorită acidului acetic.

Tabelul 2

Distilarea la presiune normală

Temperatura °C	100—105	115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225	235	245
Dist. I %	11,08	1,40	0,50	0,70	0,60	0,90	1,06	1,40	1,20	5,70	4,20	2,90	4,60	14,50	—
Dist. II %	12,76	1,32	0 24	0,32	0,64	0,92	0,92	0,88	1,20	0,96	3,28	4,84	8,08	12,84	5,34
Media %	11,92	1,36	0,37	0,51	0,62	0,91	0,99	1,14	1,20	3,33	3,70	3,87	6,07	13,67	5,34

Curba I, a gudronului cercetat de noi, indică un maxim corespunzător temperaturii 225—235° şi altul la 107—110°, mult mai înalt ca cel găsit la gudronul sovietic. Maximul înalt al curbei I la temperatura de 100°—105°, îl atribuim cantităţii mari de apă, ce o conţine gudronul nostru şi poate tot acestui fapt se datoreşte şi deplasarea maximului creozotic din intervalul 210—220° în intervalul 230°—240°.

Alura maximelor creozotice este aceeaşi la ambele curbe, ceea ce dovedeşte că gudronul nostru provine din lemn de fag. Gudroanele de altă proveniență au curbe de distilare deosebite de a gudronului de fag.

3. Distilarea gudronului în vid de 30 mm Hg

Distilarea gudronului în vid se face cu scopul de a proteja de acţiunea destructivă a căldurii fracţiunile de fenoli, care sînt sensibile la o temperatură mai ridicată.

S-au cules trei fracţiuni la vid de 30 mm Hg, în intervalele de temperatură pînă la 50°, 50—100° şi 100—140°, corespunzător intervalelor de temperatură la distilare la presiune normală: 125°, 125—180° şi 180—240°.

Corespondenţa temperaturilor de fierbere la vid cu cele de la presiune normală am stabilit-o după graficul indicat de P. V. Sumarokov [1, p. 67].

Rezultatele medii a 12 distilări sînt date în tabelul 3.

Tabelul 3

Distilarea gudronului în vid de 30 mm Hg

12 distilări de gudron total g	Temp. p. la 50° în vid Temp. p. la 125° pres. norm.		Temp. 50—100° în vid Temp. 125—180° pres. norm.		Temp. 100—140° vid Temp. 180—240° la pres. norm.	
	g	%	g	%	g	%
7729	940	12,16	426,5	5,77	1264,5	16,35

La distilare am folosit aparatul de laborator întrebuințat de cercetătorii Tilicev, Wolf, Kaminer și Famenko.

Din tablou se vede că potențialul fenolic al gudronului este 16,35%. Fracția aceasta reprezintă uleiul de creozot pe care l-am supus la separarea creozotului, amestec de fenoli și crezoli, necesari pentru plastice.

4 Separarea creozotului brut din uleiul de creozot

Uleiul de creozot obținut la distilarea în vacuum a gudronului, conține pe lîngă fenoli și crezoli, cantități diferite de acizi și uleiuri neutrale; acestea din urmă produc neajunsuri în prepararea rășinilor pentru plastice.

Pentru separarea acizilor (acid acetic și acizi mai superiori) uleiul a fost spălat cu o soluție de carbonat de sodiu. Pentru separarea uleiului neutral, fenolii au fost trecuți în fenolați, prin tratare cu hidroxid de sodiu diluat. Produsele neutrale se ridică în pătura de deasupra lichidului alcalin. Uleiul se separă prin decantare, iar fenolații obținuți se descompun cu acid. Se neutralizează cu carbonat de sodiu și se separă pătura fenolică, care se spală repetat cu apă. Din apele de la separarea fenolilor și din cele de spălare se mai extrage o cantitate de fenoli cu eter. Fracția fenolică astfel separată alcătuiește *creozotul brut*.

Rezultatele unui număr de 10 separări, în medie, sînt date în tabelul 4.

Tabelul 4

Separarea creozotului brut din uleiul de creozot, obținut la distilarea gudronului la vid

Probe nr.	Ulei de creozot total g	Creozot brut g	Creozot brut ul. creoz. %	Creozot brut gudron %	Ulei neutr. g	Ulei neutr. Ul. creozot %	Ulei neutr. gudron %
10	1830	962	52,5	8,58			
7	1157				272,1	23,2	3,8

După cum se vede din tabelul 4, conținutul gudronului în creozot brut este de 8,58%, iar conținutul în ulei neutral de 3,8%.

5. Fracționarea creozotului brut

Creozotul brut a fost rectificat la vid de 30 mm Hg culegîndu-se separat fracțiunile ce distilă între 100—140°, corespunzător intervalului de temperatură 180 240° la presiune normală. Această fracțiune alcătuiește *creozotul tehnic*, care se folosește pentru preparare de rășini sintetice.

Rezultatele rectificării creozotului brut sînt redate în tabelul 5.

Conținutul gudronului în creozot tehnic este de 5,39%.

Literatura indică pentru gudroanele de fag de decantare un randament de cca 5% fenoli utilizabili pentru preparare de mase plastice.

În condiţii industriale, din gudronul cercetat s-ar putea obţine cantităţi de creozot tehnic, care să depăşească randamentul de 5,39%, deoarece în instalaţiile mari, pierderile prin distilări, spălări şi decantări repetate ori rectificări, sînt mult mai mici.

Tabelul 5

Obţinerea creozotului tehnic prin rectificarea creozotului brut în vid de 30 mm Hg

Probe	Creozot brut total	Temp. vid p. la 100° Temp. pres. n. p. la 180°		Temp. vid 100—140° Temp. pres. n. 180—240°		Creozot tehnic / gudron
	g	g	%	g	%	%
2	863	110	12,77	543	62,92	5,39

6. Preparări de răşini fenolice pentru pulberi de presare

Creozotul tehnic singur nu poate fi folosit la preparare de răşini de presare, deoarece în compoziţia lui intră diverşi fenoli substituiţi.

Obţinerea răşinilor se poate face adăogînd creozotului tehnic fenol obişnuit. Literatura recomandă un adaos de 25% fenol, cu indicaţia, că masele plastice, preparate din acest amestec, prezintă o rezistenţă la lovire de 4,5 kg/cm^2 şi o rezistenţă la îndoire de 350 kg/cm^2 [10].

În încercările efectuate, noi am folosit amestec de creozot tehnic şi fenol, variind cantităţile de fenol adăogat între 10 şi 50%.

Componenţii de reacţie, în toate cazurile, s-au menţinut aceiaşi şi anume: 1 mol. fenol + creozot, 1,75 mol. aldehidă formică, 4 g% hidroxid de sodiu raportat la fenoli.

Condensarea primară, pentru obţinerea rezolului, s-a realizat în mod analog ca la răşinile fenolice simple, durata de condensare variind în funcţie de cantitatea de fenol pur adăogată creozotului tehnic, de la 1$^1/_4$ ore pentru încercările cu 50% fenol pur, pînă la 2$^1/_4$ pentru cele numai cu 10% fenol pur.

În stadiul prim de condensare s-a urmărit ca rezolul rezultat, după purificare şi deshidratare, să fie perfect transparent, uşor casant la rece şi solubil în acetonă.

Diversele probe de rezol obţinute au aspect sticlos, sînt casante, de culoare galbenă pînă la brun, culoarea închizîndu-se cu creşterea conţinutului de creozot în amestecul iniţial de reacţie. Probele cu 80% şi cele cu 90% creozot tehnic au un caracter uşor plastic.

Cu aceşti rezoli s-au preparat pulberi de presare, prin metoda lacurilor, împregnînd făină de lemn cu soluţie acetonică de răşină, în raportul 100 p. rezol şi 50 p. făină de lemn, la care s-a adăogat şi 1,5 p. catalizator oxid de magneziu şi 2,5 p. acid stearic ca lubrefiant.

Din pulberile perfect uscate şi bine omogeneizate s-au presat diferite obiecte, în condiţiile obişnuite la răşinile fenolice, timpul de

presare variind după grosimea articolului presat de la 3—7 minute. Bare presate de dimensiunile 12/1,5/1 cm, supuse la încercări de rezistență la lovire au dat rezultatele din tabelul 6.

Tabelul 6

Nr.	Creozot g %	Fenol g %	Rezistență la lovire kg cm/cm²	Obs.
1	50	50	13.666	
2	60	40	11.851	
3	70	30	7.039	
4	80	20	7.037	
5	90	10	7.254	
6	—	100	11.578	probă martor

Din tabelul 6 se vede că barele obținute au rezistențe la lovire care satisfac în general cerințele confecționării anumitor articole presate, chiar și probele în care s-a substituit 80—90% fenol prin creozot tehnic.

Celelalte articole presate, cu forme variate, au calități asemănătoare presatelor obținute numai pe bază de fenol.

7. Rășini de turnare

Siropul de rășină primară pentru turnare s-a preparat la fel ca rezolul pentru pulberi de presare, în diverse încercări, substituind fenolul pur în proporție de 50—70% prin creozot tehnic.

Condensarea primară a necesitat un timp de 40′ pentru probele cu 50% creozot tehnic, 45′ pentru 70% creozot.

Siropul de rășină primară s-a acidulat cu acid lactic, i s-a adăogat colorant și apoi s-a deshidratat la vid pînă la consistență suficientă pentru turnare. Siropul deshidratat s-a turnat în matrițe și s-a încălzit la temperatură de 70—80° pentru desăvîrșirea procesului de policondensare, timp mai scurt sau mai îndelungat, după conținutul în creozot al amestecului inițial.

Turnatele la care s-a substituit 50—60% fenol prin creozot tehnic, prezintă calități asemănătoare turnatelor fenolice obișnuite. Probele cu 70—75% creozot tehnic au proprietăți mai inferioare, materialul fiind prea dur, nu rezistă suficient la prelucrări mecanice.

8. Rășini creozotice pentru lacuri, modificate cu uleiuri

Este știut că în industria lacurilor sînt mult folosite rășinile fenolice para-substituite, modificate cu uleiuri vegetale, datorită bunei lor solubilități în solvenții lacurilor și a calităților superioare ale peliculelor ce le formează.

Încercările întreprinse de noi de a prepara rășini modificate cu uleiuri numai pe bază de creozot tehnic, ne-au condus la rezultate pozitive.

În acest scop noi am condensat creozotul cu hexa şi ulei de tung, de in polimerizat sau de ricin deshidratat, în raporturile: 1 p. creozot, 2 p. ulei şi 1,3 p. hexa. Amestecul componenţilor de reacţie a fost încălzit treptat pînă la 180—190° şi apoi a fost menţinut la această temperatură 2—2½ ore. Reacţia se consideră terminată, atunci cînd o probă din masa de reacţie la răcire se întăreşte suficient şi devine clară.

Răşina obţinută se solvă în benzen şi se filtrează pentru îndepărtarea unei mici cantităţi de pulbere maronie, separată în timpul reacţiei de condensare.

Soluţia benzenică de răşină, de culoare brunatică, la adăogare de sicativ, rezinat de plumb şi mai bine rezinat de mangan, formează un lac, care întins în strat subţire pe suprafeţe de lemn sau de metal, după evaporarea solventului, dă o peliculă bine aderentă, continuă şi lucioasă după cîteva ore de şedere la temperatura ordinară. Lacul obţinut poate fi colorat în diferite culori cu tonuri mai închise.

Răşina crezotică se solvă în terebentină şi la adaos de sicativ se comportă ca şi lacul benzenic, timpul de întărire al peliculei fiind de cca. 12 ore.

Concluzii

În această lucrare s-a studiat posibilitatea valorificării gudronului de lemn de fag, de decantare IV, pentru industria răşinilor sintetice.

Prin distilări şi separări s-a stabilit că gudronul cercetat conţine peste 5% creozot tehnic, ceea ce dă posibilitatea de industrializare.

Din creozotul tehnic s-au preparat răşini fenolice pentru pulberi de presare, în care fenolul a fost substituit cu creozot tehnic în proporţie de 50—90%.

Articolele presate prezintă calităţi bune şi pot fi folosite pentru aceleaşi scopuri ca şi presatele pur fenolice.

Din amestec de creozot tehnic şi fenol pur s-au obţinut răşini de turnare. Turnatele cu 50—60% creozot tehnic se comportă la fel ca şi cele fenolice; probele cu conţinut de 70—85% creozot tehnic sînt prea dure şi nu se pretează bine la prelucrări mecanice.

Cu creozot tehnic, ca atare, s-au obţinut răşini pentru lacuri modificate cu uleiuri, care sînt solubile în benzen şi terebentină. Soluţiile în aceşti solvenţi cu adaos de sicativ de plumb sau de mangan dau pelicule aderente pe lemn şi pe metale, cu proprietăţi bune, fiind şi electroizolante.

Catedra de Chimie Organică

BIBLIOGRAFIE

1. Сумароков В. П., **Химия и технология переработки древесных смол**, М., 1953, стр. 92, 178-179, 85-86 и 66-67.
2. Михеевский А. И., Давыдова М. И., Чистов И. Ф., Хованская А. П. Греке Л. И., **Смолокуренное производства**, ВКОИ. М., 1950.

3. Деревягий А. А., Труды ЦНИЛХИ, вып. V, Гослестехиздат, М., 1934, стр. 109-134.
4. Шофильд М., Ж. лесохим. пром., № 9-10, 1934.
5. Лосев И. П., Петров Г. С., Андрианов К. А., Панасюк П. И., Ж. хим. пром. № 11, 1935, стр. 1171.
6. Гордон Л. В., Козловская Л. Н., Коршун Л. Л., Труды ЦНИЛХИ, вып. IX, Гослесбумиздат, 1950, стр. 147-158.
7. Botez Gh., Marinescu M. şi Ciochină A., St. şi Cerc. Şt., Acad. R. P. R, Filiala laşi, T. V, 1—2, 1954, p. 221.
— Bul. Inst. Polit. Iaşi, t. I (V), 1—2, 1955, pp. 123—129.
8. Marinescu M., Botez Gh., Vălu F., St. şi Cerc. Şt., Acad. R. P. R., Filiala laşi, t. III, 1—4, 1952, p. 213.
9. Bugge G., *Neuere Untersuchungsmethoden für Erzeugnisse der deutschen Gold- und Silberscheidenstalt*, Frankfurt a. Main, 1941
10. Тиличеев М. Д., Вольф М. Б., Каминер Б. Б., Гоженко Л. А., Лесная пром. № 4-5, 1942, стр. 32.

ПОЛУЧЕНИЕ ПЛАСТМАССОВЫХ СМОЛ И ФЕНОЛОВЫХ ЛАКОВ ИЗ ГУДРОНА БУКОВОЙ ДРЕВЕСИНЫ

(Резюме)

Разрабатывается возможность использования букового гудрона 4-тым деконтированием в производстве синтетических смол.

При помощи последовательных дестилировок и выделений, установлено, что исследуемый гудрон содержит сверх 5% технического креозота, что открывает возможности для его индустриализации.

Были изготовлены из технического креозота фенольформальдегидовые смолы для прессмасс, где фенол был заменён техническим креозотом в количестве 50—90%.

Прессованные образцы обладают хорошими качествами и могут быть использованы наравне с феноловыми массами.

Были изготовлены из смеси технического креозота и чистого фенола также и смолы для литья. Отлитые образцы, содержащие 50—60% технического креозота обладают теми же качествами, как и исполненые на чистом феноле.

Образцы содержащие 70—80% технического креозота твёрже и с трудом поддаются механической обработке.

Также на техническом креозоте были изготовлены и смолы для лаков обработанных маслами. Они растворимы в бензене и скипидаре. Растворы с добавкой свинцовой сушки или марганца дают плёнки хорошего прилипания к дереву и соответствующему металлу, обладая также и электроизолирующей способностью.

HARZE FÜR PLASTE UND LACKEN AUS PHENOLEN VON BUCHENHOLZTEER

(Zusammenfassung)

Man hat in dieser Arbeit die Verwendungsmöglichkeit von Dekantierungsbuchenholzteer IV in der Industrie der synthetischen Harze studiert.

Es ist festgestellt worden, dass der durch sukzessive Destillieren und Abscheidungen behandelte Teer, mehr als 5% technischen Kreosot enthält, was seine Industrialisierung ermöglicht.

Man hat aus dem technischen Kreosot, Phenolformaldehidharze für Pressmassen, in welchen das Phenol mit technischen Kreosot in Mengen von 50—90% ersetzt wurde, hergestellt.

Die so verfertigten Pressgegenstände haben gute Eigenschaften und können zu demselben Zweck wie die aus reinem Phenol hergestellten Pressartikeln dienen.

Aus einem gemisch von technischem Kreosot und reinem Phenol hat man auch Giessharze hergestellt. Die aus 50—60% technischem Kreosot gegossenen Gegenstände haben sich ebenso wie die aus reinem Phenol angefertigten verhalten. Die mit einem 70-85% technischem Kreosot gemachten Proben sind härter und zeigen kein gutes Verhalten bei mechanischer Bearbeitung.

Man hat also, mit Öle modifizierte Lackharze aus technischem Kreosot gewonnen. Diese Harze sind im Benzol und Terpentinöl löslich. Die Lösungen welchen einen Zusatz von kleinen Mengen Blei- und Mangansikative enthalten, geben Filme mit gute Adesiveigenschaften auf Holz und Metalle und sind auch Elektroisolierbaremitteln.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

547.99

STUDIUL TĂBĂCIRII COMBINATE FORMOL-CROM-TANIN [1])

DE

GH. ALEXA şi GH. CHIRIŢĂ

Comunicare prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Într-un studiu asupra tăbăcirii rapide formol-tanin, Louis Houben [1] a ajuns la concluzia că pretăbăcirea cu formol prezintă interes dat fiind că tăbăcirea vegetală ulterioară poate fi făcută încă de la început cu extracte concentrate, pieile putînd fi pătrunse de tanin în 24 ore, ceea ce este practic imposibil de a se realiza asupra pielii gelatină neformolate. Într-adevăr, formolul nu umflă pielea, dar fixează umflarea şi o menţine în această stare de distensiune, porii rămînînd astfel deschişi şi taninul pătrunzînd mai uşor. Cu toate acestea, cantitatea de tanin fixată de fibra dermică este mult mai mică decît în cazul tăbăcirii executate numai cu tanin şi aceasta numai din cauza slabei afinităţi pe care o are fibra dermică formolată pentru taninurile vegetale [1].

Louis Houben (loc cit.), referindu-se la una din lucrările lui C. Otin şi Gh. Alexa [2], exprimă ideia că ar fi interesant ca în tăbăcirea combinată formol-tanin să se interpună o tăbăcire cu săruri bazice de crom care ar mări afinitatea pielii pentru substanţele tanante vegetale [2], [3], [4].

Dorind a aduce o contribuţie în această problemă, ne-am propus de a întreprinde un studiu sistematic al tăbăcirii combinate formol-crom-tanin. Pentru a se pune mai bine în evidenţă caracteristicile tăbăcirii combinate formol-crom-tanin, studiul a fost efectuat comparativ cu tăbăcirea combinată formol-tanin.

În acest studiu, am cercetat următorii factori:

a) Influenţa concentraţiei în formaldehidă în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin;

b) Influenţa tăbăcirii cu formaldehidă asupra efectului de tăbăcire ulterioară cu crom;

1) *Notă la corectură.* Date parţiale din prezentul articol au apărut în Revue Technique des Industries du Cuir, 50, 6, 1957, pp. 113—125.

c) Influenţa piclajului;
d) Influenţa concentraţiei în crom;
e) Influenţa duratei de tăbăcire în crom;
f) Influenţa bazicităţii soluţiilor bazice de crom;
g) Influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale;
h) Influenţa duratei de tăbăcire vegetală;
i) Influenţa naturii taninurilor vegetale.

I. *Încercări preliminare*

Pentru orientare, s-au efectuat pe pudră de piele necromată, patru încercări de tăbăcire şi anume: o tăbăcire vegetală, o tăbăcire combinată crom-tanin, o tăbăcire combinată formol-tanin şi însfîrşit, o tăbăcire combinată formol-crom-tanin, respectîndu-se aceleaşi condiţii de lucru, pentru a se verifica presupunerea [1] că o tratare a pieilor cu săruri bazice de crom, formolate în prealabil, le măreşte acestora reactivitatea faţă de taninurile vegetale.

Pentru încercările de tăbăcire, s-au luat în lucru 60 g pudră de piele necromată, care s-a lăsat peste noapte cu de 10 ori greutatea sa, apă distilată. După spălare şi filtrare la vid, pudra de piele adusă la 70% umiditate este împărţită în patru părţi egale. O porţiune de pudră de piele cu 70% umiditate se va tăbăci vegetal cu Quebracho, a doua cu crom-tanin, a treia cu formol-tanin şi ultima cu formol-crom-tanin.

a) O porţiune de pudră de piele cu 70% umiditate se pune într-un flacon de 500 cc cu 300 cc dintr-o soluţie de Quebracho solubil la rece de 3°Bé şi se agită 48 ore la un agitator rotativ. După tăbăcire se filtrează la vid, pentru a se îndepărta soluţia tanantă reziduală, apoi, pudra de piele tăbăcită, se agită într-un flacon timp de o oră, cu 300 cc apă distilată pentru a se îndepărta excesul de tanin, se filtrează din nou la vid şi se lasă să se usuce la aer.

b) O porţiune de pudră de piele cu 70% umiditate, se pune într-un flacon de 500 cc cu 200 cc soluţie de alaun de crom bazic cu o bazicitate Schorlenmmer de 32,5% şi cu un conţinut de 2,5% oxid de crom raportat la pudra de piele umedă. Se agită conţinutul flaconului timp de trei ore, la un agitator rotativ. După cromare, se filtrează la vid, pentru a se elimina soluţia bazică de crom reziduală, apoi pudra de piele cromată se agită timp de o oră, în acelaşi flacon, cu 200 cc apă distilată, după care se filtrează la vid, pentru a se elimina sărurile de crom nefixate din pudra de piele. Pudra de piele cromată este însfîrşit tăbăcită în acelaşi flacon cu 300 cc de soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare, la un agitator mecanic. După tăbăcire, ca şi la pct. a), se filtrează la vid, apoi se lasă să se usuce la aer.

c) O porţiune de pudră de piele cu 70% umiditate se pune într-un flacon cu 250 cc apă distilată, în care s-a adăugat în prealabil 1,5% formol de 40%, raportat la pudra de piele umedă şi s-a adus la pH = 8 cu carbonat de sodiu. Conţinutul flaconului se agită la un agitator circular timp de 6 ore, după care se filtrează la vid, pentru a se îndepărta soluţia tanantă reziduală, apoi, în acelaşi flacon, se spală cu 250 cc dintr-o soluţie de 0,5% sulfat de amoniu, timp de o oră, prin agitare, pentru a se îndepărta formaldehida nefixată din pudra de piele. Apoi se filtrează la vid şi pudra de piele pretăbăcită în formol, se tăbăceşte în acelaşi flacon, cu 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé, timp de 48 ore prin agitare, la un agitator rotativ. După tăbăcire, ca şi la pct. a), se filtrează la vid, se spală o oră prin agitare, se filtrează la vid şi se lasă să se usuce la aer.

d) O porţiune de pudră de piele cu 70% umiditate, se pune într-un flacon de 500 cc cu 250 cc apă distilată în care s-a adăugat în prealabil 1,5% formol de 40%, raportat la pudra de piele umedă şi s-a adus la pH=8 cu carbonat de sodiu. Conţinutul flaconului se agită la un agitator circular, timp de 6 ore, după care se filtrează la vid, pentru a se îndepărta soluţia tanantă reziduală, apoi, în acelaşi flacon, se spală cu 250 cc soluţie de 0,5% sulfat de amoniu timp de o oră, prin agitare, pentru a se îndepărta

formaldehida nefixată de pudra de piele. Apoi se filtrează la vid şi pudra de piele pretăbăcită în formol se tăbăceşte în acelaşi flacon cu 200 cc soluţie de alaun de crom cu o bazicitate Schorlenmmer de 32,5% şi cu un conţinut de 2,5% oxid de crom, raportat la pudra de piele umedă. Se agită conţinutul flaconului timp de 3 ore la un agitator rotativ După cromare se filtrează la vid, pentru a se îndepărta soluţia de crom reziduală, apoi pudra de piele cromată se agită timp de o oră cu 200 cc apă distilată, după care se filtrează la vid. Pudra de piele tăbăcită formol-crom, este în sfîrşit, tăbăcită în acelaşi flacon cu 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare, la un agitator rotativ. După tăbăcire, ca şi la pct. a), se filtrează la vid, se spală o oră, se filtrează şi se lasă să se usuce la aer.

Asupra celor patru probe de pudră de piele tăbăcite, după cum s-a arătat mai sus, s-au executat analizele următoare: umiditatea, cenuşa, solubilele totale, substanţa dermică şi s-a calculat conform normelor cunoscute [5] taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele analitice sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Incercări de tanaj preliminare

	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Tăbăcire vegetală	18	0,45	3,18	35,69	42,68	83,62
Tăbăcire combinată crom-tanin	18	2,45	2,00	40,65	36,90	110,97
Tăbăcire combinată formol-tanin	18	0,67	3,19	34,37	43,77	78,52
Tăbăcire combinată formol-crom-tanin	18	1,98	1,65	38,42	39,95	96,17

Din datele tabelului 1, se observă că prin cromarea pudrei de piele pretăbăcite în formol, creşte afinitatea sa faţă de taninurile vegetale. Astfel indicele de tăbăcire a pudrei de piele tăbăcite combinat formol-crom-tanin este mai mare cu 15% faţă de tăbăcirea vegetală cu Quebracho, cu 22,47% mai mare faţă de indicele de tabăcire a pudrei de piele tăbăcite combinat formol-tanin şi cu 13,34% mai mic faţă de indicele de tăbăcire rezultat la tăbăcirea crom-tanin. De asemenea, ca şi în cazul tăbăcirii combinate crom-tanin, tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, paralel cu creşterea cantităţii de tanin legat ireversibil, duce şi la scăderea substanţelor solubile din piele. Aceasta dovedeşte că tăbăcirea intermediară cu crom din tanajul combinat formol-crom-tanin duce la legarea ireversibilă a unei mari părţi de tanin în comparaţie cu tăbăcirea vegetală sau cea combinată formol-tanin.

II. *Influenţa concentraţiei în formaldehidă*

Influenţa concentraţiei în formaldehidă, în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, a fost studiată paralel cu tăbăcirea combinată formol-tanin.

180 g pudră de piele necromată, s-a lăsat peste noapte, cu de 10 ori greutatea sa apă distilată, pentru a-şi căpăta umiditatea şi umflarea necesară. După spălare şi filtrare la vid, a fost împărţită în 6 părţi egale, care s-au pus în flacoane de 1000 cc cu cîte 500 cc soluţie de formaldehidă conţinînd respectiv : 0,5%, 1,0%, 1,5%, 2,0%, 3,0% şi 5,0% formol de 40%, aduse la pH = 8,2. Se agită conţinutul flacoanelor la un agitator rotativ timp de 6 ore. După pretăbăcirea cu formol, se filtrează la vid pentru a se îndepărta soluţiile de tăbăcire reziduale şi se spală timp de o oră cu cîte 500 cc soluţie de sulfat de amoniu de: 0,2%, 0,35%, 0,5%, 0,7%, 1,0% şi 1,7% pentru a se îndepărta formaldehida nefixată de pe pudra de piele, apoi se filtrează la vid. Probele pretăbăcite în formol, aşa cum s-a arătat mai sus, sînt împărţite în cîte două părţi egale. Din acestea, o parte se tăbăcesc vegetal în flacoane de 500 cc cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare, iar altă parte se tăbăcesc în flacoane de 500 cc cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic cu 31,06% bazicitate Schorlenmmer, cu un conţinut de 2,5% oxid de crom, raportat la pudra de piele umedă, timp de 3 ore, prin agitare, după care se filtrează la vid, se spală o oră, prin agitare, în aceleaşi flacoane, cu cîte 200 cc apă distilată, pentru a se îndepărta cromul nelegat, se filtrează la vid şi apoi se tăbăceşte în aceleaşi flacoane, prin agitare, timp de 48 ore, cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé. Toate probele, după tăbăcirea vegetală se filtrează, se spală o oră, prin agitare, cu cîte 300 cc apă distilată, pentru a se îndepărta excesul de tanin, apoi se filtrează şi se usucă la aer.

Asupra probelor de pudră de piele tăbăcite combinat formol-tanin şi formol-crom-tanin, s-au făcut următoarele analize: umiditatea, cenuşa, solubile totale, substanţa dermică şi s-a calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele analitice sînt date în tabelele 2 şi 3 (pl.I).

Din tabelele 2 şi 3, rezultă că atît în cazul tăbăcirii combinate formol-tanin, cît şi în cazul tăbăcirii cu formol-crom-tanin, cantitatea de tanin combinat cu substanţa dermică scade cu creşterea concentraţiei în formol la pretăbăcirea cu formol.

Se poate constata de asemenea, că cenuşa, respectiv cantitatea de oxid de crom fixată pe fibra dermică, aşa cum se vede şi din tabelul 4, (pl. I) scade cu creşterea concentraţiei în formol la pretăbăcirea cu formol.

Indicii de tăbăcire, la tăbăcirea cu formol-crom-tanin sînt mult mai mari decît la tăbăcirea cu formol-tanin în aceleaşi condiţii de lucru (fig. 1, pl. I), diferenţele între indicii probelor tăbăcite formol-crom-tanin şi indicii probelor tăbăcite formol-tanin variind între 36,08 % şi 29,50%. Se poate face remarca, că indicele de tăbăcire a probei tăbăcite formol-crom-tanin cu 5% formol, este mult mai bun decît indicele de tăbăcire a probei tăbăcite formol-tanin cu 0,5% formol.

Solubilele totale, cresc cu concentraţia în formaldehidă la pretăbăcirea cu formol.

Solubilele totale a probelor tăbăcite combinat formol-crom-tanin sînt mult mai mici ca solubilele totale rezultate de la probele tăbăcite formol-tanin. Aceasta dovedeşte, că în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, legarea taninului de fibra dermică este mult mai solidă.

III. *Influenţa tăbăcirii cu formaldehidă asupra efectului de tăbăcire ulterioară cu crom*

90 g pudră de piele necromată, a fost tratată ca şi mai înainte, pentru a căpăta umiditatea şi umflarea necesară şi apoi s-a împărţit în 6 părţi egale. Fiecare porţiune de piele (care corespunde la 15 g de pudră de piele iniţială), a fost pretăbăcită în flacoane de 500 cc cu cîte 250 cc soluţie de formol conţinînd respectiv: 0,5%, 1,0%, 1,5%, 2,0%,

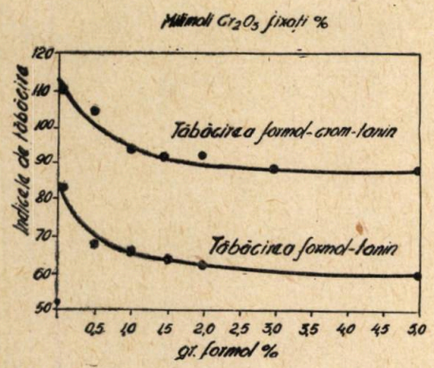


Fig. 1. — Variaţia indicelui de tăbăcire în funcţie de concentraţia în formaldehidă la pretăbăcirea în formol

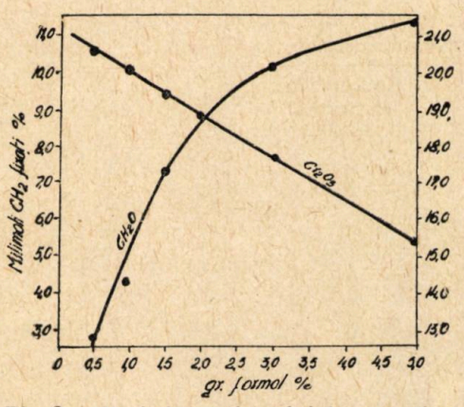


Fig. 2. — Variaţia conţinutului de crom fixat pe fibra dermică, sub formă de oxid de crom şi a conţinutului de formaldehidă fixată, în funcţie de concentraţia în formol a soluţiei de pretanaj în formol.

Tabelul 2

Influenţa concentraţiei în formaldehidă în tăbăcirea combinată formol-tanin

	Concentraţia în formol %	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	—	18	0,45	3,18	35,69	42,68	83,62
Proba II	0,5	18	0,46	4,13	31,54	45,87	68,75
Proba III	1,0	18	0,53	4,16	31,06	46,25	67,15
Proba IV	1,5	18	0,58	4,31	30,44	46,67	65,00
Proba V	2,0	18	0,60	4,15	29,99	47,26	63,24
Proba VI	3,0	18	0,59	4,58	29,43	47,40	62,08
Proba VII	5,0	18	0,58	5,01	28,88	47,53	60,76

Tabelul 3

Influenţa concentraţiei în formaldehidă în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

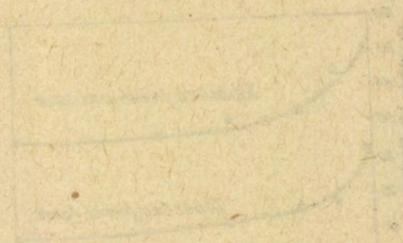
	Concentraţia în formol de 40% %	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	—	18	2,45	2,00	40,65	36,90	110,97
Proba II	0,5	18	1,47	1,73	40,33	38,47	104,83
Proba III	1,0	18	1,46	1,57	38,18	40,79	93,60
Proba IV	1,5	18	1,45	1,51	38,03	41,01	92,73
Proba V	2,0	18	1,41	1,63	37,98	40,98	92,67
Proba VI	3,0	18	1,43	2,22	37,20	41,15	90,40
Proba VII	5,0	18	1,03	2,32	37,27	41,28	90,28

Tabelul 4

Influenţa tăbăcirii cu formaldehidă, asupra efectului de tăbăcire ulterioară cu crom

	Concentraţia în formol de 40% %	Umiditatea %	g oxid de crom fixate pe fibra dermică %	milimoli formaldehildă fixaţi pe fibra dermică %
Proba I	0,5	18	3,13	2,75
Proba II	1,0	18	3,06	4,29
Proba III	1,5	18	2,95	7,31
Proba IV	2,0	18	2,87	7,92
Proba V	3,0	18	2,70	10,18
Proba VI	5,0	18	2,34	11,29

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1845



3,0% şi 5% formol de 40%, aduse la un pH = 8, apoi spălate cu soluţie de sulfat de amoniu, după care s-au tăbăcit în crom cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic, cu o bazicitate Schorlenmmer de 32,19% şi cu un conţinut de 2,5% oxid de crom raportat la pudra de piele umedă, toate operaţiile decurgînd ca în paragraful II. După tăbăcirea în crom, probele de pudră de piele au fost spălate o oră, cu 200 cc apă distilată, pentru a se îndepărta cromul nelegat, apoi s-a filtrat la vid şi probele s-au pus la uscat la aer.

Asupra probelor tăbăcite formol-crom s-au făcut următoarele analize: umiditatea, cantitatea de crom sub formă de oxid de crom fixată pe fibra dermică şi cantitatea de formaldehidă fixată. Rezultatele analitice sînt consemnate în tabelul 4 (pl. I).

Formaldehida fixată pe fibra dermică a fost determinată prin metoda cu dimedonă [6], [7], [8], [9]. Această metodă de determinare a fost găsită mai satisfăcătoare, cînd este vorba de a se doza cantităţi mici de formaldehidă, sau chiar urme [7], [10].

După cum se vede din tabelul 4 şi din fig. 2 (pl. I), cantitatea de oxid de crom fixat pe fibra dermică scade pe măsură ce concentraţia în formaldehidă a soluţiei de pretanaj în formol creşte.

IV. *Influenţa piclajului în tanajul combinat formol-crom-tanin*

Pentru a se vedea efectul piclajului la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, s-a luat o cantitate de pudră de piele de 100 g, care a stat ca de obicei în apă distilată peste noapte, pentru a capăta umiditatea şi umflarea necesară. După filtrare la vid, pudra de piele s-a împărţit în 5 părţi egale; cele cinci porţiuni de pudră de piele s-au pus în flacoane de 500 cc şi s-au pretăbăcit în formol cu cîte 250 cc soluţie de formaldehidă care să conţină cîte 1,5% formol de 40% raportat la pudra de piele umedă. Tăbăcirea în formol s-a executat la pH = 8. S-a spălat apoi cu soluţia de 0,5% sulfat de amoniu, timp de o oră prin agitare şi s-a filtrat la vid. Patru porţiuni de pudră de piele pretăbăcite în formol, s-au piclat în aceleaşi flacoane de 500 cc, prin agitare timp de 90 minute cu cîte 200 cc soluţie de acid sulfuric şi clorură de sodiu astfel:

	g acid sulfuric la 100 g pudră de piele umedă	g clorură de sodiu la 100 g pudră de piele umedă
Proba I	2,0	15
Proba II	1,5	10
Proba III	1,0	5
Proba IV	0,5	5

A cincia porţiune de pudră de piele nu a fost supusă operaţiei de piclare.

După piclare şi filtrare la vid, din toate cele cinci probe de pudră de piele s-a luat cîte o cantitate de pudră de piele, necesară analizei formaldehidei fixată pe fibra dermică. Urmează apoi cromarea, care s-a efectuat în aceleaşi flacoane de 500 cc cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic, cu o bazicitate Schorlenmmer de 32,10% şi un conţinut de 2,5% oxid de crom raportat la pudra de piele umedă, timp de 3 ore, prin agitare, apoi s-a filtrat, s-a spălat o oră prin agitare, cu 200 cc apă distilată, apoi iar s-a filtrat. Probele de pudră de piele cromate, s-au tăbăcit cu soluţie de Quebracho solubil, ca şi în paragraful III.

După tăbăcirea vegetală, s-a filtrat, spălat, filtrat şi probele de pudră de piele s-au pus apoi la uscat la aer.

Asupra probelor de pudră de piele s-au făcut următoarele analize: umiditatea, cenuşa, solubilele totale, substanţa dermică, cantitatea de formaldehidă fixată, oxidul de crom fixat şi s-a calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele sînt consemnate în tabelul 5.

Tabelul 5

Influenţa piclajului în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Umiditatea %	Cenuşa %	g oxid de crom fixat %	milimoli formaldehidă fixată %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	18	0,54	0,35	5,88	3,88	39,84	37,74	105,50
Proba II	18	1,43	1,10	6,74	2,82	40,40	37,35	108,16
Proba III	18	1,45	1,27	6,79	2,53	40,49	37,53	107,88
Proba IV	18	1,46	1,30	6,90	2,22	39,02	39,30	99,29
Proba V	18	1,65	—	7,00	1,85	38,55	39,95	96,49

Indicele de tăbăcire, aşa cum reiese din tabelul 5, arată că piclajul favorizează tăbăcirea. Se verifică faptul că un piclaj prea acid duce la fixarea unei cantităţi mici de crom.

Cantitatea de formaldehidă fixată în piele după piclaj descreşte cu creşterea aciditătii soluţiei de piclaj.

V. *Influenţa concentraţiei în oxid de crom, în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin*

Se prepară 45 g pudră de piele ca la încercările anterioare. Această pudră de piele, cu 70% umiditate, este pretăbăcită cu formol în trei flacoane de 500 cc cu cîte 250 cc soluţie de formol, conţinînd cîte 1,5% formol de 40%, la un pH = 8,1, timp de 6 ore. După spălare cu soluţie de sulfat de amoniu şi filtrare la vid, cele trei porţiuni de pudră de piele sînt tăbăcite în crom cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic cu bazicitate de 31,50% Schorlenmmer, conţinînd cîte 1,0%, 1,5% şi 2,5% oxid de crom, raportat la pudra de piele umedă. Tăbăcirea se efectuiază prin agitare, la un agitator rotativ, timp de 3 ore. Porţiunile de pudră de piele cromate, sînt filtrate şi spălate o oră, cu cîte 250 cc apă distilată, apoi iar filtrate la vid şi tăbăcite în aceleaşi flacoane, cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare. După filtrare, spălare şi iar filtrare, în mod obişnuit, probele se lasă să se usuce la aer, după care s-au efectuat următoarele analize: umiditatea, cenuşa, solubile totale, substanţa dermică, oxidul de crom fixat şi s-a calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele sînt consemnate în tabelul 6 (pl. II).

Din datele tabelului 6, se vede că taninul combinat cu substanţa dermică creşte, odată cu creşterea concentraţiei în oxid de crom a soluţiilor bazice de alaun de crom, utilizate la tăbăcirea în crom.

Indicele de tăbăcire al probei tăbăcite cu 1% oxid de crom creşte cu 20,38% faţă de indicele de tăbăcire a probei tăbăcite formol-tanin, iar indicele de tăbăcire a probei tăbăcite cu 2,5 % oxid de crom după tăbăcirea combinată formol-crom-tanin creşte cu numai 35,69% faţă de proba tăbăcită formol-tanin. Se poate face remarca că creşterea concentraţiei în oxid de crom a soluţiilor bazice de crom duce la creşterea moderată a indicelui de tăbăcire şi ca o consecinţă s-ar recomanda a se folosi la tăbăcirea formol-crom-tanin, soluţii chiar mai diluate în oxid de crom, cu rezultate foarte bune.

De asemenea, odată cu creşterea cantităţii de oxid de crom fixat pe fibra dermică, scad substanţele solubile din piele, ceea ce demonstrează o fixare mai ireversibilă a taninurilor.

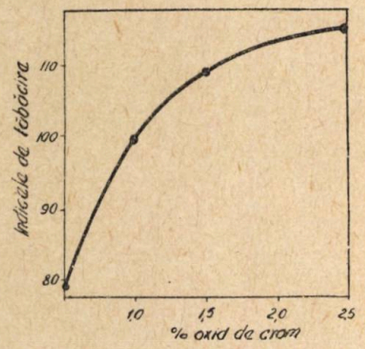


Fig. 3. — Variaţia indicelui de tăbăcire a probelor tăbăcite formol-crom-tanin, funcţie de concentraţia în oxid de crom a soluţiilor bazice de crom.

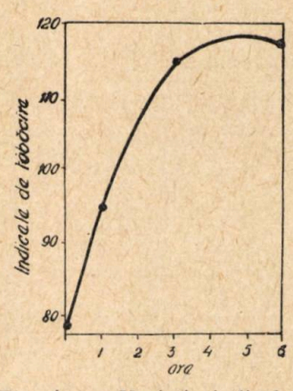


Fig. 4. — Variaţia indicelui de tăbăcire a probelor tăbăcite formol-crom-tanin, funcţie de durata de tăbăcire în crom.

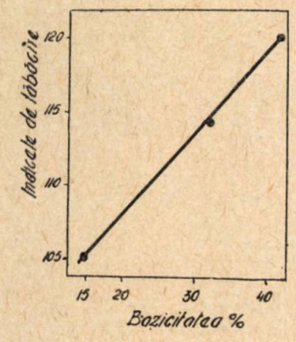


Fig. 5. — Variaţia indicelui de tăbăcire a probelor tăbăcite formol-crom-tanin, funcţie de bazicitatea soluţiilor bazice de crom utilizate la tanaj.

Tabelul 6

Influenţa concentraţiei în oxid de crom în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Concentraţia în oxid de crom %	Umiditatea %	Cenuşa %	g oxid de crom fixate pe fibra dermică %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	—	18	0,67	—	3,19	34,37	43,77	78,52
Proba II	1,0	18	1,93	1,21	3,05	38,35	38,67	99,40
Proba III	1,5	18	1,97	1,30	2,94	40,04	37,05	108,07
Proba IV	2,5	18	1,98	1,78	1,65	41,87	36,50	114,71

Tabelul 7

Influenţa duratei de tăbăcire în crom în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Durata de tăbăcire în crom ore	Umiditatea %	Cenuşa %	g oxid de crom fixate pe fibra dermică %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	—	18	0,67	—	3,19	34,37	43,77	78,52
Proba II	1	18	1,90	1,27	3,02	37,50	39,58	94,74
Proba III	3	18	1,98	1,78	1,65	41,87	36,50	114,71
Proba IV	6	18	2,48	1,94	1,76	42,11	35,65	117,00

Tabelul 8

Influenţa bazicităţii soluţiilor bazice de crom în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Bazicitatea Schorlenmmer %	Umiditatea %	Cenuşa %	g oxid de crom fixate pe fibra dermică %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	14,72	18	0,81	0,64	2,29	40,43	38,47	105,09
Proba II	32,19	18	1,85	1,71	1,85	42,40	35,92	118,04
Proba III	41,18	18	2,34	2,14	1,31	42,65	35,70	119,46

Indicele de tăbăcire, aşa cum se vede şi din fig. 3 (pl. II), creşte cu creşterea cantităţii de oxid de crom în piele.

VI. *Influenţa duratei de tăbăcire în crom, în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin*

45 g pudră de piele s-au adus la 70% umiditate, s-a împărţit în trei părţi egale, s-a pretăbăcit în formol ca şi în paragraful V, apoi după spălare cu soluţie de sulfat de amoniu şi filtrare, s-a tăbăcit în crom.

Tăbăcirea în crom s-a efectuat în flacoane de 500 cc cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic, cu o bazicitate Schorlenmmer de 31,50% şi un conţinut de 2,5% oxid de crom, raportat la pudra de piele umedă.

Durata tăbăcirii a fost de, respectiv: o oră, trei ore, şase ore. După tăbăcire, filtrare, spălare, filtrare, s-a tăbăcit în aceleaşi flacoane de 500 cc, cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare, după care a urmat filtrare, spălare o oră şi iar filtrare. Probele astfel tăbăcite, au fost uscate la aer, după care s-au efectuat aceleaşi analize ca şi în paragraful V. Rezultatele analitice, sînt date în tabelul 7 (pl. II).

Din datele tabelului 7 se vede că odată cu creşterea duratei de tăbăcire în crom, creşte şi cromul fixat pe fibra dermică, fapt care duce la creşterea cantităţii de tanin combinat şi la scăderea solubilelor din piele.

Indicele de tăbăcire, după cum se vede şi din fig. 4 (pl. II), creşte cu mărirea duratei de tăbăcire în crom.

VII. *Influenţa bazicităţii soluţiilor bazice de crom în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin*

45 g pudră de piele tratată peste noapte cu 450 cc apă distilată, pentru a-şi căpăta umflarea şi umiditatea necesară, după filtrare, spălare şi iar filtrare, a fost împărţită în trei porţiuni egale.

Cele trei porţiuni de pudră de piele cu 70% umiditate, au fost pretăbăcite cu formol în flacoane de 500 cc, prin agitare, timp de 6 ore, la pH=8, cu cîte 250 cc soluţie de formaldehidă, conţinînd cîte 1,5% formol de 40%. După filtrare, spălare cu soluţie de 0,5% de sulfat de amoniu şi iar filtrare, s-a tăbăcit în crom, în aceleaşi flacoane, prin agitare, timp de 3 ore, cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic, cu bazicităţi variabile. O probă de pudră de piele pretăbăcită cu formol, s-a tăbăcit în crom cu o soluţie bazică cu 14,72% bazicitate Schorlenmmer, altă probă cu 32,19% bazicitate şi alta cu 41,18% bazicitate.

După tăbăcire, filtrare, spălare, filtrare, probele de pudră de piele s-au tăbăcit cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece de 3°Bé, timp de 48 ore, prin agitare. După tăbăcire, filtrare, spălare, probele s-au pus la uscat la aer, apoi s-au executat următoarele analize: umiditatea, cenuşa, oxidul de crom fixat pe fibra dermică, solubilele totale, substanţa dermică şi s-a calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele analitice sînt date în tabelul 8 (pl. II).

Analizînd datele tabelului 8 se observă că folosind la tăbăcirea în crom, din tanajul combinat formol-crom-tanin, soluţii de crom cu bazicitate ridicată, cantitatea de oxid de crom fixată pe fibra dermică creşte.

Grasser [11] a arătat că tăbăcirea în crom se produce într-un timp de trei ori mai scurt, asupra unei piei pretratate cu formol. De asemenea, am arătat mai sus, că formaldehida fixează umflarea dorită a pielii, care se păstrează în tot timpul procesului de tăbăcire, menţinînd o suprafaţă absorbantă a pielii cît mai mare posibilă [12]. Fixarea

aceasta, aşa cum arată datele tabelului 8, permite pătrunderea în interiorul pielii a particulelor de sare bazică de crom de o bazicitate mai mare, chiar de la începutul tăbăcirii în crom. Aceasta presupune că pieile pretratate cu formaldehidă, pot fi tăbăcite cu soluţii de sare bazică de crom, cu o bazicitate ridicată.

La proba I din tabelul 8, care s-a tăbăcit în crom cu o sare bazică cu 14,72% bazicitate Schorlenmmer, rezultă un indice de tăbăcire de 105,09, cu toate că conţinutul în oxid de crom fixat pe fibra dermică este de numai 0,64%. Acest indice de tăbăcire ridicat poate fi pus pe seama aciditătii mai mari a soluţiei bazice de alaun de crom, favorabilă tăbăcirii ulterioare cu tanin. Rezultă, că cromarea pieilor formolate cu săruri bazice de cro n cu o bazicitate redusă este favorabilă în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin.

VIII. *Influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale*

Influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale, a fost studiată comparativ asupra tăbăcirii combinate formol-tanin şi asupra tăbăcirii formol-crom-tanin.

Pentru influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale, am utilizat extract de Quebracho solubil la rece. Concentraţiile soluţiilor tanante utilizate au fost: 1°, 2°, 3°, 4° şi 5° Bé.

Pentru fiecare încercare s-a utilizat o cantitate de pudră de piele umedă corespunzătoare la 15 g pudră de piele iniţială.

S-au tăbăcit cinci probe de pudră de piele după sistemul de tăbăcire combinată formol-tanin şi alte cinci după sistemul formol-crom-tanin.

Toate probele au fost pretăbăcite în formol în condiţii identice ca în paragraful VII. După pretăbăcirea cu formol, filtrare, spălare cu sulfat de amoniu (soluţie de 0,5%), şi apoi filtrare, cinci probe au fost tăbăcite în crom, în aceleaşi flacoane de 500 cc timp de 3 ore, prin agitare, cu cîte 200 cc soluţie de alaun de crom bazic cu o bazicitate Schorlenmmer de 34,4% conţinînd 2,5% oxid de crom raportat la pudra de piele umedă. Apoi s-a filtrat la vid, s-a spălat o oră prin agitare cu 200 cc apă distilată, pentru a se îndepărta excesul de sare bazică de crom, se filtrează la vid.

Cele cinci probe pretăbăcite în formol şi cele cinci probe tăbăcite în formol-crom au fost supuse tanajului vegetal, în flacoane de 500 cc cu cîte 300 cc soluţie de Quebracho solubil la rece, astfel: două probe de pudră de piele (una pretăbăcită în formol şi alta formol-crom) cu soluţie de 1°Bé, alte două cu 2°Bé, alte două cu 3°Bé, alte două cu 4°Bé şi alte două cu 5°Bé. Tăbăcirea vegetală s-a efectuat timp de 48 ore, prin agitare, la un agitator mecanic.

După tăbăcire, filtrare, spălare, filtrare, uscare s-au făcut următoarele analize: umiditatea, cenuşa, solubile totale, substanţa dermică şi s-a calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Rezultatele sînt date în tabelele 9 şi 10 (pl. III).

Se observă că indicii de tăbăcire cresc cu concentraţia soluţiilor tanante, indicii de tăbăcire a probelor de pudră de piele tăbăcite formol-crom-tanin fiind mult mai mari, faţă de indicii de tăbăcire a probelor de pudră de piele tăbăcite formol-tanin (fig. 6, pl. III).

Diferenţele între indicii de tăbăcire a probelor tăbăcite formol-crom-tanin şi indicii de tăbăcire a probelor tăbăcite formol-tanin variază între 15,97% şi 37,67%.

Se poate remarca de asemenea faptul, că indicele de tăbăcire (95,14), obţinut la proba de pudră de piele tăbăcită formol-tanin cu o concen-

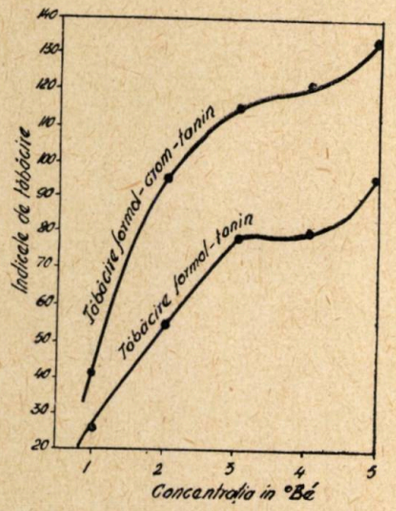


Fig. 6. Variaţia indicelui de tăbăcire funcţie de concentraţia soluţiilor tanante vegetale.

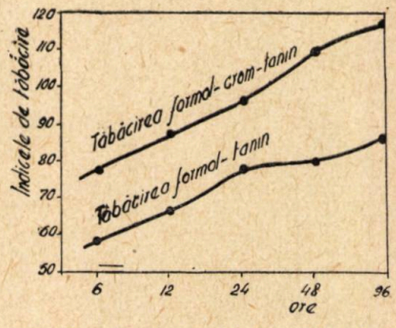


Fig. 7. — Variaţia indicelui de tăbăcire, funcţie de durata de tăbăcire vegetală.

Tabelul 9

Influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale la tăbăcirea combinată formol-tanin

	Concentraţia în °Bé a soluţiei tanante vegetale	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	1	18	0,13	1,03	16,33	64,51	25,31
Proba II	2	18	0,53	1,86	27,97	51,64	54,16
Proba III	3	18	0,67	3,19	34,37	43,77	78,52
Proba IV	4	18	0,65	3,24	34,61	43,50	79,56
Proba V	5	18	0,68	3,36	38,01	39,95	95,14

Tabelul 10

Influenţa concentraţiei soluţiilor tanante vegetale la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Concentraţia în °Bé a soluţiei tanante vegetale	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	1	18	2,28	0,37	23,19	56,16	41,28
Proba II	2	18	2,02	0,86	38,59	40,53	95,21
Proba III	3	18	1,98	1,65	41,87	36,50	114,71
Proba IV	4	18	1,96	2,14	42,68	35,22	121,18
Proba V	5	18	1,80	2,02	44,60	33,58	132,81

Tabelul 11

Influenţa duratei de tăbăcire vegetală în tăbăcirea combinată formol-tanin

	Durata de tăbăcire vegetală ore	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	6	18	0,52	1,99	29,22	50,27	58,12
Proba II	12	18	0,53	2,68	31,50	47,29	66,61
Proba III	24	18	0,67	3,19	34,37	43,77	78,56
Proba IV	48	18	0,55	3,36	34,64	43,45	79,72
Proba V	96	18	0,63	3,41	35,65	42,31	86,62

Tabelul 12

Influenţa duratei de tăbăcire vegetală la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Durata de tăbăcire vegetală ore	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Tanin combinat %	Substanţa dermică %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	6	18	1,73	1,42	34,55	44,30	77,90
Proba II	12	18	1,88	1,67	36,70	41,75	87,90
Proba III	24	18	1,98	1,65	38,42	39,95	96,17
Proba IV	48	18	2,06	1,79	40,84	37,31	109,45
Proba V	96	18	1,86	2,39	41,92	35,83	116,98

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÉZIRATTÁR
845

trație de 5° Bé a soluției tanante vegetale, este aproape egal cu indicele de tăbăcire (92,21) a probei tăbăcite formol-crom-tanin, cu o concentrație de 2° Bé a soluției tanante vegetale. Acest fenomen se explică prin activarea puternică a pielii tăbăcite formol-crom-tanin, față de taninurile vegetale, activare care permite o epuizare mai rapidă și mai completă a taninului din soluție.

IX. *Influența duratei de tăbăcire vegetală, în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin*

Influența duratei de tăbăcire vegetală a fost studiată comparativ asupra tăbăcirii combinate formol-tanin și asupra tăbăcirii combinate formol-crom-tanin.

Pentru studiul influenței duratei de tăbăcire vegetală am utilizat extract de Quebracho solubil la rece.

150 g pudră de piele necromată, a fost adusă peste noapte la umiditatea și umflarea necesară și s-a împărțit în zece părți egale.

Cinci porțiuni au fost tăbăcite după sistemul de tăbăcire formol-tanin și alte cinci probe după sistemul de tăbăcire formol-crom-tanin.

a. *Tăbăcirea formol-tanin.*

Pretăbăcirea cu formol a fost făcută ca în paragraful VII.

Porțiunile de pudră de piele pretăbăcite cu formol au fost puse în flacoane de 500 cc cu cîte 300 cc soluție de Quebracho de 3°Bé și agitate la un agitator rotativ timp de 6, 12, 24, 48, 96 ore. După tăbăcire s-a filtrat excesul de soluție tanantă și s-a spălat o oră prin agitare, cu cîte 300 cc apă distilată, pentru a se îndepărta taninul nefixat din pudra de piele. Asupra probelor tăbăcite formol-tanin s-au făcut aceleași analize ca și în paragraful VIII. Rezultatele analitice sînt consemnate în tabelul 11 (pl. III).

b *Tăbăcirea formol-crom-tanin.*

Pretăbăcirea s-a făcut identic ca în paragraful VII.

Tăbăcirea în crom a decurs întocmai ca în paragraful VIII, cu deosebirea că bazicitatea soluției de alaun a fost de 32,10% Schorlenmmer. Cele cinci probe tăbăcite formol-crom, s-au introdus în flacoane de 500 cc cu cîte 300 cc soluție de Quebracho solubil la rece de 3°Bé și s-au agitat la un agitator rotativ 6, 12, 24, 48, 96 ore. După tăbăcire, se filtrează, se spală o oră prin agitare, se filtrează, se usucă la aer. S-au efectuat apoi aceleași analize ca și în paragraful VIII. Rezultatele analitice sînt date în tabelul 12 (pl. III).

Din tabelele 11 și 12, reiese, că în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin se obțin indici de tăbăcire mult mai ridicați și într-un timp mult mai scurt de tăbăcire, în comparație cu tăbăcirea combinată formol-tanin (vezi și fig. 7, pl. III).

Diferențele între indicii de tăbăcire a probelor tăbăcite în formol-tanin și a celor tăbăcite în formol-crom-tanin la 48 și 96 ore sînt de 29,75% și 30,36% în favoarea tăbăcirii formol-crom-tanin.

Indicele de tăbăcire a probei tăbăcite 96 ore cu formol-tanin (86,62) este aproape egal cu indicele de tăbăcire a probei tăbăcite 12 ore cu formol-crom-tanin (87,90).

X. *Influența naturii taninurilor vegetale*

Se prepară 75 g pudră de piele necromată, așa cum s-a arătat mai sus. Se împarte apoi în cinci porțiuni egale și se pretăbăcește în formol ca și în paragraful VII. Tăbă-

cirea în crom se efectuiază întocmai ca şi în paragraful VIII, cu deosebirea că bazicitatea soluţiei de alaun de crom este de 32,00% Schorlenmmer.

Probele de pudră de piele formolate şi cromate se tăbăcesc vegetal în flacoane de 500 cc cu cîte 300 cc soluţie de 3°Bé de Quebracho solubil la rece, de sumac, de lemn de stejar, de valex şi de castan. Probele s-au agitat timp de 48 ore la un agitator rotativ, după care s-au filtrat, spălat, filtrat şi uscat la aer.

Asupra probelor de pudră de piele tăbăcită, s-au efectuat aceleaşi analize ca şi în paragraful IX. Rezultatele analitice sînt consemnate în tabelul 13.

Tabelul 13

Influenţa naturii taninurilor vegetale în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

	Natura taninului vegetal	Umiditatea %	Cenuşa %	Solubile totale %	Substanţa dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tăbăcire %
Proba I	Quebracho	18	1,98	1,65	39,95	38,42	96,12
Proba II	Sumac	18	2,37	3,90	39,96	35,77	89,51
Proba III	Stejar	18	2,24	2,10	39,15	38,51	98,36
Proba IV	Valex	18	2,19	2,23	38,60	38,98	100,98
Proba V	Castan	18	1,78	2,91	37,67	39,64	105,22

Din tabelul 13 se constată că după cantitatea de tanin fixat pe pudra de piele formolată şi cromată, taninurile vegetale întrebuinţate se pot clasa în următoarea ordine: castan, valex, stejar, quebracho şi sumac.

Consideraţiuni teoretice

După cum se vede din datele arătate mai sus, prin tăbăcirea cu formaldehidă, afinitatea pudrei de piele este mult scăzută atît pentru taninurile vegetale, cît şi pentru sărurile bazice de crom [15].

După cum arată diferiţi autori, formaldehida reacţionează cu grupele bazice neionizate de colagen, în primul rînd cu grupele aminice, guanidinice şi peptidice.

În cazul tăbăcirii cu săruri bazice de crom cationice, acestea reacţionează în primul rînd cu grupele acide ale proteinelor, iar capacitatea de legare a taninurilor vegetale de către substanţa pielii este mult mărită

Referindu-ne la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, putem remarca aceleaşi observaţii ca şi în tăbăcirea combinată formol-tanin şi la cea crom-tanin, dar cu deosebirea că în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, fixarea taninurilor vegetale se face în condiţii mai blînde decît în cazul tăbăcirii crom-tanin, dar mult mai accentuat decît în cazul tăbăcirii formol-tanin sau chiar decît în cazul tăbăcirii vegetale obişnuite.

Această constatare poate fi atribuită faptului că procedeul de tăbăcire combinată formol-crom-tanin prezintă simultan avantajele formolării prealabile în tanajul vegetal, aşa după cum s-a arătat în expunerea acestei lucrări, cît şi avantajele cromării prealabile a fibrei dermice, fără prejudiciile cauzate de o încărcare prea puternică cu taninuri vegetale, dat fiind că o parte din grupele bazice ale pielii au

fost deja fixate de către formaldehidă şi în consecinţă putîndu-se evita neplăcerile cauzate de o supratăbăcire a feţei pielii.

Faptul că prin formolare o parte din grupele aminice şi mai ales acele de la suprafaţa pielii sînt fixate, explică după părerea noastră, că combinarea ulterioară a fibrei dermice, în prealabil formolată şi cromată cu taninurile vegetale poate să se facă în condiţiuni mai blînde, dar totuşi cu un grad de tăbăcire mult mai ridicat şi într-un timp mult mai scurt în comparaţie cu tăbăcirea combinată formol-tanin sau tăbăcirea vegetală obişnuită.

Concluzii

1) În tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, datorită tăbăcirii intermediare cu săruri bazice de crom, creşte afinitatea pudrei de piele pentru taninurile vegetale (tab. 1).

2) Ca şi în cazul tăbăcirii combinate crom-tanin şi în tăbăcirea cu formol-crom-tanin se observă o scădere a solubilelor totale din pudra de piele tăbăcită, în comparaţie cu tăbăcirea vegetală (tab. 1, 3, 4 şi 7).

3) Cantitatea de tanin legat pe fibra dermică în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, este mult mai mare decît în cazul tăbăcirii cu formol-tanin sau numai cu taninuri vegetale şi mai mică decît în cazul tăbăcirii crom-tanin (tab. 1, 2 şi 3).

4) Cantitatea de tanin combinat cu substanţa dermică scade cu creşterea concentraţiei în formaldehidă, la pretăbăcirea cu formol (tab. 2 şi 3).

5) Solubilele totale cresc, atît la tăbăcirea cu formol-tanin cît şi la tăbăcirea cu formol-crom-tanin, pe măsură ce concentraţia în formaldehidă la tăbăcirea cu formol creşte. Solubilele totale rezultate la analiza pudrei de piele tăbăcită cu formol-crom-tanin sînt mult mai mici în comparaţie cu cele rezultate de la tăbăcirea cu formol-tanin (tab. 2 şi 3).

6) Cantitatea de crom, sub formă de oxid de crom, fixată pe fibra dermică, scade odată cu creşterea concentraţiei în formaldehidă la pretăbăcirea cu formol (tab. 3 şi 4).

7) Piclajul, înaintea tăbăcirii în crom, în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, duce la fixarea unei cantităţi mai mari de tanin pe fibra dermică (tab. 5).

8) Cantitatea de tanin fixat pe fibra dermică, creşte odată cu creşterea conţinutului de oxid de crom a soluţiilor bazice de crom întrebuinţate la tăbăcire, respectiv, cu creşterea cantităţii de oxid de crom fixat pe fibra dermică (tab. 6).

9) Cantitatea de oxid de crom fixat pe fibra dermică, creşte cu durata de tăbăcire în crom. Prin mărirea duratei de tăbăcire în crom, la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, cantitatea de oxid de crom fixat pe fibra dermică, pare să se apropie de cea fixată în tăbăcirea combinată crom-tanin (tab. 7).

10) Creşterea concentraţiei de oxid de crom a soluţiilor bazice de crom, utilizate în tăbăcirea cu formol-crom-tanin, duce la creşterea moderată a indicelui de tăbăcire şi ca o consecinţă, s-ar recomanda la

tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, soluţii mai diluate în oxid de crom, cu rezultate bune (tab. 6).

11) Pretăbăcirea cu formol, permite ca tăbăcirea cu soluţii bazice de crom să se efectueze la bazicităţi ridicate (tab. 8).

12) Utilizarea la tăbăcire a soluţiilor bazice de crom cu bazicitate mică în tăbăcirea cu formol-crom-tanin, duce la fixarea unei cantităţi mari de tanin, în piele, cu toate că se fixează o cantitate mică de oxid de crom (tab. 8).

13) Indicii de tăbăcire cresc cu concentraţia soluţiilor tanante vegetale întrebuinţate. Indicii de tăbăcire obţinuţi la tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, sînt mult mai mari ca cei obţinuţi la tăbăcirea combinată formol-tanin (tab. 9 şi 10).

14) Durata de tăbăcire vegetală, este mult mai scurtă după sistemul de tăbăcire formol-crom-tanin, în comparaţie cu sistemul de tăbăcire formol-tanin (tab. 11 şi 12).

15) Natura materiilor tanante vegetale, joacă un rol important în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, în sensul că indicele de tăbăcire este în funcţie de materia tanantă întrebuinţată (tab. 13).

Catedra de Tehnologia Pielii, Blănurilor
şi Materiilor Tanante
Laboratorul de Materii Prime

BIBLIOGRAFIE

1. Houben L., J. I. S. L. T. C., 1934, pp. 509—511, Le Cuir Technique, 1934, pp. 350—351.
2. Otin C. şi Alexa G., J. I. S. L. T. C., 1934, pp. 418—424, Le Cuir Technlque, 1935, nr. 21.
3. Gustavson K. H., J. I. S. L. T. C., 22, 1927, p. 125.
4. — Le Cuir Technique, 1933, nr. 18, p. 264.
5. *** *Méthodes Officielles d'Analyse, de la Société Internationale des Chimistes des Industries du Cuir*, 1939.
6. Bowes J. H. and Kenten R. H., J. I. S. L. T. C., 1949, nr. 10, pp. 368—387.
7. Bowes J. H. and Pleass W. B., J. I. S. L. T. C., 1939, p. 365.
8. Yoe and Reid, Ind. Eng. Chem. (Ann.), 1941, p. 238.
9. *** C. R. Soc. Biol., III., 1932, p. 289.
10. Bowes J. and Pleass W. B., J. I. S. L. T. C., 1939, p. 453.
11. Grasser G., Le Cuir, 1923, nr. 10, pp. 230—231.
12. Herfeld H., *Grundlagen der Lederherstellung*, 1950, S. 343, 345.
13. Grassmann W., *Handbuch der-Gerbereichemie und Lederfabrikation*, T. II, 1939, S. 585
14. Otin C. şi Alexa G., J. I. S. L. T. C., 1935, p. 389.
15. Styasni E., *Gerbereichemie*, Dresden-Leipzig, 1931, S. 530.
16. Gustavson K. H., J A. L. C. A, 1925, p. 2963.
17. — Collegium, 1932, p. 775.
18. Cernov N. V., Aronina I. N., Gaidarov L. P., Golovteeva A. A., Leciţki J. M., Mihailov N. A., Strahov I. P., Sestakova I. S., *Tehnologia Pielii*, Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).

ИЗУЧЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО ФОРМАЛЬДЕГИД-ХРОМ-КРАСНОДУБНОГО ДУБЛЕНИЯ

(Резюме)

В процессе комбинированного дубления коллагена формальдегидом и таннидами, благодаря продублению формальдегидом, кожа способна поглащать меньшее количество

таннида по сравнению с краснодубным дублением. В настоящей работе по изучению комбинированного формальдегид-хром-краснодубного дубления стремились увеличить сродство коллагена с таннидами, путем промежуточного хромирования.

Чтобы выявить влияние хромирования в комбинированном формальдегид-хром-краснодубном дублении, наблюдали последнее в сравнении с комбинированным формальдегид-краснодубным дублением. Применяли гольевый не хромированный порошок, изучая следующие факторы:

а) Влияние концентрации-формальдегида в комбинированном формальдегид-хром-краснодубном дублении.

б) Влияние обработки формальдегидом на эффект последующего хромового дубления.

в) Влияние пикелевания.

г) Влияние содержания окиси хрома в комбинированном формальдегид-хром-краснодубном дублении.

д) Влияние продолжительности хромового дубления.

е) Влияние основности соединений хрома.

ж) Влияние концентрации краснодубных растворов.

з) Влияние продолжительности краснодубного дубления.

и) Влияние природы различных таннидов.

Ориентировочно провели четыре испытания: краснодубное, комбинированное хром-краснодубное, комбинированное формальдегид-краснодубное и формальдегид-хром-краснодубное дубление, сохраняя постоянные параметры работы, с целью проверки гипотезы в том, что хромовая обработка гольевого порошка (предварительно формалированного) увеличивает реакционную способность голья к таннидам. Испытания показали, что:

1) Хромированием гольевого порошка, предварительно обработанного формальдегидом, увеличивается сродство коллагена с таннидами (см. табл. I).

2) Количество таннидов, фиксированных гольем убывает с увеличением концентрации формальдегида при продублении формальдегидом (см. табл. II и III).

3) Количество хрома, фиксируемое гольем уменьшается с повышением концентрации формальдегида при продублении формальдегидом (см. табл. III и IV).

4) Пикелированием при процессе комбинированного формальдегид-хром-краснодубного дубления фиксируется большее количество таннидов (см. табл. V).

5) Количество таннидов, фиксируемое коллагеном, возрастает одновременно с увеличением содержания фиксируемой окиси хрома (см. табл. VI).

6) Степень дубления возрастает с увеличением концентрации краснодубных растворов (см. табл. IX и X).

7) Продолжительность краснодубного дубления намного короче в системе формальдегид-хром-краснодубного дубления по сравнению с системой формальдегид краснодубного дубления (см. табл. XI и XII).

8) Природа дубящих веществ играет важную роль в комбинированном формальдегид-хром-краснодубном дублении тем, что степень дубления зависит от использованных дубящих веществ (см. табл. XIII).

Объснение рисунков

Рис. 1. Изменение степени дубления от концентрации формальдегида при продублении формальдегидом.

Рис. 2. Изменение содержания хрома, фиксированного коллагеном в виде окиси хрома и содержания фиксированного формальдегида в зависимости от концентрации формальдегида в формалированном растворе.

Рис. 3. Изменение степени дубления образцов, продубленных формальдегид-хром-таннидами в зависимости от концентрации окиси хрома в растворах основных солей хрома.

Рис. 4. Изменение степени дубления образцов, продубленных формальдегид-хром-таннидами, от продолжительности хромового дубления.

Рис. 5. Изменение степени дубления образцов, продубленных формальдегид-хром-таннидами, от основности дубящих растворов солей хрома.

Рис. 6. Изменение степени дубления от концентрации краснодубных растворов.

Рис. 7. Изменение степени дубления от продолжительности краснодубного дубления.

ÉTUDE DU TANNAGE COMBINÉ FORMOL-CHRÔME-TANIN

Résumé)

Dans le tannage au formol-tanin, étant donné que par le prétannage au formol les groupements aminés de la peau ont été bloqués, la quantité de tanin fixée par la fibre dermique est plus petite que celle fixée par la fibre dermique non formolée.

Dans le présent travail on examine la possibilité d'augmenter l'affinité de la peau formolée pour les matières tannantes végétales par un chromage préalable, précédant le tannage végétal.

Les essais effectués se réfèrent au tannage combiné formol-chrôme-tanin en comparaison avec le tannage formol-tanin, en tenant compte des facteurs suivants:

a) Influence de la concentration de la formaldéhyde dans le tannage combiné formol-chrôme-tanin ;

b) Influence du tannage au formol sur l'effet ultérieur du tannage au chrôme ;

c) Influence du picklage dans le tannage combiné formol-chrôme-tanin ;

d) Influence du contenu de Cr_2O_3 dans le tannage formol-chrôme-tanin ;

e) Influence de la durée du tannage au chrôme ;

f) Influence de la basicité des solutions chromiques ;

g) Influence de la concentration des solutions tanantes végétales ;

h) Influence de la durée du tannage végétal ;

i) Influence de la nature des tanins végétaux.

Les Auteurs ont effectué les essais suivants concernant la poudre de peau non-chromée: un tannage végétal, un tannage combiné formol-tanin, un tannage combiné chrôme-tanin et un tannage combiné formol-chrôme-tanin.

On a aboutit aux résultats suivants:

1. L'affinitté de la peau formolée croît avec le chrômage préalable de la poudre pour les tanins végétaux (tab. I) ;

2. Si la concentration du formol croît dans la fibre formolée, la quantité de tanin fixée sur la fibre dermique diminue (tabl. II et III) ;

3. Si la concentration en formol dans la peau formolée croît la quantité de Cr_2O_3 fixée sur la fibre dermique diminue (tabl. III et IV);

4. Dans le tannage combiné formol-chrôme-tanin le picklage favorise la fixation d'une quantité plus grande de tanin (tabl. V);

5. La quantité de tanin fixé croît avec la quantité de Cr_2O_3 fixée sur la fibre dermique (tabl. VI);

6. L'índice de tannage croît avec la concentration des solutions tanniques (tabl. IX et X);

7. La durée du tannage végétal est beaucoup plus courte pour le tannage formol-chrôme-tanin que pour le tannage formol-tanin (tabl. XI et XII);

8. Dans le tannge formol-chrôme-tanin l'indice de tannage est fonction du tanin employé (tab. XIII).

Explication des figures

Fig. 1. La variation du degré de tannage en fonction de la concentration en formaldéhyde dans le prétannage au formol.

Fig. 2. La variation du contenu en Cr_2O_3 fixé par la fibre dermique ainsi que la variation du contenu en formaldéhyde fixée en fonction de la concentration de la solution de pretannage au formol

Fig. 3. La variation du degré de tannage des cuirs formol-chrôme-tanin en fonction de la concentration en Cr_2O_3 des solutions chrômiques.

Fig. 4. La variation du degré de tannage des cuirs formol-chrôme-tanin en fonction de la durée du tannage au chrôme.

Fig. 5. La variation du degré de tannage en fonction de la bazicité des solutions chrômiques.

Fig. 6. La variation du degré de tannage en fonction de la concentration des solutions tanniques végétales.

Fig. 7. La variation du degré de tannage en fonction de la durée du tannage végétal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

676.16

CERCETĂRI ASUPRA [PRE]HIDROLIZEI STUFULUI

Nota I

DE

CRISTOFOR SIMIONESCU
Membru corespondent al Academiei R. P. R.
şi
DOREL FELDMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

I. Consideraţiuni generale

În ultimele decenii s-a pus din ce în ce mai mult în industria celulozei şi hîrtiei, problema folosirii diferitelor plante anuale, arbori exotici, deşeuri vegetale, etc.

Utilizarea acestora este determinată în primul rînd de faptul că multor ţări le lipseşte materia primă de bază, lemnul, şi în al doilea rînd de avîntul luat de acest sector al industriei chimice în multe ţări şi în particular în R. P. R.

Dintre aceste materii prime au stîrnit un deosebit interes : bambusul [1]—[5], esparto [6]—[8], unele varietăţi de stuf [5], [9]—[20], sorgul [15], [21], deşeurile de trestie de zahăr (bagassa) [2], [22]—[34], cocenii de porumb (*Zea mais*) [35], cocenii de banan [36], [37], topinambur (*Helianthus tuberosus* L.) [38], paiele a diferite cereale [2], [7], [26], [27], [29], [32], [38]—[95], [132]—[135], papyrus [96]—[97], alfa [2], [50], [65]—[69], sericea [98], ricinul [11], [99], cînepa [2], [100], inul [2], [101], unele ierburi [11], [102], [103], eucaliptul [104] —[106], [149], [150], arbori tropicali [11], [107].

Se cunoaşte demult faptul că spre a putea fi utilizată la fabricarea de fibre artificiale, celuloza trebuie să îndeplinească o serie de condiţii, printre care : un conţinut ridicat de alfa-celuloză cu un grad redus de polidispersitate, un conţinut minim de lignină, răşini, substanţe minerale si în special hemiceluloze şi o bună reactivitate [4], [108] —[115], [119], [121], [126]—[128], [130]—[131].

Conţinutul ridicat în hemiceluloze a lemnelor de foioase, a plantelor anuale şi a deşeurilor agricole este motivul căruia se datoreşte faptul că aceste vegetale n-au putut fi folosite ca materii prime pentru celulozele chimice.

Din literatură [12] se vede că, conţinutul în pentozane al diferitelor plante anuale poate atinge 28% (tabelul 1).

Pentozanele din foioase nu se pot îndepărta — printr-o fierbere sulfat — chiar dacă se recurge la leşii concentrate şi la temperaturi ridicate.

Fierberea sulfit dă în cazul lemnelor de foioase (fag) o celuloză cu un conţinut de 5% pentozane, care nu produc dificultăţi la fabricarea vîscozei, dar care după M. Svaton, la obţinerea mătasei cuproamoniacale şi la prelucrarea celulozelor chimice, ar produce dificultăţi [116].

Deoarece atît lemnul de foioase cît şi plantele anuale şi deşeurile vegetale, cu tot conţinutul ridicat de pentozane (şi substanţe minerale), constituie pe întreg globul materii

prime deosebit de importante pentru obţinerea celulozei, este explicabil de ce s-au făcut şi se fac încă atît de multe cercetări în această direcţie. Scopul principal al folosirii acestor vegetale constă în economisirea lemnului de conifere, care în multe ţări este aproape singura materie primă pentru industria celulozei şi hîrtiei.

Realizarea în practică a scăderii conţinutului de hemiceluloze ce însoţesc celuloza în diferite materii prime vegetale, se face printr-un tratament hidrolitic care precede fierberea şi în cursul căruia hemicelulozele care au în genere o greutate moleculară relativ coborîtă sînt hidrolizate pînă la produse solubile care se îndepărtează cu uşurinţă [4], [9], [105], [107], [117], [118], [120], [122] – [125], [129].

Deşi concepţia asupra procedeelor mixte prehidroliză-fierbere a fost prevăzută şi subliniată încă de peste 30 de ani, aplicarea unor astfel de tratamente este de dată recentă.

Procedee cu prehidroliză au fost cercetate şî la noi în ţară [16]. Aplicarea procedeelor chimice de obţinere a celulozelor chimice şi papetare dau posibilitatea valorificării soluţiilor ce rezultă în urma prehidrolizei. Există numeroase industrii care se bazează pe prelucrarea chimică a zaharurilor rezultate din prehidroliză; între acestea se numără cele de fabricare a furfurolului, a alcoolului etilic, a drojdiei furajere, a xilozelor cristalizate, a acidului trioxiglutaric, etc. [42], [73], [117], [136]—[143]

Agenţii folosiţi la prehidroliza vegetalelor sînt de obicei acizii minerali ca: acidul sulfuric şi acidul clorhidric. Apa poate fi inclusă şi ea printre agenţii hidrolitici acizi, deoarece, în cursul prehidrolizei i se adaugă o serie de acizi graşi inferiori, ca cel formic şi acetic, acizi care provoacă o scădere a pH-ului. Aceştia rezultă din scindarea grupelor formilice şi acetilice şi constituie sursa ionilor de hidrogen care catalizează hidroliza hemicelulozelor.

Deşi agenţii acizi şi sărurile acide prezintă unele avantaje în ceea ce priveşte conducerea procesului şi a calităţii produsului, se preferă totuşi apa, mai ales din motive economice. Efectul pozitiv al apei se datoreşte formării acizilor organici care îndeplinesc în cursul prehidrolizei acelaşi rol ca acizii adăugaţi iniţial.

În cazurile în care este necesar să se obţină celuloze cu grade de polimerizare coborîte se recurge la prehidroliza cu acizi minerali.

G. A. Richter [129] a observat că soluţiile rezultate din acţiunea apei, la rece, asupra unui lemn de foioase (mesteacăn) prezintă un pH mai coborît decît cele rezultate în aceleaşi condiţii de la un lemn de răşinoase (*Abies canadiensis*). Cauza acestui fenomen se datoreşte, după G. A. Richter, fie conţinutului mai mare în pentozane a lemnelor de foioase, fie ligninei acestor esenţe care s-ar transforma mai uşor în produse de descompunere cu caracter acid. Autorul a constatat totodată că mare parte din aciditatea rezultată se datoreşte acidului acetic.

Obiectivul principal al acţiunii agentului de prehidroliză îl constituie hemicelulozele; acestea, în cea mai mare parte, cu excepţia celor rezistente la prehidroliză, sînt hidrolizate pînă la monoze solubile.

După părerea lui A. Meller [105] şi lignina — în cursul prehidrolizei cu apă — suferă o transformare radicală; acest lucru este confirmat de solubilitatea cea mai mare în alcool şi alcali a ligninei din materialul prehidrolizat. Acizii organici formaţi în cursul prehidrolizei cu apă, provoacă ligninei aceleaşi modificări chimice ca şi acizii minerali folosiţi la prehidroliză.

G. A. Richter (loc. cit.) arată că lignina de conifere este în special sensibilă la o parţială sau totală dezactivare în cazul cînd condiţiile de prehidroliză n-au fost riguros respectate. Totodată autorul arată că în cazul folosirii soluţiilor diluate bisulfitice drept agent hidrolizant, se solubilizează o cantitate apreciabilă de lignină, analog celei din prima fază a fierberii bisulfitice. Acţiunea soluţiilor diluate de bioxid de sulf, asupra ligninei nu este complet cunoscută, însă este probabil legată de formarea acizilor lignosulfonici.

În cazul cînd se tinde a se diminua conţinutul de pentozani la valori foarte mici, recurgîndu-se în acest scop la condiţii dure de prehidroliză, se poate întîmpla ca acţiunea agentului de hidroliză să se îndrepte asupra celulozei şi să atragă totodată scăderea randamentului final.

G. Centola arată că prin prehidroliză se provoacă o ruptură uniformă a celei mai mari părţi din punctele slabe ale macromoleculelor celulozei [120]. Acest lucru a fost dedus de autor prin compararea diagramelor de fracţionare a celulozelor obţinute prin fierberi sulfat precedate de hidroliză şi diagramele celulozelor bisulfitice. S-a constatat

că în primele, care sînt foarte asemănătoare diagramelor lintersului, se observă că lipsesc fracţiunile cu grad de polimerizare foarte ridicat, care sînt foarte probabil constituite din macromolecule avînd o constituţie omogenă.

Într-o altă lucrare [119], G. Centola, determinînd polimolecularitatea a constatat că la un conţinut egal de alfa-celuloză, celulozele din plante anuale şi foioase au un procent mai mare de polimeri cu grad de polimerizare coborît decît celulozele de brad. De asemenea constată că o celuloză bună pentru vîscoză trebuie să aibe lanţuri cu un grad de polimerizare de la 150—1500 (determinat cu metoda nitrării după Staudinger).

Studiindu-se caracteristicile şi fracţiunile unei celuloze pentru vîscoză obţinută fără prehidroliză şi a unei celuloze obţinute cu prehidroliză [118] s-a ajuns la rezultatele expuse în (tabelul 2).

Celuloza prehidrolizată posedă un procent de alfa-celuloză mai ridicat, o vîscozitate coborîtă (9,3 c p.) şi o omogeneitate remarcabilă a lungimilor macromoleculelor.

Vîscozitatea coborîtă permite o considerabilă scădere a duratei maturaţiei la prepararea vîscozei. Omogeneitatea lungimilor macromoleculelor este avantajoasă, deoarece conduce la obţinerea de fibre deosebit de rezistente.

În ce priveşte acţiunea apei asupra bioxidului de siliciu la diferite temperaturi este de remarcat lucrarea lui I. V. Moracevski şi M. M. Piriutko [144].

În afară de acţiunile mai sus arătate ale agentului de prehidroliză, în cursul hidrolizei pot fi rupte legăturile dintre lignină şi hemiceluloze [105] (şi eventual alte legături dintre constituenţii vegetalelor).

Cercetările făcute în cadrul Ţ. N. I. I. B. (Institutul Central de Cercetare pentru industria hîrtiei din U. R. S. S.) în direcţia prehidrolizei cu apă a lemnului, au confirmat ipotezele teoretice şi au arătat că, folosind această metodă se poate obţine o celuloză sulfat înobilată cu o bună reactivitate şi un conţinut ridicat de alfa-celuloză [145].

În lucrările sale G. S. Kossaia a aplicat la lemn o prehidroliză prin aburire la 150—170°C, urmată de o fierbere sulfat.

Pentru obţinerea din plante anuale a unei celuloze care să posede un conţinut ridicat de alfa-celuloză, I. C. Seailles preconizează o prehidroliză cu apă la 185°C [146].

În literatura de specialitate se indică de asemenea diferite temperaturi la care trebuie condus procesul de prehidroliză, temperaturi care variază după natura plantei anuale. Astfel, pentru esparto se recomandă o prehidroliză cu apă la 180°C, pentru *Arundo donax* 185—195°, pentru paie 190—200°C; la aceste temperaturi sînt indicate durate scurte de prehidroliză [15].

Jayme şi alţi cercetători susţin că din punct de vedere al posibilităţii prelucrării în vîscoză, cea mai bună celuloză se obţine folosind prehidroliza urmată de o fierbere sulfat [12]. Este de asemenea cunoscut faptul că celuloza-sulfat obţinută cu prehidroliză dă o vîscoză pentru fibre de cord de calitate superioară [145].

Conform unui procedeu de obţinere a celulozei din paie, preconizat de Ţ.N.I.I.B., prehidroliza este urmată de o fierbere alcalină într-o instalaţie continuă tip prof. L. P. Jerebov [135].

În prezent în unele ţări (U. R. S. S., R. D. G., Italia) se obţin celuloze prin procedee cu prehidroliză; fierberea aplicată este de tip sulfat sau bisulfit (Italia).

S-au făcut şi studii comparative în ce priveşte proprietăţile celulozelor obţinute prin procedeele: S. N. S. cu şi fără prehidroliză, sulfat cu prehidroliză şi bisulfit [107].

În general, mersul şi eficacitatea prehidrolizei sînt determinate de următorii factori:

a) natura materiei prime vegetale (factor care include densitatea în cazul lemnului, conţinutul în răşini, sensibilitatea pentozanelor de a fi hidrolizate),

b) natura agentului de prehidroliză,

c) condiţiile de temperatură şi presiune,

d) hidromodulul,

e) durata prehidrolizei.

II. Rezultate experimentale

Lucrările noastre au fost efectuate cu stuf (*Phragmites communis*) recoltat în 1954 la Popricani, regiunea Iaşi. Compoziţia chimică a acestuia nu variază faţa de cea a stufului din delta Dunării.

S-au folosit la prehidroliză numai internoduri, prealabil curăţite de teacă; materialul a fost fragmentat în bucăţi de 2—3 cm şi la analiză s-au obţinut următoarele rezultate:

umiditatea 8,69%, pentozane 21,68%,
celuloză 53,39%, cenuşă 4,37%,
lignină 20,09%, solubil în eter etilic 0,46%.

Metodele folosite în analiză sînt cele clasice aplicate la lemn. Se face observaţia că la dozarea celulozei după metoda Kurschner-Höfer probele analizate au fost tratate de cinci ori cu amestec alcool-acid azotic, iar la determinarea ligninei s-a folosit varianta F. P. Komarov, cu menţiunea că, durata acţiunii acidului a fost prelungită la 24 ore; conţinutul în pentozane s-a exprimat în furfurol.

Prehidroliza a fost condusă într-o autoclavă de laborator căptuşită cu plumb; s-a folosit încălzirea directă.

Agentul de prehidroliză utilizat în toate determinările a fost apa. În probele efectuate s-a menţinut constantă durata prehidrolizei (6 ore). În majoritatea probelor au fost necesare 40—60 minute de preîncălzire pînă la atingerea temperaturii propuse pentru prehidroliză.

S-a variat hidromodulul, făcîndu-se şase serii de probe, folosind următoarele rapoarte între stuf şi apă: 1 : 20, 1 : 15, 1 : 10, 1 : 7,5, 1 : 4, 1 : 2. În cadrul fiecărei serii de probe s-a variat presiunea (respectiv temperatura) ajungîndu-se în unele cazuri pînă la 16 at. Materialului rezultat după fiecare prehidroliză i s-a determinat: randamentul, conţinutul în celuloză, conţinutul în lignină, conţinutul în pentozane, conţinutul în substanţe minerale, după ce în prealabil a fost supus unei filtrări şi spălări cu apă.

Soluţiile apoase rezultate în prehidrolizele efectuate au fost păstrate în scopul studierii posibilităţilor de valorificare a zaharurilor şi furfurolului conţinut. În general, aceste soluţii posedă un pH în jurul valorii 4,0.

Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabelele 3—8 şi fig. 1—5.

În probele efectuate la presiuni joase, materialul îşi păstrează forma şi rigiditatea stufului; pe măsură ce este tratat la presiuni mai ridicate, materialul devine mai moale şi poate fi defibrilizat cu uşurinţă; la presiuni de peste 13 at., corespunzătoare unor temperaturi de peste 190°C, materialul prehidrolizat începe să-şi piardă caracterul fibros, devenind friabil.

Urmărind curbele din fig. 1—5, trasate pe baza datelor din tabelele 3—8, se constată că, cele care reflectă variaţia randamentelor şi a componenţilor materialelor obţinute la prehidroliză cu apă folosind diferiţi hidromoduli, au aspecte asemănătoare. Cu creşterea presiunii şi temperaturii de prehidroliză, scade randamentul şi conţinutul în pentozane, procentul de lignină creşte, iar cantitatea de cenuşă rămîne între anumite limite. Conţinutul în celuloză atinge o anumită valoare, după care scade.

III. Concluzii

1) Randamentul în material prehidrolizat, la hidromodulii folosiți de noi, variază în cadrul probelor efectuate, între 98% și 60%. Creșterea presiunii de prehidroliză atrage scăderea continuă a randamentului. Cu cît hidromodulul este mai ridicat, acțiunea asupra stufului este mai mare și randamentul scade mai repede; în general în cazul curbelor obținute la probele efectuate cu hidromodulii 1 : 7,5, 1 : 4 și 1 : 2 nu se observă diferențe apreciabile în ceea ce privește randamentul (fig. 1).

2) Conținutul în celuloză a materialelor obținute după prehidrolize variază între 53% și 68%. Se observă că, pe măsura scăderii hidromodulului scade și conținutul în celuloză a materialului prehidrolizat. Un conținut maxim în celuloză se obține atunci cînd, folosind hidromoduli mari (1 : 20, 1 : 15) se lucrează la presiuni cuprinse între 5—7 at., și folosind hidromoduli mai mici (1 : 10, 1 : 7,5, 1 : 4, 1 : 2) se lucrează între 7 și 9 at. (fig. 2). Peste aceste valori se constată în cadrul fiecărei serii de probe o scădere a conținutului de celuloză provocată probabil de o acțiune hidrolizantă mai accentuată asupra macromoleculelor de celuloză.

3) Procentul de lignină variază în probele efectuate între 22% și 34%. Conținutul în lignină crește în cazul celor șase serii de probe, aproape liniar cu creșterea presiunii de prehidroliză. O creștere mai pronunțată a conținutului în lignină se constată la hidromodulii mai mici ca 1 : 10, în care caz curbele prezintă valori foarte apropiate (fig. 5).

4) Conținutul în pentozane a materialelor rezultate după prehidrolize variază între 17% și aproape 1%. Pentozanele constituie obiectivul principal de atac al agentului prehidrolizant; ele sînt îndepărtate pe măsură ce condițiile de prehidroliză sînt mai dure. Curbele care indică variația conținutului în pentozane a materialelor prehidrolizate sînt foarte apropiate, fapt care arată că la trecerea la probele industriale se vor putea folosi hidromoduli mici.

Pînă la presiunea de aproximativ 7 at. scăderea conținutului în pentozane este mai pronunțată; peste presiunea de 10 at. conținutul în pentozane variază puțin (1—2%) (fig. 3).

Rezultatele noastre confirmă cele arătate de V. I. Sarkov, Z. A. Rogovin și alții [136], [147], [148], precum că o parte a hemicelulozelor este ușor hidrolizabilă, în timp ce o altă parte, prin rezistența pe care o opune acțiunii agenților de hidroliză, se apropie de celuloză.

5) Probele obținute la prehidrolizele cu hidromodulii 1 : 15 și 1 : 20, au avut un conținut foarte apropiat de substanțe minerale, care s-a menținut aproape constant între 2,5—3%. În cazul probelor efectuate cu hidromoduli mai mici ca 1 : 10, conținutul în substanțe minerale este mai ridicat și variază între limite mai mari, 3,5—5,8% (fig. 4).

6) Concluzia generală care se desprinde din datele de mai sus e că în condițiile prehidrolizei stufului cu apă la hidromodulii 1 : 20,

1 : 15, 1 : 10, 1 : 7,5, 1 : 4, 1 : 2 şi presiuni cuprinse între 5—9 at. se obţine cu un randament de 65—80% un material prehidrolizat cu un conţinut de 59—68% celuloză şi 9—2,5% pentozane.

Catedra de Celuloză, Hîrtie şi Fibre artificiale

BIBLIOGRAFIE

1. Thoria L., Melliand Textilber., **32**, 4, 1951, S. 282–283.
2. Marpillero P., L'Ind. della Carta, 4, 4, 1950, pp. 44—51.
3. Aggarwala J. G., Das Papier, **6**, Heft 1/2, 1952, S. L2 ; (Ref. Indian Pulp and Paper, 5, nr. 8, 1951, p. 341).
4. Joglekar M. H., Donofrio C. P., Tappi, **34**, nr. 6, 1951, p. 254, (Ref. Das Papier, 5, 1951, Heft 23/24, S. L104).
5. Фомеев С. П., Бум. пром. 8, 1956, стр. 25—29.
6. Faldner I., Wochenblatt für Papierfabr., nr. 17, 1952, S. 633.
7. Raimondo G., L'Ind. della Carta, **4**, No. 3, 1950, pp. 27—28.
8. Aspinall G. O., Fordyce W. B., J. Chem. Soc., 1956, March, pp. 683-687, (Ref. J. of the Textile Inst., **47**, 8, 1956, p. A427).
9. Kocevar F., Kosler S. I., Das Papier, **10**, Heft 1—2, 1956, S. 1—4.
10. Darcet R., L'Ind. Textile, **68**, Sept., 1951, nr. 728, pp. 399—400.
11. Bhat R. V., L'Ind. della Carta, **6**, nr. 7, 1952, p. 88.
12. Baczynska K., Libiszowsky S., Caiet selectiv de hîrtie şi celuloză, I. D. T., **1**, 1956, pp. 46—66.
13. Rudescu L., Rev. pădurilor, lemnului şi hîrtie ASIT, 1951, nr. 10—11, pp. 38—45.
14. Barbasch S., Rev. pădurilor, lemnului şi hîrtiei ASIT, nr. 12, 1951, pp. 30—37.
15. — *Plantele anuale în industria hîrtiei*, I. D. T., 1954.
16. Rudescu L., Barbasch S, *Stuful şi valorificarea lui*, Ed. tehn., Buc., 1953.
17. Moga V., Rev. Chimie AGIR, nr. 6, 1948, p. 289.
18. Kirmayer Gh., Rev. Chimie, AGIR nr. 1, 1949, p. 41.
19. Konscinschi Al., Rev. ind. lemnului, celulozei şi hîrtiei ASIT, nr. 11, 1955, pp. 421—423.
20. Porphyre J. A., La Papeterie, No. 11, 1950, p. 597-599.
21. Villiers A., L'Ind. della Carta, **4**, No. 8—9, 1950, p. 98,
22. Hedberg O., F. P. 966630, vom 21/V 1948, bekannt gemacht 13/X 1950, Das Papier Heft 11/12, 1951, S. L58, (Ref. Chem. Zentr., **122**, 1, No. 5, 1951,S. 678).
28. *** F. P. 1097124 vom 24/III 1954, ausg. 29/VI 1955. It. Prior. 4/IV 1953, (Ref. Chem., Zentr., **127**, No. 31, 1956, S. 8784).
24. Schmidt Mendes A., Rev. Quim. ind., **22**, No. 251, 14—16 März, 1953, (Ref. Chem. Zentr., **126**, No. 4, 1955, S. 956).
25. Atchison I. E., Paper Trade J., No. 16, 1952, (Ref. Wochenblatt für Papierfabr., No. 22, 1952, S. 819).
26. Ducé R., Tabb C. B., The Paper Maker, No. 6, June, 1952, (Ref. Wochenblatt für Papierfabr., No. 22, 1952, S. 819).
27. Tabb C. B., La Papeterie, Juillet, 1952, pp. 413—415.
28. Luxich F., L'Ind. della Carta, **6**, No. 6, 1952, p. 70.
29. Kasser A., La Papeterie, **74**, No. 1, 1952, p. 2, (Ref. Das Papier, Heft 7/8, 1952, S. L32).
30. Bhargava M. P., Kasbekar G.S., Bhargava R. P., Indian Pulp and Paper, **5**, No. 6, 1950, p. 261, (Ref. Das Papier, Heft 15/16 1951, S. L70).
31. Atchison J. E, Paper Trade J., No. 25, 1952, (Ref. Wochenblatt für Papierfabr., No. 15, 1952, S. 567).
32. Segl W E., A. P. 2698789 vom 8/II 1954, (Ref. Chem. Zentr., **127**, No. 3, 1956, S. 892).
33. *** Paper Trade J., **130**, No. 6, 1950, p. 11, (Ref. L'Ind. della Carta, **4**, No. 7, 1950, p. 85).
34. Becker F. G. Q., Paper Trade J., **131**, No. 11, 1950, (Ref. L'Ind. della Carta, **4**, No. 11, 1950, p. 128).
35. Kung A., L'Ind. della Carta, **4**, No. 8—9, 1950, p. 99,

Tabelul 1

Constituentul	Stuf [12]	Paie de secară [12]	*Cartamus tinctoria* [12]	Paie de grîu [15]
Celuloză %	48,1	49,8	37,0	49,2
Lignină %	23,9	18,6	28,7	13,95
Pentozane %	16,1	28,1	17,5	25,81
Extract în alcool-benzen %	1,9	4,3	4,9	—
Cenuşă	5,6	2,9	6,1	4,63

Tabelul 2

Caracteristici	Celuloză pentru fibre artif. obţinută	
	fără prehidroliză	cu prehidroliză
Alfa-celuloză	59%	98—99%
vîscozitatea cupro, cp.	24	9,3
G. P. mediu $(C_6H_{10}O_6)_n$	$n=920$	$n=670$
G. P. al fracţiunilor		
1-a fracţiune 10%	$n=1700$	$n=1070$
2-a „ 10%	1680	1000
3-a „ 10%	1600	673
4-a „ 10%	1397	616
5-a „ 10%	1150	606
6-a „ 10%	810	511
7-a „ 10%	700	381
8-a „ 10%	377	298
9-a „ 10%	234	220
10-a „ 10%	118	140

Tabelul 3

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 20

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,0- 2,1 (1,5)	105 -130	92,36	3,00	57,67	21,90	15,78
2	2,5- 4,5 (3,5)	132—152	81,94	2,75	62,24	24,06	11,60
3	5,4- 8,0	157—172	72,38	3,06	67,67	26,16	3,42
4	8,0-11,0	172—184	65,65	3,06	66,31	29,04	2,42
5	11,0-15,5	184—197	60,32	3,19	66,10	30,21	1,15

Tabelul 4

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 15

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,0- 2,0 (1,5)	122- 136	96,84	2,39	57,04	22,78	16,20
2	2,2- 4,0 (3,1)	137—154	84,79	2,75	61,93	24,00	11,41
3	4,0- 6,0 (5,0)	154—162	70,29	2,90	67,74	26,76	4,44
4	6,0- 8,7 (7,3)	162 175	66,58	3,04	66,68	28,39	3,00
5	9,0-11,5 (10,2)	175—185	62,51	3,58	66,08	28,56	1,90

Tabelul 5

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 10

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,6- 1,8 (1,7)	119—125	93,15	4,44	53,62	23,84	16,69
2	2,3- 3,9 (3,1)	135—144	86,20	5,03	60,41	23,90	12,00
4	4,5- 5,2 (4,8)	148—156	82,69	5,25	60,97	26,53	6,71
4	6,9- 7,5 (6,8)	161—169	75,67	5,12	64,27	26,97	4,09
5	7,5-10 (8,7)	170—178	73,47	4,67	65,01	30,38	3,04
6	10 -13 (11,5)	178—188	67,11	5,35	60,52	34,02	2,02
7	13 -16 (14,5)	183—198	59,22	fibra distrusă			1,57

Tabelul 6

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 7,5

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,3- 2,2 (1,7)	125—135	98,83	2,97	53,44	23,20	15,80
2	3,0	142	89,14	4,47	59,65	26,56	12,49
3	5,0- 6,8 (5,8)	155—165	80,71	5,29	63,05	29,19	6,15
4	6,5- 9,8 (8,0)	164—178	74,88	5,49	65,36	31,40	2,71
5	10,0-11,7 (11)	178 - 186	70,19	5,67	63,04	32,91	1,90

Tabelul 7

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 4

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,2-1,7 (1,5)	124—131	97,80	3,42	55,52	25,09	14,77
2	3,1-4,0 (3,5)	139—149	82,57	3,49	61,46	25,93	10,92
3	5,0-6,5 (6,0)	157—164	79,05	5,12	60,73	29,82	4,72
4	8,5	174	75,02	3,56	65,24	29,38	2,52
5	11,5	181	69,20	5,72	59,93	34,40	1,67

Tabelul 8

Probele efectuate cu hidromodulul 1 : 2

Proba nr.	Condiţiile prehidrolizei		Randament %	Analiza materialului rezultat la prehidroliză %			
	Pres. at.	Temp. °C.		Cenuşă	Celuloză	Lignină	Pentozane
1	1,7	119	97,30	4,33	52,46	22,82	17,01
2	3,7	141	91,25	5,70	57,50	26,95	12,85
3	6,5	157	79,30	5,86	59,30	29,86	4,78
4	8,3	164	73,30	5,83	61,40	31,18	2,97
5	11,5	179	66,42	5,10	53,05	33,41	2,26

PLANŞA I

BIBLIOTEKA UNIWERSYTECKA

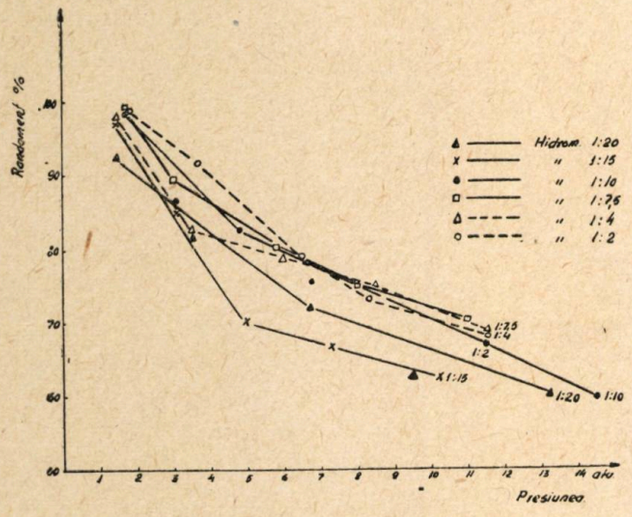


Fig. 1

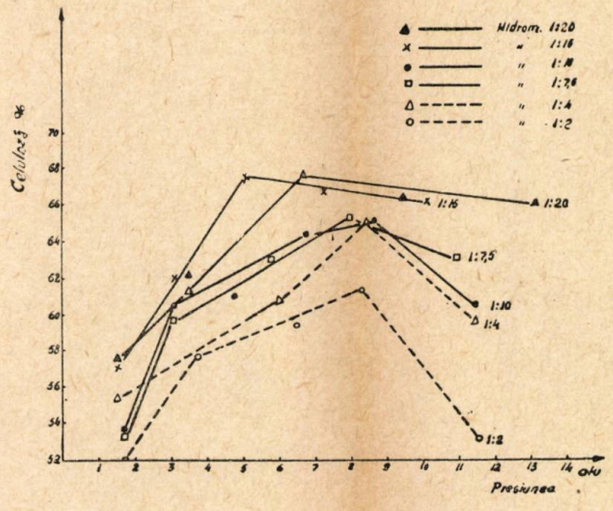


Fig. 2

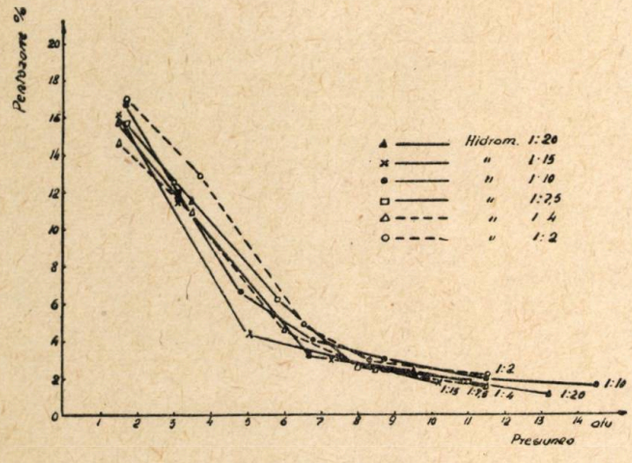


Fig. 3

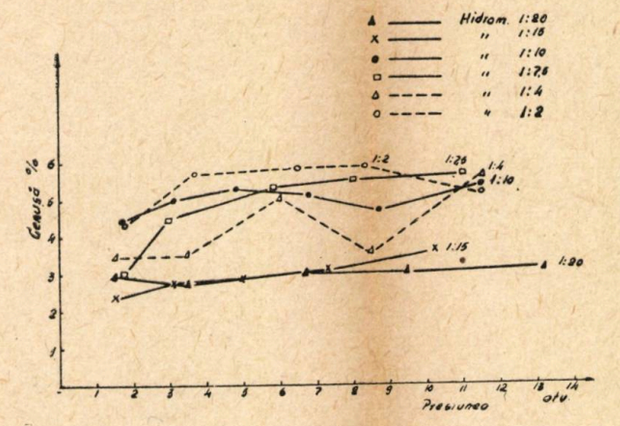


Fig. 4

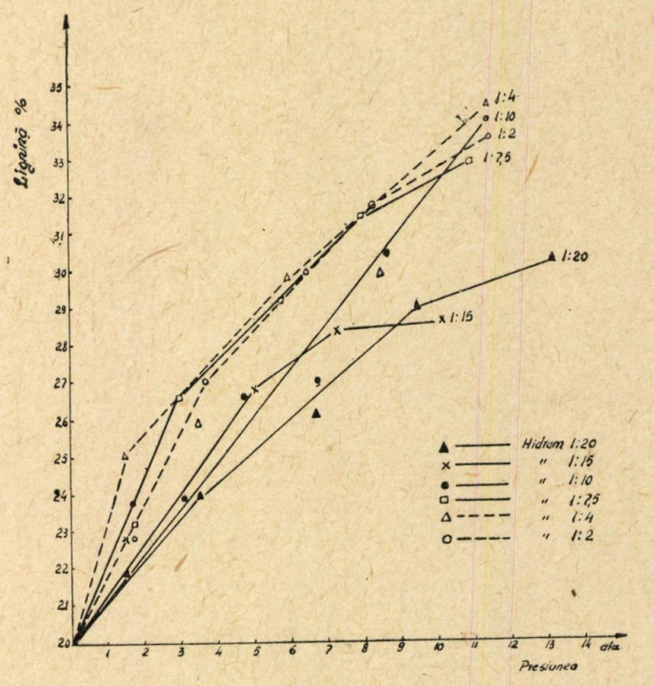


Fig. 5

PLANȘA II

36. Kane I. G., Marathe G. K., J. Indian Chem. Soc., Ind. & New. Ed., **12**, 1949, p. 113, (Ref. Chem. Abstr., **44**, nr. 22, 1950, p. 11091, Ref. Das Papier, Heft 11/12, 1951, S. L53).
37. Chittenden A. E., Colonial Plant and Animal Products, **1**, 1950, p. 64 (Ref. Chem. Abstr., **44**, nr. 22, 1950, 11091, Ref. Das Papier, Heft 11/12, 1951, S. L53),
38. Angeli B., Mazza S., Chimica, **6**, 1951, (Ref. Chemisches Zentr., **122**, 1951, nr. 3. II, p. 466, Ref. Das Papies, Heft 19/20, 1951, S. 85).
39. Marton I., Kóbor L. Annus S., Papir es Nyomda Techn., **7**, nr. 2—3, 1955, pp. 54—59, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 1, 1956, S. 290).
40. Watanabe D., J. Agric. Chem. Soc. Japan, **27**, 1953, pp. 367—369, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 2, 1956, S. 599).
41. — J. Agric. Chem. Soc. Japan, **27**, 1953, pp. 370-372, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 2, 1956, S. 599).
42. Aspinall G. O., Mahomed R. S., J. Chem. Soc., 1954, June, pp. 1731—1734, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 3, 1956, S. 742).
43. Bishop C. T., Adams G A., Canad. J. Res., Sec. B., **28**, Dec. 1950, pp. 753—761, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 4, 1956, S. 1184).
44. . * . E. P. 710731 vom 21/I 1952, ausg. 16/VI 1954. Schwed. Prior. 27/I 1951, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 23, 1956, S. 6549).
45. Öman E., Schwed. P. 137176 vom 5/VI 1947, ausg. 2/IX 1952, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 23, 1956, S. 6550).
46. Aronovsky S. I., Clyde Lathrop E., Schwz. P. 295086 vom 14/VI 1951, ausg. 6/II 1954; Belg. P. 504011 vom 15/VI 1951 ausg. 24/X 1952, (Ref. Chem. Zentr., **126**, nr. 5, 1955, S. 1169).
47. Petersen I, Bayerl A., Wolfen, Bitterfeld Krs., Ehringsfeld A., D. P. (D. D. R.) 1.975 (Ausschiessungspatent), (Ref. Chem. Zentr., **126**, nr. 6, 1955 S. 1409).
48. van Horn W. M., Paper Ind., **35**, April 1955, pp. 70—71, (Ref. Chem. Zentr. 126, nr. 8, 1955, S. 1873).
49. . * . F. P. 1063081/1952, (Ref. Chem. Zentr., **126**, nr. 10, 1955, S. 2329).
50. Rocco H., F. P. 1031350, (Ref. Chem. Zentr., **126**, nr. 14, 1955, S. 3279).
51. Renaud R., Chimie et Industrie, **63**, nr. 3, Mars, 1950, pp. 252—258.
52. — Chimie et Industrie, **63**, nr. 6, Juin, 1950, pp. 625—635.
53. Benit H., Belg. P. 505247 vom 13/VIII 1951, ausg. 19/XII 1952, (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 41, 1956, S. 11310).
54. Grant I., British Paper and Board Maker's Asoc., Proceed. of the Techn. Sect., Feb. 1953, Tech. I, pp. 75—88, (Ref. Zellstoff und Papier, **5**, Heft 9, 1956, S. 216).
55. . * . F. P. 59938 vom 10/I 1950, ausg. 21/IX 1954. Zusatz zu F. P. 988649 ; c. 1952.6785), (Ref. Chem. Zentr., **127**, nr. 37, 1956, S. 10357).
56. . * . Wochenblatt für Papierfabr, **84**, nr. 13, 1956, S 534.
57. Яйме Г. Реф. Ж (Химия), АН СССР, № 13, 1956, стр. 422
58. Ягер Е. Т., Ван Берген П., Схаутен Ф. К. Л, Реф. Ж. (Химия), АН СССР, № 13, 1956, стр. 425.
59. Faldner I., Wochenblatt für Papierfabr., **82**, 1954, nr. 4, S. 111—113.
60. . * . The Paper Maker, Sept. 1956, pp. 226—233.
61. Schwenzon K., Chemische Technik, **8**, 1956, nr. 9, S. 520—527.
62. van Nederveen G., Hellenberg G. H., Das Papier, 1955, Heft 1/2, S. 51—56.
63. . * . Paper Maker (annual number), 1950, pp. 48—53.
64. . * . Paper Maker, **74**, Noemb., 1952, pp. 412—414.
65. . * . La Papeterie, 1956, nr. 4, pp. 255—268.
66. Tabb C. B., La Papeterie, 1953, nr. 1, pp. 17—26.
67. . * . La Papeterie, 1949, **71**, pp. 493—495.
68. Centola G., Pancirolli F., L'Ind. della Carta, **4**, nr. 4, 1950, pp. 39—43.
69. . * . M. L. K. Ind. Eng. Chem., **41**, 1949, nr. 10, p. 10A, (Ref. L'Ind. della Carta, **4**, nr. 5, 1950, p. 61).
70. Rodziewics J., Przeglad Papierniczy, **5**, 1951, p. 115, (Ref. Das Papier, Heft 15/16, S. L70).
71. . * . Das Papier, **5**, 1951, Heft 23/24,

72. Nass Horst, Das Papier, 1951, Heft 21/22, S. 447.
73. Adams G. A., Castagne A. E., Canad. J. Chem., **29**, nr. 2, 1951, p. 109 (Ref. Techn. Bull, **28**, nr. 4—6, 1951, p. 42, Ref. Das Papier, **5**, Heft 17/18, Sept. 1951, S. L79).
74. Bertrand G., Delga J., Mém. services. chim. état, **34**, 1948, p. 241. Ref. Chem. Abstr., **44**, 1950, p. 7529, Ref. Das Papier Heft 10, 1951, S. L42).
75. Sutcliffe H. H., Aronovsky S. I., Wilkinson R. M., Burnham W. D., Philips W. A., Carpenter E. R., Tappi, **33**, 1950, p. 353, (Ref. L'Ind. della Carta, **4**, nr. 11, 1950, p. 128).
76. Giani E., L'Ind. della Carta, **6**, 1952, No. 6, p. 70.
77. * * * Wochenblatt für Papierfabr., 1952, No. 14, S. 538.
78. Curry R. S., Brit. Pat. 572895 22/X 1945, (Ref. Chem. Abstr., **43**, No. 22, 1949, p. 9447, Ref. Das Papier, 1951, Heft 10, S. L50).
79. Stolzenberg W., D. B. P. 821998 vom 3/XI 1949, (Ref. Das Papier, 1952, Heft 7/8, S. L38).
80. Rudzka E., Przeglad Papierniczy, No. 3, 1951, p. 111, (Ref. Polish. Techn. Abstr. No. 2, 1952, p. 81, (Ref. Das Papier, 1952, Heft 15/16, S. L75).
81. Adams G. A., Castagne A., Canad. J. Res., (Sect. B), **27**, No. 12, 1949, pp. 915—923, (Ref. Chimie et Ind., **63**, No. 1, Janv., 1950, p. 72).
82. Lauer K., Ghoneim A. F., Ref. Das Papier, 1952, Heft 11/12, S. L50.
83. Porphyre J. A., La Papeterie, 1953, No. 6, pp. 403 - 405.
84. Root E. M., Paper Mill. News, (Ref. La Papeterie, 1949, No. 6, p. 219.
85. Kasser A., Rossignoli P., La Papeterie, 1948, No. 10, pp. 307—314.
86. — La Papeterie, 1948, No. 11, pp. 346—353.
87. Porphyre J. A., La Papeterie, 1951, No. 1. pp. 17—21.
88. Marton M. R., Lengyel L., Koltai. G., Atip, 4—5, 1955, p. 120, (Ref. L'Ind. della Carta, **10**, 1956, No. 2, p. 25).
89. Vamos G., Atip, 4—5, 1955, p. 129, (Ref. L'Ind. della Carta, **10**, 1956, No. 2, p. 26),
90. Katz S., Oiaga A., Barbasch S., Rev. Ind. lemnului, celulozei şi hîrtiei ASIT, 1954, No. 4, pp. 125—132.
91. Koltay G., Lengyel P., Caiet selectiv Hîrtie şi Celuloză, IDT, 1953, No. 6, pp. 29—37.
92. Centola G., Pancirolli F., Borruso D., L'Ind. della Carta, **6**, Genn. 1952, No. 1, pp. 1—7, (Ref. Chem. Zentr., **127**, No. 12, 21 März 1956, S. 3450).
93. Schönberg E., La Papeterie, **77**, Juin, 1955, pp. 399—415, (Ref. Chem. Zentr., **127**, 1956, No. 2, S. 600).
94. Thinet A., La Papeterie, 1954, No. 11, pp. 729—737, (Ref. Zellstoff und Papier, 1955, No. 9, S. 286).
95. — La Papeterie, 1955, No. 1, pp. 19—24, (Ref. Zellstoff und Papier, 1955, No. 8, S. 255).,
96. Kalpers H., Reyon, Synthetica, Zellwolle, **29**, 1951, No. 2, p. 76, (Ref. Das Papier, Heft 11/12, 1951, S. L53).
97. Istas J. R., Agricultura, **3**, Sept., 1955, No. 2, pp. 341—362, (Ref. Chem. Zentr. **127**, 1956, No. 28, S. 7691).
98. Barker M. E., Papier Trade J. **131**, 1950, No. 4, p. 22, (Ref. Das Papier, Heft 11/12, 1951, S. L53).
99. Bhat R. V., Jaspal N. S., Indian Pulp Paper, **6**, 1952, No. 9, p. 375, (Ref. Das Papier, 1952, Heft 23/24, S. L111).
100. Barbasch S., Katz S., Oiaga E., Platon M., Andreescu G., Ind. lemnului, celulozei şi hîrtiei ASIT, 1955, No. 8, pp. 316—321.
101. Benedek O., E. P. 705701 vom 2/II 1951 ausg. 7/IV 1954, (Ref. Chem. Zentr. **126**, 1955, No. 4, S. 958).
102. Singh Chatar, Guha S. R. D., Wochenblatt für Papierfabr., 1952, No. 18, S. 672.
103. — Indian Pulp Paper 1952, **6**, No. 10, p. 420, (Ref. Das Papier, Heft, 23/24, 1952, S. L111).
104. Merewether J. W. T., Tappi, **37**, Nov. 1954, pp. 483—487, (Ref. Chem. Zentr., **127**, 1956, No. 38, S. 10624).
105. Meller Alex., Tappi, **33**, 1950, p. 248, (Ref. Ind. della Carta, **4**, 1950, No. 8—9, p. 103).
106. Stewart C. M., Mc. Pherson J. A., Holzforschung, **9**, No. 5, 1955, p. 140, (Ref. Ind. della Carta, **10**, No. 2, 1956, p. 26).
107. Simonds F. A., Kingsbury R. M., Tappi, **35**, Nr. 4, 1952, p. 166, (Ref. Da Papier, Heft 21/22, 1952, S. L102).

108. Kozmal F., Pikler A., Jambrich M., Papir a Celuloza, No. 1, 1955, pp. 7—10.
109. Иванов В. И., Бум. пром., No. 12, 1954, стр. 5—8.
110. Wlodizimierz Surewicz, Przeglad Papierniczy, No. 5, 1955, pp. 132—138.
111. Иванов В. И., Бум. пром., № 2, 1955, стр. 5—7.
112. Аким Л. Е., Кильки В. Е., Бум. пром., № 10, 1953, стр. 5—9.
113. Комаров Ф. П. Бум. пром., № 2, 1954, стр. 14—15.
114. Сивохин С. П., Бум. пром. № 2, 1956, стр. 6—9.
115. Комаров Ф. П., Высокомолекулярные соединения, 1949, № 9.
116. Svaton M., Caiet selectiv hîrtie şi celuloză, I.D.T., No. 2—4, p. 25.
117. Wittwer R., Faserforschung und Textiltechnik, **2**, 1955, S. 58—62, (Ref. Zellstoff und Papier, **7**, 1955, S. 223).
118. * * * La Papeterie, No. 1, 1953, pp. 53—55.
119. Centola G., L'Ind. della Carta, **4**, 1950, No. 8—9, p. 101.
120. — Bull. de L'Ind. Textile de France, No. 30, 1952, pp 131 140.
121. Jayme G., Schenck Udo, Melliand Textilberichte, **31**, No. 4, 1950, S. 230.
122. Pancirolli F., Geragioli G., L'Ind. della Carta **7**, Giugnio, 1953, pp. 59—64, (Ref. Chem Zentr., **127**, No. 12, 1956, 21 März, S. 3454).
123. Simmonds F. A, Kingsbury R. M., Martin I. S., Chem. Zentr., **127**, nr. 2, 1956, S. 599;
124. Centola G., Pancirolli F., Ceragiolo G., Chim e Ind., **37**, Mai, 1955, pp. 345—47, (Ref. Chem. Zentr., **127**, 1956, nr. 30, S. 8508).
125. Correns E., Jacopian V., Faserforschung und Textiltechnik, nr. 9, 1956, S. 387—393.
126. Ellefsen O., Nork. Skogindustri, **9**, 1955, nr. 11, pp. 399—406, (Ref. J. of the Textile Institute, **47**, nr. 5, May 1956, p. A213).
127. Корчемкин Ф. Н., Жеребов Л. П., ЖПХ, **28**, № 8, 1955, стр. 872—876.
128. Шарков В. И., Мартыщенко З. Н., Ж Х, **28**, № 8, 1955, стр. 881—885.
129. Richter G. A., Tappi, **39**, 1956, p. 193, (Ref. L'Ind. della Carta, **10**, nr. 8—9, 1956, pp. 103—105).
130. Сарков В. И., Добуш О. А., Бум. пром., № 5, 1953, стр. 14—19.
131. Bakk A., Rev. Ind. lemnului, celulozei şi hîrtiei ASIT, nr. 11, 1955, p. 449—454.
132. Lensi M., *La cellulosa e le sue applicazioni industriali*, 1953, C. Y. A., Firenze
133. Marton Istvanne, Papir es Nyomda Technica, 1954, nr. 10, pp. 294—298.
134. Грубштейн В. Д., Бум. пром., № 2, 1954, стр. 15—18.
135. Koltay Gyorgy, Papir es Nyomda Technica, 1953, nr. 3, pp. 66—69.
136. Шарков В. И., Успехи химии, **22**, № 3, 1953, стр. 322.
137. Yundt A. P., Tappi, **34**, nr. 2, 1951, p. 89, (Ref. Das Papier, **5**, Heft 23/24, 1951, S. L101).
138. — Tappi, **34**, nr. 2, 1951, p. 94, (Ref. Das Papier, **5**, Heft 23/24, 1951, S. L101).
139. Wallace C., Lewis, F. P. 1033038 vom 23/X 1951, ausg. 23/II 1954 (Ref. Chem. Zentr., **126**, nr. 2, 1955, S. 483).
140. Mossman S. N, Wilson J. E., Kellog L. D., E. P. 707310, (Ref. Chem, Zentr., **126**, 1955, nr. 6, S. 1409).
141. * * * B. F. 932885, (Ref. La Papeterie, nr. 11, 1950, p. 627).
142. Wolf M. J., Camron J. A., Mac, Masters A. P., 2709699 vom 18/VII 1952, ausg. 31/V, (Ref. Chem Zentr. **127**, No. 25, 1956, S. 7113).
143. Rosen E., 1955, Chimie et Ind., **64**, 1950, nr. 2, pp. 160 166.
144. Морачевский Ю. В., Пирютко М. М., Изв АН СССР ОХН, № 8, 1956, стр. 894—902.
145. Косая Г. С., Бум. пром, № 6, 1955, стр. 8—12.
146. Séailles J. C., Ref. Chem. Zentr., **123**, 1952, nr 17, S. 2775.
147. Роговин З. А., Шорыгина Н. Н., Химия целлюлозы и её спутников, М.—Л. Госхимиздат, 1953, стр. 503—504
148. Никитин Н. Н. Химия древесины, Изд. АН СССР, 1951, стр. 387—390.
149. Lewin M., Lengyel A., Bull. of the Research council of Israel. Section C, Technology, 5C, March-June, 1956, nr. 2—3, pp. 181—215.
150. Lewin M., Reibenbach A., Bull. of the Research Council of Israel, Section A, 5A, July, 1956, nr. 4, pp. 243—253.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО [ПРЕД] ГИДРОЛИЗУ КАМЫША

Сообщение I

(Резюме)

Практически, уменьшение содержания гемицеллюлозы, сопутствующей целлюлозе в различных видах растительного сырья, осуществляется обработкой, предшедствующей варке: такая предварительная обработка определила процесс гидролиза гемицеллюлоз до получения используемых растворимых продуктов.

Авторы применяли в качествесырья межсучковые участки камыша (*Phragmites communis*) и обыкновенную воду. Варьировали модуль ванны и давление, соответственно температуру, при постоянной продолжительности процесса. Опыты производили в лабораторных условиях.

Результаты приведены в таблицах и на рисунках. Применяя модули ванны в пределах 1:2; 1:5; 1:10; 1:7,5; 1:4; 1:2 и давления в пределах от 5 до 9-ти ат, получается гидролизованный материал с выходом 65—80%; содержанием целлюлозы 59—68% и пентозанов 9—2,5%.

RECHERCHES SUR LA PRÉHYDROLYSE DU ROSEAU

Note I

(Résumé)

En pratique la baisse du contenu d'hémicelluloses qui accompagnent la cellulose dans les diverses matières végétales se réalise par un traitement qui précède la cuisson proprement dite et qui conduit à la hydrolyse des hémicelluloses jusqu'aux produits solubles, de valeur industrielle.

Dans cette Note les Auteurs ont utilisé comme matière première les entre noeuds du roseau (*Phragmites communis*). Comme l'agent de préhydrolyse on a employé l'eau pure.

La durée du procès hydrolytique a été maintenue constante, en variant l'hydromodule et la pression, respectivement la température. Les expériences ont été faites dans en conditions de laboratoire. Quant aux résultats concernant le rendement et le contenu en cellulose, lignine, pentosanes, cendre, ils sont donnés dans les tableaux et les graphiques insérés dans le texte.

Les Auteurs arrivent à la conclusion qu'aux hydromodules 1:20; 1:15; 1:10; 1:7,5; 1:4; 1:2 et pour la pression comprise entre 5—9 at. on obtient, avec un rendement de 65—80%, une matière préhydrolysée ayant un contenu de 59—68% cellulose et 9—2,5% pentosanes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

676.1.022

METODĂ RAPIDĂ PENTRU DETERMINAREA ACIZILOR LIGNOSULFONICI

DE

V. DIACONESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic Iaşi din 19–21 mai 1956

Industria de celuloză a căpătat în decurs de 80 ani, de la înfiinţarea ei şi pînă în prezent, o dezvoltare deosebit de importantă, dezvoltare ce a fost influenţată nu numai de fabricarea hîrtiei ci şi de alte ramuri industriale, cum sînt: industria textilă, a construcţiilor, a maselor plastice, a explozivilor, etc.

Ritmul accelerat de dezvoltare însă prezintă şi aspectul negativ prin aceea că circa jumătate din cantitatea de materie primă, lemnul intrat în fabricaţie, rezultă sub formă de soluţii reziduale. În cazul fierberilor cu bisulfit de calciu componenţii necelulozici ai lemnului trec în soluţie, constituind partea organică a soluţiilor bisulfitice reziduale. Deşi încercările de valorificare a acestora au început odată cu aplicarea industrială a procedeului, rezultatele obţinute pînă în prezent sînt nesatisfăcătoare.

Prelucrarea în prezent pe alcool etilic, acetonă, alcool butilic, pe acid lactic, vanilină, drojdii furajere şi alte produse nu valorifică decît în parte hidraţii de carbon conţinuţi, în timp ce acizii lignosulfonici, componenţi principali ai acestor soluţii, rămîn nevalorificaţi.

Folosirea proprietăţilor de plastifiere a lignosulfonaţilor de calciu pentru îmbunătăţirea calităţii materialelor de construcţii a dat rezultat în evitarea formării aglomerărilor de ciment, ceea ce se manifestă practic prin obţinerea aproape a aceloraşi rezistenţe ca şi cînd s-ar folosi în ciment mai fin, sau rezultate chiar mai bune. De asemenea s-au obţinut îmbunătăţiri ale drumurilor de pămînt prin tratarea îmbrăcăminţii acestora cu concentrate de soluţii bisulfitice reziduale.

Deşi sectoarele care au început valorificarea acestui produs secundar al fabricilor de celuloză sînt numeroase, ele nu consumă decît părţi neînsemnate din cantităţile ce rezultă din fabricaţie.

Cauza care a determinat restrîngerea domeniilor de utilizare este în primul rînd lipsa de cunoştinţe în ceea ce priveşte compoziţia şi în deosebi a acizilor lignosulfonici. Toate metodele folosite în separarea şi fracţionarea acizilor lignosulfonici se bazează pe precipitarea acestora cu diverşi reactivi cum sînt hidroxizii metalelor alcalino-pămîntoase, octanatul de plumb, aminele aromatice, etc. Insolubilizarea rezultată se atribuie prezenţei grupelor hidroxilice fenolice în macromoleculele acizilor lignosulfonici. Dacă aceste precipitări duc la unele erori datorită sorbţiei şi coprecipitării altor componenţi ce se găsesc în soluţia bisulfitică reziduală şi prin aceasta crează dificultăţi în studiul structurii lor, nu sînt lipsite totuşi de interes pentru determinarea cantitativă.

Metodele de dozare a acizilor lignosulfonici pot fi împărţite în două grupe:

a) bazate pe determinarea grupelor metoxilice,

b) bazate pe separarea şi cîntărirea precipitatelor obţinute cu diverşi reactivi.

C. Schwalbe şi R. Sieber [1] folosesc scindarea grupelor metoxilice, cu formare de iodură de metil şi dozarea acesteia din urmă prin metoda argentometrică. Cunoscîndu-se conţinutul mediu de grupe metoxi în lignină se poate calcula cantitatea de acizi lignosulfonici.

K. Kürschner [2] dozează grupele metoxilice sub formă de alcool metilic, din conţinutul cărora prin aceeaşi metodă ca mai sus se calculează acizii lignosulfonici.

Ambele metode necesită aparatură special construită şi o durată a determinării de cîteva ore—aceasta fiind compusă din o distilare şi dozări volumetrice.

Pentru determinarea gravimetrică B. P. Osanov [3] descrie o metodă folosind ca reactiv de precipitare α-naftilamina în mediu de acid clorhidric. Pe lîngă faptul că precipitatul obţinut trebuie spălat cu multă atenţie pentru a evita solvirea, metoda are de asemenea o durată de 5—6 ore ceea ce nu răspunde cerinţelor fabricaţiei curente, fie la obţinerea soluţiilor bisulfitice reziduale, fie la prelucrarea lor ulterioară.

Încercările de separare şi dozare prin cromatografie [4] nu au dat pînă în prezent rezultate concludente.

În lucrarea de faţă ne-am propus elaborarea unei metode rapide de dozare a acizilor lignosulfonici, care să satisfacă nivelul cerinţelor industriale.

Partea experimentală

Folosind indicaţiile date de H. Procter şi S. Hirst [5] şi de B. P. Osanov [3] privitoare la precipitarea acizilor lignosulfonici cu amine aromatice şi în special cu α-naftilamină s-a încercat precipitarea cu amine substituite, ajungînd la constatarea că dimetil-α-naftilamina în mediu de acid clorhidric, este un reactiv corespunzător acestui scop.

Dimetil-α-naftilamina, lichid uleios, cu fluorescenţă violetă, se solvă uşor în acid clorhidric 3N, iar în prezenţa acizilor lignosulfonici formează imediat un precipitat floconos, de culoare galben murdar, insolubil în mediu de acid clorhidric, parţial solubil în apă şi foarte uşor solubil în alcool etilic.

Pentru determinarea condiţiilor optime de precipitare a fost necesar să se urmărească reacţia cu acizi lignosulfonici lipsiţi de alţi ioni. În acest scop, s-a folosit o soluţie bisulfită reziduală rezultată de la fierberea unei celuloze normale, din lemn de molid. Conţinutul principalilor componenţi a fost:

Reziduu uscat	10,60 g/100 cm³
Reziduu uscat după calcinare	1,70 g/100 cm³
CaO	0,82 g/100 cm³
Sulf total	1,03 g/100 cm³
Lignină (acizi lignosulfonici)	3,80 g/100 cm³
Zaharuri totale	1,98 g/100 cm³

Din această soluţie s-au precipitat după metoda Kürschner şi Schramek [6] acizii lignosulfonici cu $Ca(OH)_2$, valoarea pH-ului final fiind 12.

Lignosulfonatul bazic de calciu astfel format a fost separat prin filtrare, spălat cu apă şi adus din nou în suspensie apoasă.

Pentru eliberarea acizilor lignosulfonici de calciu s-au folosit două metode:

a) Tratarea suspensiei cu acid oxalic în cantitate echivalentă calciului, precipitîndu-se astfel oxalat de calciu insolubil, ce s-a separat prin filtrare.

b) Barbotarea bioxidului de carbon în suspensia apoasă de lignosulfonat bazic de calciu a dus la punerea în libertate a acizilor lignosulfonici, calciul precipitîndu-se sub formă de carbonat, iar în parte trecînd în soluție ca bicarbonat. După filtrarea carbonatului de calciu, soluția s-a încălzit la fierbere, prin aceasta separîndu-se carbonatul de calciu trecut în soluție ca bicarbonat. După o filtrare îngrijită, din soluția clară, prin evaporare, s-au obținut acizi ligno-sulfonici sub formă aciculară, cu un conținut de cenușă cuprins între 0,34—0,61%.

Din produsul astfel obținut s-au preparat soluții de concentrații în acizi lignosulfonici apropiate celor rezultate de la fierberile bisulfitice.

Pentru determinarea conținutului de acizi lignosulfonici solviți s-a folosit ca reactiv dimetil-α-naftalina ($C_{12}H_{13}N$) cu punct de distilare 272—274° C, $D_{15}^{15} = 1{,}0446$ și $n_D^{15} = 1{,}624$. Soluția de reactiv s-a obținut prin solvire în HCl 3N; concentrația soluției a fost de 0,01 g/cm³.

Constatînd prin analize gravimetrice precipitarea cantitativă și imediată a acizilor lignosulfonici, în condiții determinate de aciditate, s-a conchis că metoda poate fi folosită ca volumetrică, utilizînd un indicator pentru excesul de reactiv.

L. M. Kulberg [7] folosește dimetil-α-naftilamina ca reactiv pentru determinarea sulfamidelor în sînge, care în prezența acidului clorhidric și a azotitului de sodiu formează o coloratie roșie-violacee.

În metoda de față am folosit sulfamida (p-aminobenzensulfonamidă) ca indicator prin metoda picăturilor, pentru dimetil-α-naftilamina.

1,5 g p-aminobenzensulfonamidă se solvă în 50 cm³ apă, după care se amestecă cu 50 cm³ soluție 1% azotit de sodiu. Cu soluția rezultată se îmbibă hîrtie de filtru ce se usucă în atmosferă lipsită de vapori acizi.

Pentru executarea analizei se aduc într-un pahar 10 cm³ soluție de acizi lignosulfonici, se adaugă acid clorhidric concentrat ($D = 1{,}19$) și se titrează cu soluția clorhidrică de dimetil-α-naftilamină din biuretă. Sfîrșitul reacției este marcat de apariția unei aureole roșu-violacee în jurul locului în care s-a adus picătura din paharul de titrare pe hîrtia indicatoare. Prin metodica astfel stabilită s-a studiat influența cantității de acid clorhidric asupra gradului de precipitare a acizilor lignosulfonici. Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 1 și fig. 1.

Din analiza tabelului rezultă că precipitarea devine cantitativă începînd de la un conținut de 0,057 g HCl/cm³ soluție de analizat, respectiv 1,5 cm³ HCl ($D = 1{,}19$) pentru 10 cm³ soluție de acizi lignosulfonici și că la concentrații mai mari precipitarea rămîne la același nivel. Pentru efectuarea analizelor s-a luat aciditatea de 0,75 g/cm³, ceea ce revine la 2 cm³ HCl ($D = 1{,}19$) pentru 10 cm³ soluție acizi lignosulfonici. În aceste condiții s-a urmărit dozarea acizilor lignosulfonici în soluții de diferite concentrații. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 2. Analiza datelor din tabelul 2 he arată că precipitarea acizilor lignosulfonici se menține la același raport al cantității de dimetil-α-naftilamină și că erorile maxime sînt de circa 4%. În concentrațiile obișnuite în acizi lignosulfonici a soluțiilor bisulfitice reziduale, erorile de analiză nu depășesc pe acelea obținute prin metode gravimetrice.

Tabelul 1

Sol. bisulfitică luată în lucru cm^3	HCl (443 g/l) adăugaţi cm^3	HCl în sol. de analizat g/cm^3	Acizi lignosulfonici		Acizi lignosulfonici determinaţi %
			în soluţie	determinaţi	
10	0	0	0,3762	0	0
10	0,20	0,008	0,7762	0,0658	17,50
10	0,30	0,013	0,3762	0,1252	33,28
10	0,50	0,021	0,3762	0,1810	48,12
10	0,70	0,029	0,3762	0,2494	66,31
10	1,00	0,043	0,3762	0,3053	81,18
10	1,50	0,057	0,3762	0,3754	99,81
10	2,00	0,075	0,3762	0,3756	99,86
10	2,50	0,088	0,3762	0,3753	99,78

1 cm^3 soluţie dimetil-α-naftilamină de concentraţie 0,01 g/cm^3 în soluţie de HCl 3N corespunde la 0,0193g acizi lignosulfonici puri.

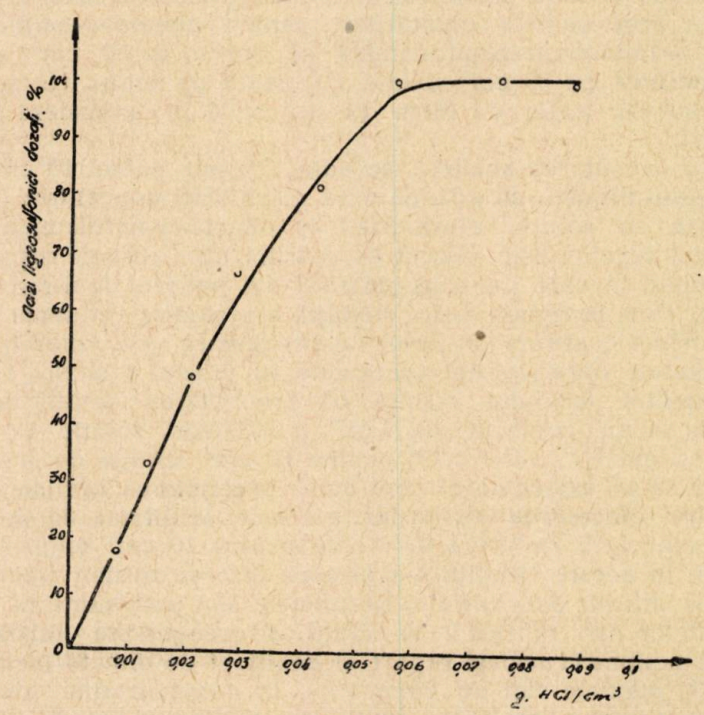


Fig. 1

Față de cantitatea de dimetil-α-naftilamină și aceea de acizi lignosulfonici precipitați s-a calculat raportul de transformare a reactivului în acizi lignosulfonici.

Tabelul 2

Conc. sol. de ac. lignosulfonici g/100 cm³	Reactiv folosit la tratare cm³	Cantitatea de acizi lignosulfonici		%
		luați în lucru	determinați	
3,762	19,75	0,3762	0,3756	99,86
1,881	9,87	0,1881	0,1934	102,81
1,504	7,80	0,1504	0,1528	101,59
1,128	6,00	0,1128	0,1176	104,25
0,372	2,00	0,0376	0,0392	104,19

În tabelul 3 sînt prezentate cantitățile de reactiv consumat și acelea de acizi lignosulfonici precipitați, precum și valorile factorului de transformare.

Tabelul 3

Concentrația sol. de dimetil-α-naftilamină g/cm³	Reactiv folosit la tratare cm³	Cantitatea de reactiv g	Cantitatea de acizi lignosufonici g	Raportul acizi lignosulfonici/ dimetil-α-naftilamină g/g
0,01	19,73	0,1973	0,3756	1,9036
0,01	9,87	0,0987	0,1934	1,9594
0,01	7,80	0,0780	0,1528	1,9589
0,01	6,00	0,0600	0,1176	1,9600
0,01	2,00	0,0200	0,0392	1,9598
			Media	1,9483

Rezultă din tabel că fiecărui gram de dimetil-α-naftilamină consumat la titrare îi corespunde cantitatea de 1,9483 g acizi lignosulfonici.

Concluzii

1) Dimetil-α-naftilamina în mediu de HCl este un reactiv ce produce precipitarea cantitativă a acizilor lignosulfonici și poate fi utilizată în dozarea acestora din urmă.

2) Precipitarea duce la rezultate concordante numai în cazul cînd aciditatea este mai mare ca 0,057 g HCl/cm³.

3) Analiza este uşor de executat şi nu necesită aparatură specială.

4) Metoda este rapidă, durata de executare fiind cuprinsă între 3—5 minute.

Catedra de Celuloză, Hîrtie şi Fibre Artificiale

BIBLIOGRAFIE

1. Schwalbe C., Sieber R., *Die chemische Betriebskontrolle in der Zellstoff und Papier-industrie*, Berlin, 1931, Julius Springer, pp. 121—131.
2. Kürschner K., Chemicke Zvesti, **9**, 1955, nr. pp. 99—108.
3. Осанов Б. И. Технико-химический контроль целлюлозно-бумажного производства, Москва, 1952, Легизпром, стр. 79.
4. Schroeder S., *Die Chromatographie der Lignosulphonsäure*, Der Papierfabrikant, 1943.
5. Procter H., Hirst L., *Precipitarea acizilor lignosulfonici cu amine aromatice*, 1909, (Manuscris, trad. din l. cehă).
6. Kürschner K., Schramek W., Brevet CSR, nr. 2057117.
7. Кульберг Л. М., Капельный анализ, Москва, 1951, Химиздат, стр. 489.

БЫСТРЫЙ МЕТОД ДОЗИРОВКИ ЛИГНОСУЛЬФОНОВЫХ КИСЛОТ

(Резюме)

Предлагается быстрый метод для индустриального применения дозировки лигносульфоновых кислот.

Заключается что : 1) Диметил -α нафтиламин в среде HCl является реактивом вызывающим количественное осаждение лигносульфоновых кислот и может быть использован в его дозировке. 2) Осаждение даёт соответствующие результаты только при кислотности большей 0,057 г HCl/см³. 3) Анализ, легко исполняемый и не требующий специальной аппаратуры, производится в течении 3—5 минут.

MÉTHODE RAPIDE POUR LA DÉTERMINATION DES ACIDES LIGNOSULPHONIQUES

(Résumé)

L'Auteur élabore dans cette Note une méthode rapide du dosage des acides lignosulphoniques intéressant l'industrie. On aboutit aux conclusions suivantes :

1. Diméthyl—α—naphtylamine dans un milieu de HCl est un réactif produisant la précipitation cantitative des acides lignosulphoniques et peut être utilisé pour leur dosage ;

2. La précipitation ne conduit à des résultats concordants que dans le cas où l'acidité surpasse 0,057 gr HCl/cm³ ;

3. L'analyse est facile à exécuter et ne reclame pas un appareillage spécial ;

4 La méthode est rapide et la durée de l'exécution est comprise entre 3—5 minutes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

621 316.1

CONTRIBUŢIUNI LA CALCULUL REŢELELOR ELECTRICE CU CONDUCTOARE DE OŢEL

DE

N. V. BOŢAN, S. OPRIŞOR şi A. I. POEATĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1953

1. Introducere

Datorită particularităţilor pe care le prezintă instalaţiile rurale de distribuţie care constau în special într-o putere redusă a consumatorilor şi a numărului redus de ore de utilizare, se recomandă adeseori ca asemenea reţele să se execute cu conductoare cu oţel. Ţinînd seamă de obligativitatea utilizării conductoarelor de oţel în anumite cazuri, atît la noi cît şi în străinătate, în literatura tehnică au apărut în ultimii ani o serie de studii referitoare la metodele de calcul a liniilor cu conductoare de oţel. Întrucît metodele existente nu satisfac necesităţile de proiectare, ducînd la calcule greoaie şi adeseori la erori inadmisibile, în cele ce urmează expunem cîteva metode noi de calcul analitic pentru asemenea linii.

2. Calculul liniilor cu conductoare de oţel cu sarcini uniform repartizate

a) Se ştie că în cazul liniilor cu conductoare de cupru sau aluminiu, cu sarcini uniform repartizate, calculul electric din punct de vedere al pierderii de tensiune se face considerînd în locul sarcinii uniform repartizate, o singură sarcină egală cu sarcina totală, pusă la mijlocul liniei.

În cazul liniilor cu conductoare din oţel cu sarcinile uniform repartizate, calculul pierderii de tensiune prin concentrarea sarcinii la mijlocul liniei introduce o eroare din cauza variaţiei rezistenţelor conductoarelor din oţel cu curentul. Conductorul are deci o rezistenţă specifică mai mare la începutul liniei, care scade spre sfîrşit.

În cele ce urmează se dă o metodă analitică de calcul pentru asemenea linii. Calculele efectuate se bazează pe caracteristicile electrice ale conductoarelor de oţel de fabricaţie sovietică, pentru care

există tabele cu aceste caracteristici. Menționăm că metoda se referă la liniile cu sarcini active uniform repartizate, acesta fiind cazul unic întîlnit în practică.

Un exemplu simplu de calcul, indică eroarea ce se face dacă se calculează linia cu conductoare de oțel cu sarcini uniform repartizate, dacă ele s-ar concentra la mijlocul liniei, așa cum se face de obicei.

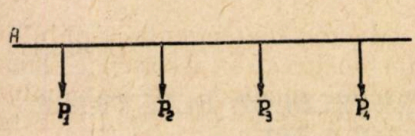


Fig. 1

Fie o linie trifazată cu $U_n = 380$ V de 500 m lungime, cu o sarcină uniform repartizată de 8 w/m, executată cu conductoare din oțel de 6 mm diametru. Dacă considerăm toată sarcina de 4000 w concentrată la mijloc, obținem o pierdere de tensiune $\Delta U = 28$ V, adică 7,3%. Dacă repartizăm aceeași sarcină în patru puncte, ca în fig.1, deci ne situăm într-un caz mai apropiat de realitate, atunci $\Delta U = 23{,}3$ V, adică 6,15%. Prin urmare între un caz și celălalt s-a făcut o eroare

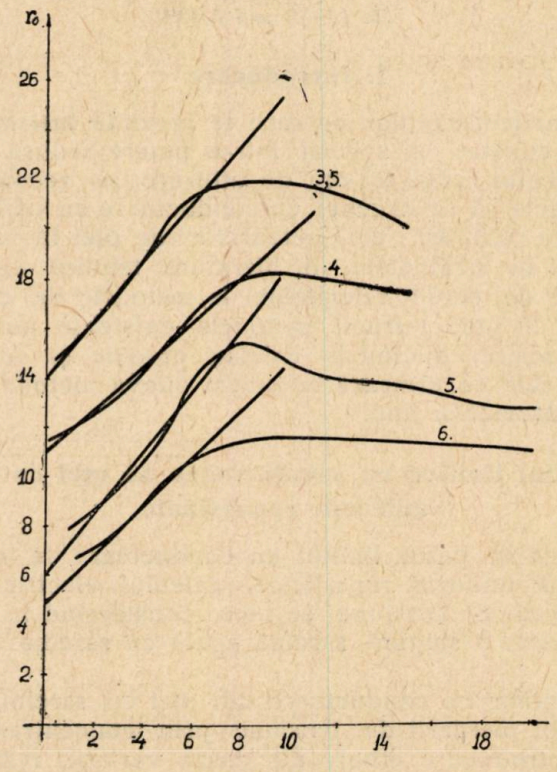


Fig. 2

relativă de apreciere de 19,85%, eroare inadmisibilă. Ultimul procedeu de calcul însă nu poate fi folosit în mod practic deoarece este greoi. Această dificultate se poate înlătura în modul următor:

Din fig. 2, pe care s-au trasat variațiile rezistențelor în curent alternativ ale conductoarelor de oțel pentru diferite secțiuni, se observă că această rezistență variază liniar cu curentul în domeniul încărcărilor întîlnite în mod curent în distribuțiile rurale. Pe baza acestei observații se poate scrie:

$$r_0 = k\,l\,i + m, \tag{1}$$

unde: r_0—rezistența pe km lungime de conductor, k—tangenta unghiului pe care-l face fiecare dreaptă cu direcția pozitivă a abscisei, l—lungimea liniei, i—curentul corespunzător sarcinii specifice, m—segmentul determinat de intersecția fiecărei drepte cu ordonata, socotit de la origine.

Să considerăm acum o linie de lungime L (fig. 3), cu sarcina i A/m, pentru care vom putea scrie: $d(\Delta U) = \sqrt{3}\, i r_0 l\, dl$, sau ținînd seama de relația (1) avem:

$$d(\Delta U) = \sqrt{3}\,(ki^2 l^2 dl + mildl).$$

Integrînd această ecuație între limitele 0 și L obținem:

$$\Delta U = \sqrt{3}\left(k\,I + \frac{3}{2}m\right)\frac{IL}{3}, \quad (I = iL). \tag{2}$$

Cu ajutorul acestei relații, cunoscînd valorile lui k și m, se poate calcula pierderea reală de tensiune într-o linie cu conductoare de oțel cu sarcini uniform repartizate.

Tabelul 1

Diam. conduct. mm	k	m
6	1	5
5	0,80	6
4	1,14	11
3,5	0,85	14

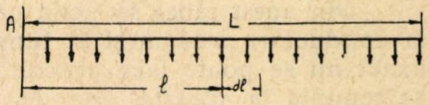


Fig. 3.

În tabelul 1, sînt date valorile lui k și m pentru conductoare monofilare.

Utilizarea relației (2) mai prezintă avantajul că pentru calculul conductorului se folosesc tabele mult mai simple decît cele utilizate în mod obișnuit, fapt care duce la simplificarea calculului.

b) Pentru a pune în evidență poziția exactă ce trebuie dată sarcinii unice echivalente, față de punctul de alimentare, în cele ce urmează vom determina această distanță, pe care o vom denumi lungime echivalentă de calcul.

Ținînd seamă de relațiile (1) și (2) putem scrie

$$\Delta U = \sqrt{3}\left(kI + \frac{3}{2}m\right)\frac{IL}{3} = \sqrt{3}\,L_e\,I\,(kI + m),$$

în care am notat cu L_e lungimea echivalentă de calcul. Rezultă că

$$L_e = \frac{1}{3}\left(\frac{kI + \frac{3}{2}m}{kI + m}\right)L. \tag{3}$$

Se vede deci că lungimea echivalentă de calcul depinde de curent și de diametrul conductorului. Relația (3) este de forma:

$$L_e = \alpha\, L. \tag{4}$$

În tabelul 2, sînt date valorile coeficientului α pentru conductoare monofilare și valori ale curenților variind între 1 și 7 A.

Tabelul 2

I_A	α			
	6 mm	5 mm	4 mm	3,5 mm
1	0,47	0,48	0,48	0,49
2	0,44	0,47	0,47	0,48
3	0,43	0,45	0,46	0,47
4	0,43	0,44	0,45	0,47
5	0,42	0,43	0,44	0,46
6	0,41	0,43	0,44	0, 6
7	0,40	0,42	0,42	0,45

Din acest tabel se vede că coeficientul α variază de la conductor la conductor, precum și în funcție de sarcină. Rezultă deci că un calcul exact nu se poate face practic decît folosind relația (2). În cazul cînd se renunță la această metodă, din același tabel se vede că în cazul folosirii metodei obișnuite de calcul se obțin rezultate mai precise dacă se ia pentru α o valoare medie de 0,4 față de 0,5 cît se ia în mod obișnuit.

3. Calculul pierderii de putere în liniile cu conductoare de oțel, cu sarcini uniform repartizate

Din cauza variației rezistenței conductoarelor cu curentul, pierderile de putere în liniile cu sarcini uniform repartizate cu conductoare de oțel, nu pot fi calculate exact prin metodele cunoscute.

Fie $dp = (i\,l)^2 r_0\, dl$ expresia pierderii de putere într-un element de linie cu conductoare de cupru sau aluminiu. Pierderea dealungul întregii linii va fi deci:

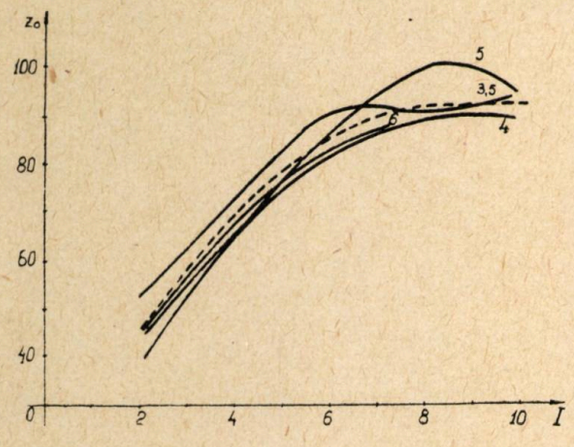


Fig. 4

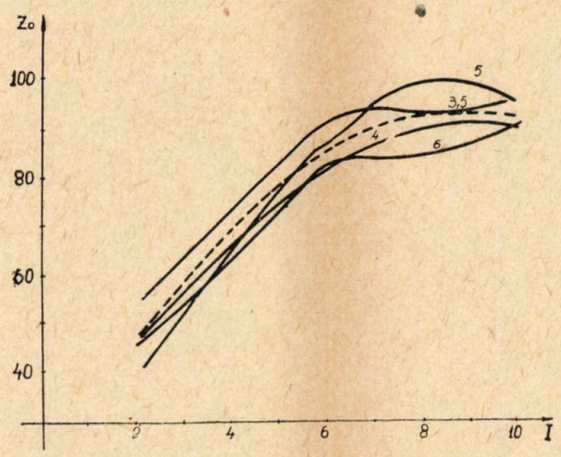


Fig. 5

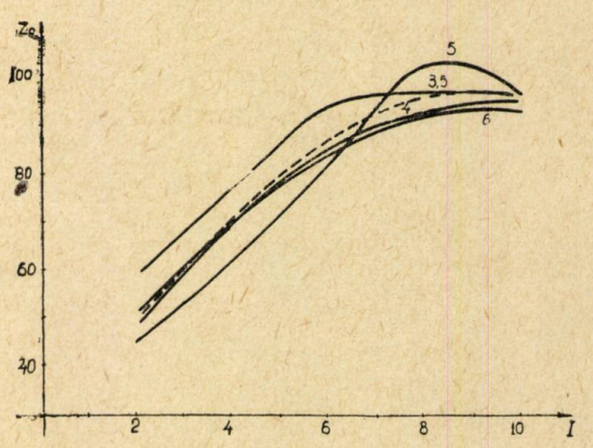


Fig. 6

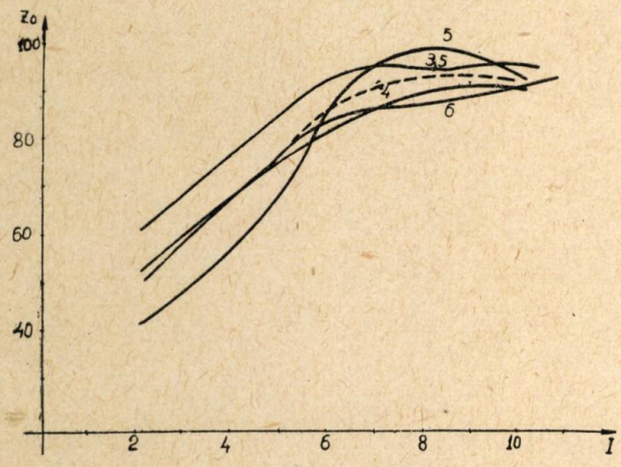


Fig. 7

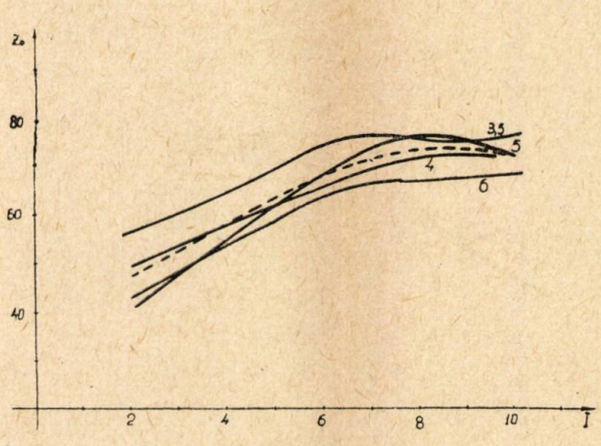


Fig. 8

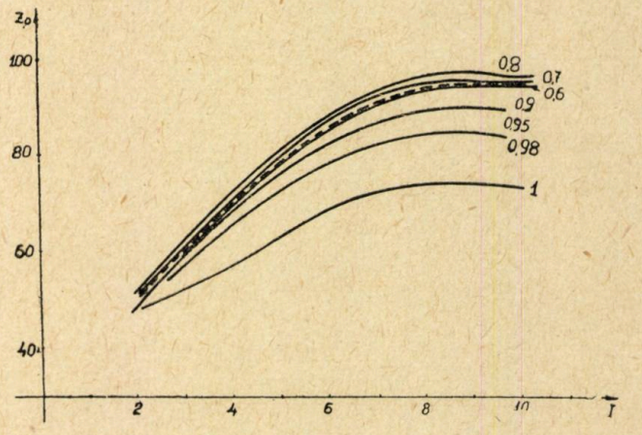


Fig. 9

PLANŞA I

$$\Delta P = \int_0^L (i\,l)^2\, r_0\, dl. \tag{5}$$

Dacă ținem seama de relația (1) atunci pentru liniile cu conductoare de oțel, relația (5) devine

$$\Delta P = \frac{k\,L\,I^3}{4} + \frac{m\,I^2\,L}{3}.$$

Pentru o linie trifazată vom avea deci:

$$\Delta P_t = \left(\frac{3}{4} k\,I + m\right) L\,I^2, \tag{6}$$

valorile lui k și m fiind cele din tabelul 1.

4. Calculul analitic al conductoarelor de oțel cu sarcini concentrate

Plecînd de la considerațiunea că pentru o linie cu conductoare de cupru cu o sarcină concentrată

$$\Delta U = \sqrt{3}\, I\, l\, (r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi). \tag{7}$$

și ținînd seama că în cazul conductoarelor de oțel, atît rezistența r cît și rezistența inductivă interioară x_0'' sînt funcții de curentul ce trece prin linie, în cele ce urmează, folosind principiile unei metode cunoscute [2], vom stabili o relație care să permită calculul analitic al conductoarelor de oțel. Se știe că în mod curent calculul liniilor cu conductoare de oțel se face prin tatonări cu ajutorul tabelelor. În acest scop vom nota:

$$z_0 = [r_0 \cos\varphi + (x_0' + x_0'') \sin\varphi]\, d \tag{8}$$

unde d este diametrul conductorului de oțel (monofilar). În acest caz relația (7) pentru conductoare de oțel devine:

$$d = \frac{\sqrt{3}\, I\, l\, z_0}{\Delta U}. \tag{9}$$

Folosind tabelele pentru valorile lui r_0, x_0' și x_0'' în funcție de curent și diametrul conductoarelor și calculînd valorile coeficientului z_0, pentru diferite valori ale curentului I, obținem familiile de curbe din fig. 4—8.

În fig. 4, s-au reprezentat curbele pentru $\cos\varphi = 0{,}6$, în fig. 5, pentru $\cos\varphi = 0{,}7$, în fig. 6 pentru $\cos\varphi = 0{,}8$, în fig. 7 pentru $\cos\varphi = 0{,}9$ și în fig. 8 pentru $\cos\varphi = 1$.

Se observă că pentru fiecare familie de curbe se poate trasa o curbă medie (punctată), care cu oarecare aproximație să ne dea va-

lorile coeficientului z_0 pentru diverse valori ale curentului I, independent de diametrul conductorului. Menționăm că în metodele cunoscute nu se iau curbe medii, ci drepte medii, fapt care duce la erori de calcul mai mari.

In fig. 9, am reprezentat curbele medii astfel obținute, pentru diverse valori ale lui $\cos\varphi$. Se observă că pentru valori ale lui $\cos\varphi$ cuprinse între 0,6 și 0,9, aceste curbe sînt foarte apropiate între ele, fapt care permite să trasăm și pentru ele o curbă medie (punctată). Menționăm de asemenea că în metodele cunoscute nu se alege o dreaptă medie pentru diferite valori ale $\cos\varphi$ în parte. Rezultă deci că pentru calculul conductoarelor de oțel prin aceste metode, sînt necesare tabele, care să dea valorile parametrilor respectivi.

Trasînd curba medie din fig. 9, noi am stabilit ecuația acestei curbe care este de forma:

$$z_0 = -I^2 + 10\sqrt{3}I + 18. \tag{10}$$

Introducînd valoarea lui z_0 astfel obținută în relația (9) rezultă:

$$d = \frac{\sqrt{3}Il}{\Delta U}(-I^2 + 10\sqrt{3}I + 18), \tag{11}$$

relație care ne permite să determinăm diametrul conductorului, cunoscînd numai curentul ce trece prin el, lungimea sa și căderea de tensiune admisibilă, fără a fi nevoiți să utilizăm nici un fel de tabele.

Menționăm că relația (10) (și deci (11)) este valabilă numai pentru conductoare sovietice monofilare, pentru care am cunoscut caracteristicile. O relație analoagă însă poate fi stabilită și pentru conductoare de oțel cu alte caracteristici.

Prin metoda propusă de noi erorile relative de calcul sînt cuprinse între -3% și $+8\%$, erori care pentru calculele practice ale liniilor sînt admisibile, mai ales avînd în vedere că la calculul diametrului conductorului se fac rotunjiri ale cifrei obținute prin calcul pînă la valorile standardizate. Prin metoda analitică amintită, erorile relative de calcul ajung uneori pînă la 20%, deci superioare față de cele obținute cu ajutorul relației (11).

Observație. Din fig. 9 se vede că valorile lui z_0 de pe curba medie și cele corespunzătoare lui $\cos\varphi = 1$, diferă mult între ele. Acest fapt ne-a determinat să nu includem valorile ordonatelor de pe curba corespunzătoare lui $\cos\varphi = 1$ în stabilirea valorii ordonatelor curbei medii. Pe aceeași figură s-au trasat și curbele corespunzătoare lui $\cos\varphi = 0{,}95$ și $\cos\varphi = 0{,}98$. După cum se vede, curba corespunzătoare lui $\cos\varphi = 0{,}95$ este apropiată de curba medie, iar curba corespunzătoare lui $\cos\varphi = 0{,}98$ este mai apropiată de curba corespunzătoare lui $\cos\varphi = 1$. Pentru calcule practice recomandăm ca pentru $\cos\varphi = 0{,}95$ să se folosească relația (11) stabilită mai sus, iar pentru $\cos\varphi = 0{,}98$, calculul să se facă presupunînd că $\cos\varphi = 1$, lucru care de altfel în practică se obișnuește în mod curent.

5. Concluzii

a) Relațiile de calcul (2), (6) și (11) stabilite mai sus permit un calcul analitic al rețelelor electrice cu conductoare de oțel mult mai expeditiv, decît prin metodele cunoscute pînă în prezent.

b) Relațiile (2) și (6) duc la rezultate precise și nu necesită folosirea tabelelor clasice ci doar a unui tabel simplu care dă valorile coeficienților k și m, pentru diferite valori ale diametrului conductorului.

c) Relația (11) este o relație aproximativă. Ea conduce însă la rezultate practice cu erori admisibile, prezentînd avantajul că nu necesită nici un fel de tabele pentru efectuarea calculului liniilor cu conductoare de oțel.

d) Relațiile stabilite sînt valabile atît pentru conductoare monofilare cît și pentru cele funie, coeficienții fiind însă valabili numai pentru conductoare monofilare, pentru conductoarele funie urmînd a se stabili alți coeficienți.

Catedra de Utilizări Electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Рябков А. Я., **Электрические сети**, ГЭИ, М. Л., 1950.
2. Плюгачев В. К., Электричество, № 3, 1952.

К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ С ЖЕЛЕЗНЫМИ ПРОВОДАМИ

(Резюме)

Излагается точный метод расчёта потерь напряжения и мощности в распределительных сетях с железными проводами, с равномерно распределёнными нагрузками и $\cos \varphi = 1$.

Выводится аналитическое выражение для расчёта диаметра железных проводов, служащих для питания сосредоточенных нагрузок с разными по величине коэффициентами мощности.

Заключается что :

а) Вышеустановленные отношения (2), (6) и (11), по сравнению с доныне предложенными, облегчают аналитический расчёт электрических сетей со стальными проводниками.

б) Отношения (2) и (6) ведут к точным результатам, не требуя классических таблиц, кроме одной, упрощённой таблицы, дающей величины коэффициентов k и m для различных диаметров проводника.

в) Отношение (11) — приблизительно ; однако даёт практические результаты с погрешностями в допускаемых пределах, а также, при расчёте сетей со стальными проводниками, не требует таблиц.

г) Установленные отношения действительны для одножильных, как и многожильных проводников, однако коэффициенты остаются в силе только для одножильных проводников для многожильных необходимо вычисление других коэффициентов.

SUR LE CALCUL DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES À CONDUCTEURS D'ACIER

(Résumé)

Les Auteurs exposent une méthode exacte de l'évaluation des pertes de tension et de puissance dans les réseaux de distribution à conducteurs d'acier, chargés uniformément, pour $\cos \varphi = 1$.

On établit en outre une relation pour le calcul des diamètres des conducteurs d'acier dans le cas de l'alimentation des charges concentrées, pour différentes valeurs des facteurs de puissance.

On aboutit aux conclusions suivantes :

a) Les relations (2), (6) et (11) pérmettent à calculer plus rapidement les réseaux électriques à conducteurs d'acier ;

b) Les relations (2) et (6) donnent des résultats exactes en ne reclamant que l'utilisation d'un tableau des valeurs des coefficients k et m pour différentes valeurs du diamètre des conducteurs ;

c) La relation (11) a un caractère approximatif, les erreurs affectant les résultats obtenus par cette voie-ci ne déppasant pas les limites admisibles. En outre elle ne reclame pas l'emploi des tableaux utilisés habituellement ;

d) Les relàtions établies sont valables pour diverses catégories de conducteurs. Les coefficients donnés dans le tableau 1 se refèrent aux conducteurs monofilaires.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

517.946

UNELE CONSIDERAŢII ASUPRA UNEI METODE DE MĂSURARE A CAPACITĂŢII ELECTRICE DINTRE SPIRELE UNEI REZISTENŢE BOBINATE

DE

V. PETRESCU, EMIL LUCA, N. BABEI şi GH. SAVIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

1. *Consideraţii generale*

Într-o lucrare anterioară [1] urmărind a elimina automat, cu ajutorul unui dispozitiv empiric adecvat, eroarea sistematică ce intervine în cazul utilizării wattmetrelor electrodinamice la măsurarea puterii active în curent alternativ, am sezizat şi posibilitatea măsurării capacităţii dintre spirele rezistenţei adiţionale neinductive din circuitul „volt". În lucrarea de faţă facem unele consideraţii asupra acestei metode de măsurare cît şi asupra procedeului experimental.

2. *Cazul unei rezistenţe bobinate antiinductiv*

Admitem un wattmetru electrodinamic de torsiune W (fig. 1), al cărui circuit „volt" conţine în plus, pe lîngă bobina volt B_v de autoinducţie L şi rezistenţa activă adiţională r_a, precum şi o capacitate variabilă etalon C_v, ce şuntează rezistenţa neinductivă r_a. Pentru ca acest wattmetru, utilizat în curent alternativ, să indice direct puterea activă, trebuie ca unghiul de defazaj φ dintre tensiunea U ce alimentează circuitul volt şi curentul I_2 ce traversează bobina volt B_v să fie nul [1]. Altfel intervine eroarea de unghi şi puterea activă consumată real în utilizare, se obţine cu ajutorul relaţiei

$$P_{\text{real}} = P_i \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 \pm \operatorname{tg} \Phi \operatorname{tg} \varphi}, \tag{1}$$

unde P_i este puterea indicată de wattmetru, Φ-unghiul de defazaj în utilizare, iar φ are semnificaţia de mai sus [2]–[5]; cînd $\varphi = 0$ puterea indicată coincide cu puterea consumată (se ţine seama de erorile

de montaj, de consumul bobinelor wattmetrului). Întrebuinţarea unui wattmetru de torsiune, bine reglat, este obligatorie. Se elimină astfel eroarea provenind de la inducţia mutuală dintre bobina mobilă şi cea fixă, coeficientul de inducţie mutuală putînd fi adus la zero sau introducînd o eroare neînsemnată prin valoarea redusă a lui M ([3] şi [5]). Prin condiţiile de funcţionare şi construcţie, celelalte erori rămîn neînsemnate.

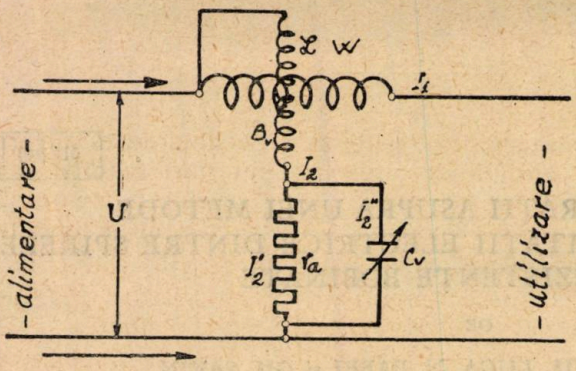


Fig. 1

Deoarece într-un wattmetru coeficientul de autoinducţie L al bobinei volt, ca şi rezistenţa activă totală a circuitului „volt" sînt fixe, rezultă că introducerea şi varierea unei capacităţi C_v în paralel cu rezistenţa neinductivă r_a poate aduce curentul I_2, derivat prin bobina volt, în fază cu tensiunea U [1].

Cunoaşterea prealabilă a puterii active, consumată într-un receptor (în genere puternic inductiv), permite varierea capacităţii C în aşa fel încît şi wattmetrul W, prin constanta lui şi unghiul de deviaţie (număr de diviziuni), să indice corect aceeaşi putere (a se vedea metoda de lucru).

Această capacitate C_e găsită empiric, reprezintă de fapt nu capacitatea C_a pe care o cere teoria pentru $\varphi = 0$, ci tocmai diferenţa dintre aceasta şi capacitatea C_s dintre spirele rezistenţei neinductive, deci conform fig. 2

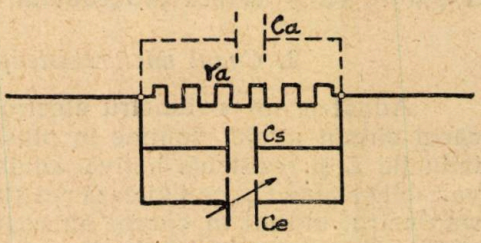


Fig. 2

$$C_a = C_s + C_e. \tag{2}$$

De aici posibilitatea de a găsi C_s dacă se cunoaşte C_a.

Aprecierea capacităţii C_a se face funcţie de caracteristicile circuitului volt. Impedanţa circuitului volt (fig. 1) compunîndu-se din impedanţa bobinei B_v de rezistenţă R şi autoinductanţă L, plus inductanţa schemei rezistenţei active r_a în paralel cu capacitatea C_a (fig. 2) are ca expresie

$$Z = \frac{R(1 + C_a^2 r_a^2 \omega^2) + r_a + j\omega [L(1 + C_a^2 r_a^2 \omega^2) - C_a r_a^2]}{1 + C_a^2 r_a^2 \omega^2},$$

de unde rezultă pentru $\operatorname{tg} \varphi$ expresia

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\left[L\left(1+C_a^2 r_a^2 \omega^2\right)-C_a r_a^2\right]}{r_a + R\left(1+C_a^2 r_a^2 \omega^2\right)},$$

care în cazul $\varphi = 0$ conduce la

$$\text{(4)} \qquad C_a = \frac{L\left(1+C_a^2 r_a^2 \omega^2\right)}{r_a^2}.$$

Cum se va vedea în paragraful referitor la procedeul de măsurare, este indicat a se utiliza un circuit de utilizare puternic reactiv și o frecvență eventual superioară lui 50 Hz; constantele circuitelor rămîn însă mici. Astfel se poate neglija termenul $C_a^2 r_a^2 \omega^2$ pe lîngă unitate. Putem admite că renunțarea la termenul $C_a^2 r_a^2 \omega^2$ ar introduce o eroare limită plafon de $2^0/_0$; această eroare rămîne de ordinul erorilor experimentale. În aceste condiții termenul $C_a^2 r_a^2 \omega^2$ ar avea valoarea 0,02. Dacă dăm valori mărimilor din acest termen, cele mai particulare, și anume: la o rezistență a unei bobine antiinductive de $r_a = 2000\ \Omega$, cu o capacitate $C_a = 0{,}02\ \mu F$ și la o frecvență de 500 Hz, termenul $C_a^2 r_a^2 \omega^2 = 0{,}016$, deci o eroare de $1{,}6^0/_0$, sau la o bobină cu $r_a = 5000\ \Omega$ cu o aceeași capacitate $C_a = 0{,}02\ \mu F$ la o frecvență de 200 Hz, valoarea aceluiași termen este de 0,014, deci o eroare de $1{,}4^0/_0$.

Rezultă că, în aceste condiții, pentru aprecierea capacității C_a în locul relației (4), se poate utiliza relația simplă

$$\text{(5)} \qquad C_a = \frac{L}{r_a^2}.$$

Cunoașterea lui C_a dă posibilitatea de a găsi valoarea capacității dintre spirele unei rezistențe bobinate antiinductiv cu ajutorul relației (2).

3. *Cazul unei rezistențe bobinate oricum*

Schema dispozitivului experimental se prezintă în acest caz ca în fig. 3.

Considerațiile rămîn aceleași ca și în cazul precedent, numai aprecierea capacității C_a, ce ar trebui pusă în locul capacității C_v, cînd n-ar exista capacitatea dintre spirele rezistenței bobinate, se face mai anevoios, iar metoda se particularizează mai mult.

Într-adevăr, și în cazul acesta, condițiile ce dau relații de calcul pentru C_a, se deduc din expresia impedanței circuitului volt și de asemenea, teoria arată că și acum variația capacității C_v poate atrage cazul $\varphi = 0$, așa cum reiese și din graficul din fig. 4.

Luăm ca origine de fază tensiunea U_2. I_2' este defazat în urmă iar I_2'' în cvadratură cu U_2. Compunerea lui I_2' și I_2'' dau curentul I_2 ce traversează bobina volt B_v. Tensiunea U_1 de la bornele acestei bobine este în avans față de I_2 cu un unghi φ_1 dat de condițiile circuitului; adunarea lui U_1 și U_2 dau pe U la bornele circuitului volt; φ este defa-

zajul între U şi I_2; modificarea lui I_2'' cu ajutorul capacităţii variabile C_v poate aduce I_2 în fază cu U şi deci anularea lui φ.

Impedanţa ansamblului (II) din fig. 3 este dată de [3], [4]:

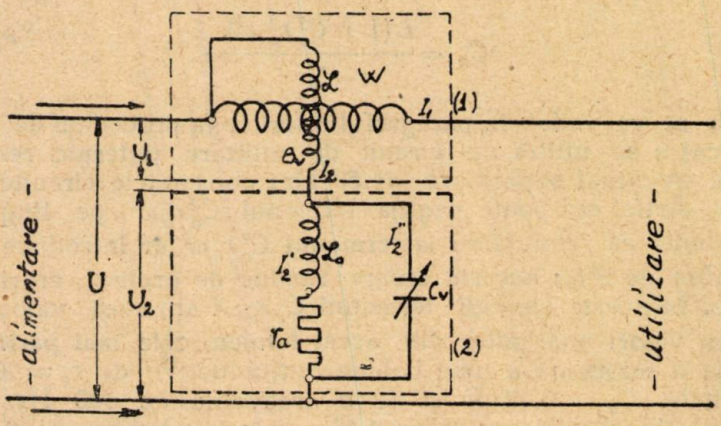


Fig. 3.

$$Z_{(II)} = \frac{r_a}{(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2} + j\omega \frac{L_0 - C_a r_a^2 - \omega^2 L_0^2 C_a}{(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2}$$

Cum impedanţa totală a circuitului volt este suma impedanţelor celor două ansambluri (I) şi (II) $Z = Z_{(I)} + Z_{(II)}$, avem

$$(6) \quad Z = \frac{R[(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2] + r_a}{(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2} + j\omega \frac{L[(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2] + L_0 - C_a r_a^2 - \omega^2 L_0^2 C_a}{(1-\omega^2 L_0 C_a)^2 + \omega^2 C_a^2 r_a^2}.$$

Urmărind ca $\operatorname{tg}\varphi = 0$ pentru a avea $\varphi = 0$ rezultă condiţia

$$(7) \quad L[1 + (\omega^2 L_0 C_a)^2 - 2\omega^2 L_0 C_a + \omega^2 C_a^2 r_a^2] + L_0 - C_a r_a^2 - \omega^2 L_0^2 C_a = 0.$$

Relaţia (7) nu poate fi utilizată direct; ea trebuie simplificată după condiţiile de lucru. Dacă ne plasăm în condiţiile extreme, limite, de lucru, ca cele din cazul precedent (rezistenţe neinductive), adică admitem ca valori plafon $C_a = 0{,}02\,\mu F$, $r_a = 2000\ \Omega$ şi $f = 500$ Hz şi mai observăm că ultimii termeni din paranteza dreaptă sînt de semne contrare şi în condiţiile acestea ştiind că $\omega^2 C_a^2 r_a^2 \cong 0{,}02$, dacă presupunem că şi $2\omega_0^2 L_0 C_a \cong 0{,}02$, atunci aceşti doi termeni îşi compensează efectele. Această condiţie fixează o valoare limită a lui $L_0 = 0{,}05$ H, iar în cazul erorii de 2% valoarea lui L_0 poate fi de 0,1 H. În aceste condiţii influenţa termenului $(\omega^2 L_0 C_a)^2$ devine neînsemnată (sub $(0{,}01)^2$).

Deci cu o bobină care să nu depășească 0,1 H și cu celelalte valori mai mici ca cele indicate, eroarea rămîne sub 2%. Cantitatea din paranteză se reduce la unitate, iar din relația (7) se deduce

$$C_a = \frac{L + L_0}{r_a^2 + \omega^2 L_0^2}. \tag{8}$$

În unele condiții impuse de experiență: r_a mare, L_0 și ω mici, chiar termenul $\omega^2 L_0^2$ devine neglijabil față de r_a, neglijarea lui introducînd o eroare sub 1% și deci atunci expresia (8) se poate simplifica și mai mult devenind

$$C_a = \frac{L + L_0}{r_a^2}. \tag{9}$$

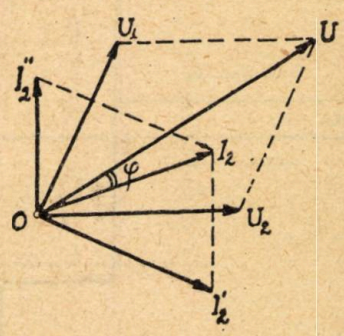


Fig. 4

În genere măsurarea coeficienților de autoinducție L mici se face prin metoda Anderson [6] care este suficient de sensibilă în curent alternativ.

Teoria arată că în măsurarea în punte intervine ansamblul complet, autoinductanță, rezistență activă și capacitatea între spirele bobinei. Pentru autoinductanțele mici putem neglija efectul capacității între spirele autoinductanței L la bobina volt. Pentru L_0, afară de cazul cînd acestuia îi revine o capacitate mică între spire, sîntem siliți a-l calcula după relații stabilite pentru autoinductanțele respective, deci a bobinelor de o anumită formă geometrică, bobinate într-un anumit fel.

4. *Procedeul experimental*

S-au efectuat unele experiențe numai pentru rezistențe neinductive. Se montează wattmetrul W_2 la care urmează să se introducă ca rezistență adițională rezistența neinductivă r_a, a cărei capacitate între spire se cercetează, (fig. 5) [1]. Este absolut necesar ca acest wattmetru să fie de torsiune pentru ca erorile sau aproximațiile din variația inducției mutuale dintre cele două bobine ale wattmetrului să dispară ($M = 0$; bobinele cu planuri perpendiculare).

Wattmetrul W_1 servește la aprecierea puterii active în circuitul de utilizare; este de preferat ca acest wattmetru să fie termic. Noi am utilizat un wattmetru electrodinamic la care am făcut corecțiile cu ajutorul relației (1), sau un wattmetru electrostatic. Se introduce în locul wattmetrului W_1, wattmetrul W_2 cu rezistența neinductivă a cărei capacitate între spire se cercetează. În prealabil se determină totdeauna pentru acest wattmetru constanta pe circuite de utilizare neinductive și pentru fiecare rezistență adițională respectiv, cu capacitatea de șuntaj căreia urmează, a i se determina capacitatea între spire; aceasta rămîne șuntată cu capacitatea C_v la valoarea calculată C_a. Variația experimentală a acesteia nu modifică constanta.

Odată determinată constanta wattmetrului W_2 știm dinainte unghiul de torsiune al wattmetrului W_2 pentru ca el să revină la indicația de zero. Aranjăm torsiunea res-

pectivă şi schimbăm comutatorul în poziţia (2) din fig. 5 introducînd acest wattmetru pe acelaşi consum. Wattmetrul nu revine exact. Modificăm capacitatea C_v de la valoarea C_a pînă se obţine zero al aparatului. Variaţia reprezintă capacitatea dintre spirele rezistenţei.

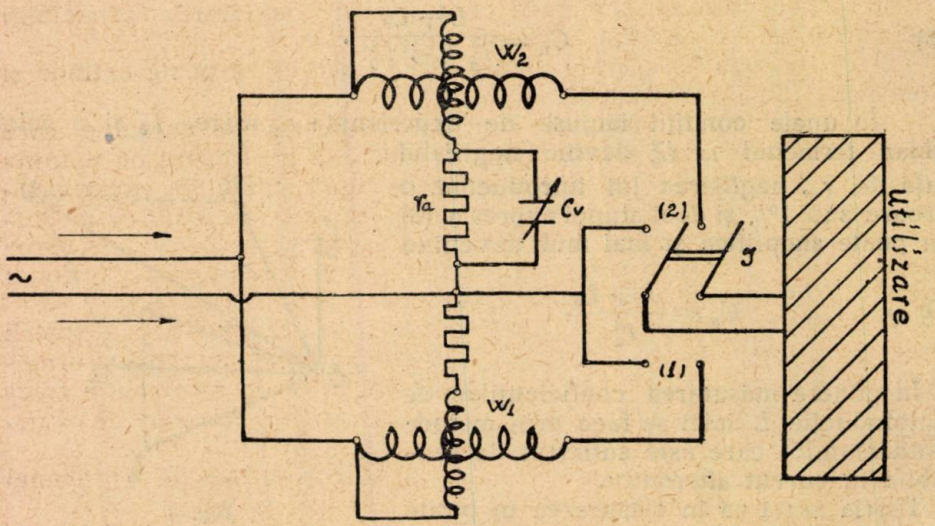


Fig. 5.

Redăm şi unele date experimentale în cazul rezistenţelor neinductive cu constante imită, care arată şi o altă condiţie ce rezultă din experienţe.

Tabelul 1

L H	r Ω	Ca μF	Ce μH	Cs μF	f H_2
0,0184	500	0,0736	0,0721	0,0015	300
0,0184	1000	0,0184	0,0161	0,0023	300
0,0184	1500	0,0081	0,0051	0,0030	300
0,0184	2000	0,0046	0,0011	0,0035	300
0,0184	2500	0,0031	—	—	300

In acest tabel L este coeficientul de autoinducţie a bobinei volt, r reprezintă valoarea diferitelor rezistenţe neinductive, C_a—capacitatea calculată a acestora, C_e—capacitatea experimentală de compensare, C_s—diferenţa precedentelor, adică capacitatea respectivă dintre spirele rezistenţelor, iar f— frecvenţa curentului.

Pentru ca metoda să dea rezultate bune trebuie ca circuitul de utilizare să fie puternic inductiv şi ca frecvenţa să fie superioară lui 50 Hz, în special cînd constantele circuitului sînt mici. În felul acesta la wattmetrul W_2 efectul de capacitate al spirelor se face vizibil printr-o deviere netă a echipajului mobil. Este de asemenea absolută nevoie ca wattmetrul să fie de constantă mică, 0,5—1 watt/div.

Se observă de asemenea că în anumite condiţii experimentale metoda nu reuşeşte să dea rezultate bune şi anume, cînd capacitatea dintre spirele rezistenţei neinductive este aşa de mare încît prin valoarea ei realizează ea însăşi compensarea, sau este chiar

mai mare ca cea necesară compensării. In aceste condiții se impune creșterea autoinductanței bobinei volt (se schimbă bobina).

5. *Concluzii*

1. Se preconizează o metodă care permite măsurarea capacității între spirele unei rezistențe bobinate antiinductiv.

2) De asemenea se arată cum această metodă se poate extinde și la rezistențe bobinate oricum.

3) Ca metodă în sine, ea cere un wattmetru de torsiune care eventual să posede mai multe bobine „volt", de coeficienți de autoinducție diferiți și care să se poată schimba după condițiile experimentale. Aceste bobine „volt" se pun în serie pentru constituirea circuitelor „volt" cu rezistențele neinductive și eventual inductive ale căror capacități între spire se cercetează. Pentru fiecare caz trebuie etalonat wattmetrul în condițiile de lucru corespunzătoare.

4) Metoda cere de asemenea cunoașterea în prealabil a puterii active consumate într-un circuit de utilizare puternic inductiv și urmărind același scop, utilizarea eventuală a unei frecvențe superioară frecvenței curente de 50 Hz. Se preferă pentru aceste măsurări un wattmetru termic.

5) Atît wattmetrul termic cît și wattmetrul de măsură (torsiune) trebuie să fie de constantă mică.

6) Metoda cere în cazul rezistențelor bobinate oricum, cunoașterea coeficientului de autoinductanță lipsit de influența capacității dintre spirele acesteia; se ridică astfel o problemă interesantă, care limitează domeniul la autoinductanțe mici, sau la autoinductanțe la care coeficientul se poate calcula.

7) De asemenea se ridică problema unei metode de măsurare a coeficientului de autoinducție cu eliminarea influenței capacității dintre spire.

Catedra de Bazele Electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Petrescu V., Ann. Sc. Univ. Jassy, **23**, 1937, pp. 150–167.
2. Armagnat H., *Wattmètres*, Enciclopédie électrotechnique, 1906, p. 24.
3. Bigorgne R., *Mesures Electriques*, t. II, Eyrolles, Paris, 1948, pp. 181—184.
4. Baida L. I., Dobrotvorski N. S., Orșanski D. L., Pcelinskaia S. N., Razumovski N. I., Svirski E. A., Fremke A. V., *Curs general de măsurări electrice*, 1953, EES, Buc., pp. 250—251, (trad. din l. rusă).
5. Arutiunov V. O. *Instrumente și aparate electrice de măsurat*, 1952, Ed. teh., Buc., pp. 264—269, (trad. din l. rusă).
6. Gérard Eric, *Mesures Électriques*, Gauthier—Villars, Paris, 1908, p. 401.

О МЕТОДЕ ИЗМЕРЕНИЯ ЁМКОСТИ МЕЖДУ ВИТКАМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ФОРМЕ КАТУШКИ

(Резюме)

Даётся метод позволяющий измерение ёмкости между витками сопротивления с антииндуктивной обмоткой и предлагается возможность распространения этого метода и на сопротивления при любой обмотке.

Метод основывается на измерении активной мощности в переменном однофазном токе, израсходованной сильно реактивными приёмниками при большей чем 50 H_z частоте.

Необходим чувствительный крутильный ваттметр.

Принцип измерения основывается на том, что измерения активной мощности электродинамическим ваттметром даёт ошибки вызванные самоиндуктированием катушки напряжения.

Даётся экеперимантальный метод, а также и теоретические соображения, что касается области применения этого метода.

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR UNE MÉTHODE DE MESURE DE LA CAPACITÉ ENTRE LES SPIRES D'UNE RÉSISTANCE BOBINÉE

(Résumé)

On indique une méthode qui permet la mesure de la capacité existente entre les spires d'un résistance bobinée d'une manière antiinductive et on montre les possibilités de l'extension de cette méthode-ci, pour les résistances bobinées d'une façon arbitraire.

La méthode reclame la mesure de la puissance active en courant alternatif monophasé, consommée par des récepteurs fortement réactifs, à une fréquence supérieure à 50 Hz. Il en est nécessaire l'emploi d'un wattmètre électrodynamique, de torsion, sensible.

Le principe de la méthode résulte du fait que l'indication de la puissance active par un wattmètre électrodynamique est affectée par une erreur, due à la présence de l'autoinduction de la bobine du circuit volt. Pour éviter cette erreur, on préconise l'introduction en dérivation avec la résistance du circuit volt d'une capacité ayant une grandeur égale à la somme de la capacité expérimentale et de celle qui possède la résistance entre ses spires,

On indique le procédé expérimental et on précise l'étendue du domain d'application de la méthode.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

STUDIUL ARGUMENTULUI GRADULUI DE NESIMETRIE ÎN SISTEMELE ELECTRICE

DE

TRAIAN GIOSAN şi NINA POEATĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1957

Studiul variaţiei argumentului gradului de nesimetrie în sistemele electrice este necesar atunci cînd trebuie indicate caracteristicile dispozitivului de simetrizare. Aceluiaşi grad de nesimetrie îi corespund diferite moduri de a încărca şi simetriza un sistem electric.

Dintre toate combinaţiile posibile de întocmire a unei scheme de simetrizare a unui sistem electric, numai unele îndeplinesc condiţii optime. Cunoaşterea sensului de reglare cît şi de utilizare optimă a dispozitivului de simetrizare este strîns legată de valoarea argumentului gradului de nesimetrie.

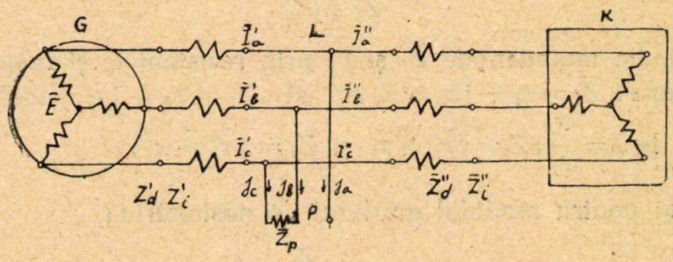


Fig. 1

Pentru studiu, considerăm un sistem electric redus la forma cea mai simplă (fig. 1), alcătuit dintr-un generator G, o linie de legătură L pînă la receptorul echilibrat R şi o sarcină monofazată legată în punctul P între fazele bc.

Fie: $\overline{E}$—f.e.m. a generatorului G; S_p—sarcina monofazată aplicată în punctul P; $\overline{Z}'_d$, $\overline{Z}'_i$, $\overline{Z}''_d$, $\overline{Z}''_i$ — impedanţele directe şi inverse din stînga şi dreapta sarcinii monofazate S_p.

Pentru sistemul dat putem scrie următorul sistem de ecuaţii care caracterizează nesimetria creată de sarcina S_p în punctul P.

$$(1)\qquad \begin{array}{lll} \bar{J}_a = 0 & ; \quad \bar{V}_d = \bar{E} - \bar{Z}'_d \bar{I}'_d & ; \quad \bar{V}_i = -\bar{Z}'_i \bar{I}'_i , \\ \bar{J}_b = -\bar{J}_c & ; \quad \bar{V}_d = \bar{Z}''_d \bar{I}''_d & ; \quad \bar{V}_i = \bar{Z}''_i \bar{I}''_i , \\ \bar{V}_c - \bar{V}_b = \bar{J}_b \bar{Z}_p & ; \quad \bar{J}_d - \bar{I}'_d + \bar{I}''_d = 0 & ; \quad \bar{J}_i - \bar{I}'_i + \bar{I}''_i = 0. \end{array}$$

Vom rezolva acest sistem de ecuaţii, cu scopul de a obţine valorile lui $\bar{V}_d$ şi $\bar{V}_i$ cu ajutorul cărora apoi, vom determina raportul $\bar{K} = \frac{\bar{V}_i}{\bar{V}_d} = Ke^{j\vartheta}$ în care ϑ este argumentul gradului de nesimetrie.

Se obţine

$$(2)\qquad \bar{K} = \frac{\dfrac{\bar{Z}'_i \bar{Z}''_i}{\bar{Z}'_i + \bar{Z}''_i}}{\dfrac{\bar{Z}'_i \bar{Z}''_i}{\bar{Z}'_i + \bar{Z}''_i} + \bar{Z}_p} .$$

Notăm cu

$$(3)\qquad \bar{Z}_i = \frac{\bar{Z}'_i \bar{Z}''_i}{\bar{Z}'_i + \bar{Z}''_i}$$

impedanţa inversă echivalentă impedanţelor $\bar{Z}'_i$ şi $\bar{Z}''_i$ legate în paralel în punctul P. În acest caz gradul de nesimetrie se poate scrie sub forma :

$$(4)\qquad \bar{K} = \frac{\bar{Z}_i}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_p} .$$

Exprimăm impedanţele $\bar{Z}_i$ şi $\bar{Z}_p$ prin rezistenţele şi reactanţele corespunzătoare : $\bar{Z}_i = r_i + j x_i = Z_i e^{j\alpha}$ şi $\bar{Z}_p = r_p + j x_p = Z_p e^{j\varphi}$, unde $\operatorname{tg}\alpha = \frac{x_i}{r_i}$, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{x_p}{r_p}$; $Z_i = \sqrt{r_i^2 + x_i^2}$ şi $Z_p = \sqrt{r_p^2 + x_p^2}$.

Rezultă pentru modulul gradului de nesimetrie :

$$(5)\qquad K = \frac{Z_i}{Z_i + Z_p + Z_i Z_p \cos(\alpha - \varphi)}$$

iar pentru argument

$$(6)\qquad \vartheta = \operatorname{arc\,tg} \frac{Z_p \sin(\alpha - \varphi)}{Z_i + Z_p \cos(\alpha - \varphi)} .$$

Variaţia unghiului ϑ în funcţie de Z_i, Z_p şi unghiul φ este arătată în fig. 2, 3 şi 4. De aici rezultă că o influenţă hotărîtoare asupra valorii argumentului ϑ o are valoarea iniţială a unghiului α şi a unghiului φ. Impedanţa Z_i are în general o valoare şi influenţă mică

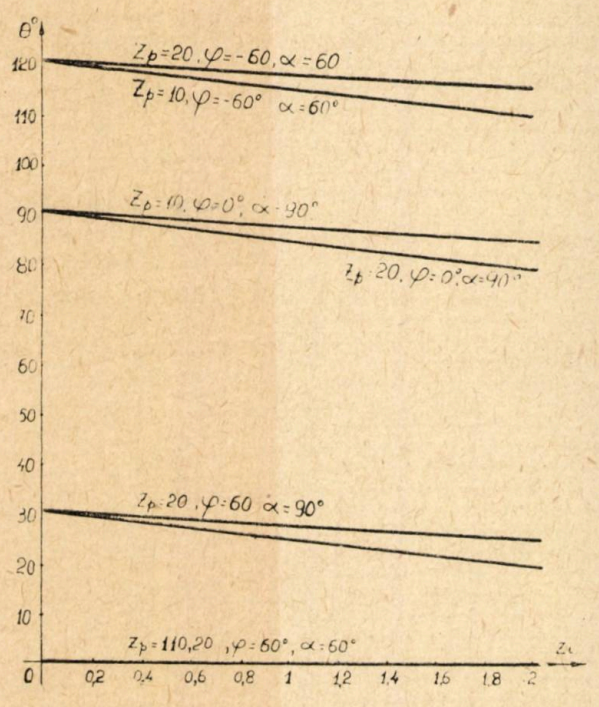


Fig. 2

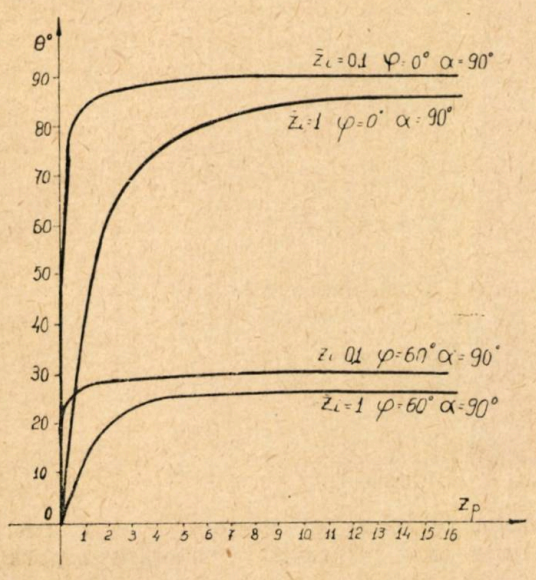


Fig. 3

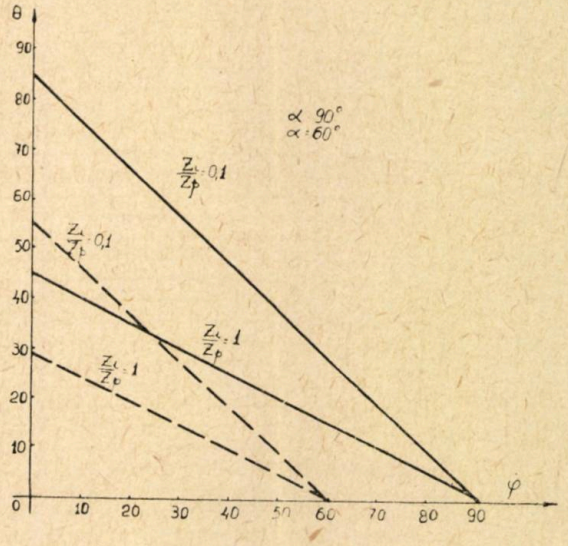


Fig. 4

PLANȘA I

asupra unghiului ϑ. Impedanța Z_p are o influență importantă asupra unghiului ϑ, numai la valori mici, ceea ce în practică are loc doar în cazul scurtcircuitelor.

Tensiunile pe faze pot fi determinate cînd cunoaștem componentele simetrice respective:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_d + \bar{V}_i\,,\ \bar{V}_b = a^2\,\bar{V}_d + a\bar{V}_i\,,\ \bar{V}_c = a\bar{V}_d + a^2\,\bar{V}_i\,.$$

Deoarece $\bar{V}_i = \bar{K}\,\bar{V}_d$, se găsește că

$$\bar{V}_a = (Ke^{j\vartheta} + 1)\,\bar{V}_d = (K\cos\vartheta + jK\sin\vartheta + 1)\,\bar{V}_d\,.$$

Modulul acestei mărimi complexe este $V_a = \sqrt{1 + K^2 + 2K\cos\vartheta}\;V_d$.

Analog, se obține:

$$V_b = \sqrt{1 + K^2 - K(\cos\vartheta - \sqrt{3}\sin\vartheta)}\;V_d\,,\ V_c = \sqrt{\cos\vartheta + 3\sin\vartheta)}\;V_d\,.$$

Tensiunile compuse vor fi:

$$\bar{U}_{ab} = V_d\sqrt{3}\sqrt{1 + K^2 + K(\cos\vartheta + \sqrt{3}\sin\vartheta)},\quad \bar{U}_{bc} = V_d\sqrt{3}\sqrt{1 + K^2 - 2K\cos\vartheta}\,,$$

$$\bar{U}_{ca} = V_d\sqrt{3}\sqrt{1 + K^2 + K(\cos\vartheta - \sqrt{3}\sin\vartheta)}\,.$$

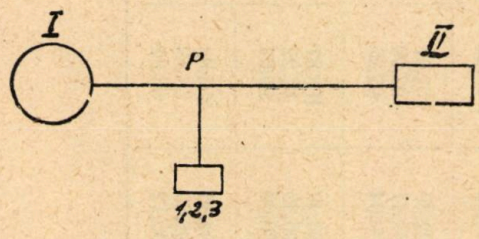


Fig. 5.

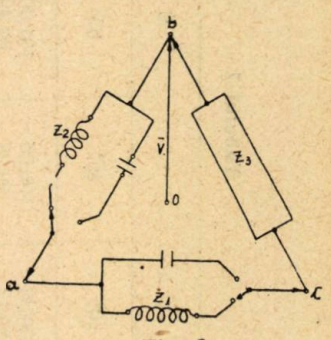


Fig. 6

Cu aceste relații putem determina variația tensiunilor între faze pentru diferite unghiuri ϑ și același grad de nesimetrie K.

Tabelul 1 dă rezultatele acestor calcule pentru $0^0 \leqslant \vartheta \leqslant 120^\circ$ și $1\% \leqslant K \leqslant 5\%$ și o tensiune directă $U_d = 100$ V între faze.

Dacă în punctul P al schemei echivalente a sistemului electric (fig. 5) se montează un dispozitiv de simetrizare, avînd schema ca în în fig. 6 atunci, pentru puterile fluctuante și aparente se pot scrie relațiile:

$$\bar{F}_I = 3\bar{V}_d\bar{I}_i + 3\bar{V}_i\bar{I}_d\,;\quad \bar{S}_I = 3\bar{V}_d\bar{I}_d^{\,*} + 3\bar{V}_i\bar{I}_i^{\,*}\,,$$

$$\bar{F}_I + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{II} = 0\,;\quad \bar{S}_I + \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 + \bar{S}_{II} = 0\,.$$

Pe baza condițiilor de simetrie $\bar{F}_I + \bar{F}_{II} = 0$ și $\bar{I}_i = 0$ rezultă

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = 0 \tag{7}$$

Tabelul 1

Grad de nesimetrie K	Tensiunea între faze	θ								
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°
0,01	a—b	100,53	100,71	100,86	100,96	101,00	100,96	100,86	100,71	100,55
	b—c	99,00	99,03	99,12	99,29	99,49	99,74	100,05	100,26	100,53
	c—a	100,53	100,26	100,05	99,74	99,49	99,29	99,12	99,03	99,00
0,02	a—b	101,01	101,42	101,73	101,93	102,00	101,93	101,73	101,42	101,01
	b—c	98,00	98,07	98,27	98,59	99,02	99,50	100,02	100,53	101,01
	c—a	101,01	100,53	100,02	99,50	99,02	98,59	98,27	99,07	98 00
0,03	a—b	101,53	102,14	102,60	102,91	103,00	102,91	102,60	102,14	101,53
	b—c	97,00	97,10	99,41	97,90	98,53	99,26	100,04	100,82	101,53
	c—a	101,53	100,82	100,04	99,26	98,53	97,90	97,41	97,10	97,00
0,04	a—b	102,06	102,86	103,48	103,87	104,00	103,87	103,49	102,86	102,06
	b—c	96,00	96,14	96,55	97,22	98,06	99,04	100,08	101,18	102,06
	c—a	102,06	101,18	100,08	99,04	98,06	97,22	96,55	96,14	97,00
0,05	a—b	102,59	103,59	104,36	104,83	105,00	104,83	104,36	103,61	102,59
	b—c	95,00	95,17	95,69	96,53	97,59	98,82	100,12	101,41	102,59
	c—a	102,59	101,40	100,12	98,82	97,59	96,53	95,69	95,17	95,00

în care

$$\bar{F}_k = S_k e^{j(2\gamma_k + \varphi_k)} \quad (k = 1, 2, 3).$$

Unghiurile γ_k au valorile (fig. 6 şi 7):

$$\gamma_1 = \sphericalangle(\text{axa } \bar{V}_{0b}, \bar{U}_{ca}), \quad \gamma_2 = \sphericalangle(\text{axa } \bar{V}_{0b}, \bar{U}_{ab}), \quad \gamma_3 = \sphericalangle(\text{axa } \bar{V}_{0b}, \bar{U}_{bc}).$$

De asemenea, $\varphi_1 = \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2}$, $0 \leqslant \varphi_3 \leqslant 2\pi$.

Deoarece în sistemele electrice se urmăreşte o funcţionare simetrică, axele de reglaj (fig. 6) vor fi astfel modificate încît totdeauna să fie îndeplinită condiţia (7).

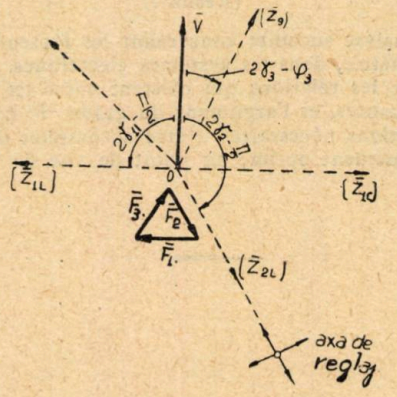


Fig. 7

Condiţia de simetrie pentru impedanţe cînd sînt legate în stea, este $\bar{Z}_1 + a\bar{Z}_2 + a^2\bar{Z}_3 = 0$ (pentru Z_i mic).

Dacă se doreşte în plus a avea un $\cos\varphi = 1$, trebuie ca centrul de greutate al triunghiului format de puteri din topograma puterii aparente, să se găsească pe axa reală.

Concluzii

1. Modulul şi argumentul gradului de nesimetrie în punctul unde s-a aplicat sarcina monofazată, depind doar de impedanţele inverse ale sistemului şi de impedanţa echivalentă a sarcinii monofazate.

2. Nesimetria creată de o sarcină repartizată inegal pe cele trei faze este independentă de sarcina echilibrată preexistentă în sistem.

3. Nesimetria depinde însă de puterea în funcţiune a sistemului electric din momentul considerat.

4. Variaţia tensiunilor între faze cu tensiunea de referinţă $U_d = 100$ V nu depăşeşte 1 volt pentru $K = 1\%$, 2 volţi pentru $K = 2\%$, etc.

5. Prin reglarea unghiului φ se reglează totodată puterile active, reactive, aparente, fluctuante şi argumentul ϑ.

Catedra de Utilizări Electrice

ИЗУЧЕНИЕ АРГУМЕНТА СТЕПЕНИ НЕСИММЕТРИЧНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(Резюме)

Выявлена связь между аргументом степени несимметричности и действующей реактивной, кажущейся и колебательной мощностями электрической системы.

Установлены условия необходимые электрической системе для получения лучшего функционирования, также и точки зрения аргумента степени несимметричности.

ÉTUDE DE L'ARGUMENT DU GRADE DE NONSYMÉTRIE DANS LES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

(Résumé)

On présente une analyse succinte concernant les facteurs qui influencent l'argument du grade de nonsymétrie, dans les systèmes electriques.

On met en évidence les relations qui existent entre les puissances actives, réactives, apparentes et fluctuantes, et l'argument du grade de nonsymétrie.

On établit des conditions nécessaires à être accomplies dans un système électrique, pour obtenir un fonctionnement optime au point de vue de l'argument du grade de nonsymétrie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

621.392 5

RANDAMENTUL TRANSMISIEI ENERGIEI ELECTRICE PRIN CUADRIPOLI

Nota VI

PREDETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A REGIMULUI TRANSMISIEI ENERGIEI ACTIVE CU RANDAMENT MAXIM

DE

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Fie

$$(A) \qquad \begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 , \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 , \end{cases} \qquad (AD-BC=1) ,$$

ecuaţiile unui cuadripol reciproc şi

$$(1) \qquad Z_1 = \frac{AZ_2 + B}{CZ_2 + D} = R_1 + jX_1$$

impedanţa de intrare a cuadripolului, $Z_2 = R_2 + jX_2$ fiind impedanţa sa de ieşire.

În acest paragraf vom determina limitele între care pot varia, pentru un cuadripol reciproc dat: rezistenţa R_1, reactanţa X_1, modulul impedanţei $|Z_1|$ şi unghiul de defazaj $\varphi_1 = \arg Z_1$, atunci cînd afixa lui Z_2 descrie semiplanul complex $R_2 \geqslant 0$ (sarcină pasivă). Problema propusă revine la a determina domeniul din planul Z_1 în care se transformă semiplanul $R_2 \geqslant 0$ cu ajutorul transformării (1). Or, această transformare fiind liniară şi utilizînd procedee cunoscute [1], [2], se găseşte uşor că dreapta $X_2 = 0$ se transformă în cercul de ecuaţie:

$$(2) \qquad R_1^2 + X_1^2 - \frac{\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C})}{\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} R_1 - \frac{\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C})}{\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} X_1 + \frac{\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B})}{\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} = 0 .$$

Mai precis, deoarece pentru orice cuadripol reciproc $\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B}) = P_{2sc}/I_1^2 > 0$, semiplanul $R_2 \geqslant 0$ se transformă în domeniul interior cercului (2), inclusiv frontiera sa. Aşadar, *impedanţa de intrare a unui*

cuadripol reciproc ce alimentează o reţea pasivă, poate lua orice valori cuprinse înăuntrul domeniului delimitat de cercul (2), inclusiv şi pe frontiera domeniului.

Observaţie. Cercul (2) coincide cu cercul $P_2 = 0$ (sau $\eta_{12} = 0$) [3]; aşadar punctele corespunzătoare funcţionării la gol şi în scurtcircuit se găsesc situate pe cercul (2).

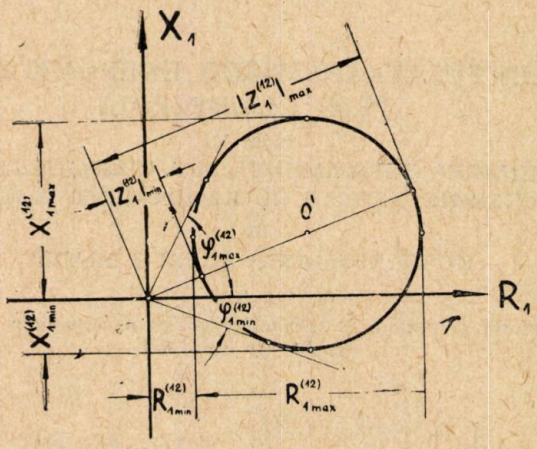


Fig. 1

Introducem notaţiile: $R^{(12)}_{1\,min}$, $R^{(12)}_{1\,max}$ — rezistenţe limită; $X^{(12)}_{1\,min}$, $X^{(12)}_{1\,max}$ —reactanţe limită; $|Z_1^{(12)}|_{min}$, $|Z_1^{(12)}|_{max}$ — modulii impedanţelor limită şi $\varphi^{(12)}_{1\,min}$, $\varphi^{(12)}_{1\,max}$ — defazaje limită.

Pentru valorile parametrilor limită se găsesc următoarele expresii:

$$(3)\qquad R^{(12)}_{1\,min} = \frac{\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}) - 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} \quad ; \quad R^{(12)}_{1\,max} = \frac{\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}) + 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})},$$

$$(4)\qquad X^{(12)}_{1\,min} = \frac{\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}) - 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} \quad ; \quad X^{(12)}_{1\,max} = \frac{\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}) + 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})},$$

$$(5)\qquad \begin{cases} |Z_1^{(12)}|_{min} = \dfrac{\sqrt{1 + 4\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B})\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} - 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})}, \\ |Z_1^{(12)}|_{max} = \dfrac{\sqrt{1 + 4\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B})\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} + 1}{2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D})} \end{cases}$$

cu

$$(6)\qquad \arg|Z_1^{(12)}|_{\min} = \arg|Z_1^{(12)}|_{\max} = \frac{\operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})}{\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})},$$

$$(7)\qquad \begin{cases} \varphi_{1\,\min}^{(12)} = \dfrac{-\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})\operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C}) - 2\sqrt{\operatorname{Re}(A\overset{*}{B})\operatorname{Re}(C\overset{*}{D})}}{1-[\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})]^2}, \\ \varphi_{1\,\max}^{(12)} = \dfrac{-\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})\operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C}) + 2\sqrt{\operatorname{Re}(A\overset{*}{B})\operatorname{Re}(C\overset{*}{D})}}{1-[\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})]^2}. \end{cases}$$

2. Într-o lucrare precedentă [4] am arătat că în cazul cuadripolilor reciproci, rezistența $R_{1\eta}^{(12)}$ și reactanța $X_{1\eta}^{(12)}$ de intrare, corespunzătoare transmisiei energiei active cu randament maxim, sînt date de expresiile:

$$(8)\qquad R_{1\eta}^{(12)} = \frac{\sqrt{[\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})]^2-1}}{2\operatorname{Re}(C\overset{*}{D})}, \quad X_{1\eta}^{(12)} = \frac{\operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})}{2\operatorname{Re}(C\overset{*}{D})}.$$

Confruntînd formulele (8_1) cu (3) și (8_2) cu (4) rezultă relațiile:

$$(9)\qquad R_{1\eta}^{(12)} = \sqrt{R_{1\,\max}^{(12)} \cdot R_{1\,\min}^{(12)}}, \quad X_{1\eta}^{(12)} = \frac{X_{1\,\max}^{(12)} + X_{1\,\min}^{(12)}}{2}.$$

Așadar, *rezistența de intrare a unui cuadripol, corespunzătoare transmisiei energiei active cu randament maxim este media geometrică a rezistențelor limită, iar reactanța de intrare corespunzătoare aceluiași regim este media aritmetică a reactanțelor limită.*

3. Pentru a determina impedanța de ieșire a unui cuadripol reciproc corespunzătoare rezistențelor limită sau reactanțelor limită, se scriu ecuațiile (A) ale cuadripolului sub forma

$$(B)\qquad \dot{U}_2 = D\dot{U}_1 - B\dot{I}_1, \qquad \dot{I}_2 = -C\dot{U}_1 + A\dot{I}_1,$$

rezultă că $Z_2 = \dfrac{DZ_1 - B}{-CZ_1 + A}$ și deci

$$(10)\qquad \begin{cases} R_2 = \dfrac{-\operatorname{Re}(\overset{*}{C}\overset{*}{D})(R_1^2+X_1^2) + \operatorname{Re}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})R_1 + \operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})X_1 - \operatorname{Re}(\overset{*}{A}\overset{*}{B})}{|C|^2(R_1^2+X_1^2) - 2\operatorname{Re}(A\overset{*}{C})R_1 - 2\operatorname{Im}(A\overset{*}{C})X_1 + |A|^2}, \\ X_2 = \dfrac{-\operatorname{Im}(\overset{*}{C}\overset{*}{D})(R_1^2+X_1^2) + \operatorname{Im}(A\overset{*}{D}+B\overset{*}{C})R_1 + \operatorname{Re}(A\overset{*}{D}-B\overset{*}{C})X_1 - \operatorname{Im}(\overset{*}{A}\overset{*}{B})}{|C|^2(R_1^2+X_1^2) - 2\operatorname{Re}(A\overset{*}{C})R_1 - 2\operatorname{Im}(A\overset{*}{C})X_1 + |A|^2}. \end{cases}$$

Se obţine impedanţa de ieşire corespunzătoare rezistenţelor limită făcînd în relaţiile (10) substituţiile: $R_1 = R_{1\,\min}^{(12)}$, $X_1 = X_{1\,\eta}^{(12)}$, respectiv $R_1 = R_{1\,\max}^{(12)}$, $X_1 = X_{1\,\eta}^{(12)}$ şi anume:

$$R'_{2R} = 0 \quad ; \quad X'_{2R} = -\frac{\mathrm{Im}\,(D)}{\mathrm{Re}\,(C)}, \tag{11}$$

respectiv

$$R''_{2R} = 0 \quad ; \quad X''_{2R} = \frac{\mathrm{Re}\,(D)}{\mathrm{Im}\,(C)}. \tag{12}$$

În mod analog, făcînd în relaţiile (10) substituţiile $R_1 = \frac{R_{1\,\max}^{(12)} + R_{1\,\min}^{(12)}}{2}$, $X_1 = X_{1\,\min}^{(12)}$, respectiv $R_1 = \frac{R_{1\,\max}^{(12)} + R_{1\,\min}^{(12)}}{2}$, $X_1 = X_{1\,\max}^{(12)}$, se obţine impedanţa de ieşire corespunzătoare reactanţelor limită:

$$R'_{2X} = 0 \quad ; \quad X'_{2X} = -\frac{\mathrm{Re}\,(D) - \mathrm{Im}\,(D)}{\mathrm{Re}\,(C) - \mathrm{Im}\,(C)}, \tag{13}$$

respectiv

$$R''_{2X} = 0 \quad ; \quad X''_{2X} = \frac{\mathrm{Re}\,(D) + \mathrm{Im}\,(D)}{\mathrm{Re}\,(C) + \mathrm{Im}\,(C)}. \tag{14}$$

Întreprinzînd calcule similare cu cele de mai sus se pot determina, de asemenea, impedanţele de ieşire corespunzătoare fie modulilor impedanţelor limită, fie defazajelor limită.

4. În cazul alimentării în sens invers a cuadripolului, utilizînd un procedeu analog celui din paragrafele precedente se găseşte:

$$R_{2\,\min}^{(21)} = \frac{\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D + B\overset{*}{C}) - 1}{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{C})} \quad ; \quad R_{2\,\max}^{(21)} = \frac{\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D + B\overset{*}{C}) + 1}{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{C})}, \tag{15}$$

$$X_{2\,\min}^{(21)} = \frac{\mathrm{Im}\,(\overset{*}{A}D + B\overset{*}{C}) - 1}{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{C})} \quad ; \quad X_{2\,\max}^{(21)} = \frac{\mathrm{Im}\,(\overset{*}{A}D + B\overset{*}{C}) + 1}{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{C})}, \tag{16}$$

etc.

5. Cercul (2) poate fi construit folosind datele obţinute la încercările la gol şi în scurtcircuit. Într-adevăr, această problemă revine la a construi un cerc cînd se cunosc două puncte situate pe cerc (corespunzătoare funcţionării la gol şi în scurtcircuit), raza cercului (egală cu $1/2\,\mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D}) = U_1^2/2P_{20}$) şi distanţa de la un punct fix ($R_1 = 0$, $X_1 = 0$) pînă la centrul cercului (egală cu $U_1^4/4P_2^2 + P_{2sc}\,U_1^2/P_{20}\,I_1^2$).

Aşadar, *parametrii limită* $R_{1\,\min}^{(12)}$, $R_{1\,\max}^{(12)}$, $X_{1\,\min}^{(12)}$, etc. *ai unui cuadripol reciproc pot fi determinaţi experimental cu ajutorul încercărilor uzuale la gol şi în scurtcircuit.*

6. În cele ce urmează vom pune în evidenţă un procedeu experimental, constînd în ultimă instanţă din efectuarea unor încercări la gol şi în scurtcircuit, capabil să permită determinarea unor mărimi esenţiale în caracterizarea regimului transmisiei energiei active cu randament maxim, al unui cuadripol reciproc şi anume: impedanţa de ieşire şi valoarea randamentului maxim.

Regimul transmisiei printr-un cuadripol reciproc a energiei active cu randament maxim a fost studiat pe larg în [4]. Acest regim este caracterizat de rezistenţa şi reactanţa de intrare (v. relaţiile (8)), de rezistenţa şi reactanţa de ieşire:

$$(17)\qquad R_{2\eta}^{(12)}=\frac{\sqrt{[\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})]^2-1}}{2\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}C)}\quad;\quad X_{2\eta}^{(12)}=\frac{\mathrm{Im}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})}{2\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}C)}$$

şi de valoarea randamentului maxim:

$$(18)\qquad \eta_{\max}=-\sqrt{[\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})]^2-1}+\mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C}),$$

alimentarea cuadripolului făcîndu-se în sens direct.

În cazul alimentării cuadripolului în sens invers, avem [4]:

$$(19)\qquad R_{1\eta}^{(21)}=R_{1\eta}^{(12)}\quad;\quad R_{2\eta}^{(21)}=R_{2\eta}^{(12)}\quad;\quad X_{2\eta}^{(21)}=-X_{1\eta}^{(12)}\quad;\quad X_{2\eta}^{(21)}=-X_{2\eta}^{(12)}.$$

Din (3) şi (15) rezultă:

$$(20)\qquad \mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})=\frac{\varrho+1}{\varrho-1}\quad,\quad\left(\varrho=\frac{R_{1\,\max}^{(12)}}{R_{1\,\min}^{(12)}}=\frac{R_{2\,\max}^{(21)}}{R_{2\,\min}^{(21)}}\right).$$

De asemenea, cu ajutorul relaţiilor (4) se stabileşte că

$$(21)\qquad \mathrm{Im}\,(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})=\frac{\xi'+1}{\xi'-1}\quad,\quad\left(\xi'=\frac{X_{1\,\max}^{(12)}}{X_{1\,\min}^{(12)}}\right).$$

iar cu ajutorul relaţiilor (16)

$$(22)\qquad \mathrm{Im}(\overset{*}{A}D+B\overset{*}{C})=\frac{\xi''+1}{\xi''-1}\quad,\quad\left(\xi''=\frac{X_{2\,\max}^{(21)}}{X_{2\,\min}^{(21)}}\right).$$

Menţionăm totodată relaţiile evidente:

$$(23)\qquad \mathrm{Re}\,(\overset{*}{A}C)=\frac{P_{10}}{U_2^2}\quad;\quad \mathrm{Re}\,(\overset{*}{C}D)=\frac{P_{20}}{U_1^2}.$$

Ţinînd seama de relaţiile (20), (21) şi (23), formulele (8) devin:

$$(24)\qquad R_{1\eta}^{(12)}=\frac{U_1^2}{P_{20}}\cdot\frac{\sqrt{\varrho}}{\varrho-1}\quad;\quad X_{1\eta}^{(12)}=\frac{U_1^2}{2P_{20}}\cdot\frac{\xi'+1}{\xi'-1}.$$

Avînd în vedere relaţiile (20), (22) şi (23), formulele (17) devin:

$$R_{2\eta}^{(12)} = \frac{U_2^2}{P_{10}} \cdot \frac{\sqrt{\varrho}}{\varrho - 1} \quad ; \quad X_{2\eta}^{(12)} = \frac{U_2^2}{2P_{10}} \cdot \frac{\xi'' + 1}{\xi'' - 1} \cdot \tag{25}$$

Însfîrşit, formula (18), în virtutea relaţiei (20), devine:

$$\eta_{max} = \frac{\sqrt{\varrho} - 1}{\sqrt{\varrho} + 1} \cdot \tag{26}$$

Pentru obţinerea formulelor corespunzătoare alimentării cuadripolului în sens invers, se utilizează relaţiile (19).

Examinînd formulele (24), (25) şi (26) rezultă că *valorile impedanţelor de intrare şi de ieşire ale unui cuadripol reciproc dat, funcţionînd în regim de transfer a energiei active cu randament maxim, precum şi valoarea randamentului maxim se pot predetermina experimental exclusiv din datele obţinute la încercările cuadripolului la gol şi în scurtcircuit.*

7. Urmînd un procedeu analog celui întrebuinţat în paragraful precedent, se pot obţine formulele impedanţei de intrare şi de ieşire în cazul regimului transmisiei puterii active maxime.

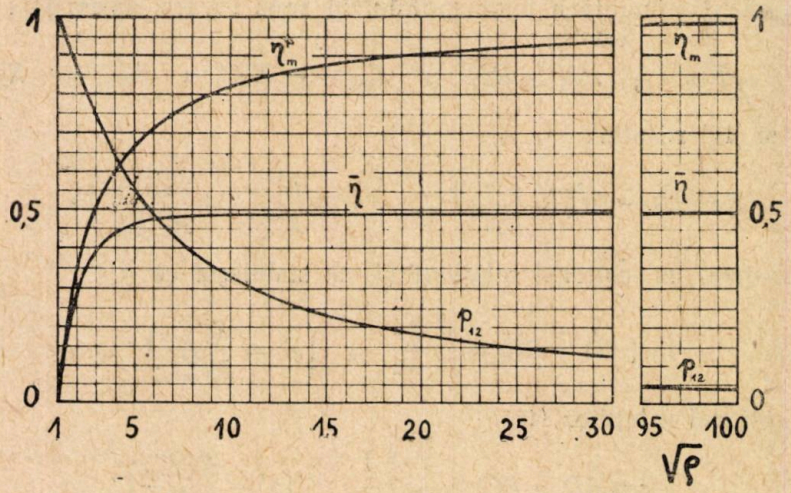


Fig. 2

Ţinînd seama că [3]:

$$R_{1P_2}^{(12)} = \frac{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B})\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C})}{|A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}|^2} \quad ; \quad X_{1P_2}^{(12)} = \frac{2\,\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{B})\,\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D} + \overset{*}{B}C)}{|A\overset{*}{D} + B\overset{*}{C}|^2} \tag{27}$$

şi

$$R_{2P_2}^{(12)} = \mathrm{Re}\left(\frac{\overset{*}{B}}{\overset{*}{A}}\right) \quad ; \quad X_{2P_2}^{(12)} = \mathrm{Im}\left(\frac{\overset{*}{B}}{\overset{*}{A}}\right) \tag{28}$$

se obține

$$(29)\quad R_{1P_2}^{(12)} = \frac{2P_{2sc}}{I_1^2} \cdot \frac{\dfrac{\varrho+1}{\varrho-1}}{\left(\dfrac{\varrho+1}{\varrho-1}\right)^2+\left(\dfrac{\xi'+1}{\xi'-1}\right)^2} \; ; \; X_{1P_2}^{(12)} = \frac{2P_{2sc}}{I_1^2} \cdot \frac{\dfrac{\xi'+1}{\xi'-1}}{\left(\dfrac{\varrho+1}{\varrho-1}\right)^2+\left(\dfrac{\xi'+1}{\xi'-1}\right)^2}$$

și

$$(30)\quad R_{2P_2}^{(12)} = R_{2sc} \; ; \; X_{2P_2}^{(12)} = -X_{2sc} \, .$$

Randamentul transmisiei puterii active maxime [5], ținînd seama de (20), se poate scrie sub forma:

$$(31)\quad \bar{\eta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varrho-1}{\varrho+1} \, .$$

În sfîrșit, raportul dintre puterea activă $\bar{P}_2$ transmisă de cuadripol în cazul regimului de transfer a energiei active cu randament maxim și puterea activă maximă P_{2max} ce o poate furniza cuadripolul [4], se poate scrie sub forma:

$$(32)\quad p_{12} = \frac{4\sqrt{\varrho}}{(\sqrt{\varrho}+1)^2} \, ,$$

unde s-a avut în vedere relația (20).

Examinînd formulele (26), (31) și (32) se observă că η_{max}, $\bar{\eta}$ și p_{12} sînt funcții numai de raportul ϱ al rezistențelor limită; aceste funcții sînt reprezentate în fig. 2.

8. Semnalăm că formulele impedanței de intrare și de ieșire, în cazul regimului de transfer a puterii reactive maxime [4] se obțin într-un mod cu totul analog. Rezultă că *atît regimul de transfer al puterii active maxime cît și regimul de transfer al puterii reactive maxime se pot predetermina experimental din datele obținute la încercările cuadripolului la gol și în scurtcircuit.*

Catedra de Bazele Electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Stoilov S., *Teoria funcțiilor de variabilă complexă*, 1954, vol. I, ed. Acad. R. P. R., Buc., pp. 74—85.
2. Лаврентиев М. А. и Шабат Б. В., Методы теории функции комплексного переменного, 1951, ГИТТЛ, Москва, стр. 115—134.
3. Rosman H. și Braier A., Bulet. Instit. Polit. Iași, 1955, t. I (V), 1—2, pp. 159—172.
4. — St. și Cerc. Șt., Acad. R. P. R., filiala Iași, 1952, t. III, 1—4, pp. 57—70.
5. — Rev. Univ. „Al. I. Cuza" și a Inst. Polit. Iași, 1954, t. I, 1—2, pp. 141—144.

К П Д ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ЧЕРЕЗ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

Сообщение VI

Экспериментальные предварительные определения режима передачи активной энергии с максимальным к п д

(Резюме)

Доказывается, что импеданс входа взаимного четырёхполюсника, питая пассивную сеть, может получить любую величину в интервале ограниченной области круга (2) включая и границу области. На основании этого результата даются формулы граничных параметров: сопротивление, реактанс, импеданс (модуль и аргумент) у входа взаимного четырёхполюсника и замечается что могут быть определяемы с помощью холостого испытания и короткого замыкания.

Доказывается также, что импедансы входа и выхода взаимного четырёхполюсника, работающие в режиме передачи активной энергии с максимальным кпд и величина максимального кпд могут быт выражены при помощи краевых параметров только в зависимости от данных полученных с помощью холостого испытания и короткого замыкания.

Наконец, что касается величин импедансов вход и выхода взаимного четырёхполюсника, передавая максимальную активную или же максимальную реактивную пощность, приходим к тем-же как и в предыдущем случае заключениям.

LE RENDEMENT DE LA TRANSMISSION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE PAR LES QUADRIPÔLES

NOTE VI

La prédétermination expérimentale du régime de la transmission de l'énergie active avec un rendement maximum

(Résumé)

On montre, tout d'abord, que l'impédance d'entrée d'un quadripôle réciproque alimentant un réseau passif peut prendre toutes les valeurs comprises à l'intérieur du domaine délimité par le cercle (2), y compris la frontière du domaine. Tenant compte de ce résultat on donne les formules des paramètres limites : résistance, réactance, impédance (module et argument) à l'entrée d'un quadripôle réciproque et on observe qu'ils peuvent être déterminés par voie expérimentale, à l'aide des essais à vide et en courtcircuit.

Ensuite, on montre que les impédance d'entrée et de sortie d'un quadripôle réciproque, fonctionnant dans un régime de transfer de l'énergie active avec un rendemens maximum et la valeur même du rendement maximum peuvent être exprimées par l'intermède des paramètres limites, seulement en fonction des données obtenues à l'aide des essais à vide et en courtcircuit.

Enfin, quant aux valeurs des impédances d'entrée et de sortie d'un quadripôle réciproque transférant soit la puissance active maxima, sois la puissance réactive maxima, on aboutit aux mêmes conclusions que dans le cas précedent.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

535 241.431

METODĂ PRACTICĂ PENTRU TRASAREA CURBELOR IZOLUX

DE
V. PRISĂCARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 11—12 februarie 1955

Pentru calculul iluminării de la surse punctiforme, în general, se aplică două metode de calcul. Prima metodă se bazează pe relaţia

$$E=\frac{F}{S}, \tag{1}$$

în care E — iluminarea medie a suprafeţii (în lucşi), F — fluxul luminos ce cade pe suprafaţa respectivă (în lumeni), S — mărimea suprafeţii de iluminat (în m^2).

A doua metodă de calcul se bazează pe relaţia

$$E=\frac{I_\alpha \cos\beta}{l^2}=\frac{I_\alpha \cos^2\alpha \cos\beta}{h^2}, \tag{2}$$

care permite determinarea iluminării unui punct de pe o suprafaţă orientată oricum în spaţiu, în care I_α — valoarea intensităţii luminoase în direcţia punctului dat (în candele), β — unghiul dintre direcţia intensităţii luminoase şi normala la planul de iluminat, ridicată din punctul a cărei iluminare se determină (în grade), α — unghiul dat de direcţia intensităţii luminoase şi axa de simetrie a corpului de iluminat, l — distanţa de la izvorul luminos la punctul de iluminat (în m), h — distanţa de la planul orizontal care trece prin punctul de iluminat şi izvorul luminos (în m).

Dacă punctul a cărei iluminare se determină, face parte dintr-un plan orizontal, relaţia de mai sus ia forma

$$E=\frac{I_\alpha \cos^3\alpha}{h^2}. \tag{3}$$

Metoda de calcul bazată pe relaţia (2) sau (3), se numeşte „prin puncte". La început calculul iluminării prin puncte pentru lămpi de diferite puteri consta în principiu în o verificare a iluminării, fiind date puterii lămpilor. O etapă hotărîtoare în dezvoltarea metodei prin puncte a fost trecerea la construirea curbelor de distribuţie a intensităţii luminoase şi a curbelor izolux pentru „lampa convenţională" cu fluxul de 1000 lumeni. Iluminarea care se obţine în cazul unor asemenea lămpi este denumită iluminare convenţională.

Curbele izolux reprezintă puncte din spaţiu de aceeaşi iluminare, făcînd parte din diferite plane orizontale, pentru lampa convenţională cu fluxul luminos de 1000 lumeni. Aceste curbe izolux se trasează pentru fiecare corp de iluminat avînd lampa convenţională cu fluxul luminos de 1000 lumeni. În acest caz iluminarea unui punct făcînd parte dintr-un plan orizontal se va determina după relaţia (3) şi anume :

$$e=\frac{i_\alpha \cos\alpha}{l^3}=\frac{i_\alpha \cos^3\alpha}{h^2}, \tag{4}$$

în care i_α este valoarea intensității luminoase în candele în direcția punctului de iluminat dat de lampa convențională cu fluxul luminos de 1000 lumeni.

Din această relație se vede că iluminarea punctului P depinde de i_α, h și α, sau de i_α, h și d (fig. 1) în care $d = AP$ este distanța de la piciorul perpendicularei pe planul orizontal pînă la punctul de iluminat, adică

$$e = \frac{i_\alpha \cos \alpha}{l^2} = \frac{i_\alpha}{h^2+d^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}} . \tag{5}$$

Cunoscînd valoarea lui i_α, care se determină din curba fotometrică a corpului de iluminat, avînd lampa convențională cu fluxul luminos de 1000 lumeni și cunoscînd poziția punctului față de izvorul luminos, adică h și d, putem determina iluminarea convențională e în punctul dat.

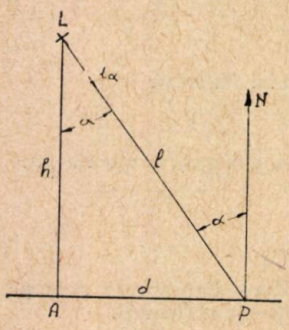


Fig. 1

Dacă asupra punctului P acționează mai multe aparate de iluminat atunci

$$e = \sum_{k=1}^{n} e_k . \tag{6}$$

Din cauză că în mod practic nu se iau în considerație toate aparatele de iluminat care acționează asupra punctului (cele mai depărtate se neglijează) și din cauză că nu se ține seama de acțiunea luminii reflectată de pereți și tavan, relația i se multiplică cu un coeficient $\mu \geqslant 1$, a cărui valoare, în tratatele de specialitate, este bine determinată.

Dat fiind că iluminarea unei încăperi nu se face cu lămpi convenționale de 1000 lumeni, ci cu lămpi normalizate după puterea absorbită de la rețea, avînd un flux luminos diferit de 1000 lumeni, vom introduce ipoteza proporționalității între intensitatea luminoasă a corpului de iluminat pe o direcție oarecare și fluxul luminos care se găsește în corpul de iluminat (singura ipoteză simplificatoare pe care se bazează metoda prin puncte). Vom admite că iluminarea în punctul respectiv, dată de lămpile care au un flux luminos F (lm) fiecare, va fi de $\frac{F}{1000}$ ori mai mare, și ținînd seama de coeficientul de siguranță K precum și de μ, iluminarea punctului din planul orizontal va fi

$$E = \frac{\mu \sum_{k=1}^{n} F_k e_k}{1000\, K} . \tag{7}$$

Pentru cazul iluminării unui plan orizontal cu lămpi de putere egală, cazul cel mai des întîlnit în practică, relația (7) devine

$$E = \frac{F \mu \sum_{k=1}^{n} e_k}{1000\, K} ,$$

sau rezolvînd această relație în raport cu fluxul luminos vom avea

$$F = \frac{1000\, EK}{\mu \sum_{k=1}^{n} e_k} , \tag{8}$$

în care F — fluxul luminos al unei singure lămpi (în lumeni), E — iluminarea încăperii

(în lucşi), K — coeficient de siguranţă care scontează pierderile de flux datorită îmbătrînirii lămpii şi depunerii de praf pe corpul de iluminat.

Relaţia ultimă este aceea care se utilizează mai des în practica proiectării iluminatului electric după metoda prin puncte. Din această relaţie se vede că pentru a determina fluxul luminos al lămpilor, este necesar în prealabil să se determine Σe_k. Calculul direct al iluminării e în baza relaţiei $e=\frac{i_\alpha \cos^3\alpha}{h^2}$ este o operă migăloasă.

Pentru simplificarea acestei probleme au fost propuse o mulţime de procedee diferite cum ar fi: nomograma radială a lui Korvatovski, nomograma lui Grüner, tabelele lui Riabov, nomograma lui A. A. Truhanov cu mai multe cadrane, etc.

Toate aceste nomograme nu au căpătat o răspîndire largă în practica proiectării, afară de nomograma lui A. A. Truhanov, care în ansamblul ei nici ea nu a căpătat o întrebuinţare largă, însă unul din cadranele ei s-a dovedit a fi cel mai bun dintre toate graficele propuse pînă azi, pentru determinarea iluminării convenţionale e. Acest grafic se numeşte diagrama izolucşilor spaţiali ale iluminării convenţionale.

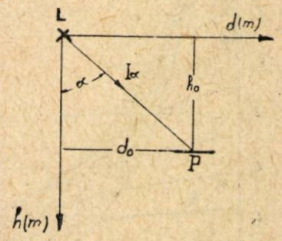


Fig. 2

Această ultimă diagramă se trasează în general în felul următor: spaţiul iluminat este secţionat printr-un plan vertical imaginar trecînd prin corpul de iluminat (axa h), iar a doua, după o orizontală care trece prin centrul corpului de iluminat (axa d) — originea axelor de coordonate fiind corpul de iluminat (fig. 2). În acest sistem de coordonate poziţia oricărui punct se va determina prin parametrii ce ne sînt cunoscuţi d şi h. Aşezînd planul elementar orizontal în diferite puncte ale secţiunii, se stabileşte de fiecare dată iluminarea convenţională a acestuia. Se constată că una şi aceeaşi valoare a iluminării convenţionale c se observă la o infinitate de combinaţii ale parametrilor d şi h şi că se poate găsi locul geometric al punctelor din secţiunea făcută, cu alte cuvinte se poate construi curba izolux a iluminării convenţionale orizontale.

Pentru trasarea curbelor izolux a iluminării convenţionale propun următoarea metodă. Pentru aceasta, dealtfel ca şi pentru celelalte metode anterioare, este nevoie de curba fotometrică a corpului de iluminat respectiv, cu o lampă convenţională de 1000 lumeni. Vom lua două axe de coordonate rectangulare şi la o anumită scară pe axa ordonatelor vom trece valoarea iluminării e, iar în abscisă distanţa d (fig. 3).

Pentru o anumită înălţime h aplicînd relaţia (5) vom obţine o anumită curbă $e=f(d)$, dînd diferite valori lui d şi determinînd valoarea i_α sub unghiul respectiv α în raport cu axa de simetrie din curba fotometrică. Introducînd valorile lui d şi i_α în relaţia de mai sus vom determina valoarea iluminării convenţionale e. Cunoscînd acum parametrii e şi d putem determina poziţia punctului de iluminare e pe planul determinat de coordonatele e şi d. Dînd diferite valori lui d vom determina suficiente puncte care reunite printr-o curbă, ne va arăta modul cum variază iluminarea în funcţie de d şi i_α. Astfel, pentru diferite înălţimi h ale izvorului luminos faţă de planul orizontal, se poate trasa o familie de curbe şi în mod teoretic o infinitate de curbe.

Ducînd o paralelă cu axa absciselor, pentru o anumită valoare e această dreaptă va tăia familia de curbe $e=f(d)$, trasate pentru diferite înălţimi h. Este clar că fiecare punct de intersecţie a acestei drepte cu curbele respective, reprezintă un punct de aceeaşi iluminare pentru diferite înălţimi h şi distanţe d, a izvorului luminos faţă de poziţia în planele orizontale, a punctului P.

Luînd două axe de coordonate, ordonata fiind *Lh* şi abscisa *Ld*, poate fi determinată poziţia fiecărui punct în planul definit de coordonatele *Lh* şi *Ld*, prin parametrii cunoscuţi *d* şi *h* din curbele anterioare avînd aceeaşi iluminare *e* (fig. 4).

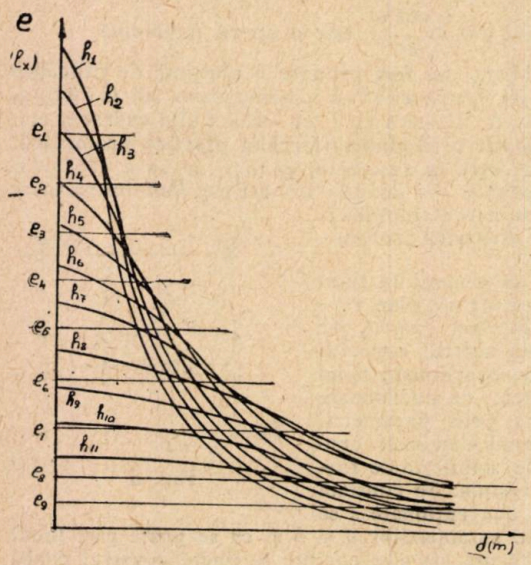


Fig. 3

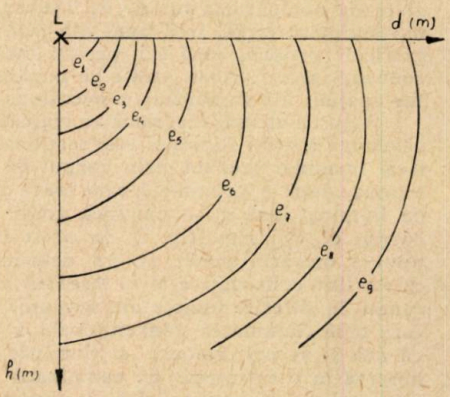


Fig. 4

Avînd un număr suficient de puncte, prin unirea lor vom căpăta curba izolux respectivă. Ducînd mai multe paralele pentru diferite valori a lui *e* în mod analog vom obţine o familie de curbe izolux în cadranul delimitat de axele de coordonate *Lh* şi *Ld*, deci nomograma izolucşilor spaţiali ale iluminării orizontale convenţionale.

Catedra de Bazele Electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Knorring G. M., *Proiectarea iluminatului electric*, 1950, Buc., I. D. T., p. 440.
2. Федоров Б. Ф., **Общий курс светотехники**, 1944, М.-Л., ГЭИ, 207 стр.
3. Gheorghiu N. şi Militaru P., *Iluminatul electric*, 1952, Buc., E. E. S., p. 413.

ПРАКТИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ ИЗОЛЮКСОВ

(Резюме)

Исходя от фотометрической кривой осветительного аппарата, имеющего конвенциональную лампочку со светловым потоком в 1000 люменов, выводится практический метод для построения кривых изолюксов.

UNE METHODE PRATIQUE POUR TRACER LES COURBES IZOLUX

(Résumé)

On indique une méthode pratique pour tracer les courbes izolux ; on part de la courbe photométrique de l'appareil d'éclairage contenant la lampe convetionnelle ayant le flux lumineux de 1000 lm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

621.78

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НАКЛЕПА НА СОПРОТИВЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ В ЗАРЕКРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫХ ПРОЦЕССАХ

А. И. ЦЕЛИКОВ
Член корреспондент АН СССР
и
В. А. ПЕРСИЯНЦЕВ

Одним из нерешенных вопросов, связанных с определением рабочих напряжений в обработке металлов давлением является вопрос о величине истинного напряжения или сопротивления деформации при разных скоростях деформации особенно в зарекристаллизационных процессах.

Отнесем, условно, к зарекристаллизационным процессам быстро протекающие процессы пластической деформации при высоких температурах $T \geqslant 0{,}4\, T_{пл}$, в которых, как и в холодных, деформируемый металл в момент его выхода из очага деформации оказывается упрочненным по сравнению с его состоянием в момент входа в очаг деформации.

Если отвлечься от учета динамических и релаксационных явлений, то, как известно, температура и продолжительность процесса деформации определяют собой два конкурирующих процесса, сопровождающих пластическую деформацию: процесс упрочнения или наклепа и процесс разупрочнения.

Принято считать, что интенсивность роста сопротивления деформации при различных процессах пластической деформации в зарекристаллизационных процессах в большей степени зависит от природы деформируемого металла, скорости, а следовательно, и продолжительности процесса деформации, а также от температуры деформации. Это положение неизбежно приводит к тому, что сопротивление деформации для двух одинаковых, быстро протекающих процессов, происходящих с одинаковой средней скоростью деформации[1]), будут равны для случая больших и малых степеней деформации. Такой взгляд, однако, опровергается проведенными исследованиями сопротивления деформации свинца [1] (рис. 1) (при сжатии), а также стали ШХ-15 [2].

1) Или с одинаковой средней скоростью перемещения инструмента в очаге деформации двух подобных и равных по величине цилиндрических образцов деформируемых осадкой или растяжением.

Так, например, при скорости деформации 5 $\frac{1}{\text{сек}}$ и температуре 1000° С сопротивление деформации стали ШХ-15 при обжатии 10% равно 17,4 кг/мм², а при 20%—23 кг/мм². Отсюда следует, что при зарекристаллизационных процессах, аналогично холодным, степень деформации является фактором, оказывающим самостоятельное влияние на сопротивление деформации помимо влияния через скорость деформации. Последнее связано с тем, что средняя скорость деформации далеко не полностью учитывает влияние степени деформации на сопротивление деформации. В действительности же сопротивление деформации дважды зависит от степени деформации, влияющей на скорость деформации и величину упрочнения происходящего в процессе пластической дефор-

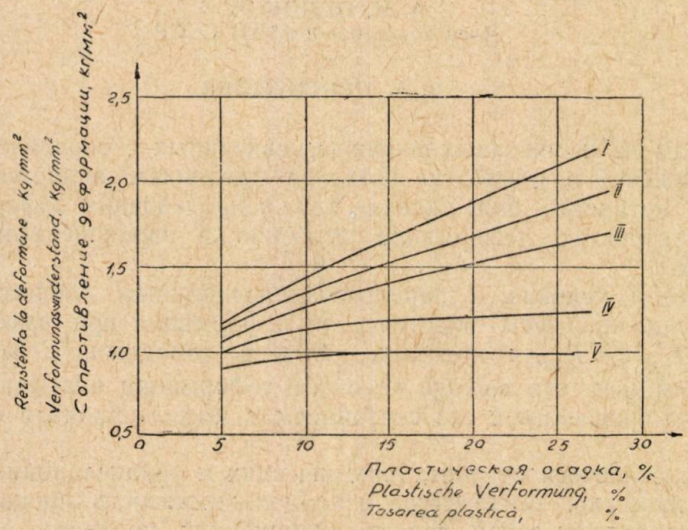


Рис. 1. Сопротивление деформации свинца при холодной осадке (аналогично сопротивлению деформации металлов при горячей осадке) I—1,25% в секунду; II—0,20% в секунду; III—0,025% в секунду (Зибель и Помп).

мации. Для подтверждения этого рассмотрим процесс осадки двух равных по размерам образцов, с одинаковой скоростью деформации, но с разной степенью деформации.

Если судить о сопротивлении деформации только по скорости деформации, то в обоих случаях оно должно быть одинаковым. В действительности, однако, если процесс разупрочнения отстает от скорости наклепа, то в таком случае при большей относительной деформации сопротивление деформации будет больше. Отсюда следует, что величина деформации влияет на сопротивление деформации в связи с тем, что с ее ростом, с одной стороны, повышается скорость деформации и, следовательно, интенсивность упрочнения, а с другой стороны, величина самого наклепа. Нетрудно было бы также привести пример иллюстри-

рующий равенство средних скоростей деформирования и средних скоростей деформации для часто встречающегося на практике частного случая деформирования двух подобных и равных по величине образцов, осаженных с одинаковой скоростью деформирования, т. е. одинаковой скоростью движения инструмента.

Приведем еще такой пример. Предположим, что два подобных и равных по величине цилиндрических образца высотой $h = 100$ мм осажены на различную высоту ($\varepsilon_1 = 20\%$, $\varepsilon_2 = 10\%$) на одной и той же испытательной машине, имеющей постоянную скорость перемещения инструмента $v = \text{const}$. В этом случае средняя скорость условной относительной деформации для этих образцов, при продолжительности процесса деформирования первого образца $\tau_1 = 10$ сек, выразится так:

$$W_{y_1} = \frac{\varepsilon_1 \%}{\tau_1} = \frac{20\%}{10\,\text{сек}} = 2\%\,\text{сек} \quad \text{то} \quad W_{y_1} = \frac{\varepsilon_2 \%}{\tau_2} = \frac{10\%}{5\,\text{сек}} = 2\%\,\text{сек}.$$

Так как $v = \text{const}$ то $\tau_2 = \frac{\tau_1}{2}$.

Данный пример является иллюстрацией независимости средней скорости деформации от степени деформации для часто распространенного на практике частного случая двух подобных и равных по размерам образцов осаженных с постоянной скоростью движения инструмента $v = \text{const}$.

Эти два примера в таком частном случае применимы, как к периодическим, так и к непрерывным процессам.

В общем же случае и при одной и той же линейной скорости деформирования могут иметь место различные скорости деформации.

Предположим, что зажимы или захваты испытательной растягивающей машины удаляются друг от друга с какой-то постоянной скоростью, зависящей от числа оборотов электромотора, вращающего червячную передачу машины. Допустим, что с такой постоянной скоростью деформирования сначала растягивается образец длиной в 50 мм, а затем — образец длиной в 100 мм. В этом случае при одной и той же скорости деформирования скорость пластической деформации второго образца будет в два раза меньше скорости пластической деформации первого образца. А если мы будем растягивать образец длиной в 500 мм, то скорость пластической деформации будет в 10 раз меньше.

Возьмем два стержня: один длиною в 10 см, другой—в 100 см и будем растягивать эти стержни так, что скорость увеличения расстояния между зажимами в первом случае в 10 раз меньше скорости во втором случае. Здесь одна скорость деформирования в 10 раз меньше другой, а скорости деформации одинаковы.

Выше указывалось, что в зарекристаллизационных процессах обработки металлов давлением, как и в холодных, деформируемый металл в момент его выхода из очага деформации оказывается упрочненным по сравнению с его состоянием в момент входа в очаг деформации. В данном случае различие состоит лишь в том, что упрочнение при хо-

лодных процессах, при прочих одинаковых условиях[2]) зависит только от степени деформации и почти не зависит от времени пребывания металла в очаге деформации, т. к. при обработке в области дорекристаллизационных температур $T<0{,}4\ T_{пл}$ процессы разупрочнения не происходят.

При горячих процессах, а следовательно и зарекристаллизационных процессах, при аналогичных с холодной деформацией условиях наряду с упрочнением, непосредственно зависящим от степени деформации, происходит разупрочнение, интенсивность которого зависит от времени пребывания деформированного металла в очаге деформации. Поэтому результирующее упрочнение в холодных процессах от скорости процесса почти не зависит, тогда как в горячих процессах скорость течения процесса пластической деформации оказывает большое влияние на упрочнение, а условные или истинные показатели сопротивления деформированию металла в момент его выхода из очага деформации при заданной температуре, а также величине, предшествовавшей деформации, становятся функцией степени деформации и длительности процесса деформации.

Рассмотренные выше положения о влиянии наклепа на сопротивление деформированию относятся к быстро протекающим процессам.

Если учесть, что быстро протекающий процесс может быть осуществлен с постоянной скоростью, т. е., например, с постоянной окружной скоростью валков, то для осуществления быстро действующего процесса не обязательно наличие динамического воздействия сил (т. е. воздействия сил с наличием ускорения).

В связи с этим в данных условиях термин „динамическое воздействие сил" следовало бы заменить термином быстрое воздействие сил. Быстрое воздействие сил с наличием ускорения будет действительно динамическим воздействием сил, тогда как быстрое воздействие сил при отсутствии ускорения нельзя считать динамическим.

Для медленно протекающих процессов, вызванных медленным приложением нагрузок или, как это принято говорить, статическим воздействием сил (что не всегда правильно) истинное сопротивление деформированию (растяжению) в области температур $T\geqslant 0{,}4\ T_{пл}$ не зависит от степени деформации, т. к. при малой скорости деформации, а, следовательно, большом количестве времени разупрочняющие процессы успевают происходить.

Таким образом в этом случае имеет место обычный процесс горячей деформации без упрочнения. Сопротивление деформированию при этих процессах, с достаточной для инженерных расчетов точностью, можно заменить пределом прочности.

Основанием для этого является следующее. В процессе испытания на растяжение при температурах горячего деформирования истин-

---

2) К числу упомянутых выше условий относятся: природа деформируемого металла, его состояние (температура), а также величина предшествовавшей деформации, т. к. от последней зависит температура рекристаллизации, а для холодной деформации модуль упрочнения (коэффициент упрочнения).

ные напряжения возрастают только до начала образования шейки, а затем кривая истинных напряжений идет параллельно оси абсцисс. Поэтому, с достаточной для практики точностью для металлов, имеющих незначительное равномерное сужение, можно принять истинное сопротивление деформированию равным пределу прочности.

Таким образом для расчетов удельного давления при горячем деформировании в ряде случаев достаточно располагать данными, дающими зависимость предела прочности от температуры испытания.

Наряду с рассмотренными выше положениями несомненно представит особый интерес показ источника роста наклепа в зарекристаллизационных процессах, а также обоснование применения аналитической связи между сопротивлением деформированию и наклепом к этим процессам, протекающим в критическом интервале скоростей, охваты-

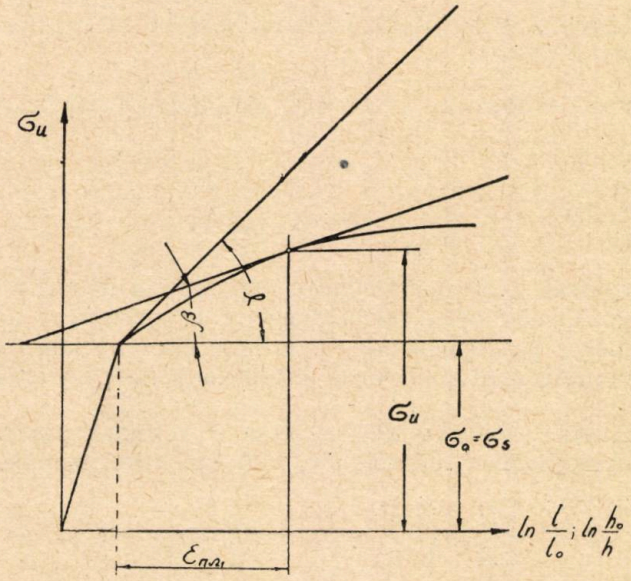


Рис. 2 Диаграмма деформационного упрочнения.

вающим все скорости деформации, находящиеся в промежутке между скоростями, отвечающими отсутствию упрочнения и максимально возможному упрочнению.

Влияние скорости деформации на сопротивление деформации в зависимости от величины произведенной деформации можно учесть путем аналитического рассмотрения двух одновременно протекающих процессов—наклепа и разупрочнения. Изменение напряжений при этом, в зависимости от производимой деформации, будет очевидно характеризоваться в каждый данный момент тангенсом угла наклона (β) касательной к кривой фактического деформационного упрочнения (рис. 2). Согласно исследованиям Бриджмена [3] зависимость между напряжениями и истинной деформацией, выраженной как натуральный лога-

рифм $\frac{h_0}{h}, \frac{l}{l_0}$, для большинства металлов имеет линейный характер. Следовательно, интенсивность наклепа может быть для любого участка деформации выражена через одинаковый модуль упрочнения $D = \operatorname{tg}\gamma$.

Относительно разупрочнения считаем, что оно происходит пропорционально времени деформации и приросту напряжения в результате наклепа. Это согласовывается с исследованиями релаксации, показывающими, что падение напряжения происходит не до нуля, а до некоторой величины σ_0 [2], [4], [5] и поэтому падение напряжения следует принимать пропорциональным не σ_U, а разности $\sigma_U - \sigma_0$. На основании сказанного можно написать следующее уравнение напряжения[3])

$$d\sigma_U = D\, d\varepsilon_{\text{пл}} - A(\sigma_U - \sigma_0)\, dt, \tag{1}$$

где A — коэффициент пропорциональности, представляющий собой скорость релаксации (1/сек).

После преобразования с учетом скорости деформации $U = \frac{d\varepsilon_{\text{пл}}}{dt}$, получим:

$$\frac{d\sigma_U}{d\varepsilon_{\text{пл}}} = D - A\frac{\sigma_U - \sigma_0}{U}. \tag{2}$$

На диаграмме деформационного упрочнения первый член правой части этого уравнения представляет собой интенсивность наклепа ($\operatorname{tg}\gamma$), если бы не было разупрочнения, т. е. при бесконечной большой скорости, деформации, а второй член интенсивность разупрочнения, т. е. $\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\beta$.

Если считать скорость деформации в течение рассматриваемого периода деформирования постоянной, то после интегрирования, получим:

$$-\frac{U}{A}\ln\left(\frac{DU}{A} - \sigma_U + \sigma_0\right) = \varepsilon_{\text{пл}} + C. \tag{3}$$

Пренебрегая величиной упругой деформации в связи с ее малостью, постоянную интегрирования C находим из условия, что при остаточной деформации $\varepsilon_{\text{пл}} = 0$, $\sigma_U = \sigma_0 = \sigma_S$.

Тогда будем иметь следующее уравнение:

$$\sigma_U = \sigma_0 + D\frac{U}{A}\left(1 - e^{-A\frac{\varepsilon_{\text{пл}}}{U}}\right). \tag{4}$$

Это уравнение учитывает влияние на сопротивление деформации одновременно двух факторов — скорости и величины деформации. Для

---

3) Из этих же соображений при составлении уравнения напряжения исходила М. А. Большанина, однако, конечный результат получился другим [2].

того, чтобы при этом также учесть влияние внутреннего трения с изменением скорости деформации, на основе рекомендации А.А. Ильюшина [6], принимаем $\sigma_0 = \sigma_{ст} + 3\eta U$.

После подставки σ_0 в уравнение (4) получим:

$$\sigma_U = \sigma_{ст} + 3\eta U + D\frac{U}{A}\left(1 - e^{-A\frac{\varepsilon_{пл}}{U}}\right), \tag{5}$$

где: $\sigma_{ст}$—предел текучести, полученный из статических испытаний, η—вязкость (кгсек/мм²), U—средняя скорость деформации $\left(\frac{\varepsilon^0/_0}{сек}\right)$.

Многочисленные эксперименты П. Г. Кириллова [7] не обнаружили существенного влияния скорости деформации на повышение величины предела текучести $\sigma_S = \sigma_0$. Поэтому, с достаточной для прак-

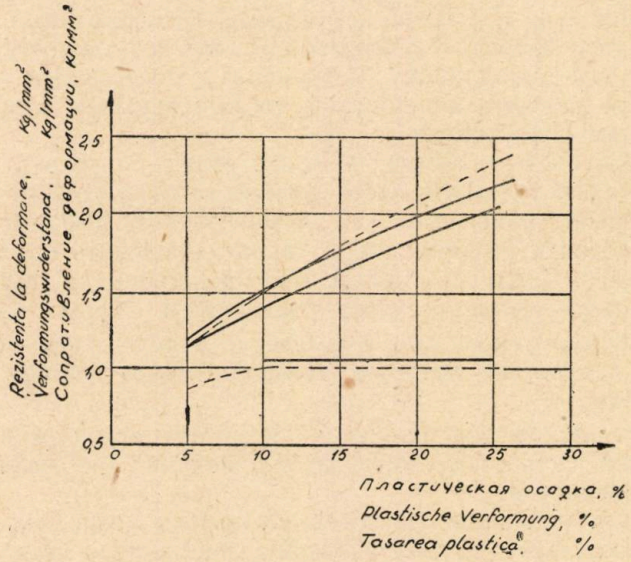


Рис. 3. Сопротивление деформации свинца при осадке с различными скоростями: I — 1,25% в секунду; II — 0,20% в секунду; III — 0,0003% в секунду. Сплошные кривые — получены по предлагаемой в работе формуле. Пунктирные кривые — по экспериментальным данным Зибеля и Помпа (см. и рис. 1).

тики точностью, при определении сопротивления деформации по уравнению (4) можно величину σ_0 заменить величиной $\sigma_{ст}$. П. Бриджмен считает, что $\sigma_{ст}$—напряжение текучести при деформации равной нулю и приближенно является мерой предела упругости или „прочности" стали.

Из представленного выше уравнения (4) напряжения можно легко получить уравнение Максвелла для случая релаксации при упругой деформации, если пренебречь упрочнением, т. е. считать $D=0$ или $d\varepsilon_{пл}=0$ и считать, что интенсивность релаксации происходит пропорционально не $\sigma_U - \sigma_0$ а σ_U.

По сравнению с уравнением Максвелла, уравнение (4) или (5) имеет то существенное преимущество, что в нем учитывается одновременно процесс релаксации и наклепа в функции скорости и величины деформации.

Приведенные на рис. 3 кривые показывают сравнение данных, полученных по предлагаемой в работе формуле (сплошные кривые), с экспериментальными данными Зибеля и Помпа [1] (пунктирные кривые), при условии, если для свинца $D=4{,}6$ кг/мм², $A=\frac{1}{50}$ 1/сек и $\sigma_0=1$ кг/мм², как это следует из анализа условий данных экспериментов.

Применение предлагаемого уравнения к двум каким-либо известным по напряжению и степени деформации экспериментальным точкам, какой-либо одной скорости деформации, дает возможность определить константы D и A для данного материала и постоянной температуры, пригодные для подсчета напряжений, соответствующих другим скоростям и степеням деформаций.

Указанное обстоятельство позволит резко сократить весьма трудоемкую экспериментальную часть работы по определению столь важного для практики параметра, как сопротивление деформации в зависимости от скорости деформации, а также определять его с более высокой точностью. Следует отметить, что предложенная выше формула (4) хорошо соответствует и всем предельным случаям деформации:

1) В деформируемом теле вызывается пластическая деформация с такой малой скоростью, которую можно принять равной нулю. При $U=0$, $\sigma_U=\sigma_S=\sigma_0$.

2) Пластическая деформация в деформируемом теле происходит с такой большой скоростью, которую в уравнении (4) можно принять равной бесконечности.

При $U=\infty$ уравнение (4) после раскрытия неопределенности примет вид, соответствующий пластической деформации с отсутствием разупрочнения $\sigma_U=\sigma_0+D\varepsilon_{пл}$.

Поступило 23 I 1957 Академия Наук СССР, Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Зибель Е. и Помп А., **Влияние скорости деформации на кривые течения металлов.**
2. Кузнецов В. Д., **Физика твердого тела**, т. V, Томск, Полиграфиздат, 1949 г.
3. Бриджмен П., **Исследование больших пластических деформаций и разрыва**, И. Л., М., 1955 г.

4. Губкин С. И., **Теория обработки металлов давлением**, Металлургиздат, М., 1947.
5. Рейнер М., **Десять лекций по теоретической реологии**, ОГИЗ—Гостехиздат, М.-Л., 1947 г.
6. Ильюшин А. А., **Пластичность**, ОГИЗ—Гостехиздат, М.-Л., 1945 г.
7. Кириллов П. Г., **Вопросы зависимости сопротивления деформации**, Докторская диссертация, МИЦМ и З., 1952 г.

BERÜCKSICHTIGUNG DES EINFLUSSES DER VERFESTIGUNG AUF DEN VERFORMUNGSWIDERSTAND IN DEN NICHT REKRISTALLISATIONSVORGÄNGEN

(Zusammenfassung)

Im Artikel ist die Analyse des Einflusses der Verformungsgeschwindichkeit auf die Spannung gegeben, die im Metall während der plastischen Verformung im warmen Zustand entsteht; dabei schenkt man die grősste Aufmerksamkeit dem Wert der Verformung, deren Erhőhung die Steigerung der Spannung bedingt, sowohl auf Rechnung der eigenen Verformungsgeschwindichkeit, als auch auf Rechnung der Verfestigung.

Ferner, wird die Formel auf den Verformungswiderstand im warmen Zustand bei verschiedenen Geschwindichkeiten der Verfestigung und gleichzeitiger Verminderung der Festigkeit eingeleitet.

Aus der vorgeschlagenen Formel, so wie aus ihrer Abart, kann man die Gleichung von Maxwell bekommen.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. Verformungswiderstand des Bleies bei kalter Verformung (dem Deformationswiderstand der Metallen bei heisser Verformung ähnlich) I—1, 25% in der Sekunde; II—0,20% in der Sekunde; III—0,025% in der Sekunde (Siebel und Pomp).
Abb. 2. Das Diagramm des Verformungswiderstandes.
Abb. 3. Verformungswiderstand des Bleies bei Verformung mit verschiedenen Geschwindigkeiten: I—1,25% in der Sekunde; II—0,020% in der Sekunde; III—0,0003% in der Sekunde. Die vollgezogene Kurven wurden mit der vorgeschlagenen Formel berechnet; die punktierte Kurven—aus den experimentellen Werten von Siebel und Pomp (S. Abb. 1).

INFLUENŢA ECRUISĂRII ASUPRA REZISTENŢEI LA DEFORMAŢIE ÎN PROCESE DE NERECRISTALIZARE

(Rezumat)

Autorii analizează influenţa vitezei de deformaţie asupra tensiunii, care ia naştere în metal în timpul deformării plastice la cald. Se subliniază deosebita importanţă a mărimii deformaţiei, a cărei mărire influenţează creşterea tensiunii.

Totodată se insistă asupra vitezei de deformaţie proprie, precum şi asupra calculului deformaţiilor.

Se stabileşte apoi formula rezistenţei de deformaţie la cald la diverse viteze ale procesului de ecruisare ce se produce concomitent cu micşorarea rezistenţei.

Din formulele stabilite şi din derivatele lor se poate obţine ecuaţia lui Maxwell.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. Rezistenţa de deformaţie a plumbului la rece (asemănătoare rezistenţei de deformaţie a metalelor la cald) I—1,25% pe secundă ; II—0,20% pe secundă ; III—0,025% pe secundă (Siebel şi Pomp).

Fig. 2. Diagrama rezistenţei de deformaţie.

Fig. 3. Rezistenţa de deformaţie a plumbului la deformare cu diferite viteze : I—1,25% pe secundă ; II—0,020% pe secundă ; III—0,0003% pe secundă. Curbele trasate prin linii continue sînt calculate cu formula propusă; curbele trasate prin linii punctate sînt deduse din valorile experimentale ale lui Siebel şi Pomp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

621.231

ASUPRA UNEI NOI METODE TENSORIALE DE STUDIU A MECANISMELOR

DE

D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN

Acad. I. I. Artobolevski, în prefaţa la cunoscuta carte a lui F. M. Dimentberg [1] consacrată aplicării metodei „şuruburilor" la studiul deplasărilor mecanismelor spaţiale, punînd în evidenţă rolul ştiinţei sovietice, reprezentată prin G. G. Baranov, V. V. Dobrovolski, V. V. Egorov, S. N. Kojevnikov, N. I. Merţalov, D. S. Tavhelidze şi alţii, în dezvoltarea teoriei mecanismelor şi maşinilor, subliniază faptul că „una din cele mai grele probleme de teoria mecanismelor spaţiale este problema determinării poziţiilor organelor, adică a configuraţiilor lanţurilor cinematice şi a mecanismelor" [1, p. 3].

La rezolvarea acestei probleme s-au folosit pînă acum, în esenţă, metoda locurilor geometrice [2], [3], metoda reprezentării sferice [4], metoda „şuruburilor" [5] şi, cu totul recent, metoda notaţiilor simbolice [6], [7], [8] şi metoda analitică [9], [10].

În cele ce urmează, folosind o *nouă metodă tensorială*, care, ca şi metodele precedente, cer din partea inginerului adîncirea instrumentelor matematice din ce în ce mai moderne, se studiază din punct de vedere al configuraţiilor şi al vitezelor, lanţurile cinematice şi mecanismele, în care asocierea dintre organe se efectuează aşa fel încît lanţul în întregime să fie un sistem de solide rigide supus la legături olonome scleronome.

Totodată, folosind noţiunea de *rang*, introdusă de I. F. Moroşkin [11], apar în studiul configuraţiilor şi unele aspecte ale clasificării cuplelor cinematice şi ale lanţurilor cinematice.

1. *Cuple cinematice.* În acest paragraf se dă o interpretare transformării punctuale ce o constituie o cuplă cinematică, astfel încît această transformare să fie echivalentă cu un singur element matematic şi anume, un tensor.

Fie $I_{\nu-1}$ şi I_ν cele două organe aparţinînd unui lanţ cinematic, asociate între ele printr-o cuplă cinematică. Solidare cu organele considerate se aleg sistemele de axe de coordonate

$$(a) \qquad O_{\nu-1}x_{\nu-1,1}x_{\nu-1,2}x_{\nu-1,3} \in I_{\nu-1} \quad \text{şi} \quad O_\nu x_{\nu 1}x_{\nu 2}x_{\nu 3} \in I_\nu.$$

Se notează cu $\alpha_{ij}^{(\nu,\nu-1)}$ cosinusurile directoare ale axelor de coordonate solidare cu organul I_ν în sistemul solidar cu organul $I_{\nu-1}$ şi cu $x_1^\nu, x_2^\nu, x_3^\nu$ coordonatele punctului O_ν în sistemul solidar cu organul $I_{\nu-1}$, adică

(b) $a_{ij}^{(\nu,\nu-1)}=\cos(\bar{i}_i^{\nu},\bar{i}_j^{\nu-1})$, $(i,j=1,2,3)$; $O_\nu\,(x_1^\nu,x_2^\nu,x_3^\nu)\in O_{\nu-1}x_{\nu-1,1}\,x_{\nu-1,2}\,x_{\nu-1,3}$.

Între coordonatele unui punct oarecare M_ν aparţinînd unui domeniu D_ν solidar cu organul I_ν şi coordonatele unui punct $M_{\nu-1}$ aparţinînd unui domeniu $D_{\nu-1}$ solidar cu organul $I_{\nu-1}$ se pot scrie următoarele relaţii:

$$x_{\nu-1,j}=x_j^\nu+\sum_{i=1}^{3}a_{ij}^{(\nu,\nu-1)}\,x_{\nu i}\quad,\quad(j=1,2,3). \tag{1}$$

Ecuaţiile (1) stabilesc o corespondenţă biunivocă între punctele domeniilor D_ν şi $D_{\nu-1}$.

Sistemul de ecuaţii (1) poate fi înlocuit cu un sistem de ecuaţii liniare şi omogene prin introducerea unor noi variabile $X_{\lambda\mu}$ alese convenabil, punînd:

$$\left\{\begin{array}{l} X_{\nu-1,2}=x_{\nu-1,1}X_{\nu-1,1}\;;\quad X_{\nu-1,3}=x_{\nu-1\,2}X_{\nu-1,1}\;;\\ X_{\nu-1,4}=x_{\nu-1,3}X_{\nu-1,1}\;;\quad X_{\nu 2}=x_{\nu 1}X_{\nu 1}\;;\\ X_{\nu,3}=x_{\nu 2}X_{\nu 1}\;;\quad X_{\nu\,4}=x_{\nu 3}X_{\nu 1}\;;\quad X_{\nu-1,1}=X_{\nu 1}\;. \end{array}\right. \tag{2}$$

Prin substituţiile (2) sistemul (1) devine un sistem de ecuaţii liniare şi omogene şi anume

$$\left\{\begin{array}{l} X_{\nu-1,1}=X_{\nu 1}\;,\\ X_{\nu-1,2}=x_1^\nu X_{\nu 1}+a_{11}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 2}+a_{21}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 3}+a_{31}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 4}\;,\\ X_{\nu-1,3}=x_2^\nu X_{\nu 1}+a_{12}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 2}+a_{22}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 3}+a_{32}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 4}\;,\\ X_{\nu-1,4}=x_3^\nu X_{\nu 1}+a_{13}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 2}+a_{23}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 3}+a_{33}^{(\nu,\nu-1)}X_{\nu 4}\;. \end{array}\right. \tag{3}$$

Se consideră o varietate cu patru dimensiuni V_4, înţelegînd printr-o atare varietate mulţimea tuturor punctelor sale, iar prin punct al varietăţii mulţimea valorilor ordonate a patru variabile independente X_1, X_2, X_3, X_4, numind atare variabile coordonatele punctului.

Coordonatele $X_{\nu 1}, X_{\nu 2}, X_{\nu 3}, X_{\nu 4}$ ale unui punct M_ν sînt legate de coordonatele $X_{\nu-1,1}, X_{\nu-1\,2}, X_{\nu-1,3}, X_{\nu-1,4}$, ale unui punct $M_{\nu-1}$ prin ecuaţiile (3). Funcţiile ce apar în membrii de al doilea ai ecuaţiilor (3) sînt uniforme, continue şi admit derivate continue de toate ordinele în domeniul de variaţie considerat al variabilelor $X_{\nu 1}, X_{\nu 2}, X_{\nu 3}, X_{\nu 4}$.

Ecuaţiile de transformare (3) fiind liniare şi omogene în raport cu variabilele $X_{\nu k}$ $(k=1, 2, 3, 4)$, transformarea definită de ele este o transformare ortogonală afină de coordonate [12]. Varietatea V_4 este un spaţiu euclidian cu patru dimensiuni, iar axele de coordonate în acest spaţiu se aleg carteziene ortogonale.

Ecuaţiile de transformare (3) sînt de forma

$$(4) \qquad X_{\nu-1,l} = \sum_{k=1}^{4} a_{kl}^{*(\nu,\nu-1)} X_{\nu k} \quad , \quad (l=1,2,3,4),$$

în care

$$a_{kl}^{*(\nu,\nu-1)} = \delta_k^1 \begin{cases} =1\,, k=1 \\ =0\,, k\neq 1 \end{cases} \quad , \quad a_{1,j+1}^{*(\nu,\nu-1)} = x_j^{\nu}\,, \ (k=1,2,3,4\,;\ j=1,2,3)\,;$$

$$a_{i+1,\,j+1}^{*(\nu,\nu-1)} = a_{ij}^{(\nu,\nu-1)} \quad , \quad (i,j=1,2,3)\,.$$

Fie în spațiul euclidian cu patru dimensiuni introdus mai sus, un *tensor ortogonal afin de ordinul doi, specific cuplei cinematice considerate,* care joacă rolul de *operator* ce realizează transformarea ortogonală afină dată de sistemul de ecuații (3). Matricea acestui tensor este

$$(5) \qquad T^{(\nu,\nu-1)} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^{\nu} & a_{11}^{(\nu,\nu-1)} & a_{21}^{(\nu,\nu-1)} & a_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_2^{\nu} & a_{12}^{(\nu,\nu-1)} & a_{22}^{(\nu,\nu-1)} & a_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_3^{\nu} & a_{13}^{(\nu,\nu-1)} & a_{23}^{(\nu,\nu-1)} & a_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{matrix} \right\| ,$$

succesiunea indicilor ν, $\nu-1$ arătînd sensul în care se consideră mișcările relative ale organelor $I_{\nu-1}$ și I_{ν}, adică *sensul transformării afine.*

Jacobianul transformării (4), $\dfrac{D(X_{\nu-1,1},\ldots,X_{\nu-1,4})}{D(X_{\nu 1},\ldots,X_{\nu 4})}$, fiind diferit de zero, rezultă că ecuațiile (4) pot fi rezolvate în raport cu variabilele $X_{\nu k}$ $(k=1,2,3,4)$ obținîndu-se astfel ecuațiile transformării inverse.

Deoarece sistemele de coordonate sînt carteziene ortogonale, componentele contravariante și covariante ale tensorului (5) coincid.

Folosind sistemul de ecuații de legătură ce caracterizează cupla cinematică considerată, se pot exprima mărimile $a_{ij}^{(\nu,\nu-1)}$ în funcție de cele r_{ν} variabile ale cuplei cinematice (parametrii independenți), r_{ν} fiind *rangul cuplei,* adică numărul gradelor de libertate ale organului I_{ν} în mișcarea relativă a acestui organ față de organul $I_{\nu-1}$ [11]. Deci componentele operatorului specific al unei cuple cinematice, adică elementele din matricea pătratică (5) sînt funcții cunoscute, continue și derivabile de cele r_{ν} variabile independente ale cuplei.

Transformarea ce reprezintă cupla cinematică considerată stabilește o corespondență biunivocă între punctele unui domeniu D_{ν}^{*} al spațiului euclidian cu patru dimensiuni, asociat organului I_{ν} și punctele unui domeniu $D_{\nu-1}^{*}$ al aceluiași spațiu, asociat organului $I_{\nu-1}$.

2. *Lanţuri cinematice şi mecanisme.* Cînd se parcurge un circuit al unui lanţ cinematic compus sau un lanţ cinematic simplu, se realizează o succesiune de corespondenţe biunivoce de domenii ale spaţiului euclidian cu patru dimensiuni. Rezultatul a două transformări afine aplicate succesiv fiind tot o transformare afină, operatorul circuitului se obţine înmulţind, în sensul luat pentru parcurgerea circuitului, tensorii specifici cuplelor cinematice ce asociază organele ce fac parte din circuit. De remarcat că arbitrarietatea introdusă prin trecerea de la spaţiul euclidian cu trei dimensiuni la spaţiul euclidian cu patru dimensiuni, nu influenţează componentele tensorului specific al cuplei cinematice şi deci acest tensor ca *element matematic unic* poate să caracterizeze cupla cinematică.

Deoarece tensorul $T^{(\nu,\nu-1)}$ defineşte complet poziţia organului I_ν în mişcarea sa faţă de organul $I_{\nu-1}$, el mai poate fi considerat ca *tensor de poziţie al organului* I_ν *faţă de organul* $I_{\nu-1}$.

În cazul lanţurilor cinematice la care asocierea organelor se face numai prin cuple cinematice inferioare, este suficient să definim *trei operatori corespunzători respectiv cuplei elicoidale, articulaţiei şi cuplei de translaţie.* În adevăr, celelalte cuple cinematice inferioare pot fi considerate ca o suprapunere a unui număr finit de cuple cinematice din prima categorie. Operatorii corespunzători se obţin deci efectuînd produse tensoriale.

Fie cupla cinematică elicoidală $S^{(\nu,\nu-1)}_{L(u)}$ de pas L avînd ca unica variabilă u unghiul de rotaţie sau avansul dealungul axei echivalent, adică rangul cuplei $r_\nu = 1$. Cupla asociază organele $I_{\nu-1}$ şi I_ν care fac parte dintr-un lanţ cinematic. În mişcarea virtuală (posibilă) a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$, sensul de parcurs al circuitului este de la elementul cuplei cinematice ce aparţine organului I_ν către elementul cuplei cinematice ce aparţine organului $I_{\nu-1}$. Axa cuplei $S^{(\nu,\nu-1)}_{L(u)}$ o alegem ca axă $x_{\nu-1,3}$, axa cuplei ce asociază organele I_ν şi $I_{\nu+1}$ o luăm ca axă $x_{\nu 3}$, perpendiculara comună între axele $x_{\nu-1,3}$ şi $x_{\nu-2,3}$ în sensul de la organul $I_{\nu-2}$ spre $I_{\nu-1}$ este aleasă ca axă $x_{\nu-1,1}$, perpendiculara comună între axele $x_{\nu-1,3}$ şi $x_{\nu 3}$ în sensul de la organul $I_{\nu-1}$ către organul I_ν este axa $x_{\nu 1}$, iar axele $x_{\nu-1,2}$ şi $x_{\nu 2}$ se iau astfel încît împreună, respectiv, cu celelalte axe de coordonate să formeze triedre drepte *).

Punctele $O_{\nu-1}$ şi O_ν sînt respectiv picioarele perpendicularelor comune. Coordonatele punctului O_ν în sistemul de axe de coordonate solidar cu organul $I_{\nu-1}$ sînt

$$x^\nu_1 = a_\nu \cos\vartheta_\nu\,,\quad x^\nu_2 = a_\nu \sin\vartheta_\nu\,,\quad x^\nu_3 = s_\nu\,. \tag{6}$$

Consinusurile directoare $a^{(\nu,\nu-1)}_{ij}$ se exprimă în funcţie de parametrii ϑ_ν şi η_ν cu ajutorul relaţiilor

*) Cititorul este rugat să facă figura.

$$(7)\quad \begin{cases} a_{11}^{(\nu,\nu-1)} = \cos\vartheta_\nu\ , & a_{12}^{(\nu,\nu-1)} = \sin\vartheta_\nu\ , & a_{13}^{(\nu,\nu-1)} = 0, \\ a_{21}^{(\nu,\nu-1)} = -\cos\eta_\nu \sin\vartheta_\nu\ , & a_{22}^{(\nu,\nu-1)} = \cos\eta_\nu \cos\vartheta_\nu\ , & a_{23}^{(\nu,\nu-1)} = -\sin\eta_\nu\ , \\ a_{31}^{(\nu,\nu-1)} = -\sin\eta_\nu \sin\vartheta_\nu\ , & a_{32}^{(\nu,\nu-1)} = \sin\eta_\nu \cos\vartheta_\nu\ , & a_{33}^{(\nu,\nu-1)} = \cos\eta_\nu\ . \end{cases}$$

În (6) şi (7) s-au ales drept parametri: unghiul ϑ_ν, format de axa $x_{\nu-1,1}$ şi paralela dusă prin $O_{\nu-1}$ la axa $x_{\nu 1}$; unghiul η_ν, format de axa $x_{\nu 3}$ şi paralela la axa $x_{\nu-1,3}$ dusă prin O_ν, parametrul a_ν, ce se măsoară pe axa $x_{\nu 1}$ de la punctul de intersecţie al acestei axe cu axa $x_{\nu-1,3}$ pînă la punctul O_ν, iar parametrul s_ν se măsoară pe axa $x_{\nu-1,3}$ de la punctul $O_{\nu-1}$ pînă la punctul de intersecţie al axei $x_{\nu 1}$ cu axa $x_{\nu-1,3}$.

După alegerea variabilei cuplei se exprimă prin formulele cunoscute ϑ_ν în funcţie de s_ν, dacă s_ν este atare variabilă sau s_ν ca funcţie de ϑ_ν, dacă ϑ_ν este variabila cuplei.

Matricea tensorului de poziţie a organului I_ν, în care componentele tensorului sînt exprimate în funcţie de unica variabilă a cuplei cinematice este

$$(8)\quad T_S^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu \cos\vartheta_\nu & \cos\vartheta_\nu & -\cos\eta_\nu \sin\vartheta_\nu & -\sin\eta_\nu \sin\vartheta_\nu \\ a_\nu \sin\vartheta_\nu & \sin\vartheta_\nu & \cos\eta_\nu \cos\vartheta_\nu & \sin\eta_\nu \cos\vartheta_\nu \\ s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix}.$$

Articulaţia fiind un caz limită al cuplei elicoidale cînd pasul elicei $L=0$, unica variabilă a articulaţiei $R_{\theta_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ este parametrul ϑ_ν, ceilalţi parametri neschimbîndu-se odată cu mişcarea.

Cupla prizmatică sau cupla de translaţie fiind şi ea un caz limită al cuplei elicoidale şi anume, cînd pasul elicei L este infinit, unica variabilă a unei cuple de translaţie $P_{s_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ este s_ν, ceilalţi parametri rămînînd constanţi în timpul mişcării. Expresiile componentelor tensorului de poziţie din relaţia (8) se folosesc şi în aceste cazuri limită, ţinînd însă seama care este parametrul ce reprezintă variabila cuplei şi care sînt valorile constante depinzînd de datele constructive. Se notează operatorul articulaţiei prin $T_R^{(\nu,\nu-1)}$ şi operatorul cuplei de translaţie prin $T_P^{(\nu,\nu-1)}$.

Un lanţ cinematic simplu deschis sau un circuit simplu deschis separat dintr-un lanţ cinematic compus, se caracterizează prin operatorul circuitului sau al lanţului simplu deschis după cum urmează

$$(9)\quad T^{(n,0)} = T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \cdots T^{(n-1,n-2)} \cdot T^{(n,n-1)}.$$

Componentele tensorului afin de ordinul al doilea $T^{(n,0)}$ sînt funcţii

continue şi derivabile de cele $N=\sum_{\nu=1}^{n} r_\nu$ coordonate lagrangiene $q_1^{(1,0)}$, $q_2^{(1,0)}$,..., $q_{r_1}^{(1,0)}$,..., $q_{r_n}^{(n,n-1)}$ şi care nu sînt altceva decît variabilele cuplelor cinematice ce asociază între ele organele $I_0, I_1, ..., I_n$. Operatorul circuitului $T^{(n,0)}$ defineşte deci ca unic element matematic în fiecare moment *configuraţia lanţului cinematic deschis* sau *a circuitului simplu deschis.*

Relaţia tensorială (9) este echivalentă cu ecuaţiile de transformare (5.4′) şi (5.4″) stabilite de I. F. Moroşkin [11]. Impunînd condiţia de închidere a lanţului cinematic simplu sau a circuitului simplu, adică $I_n \equiv I_0$ şi în consecinţă coincidenţa sistemului de coordonate $O_n x_{n1} x_{n2} x_{n3}$ cu sistemul $O_0 x_{01} x_{02} x_{03}$, în locul ecuaţiilor (5.14′) şi (5.14″) [11] se obţine o singură ecuaţie tensorială echivalentă care caracterizează configuraţia lanţului cinematic simplu închis sau a circuitului simplu închis şi anume

$$T^{(n,0)} = E, \tag{10}$$

unde E este tensorul unitate.

Indentificînd conponentele tensorului din ambii membri ai ecuaţiei tensoriale (10), se obţine un sistem de numai 12 ecuaţii între cele $N=\sum_{\nu=1}^{n} r_\nu$ variabile ale cuplelor cinematice deoarece elementele primelor linii ale matricelor celor doi tensori sînt formate din numerele 1 şi 0. Se vede deci că prin închidere numărul coordonatelor lagrangiene se micşoreaza în comparaţie cu cazul unui lanţ cinematic deschis sau un circuit deschis.

Pentru un lanţ cinematic compus se consideră numărul minim de circuite ce se pot forma astfel încît fiecare organ şi fiecare cuplă cinematică să aparţină cel puţin unui circuit. Se obţine deci un număr de ecuaţii tensoriale egal cu numărul minim de circuite.

Deoarece în cazul unui mecanism unul din organe este fix (în cele ce urmează îl vom numi batiu), mişcările relative ale celorlalte organe mobile faţă de organul fix sînt mişcările lor absolute.

3. *Problema vitezelor pentru lanţuri cinematice şi mecanisme.* Componentele tensorului de poziţie al unui organ I_ν în mişcarea sa relativă faţă de organul $I_{\nu-1}$ ce-l precede în lanţ, ca şi componentele operatorului circuitului sau a lanţului cinematic simplu, sînt funcţii de un argument scalar, timpul t, unele din atare componente reducîndu-se la numerele 1 sau 0. Notînd tensorul ortogonal afin de ordinul doi considerat, variabil în raport cu argumentul scalar t, prin $T^{(\nu,\nu-1)}(t)$, se obţine unicul tensor derivat

$$\frac{d\,T^{(\nu,\nu-1)}}{dt} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{x}_1^\nu & \dot{a}_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_2^\nu & \dot{a}_{12}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_3^\nu & \dot{a}_{13}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{Vmatrix}. \tag{11}$$

Îl numim *tensor viteză în mişcare relativă a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$.*

Se obţine astfel un tensor incomplet. Lăsînd la o parte elementele primei linii şi primei coloane din matricea tensorului $\frac{dT^{(\nu,\nu-1)}}{dt}$, se capătă matricea

$$(12)\qquad M^{*(\nu,\nu-1)}=\left\|\begin{array}{ccc}\dot{\alpha}_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{21}^{(\nu,\nu-2)} & \dot{\alpha}_{31}^{(\nu,\nu-1)}\\ \dot{\alpha}_{12}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{32}^{(\nu,\nu-1)}\\ \dot{\alpha}_{13}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{\alpha}_{33}^{(\nu,\nu-1)}\end{array}\right\|.$$

În mod analog, pornind de la matricea tensorului $T^{(\nu,\nu-1)}$, se obţine matricea

$$(13)\qquad M^{(\nu,\nu-1)}=\left\|\begin{array}{ccc}\alpha_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{31}^{(\nu,\nu-1)}\\ \alpha_{12}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{32}^{(\nu,\nu-1)}\\ \alpha_{13}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \alpha_{33}^{(\nu,\nu-1)}\end{array}\right\|.$$

Viteza unghiulară a organului I_ν în mişcarea relativă faţă de organul $I_{\nu-1}$

$$(14)\qquad \omega^{(\nu,\nu-1)}=\left\|\begin{array}{ccc}0 & -\omega_{x_{\nu-1,3}}^{(\nu,\nu-1)} & \omega_{x_{\nu-1,2}}^{(\nu,\nu-1)}\\ \omega_{x_{\nu-1,3}}^{(\nu,\nu-1)} & 0 & -\omega_{x_{\nu-1,1}}^{(\nu,\nu-1)}\\ -\omega_{x_{\nu-1,2}}^{(\nu,\nu-1)} & \omega_{x_{\nu-1,1}}^{(\nu,\nu-1)} & 0\end{array}\right\|,$$

fiind un tensor antisimetric de ordinul al doilea în spaţiul euclidian cu trei dimensiuni (spaţiul real), poate fi scrisă sub forma

$$(15)\ \omega^{(\nu,\nu-1)}=\left\|\begin{array}{ccc}0 & -\sum_{i=1}^{3}\alpha_{i1}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i2}^{(\nu,\nu-1)} & \sum_{i=1}^{3}\alpha_{i3}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i1}^{(\nu,\nu-1)}\\ \sum_{i=1}^{3}\alpha_{i1}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i2}^{(\nu,\nu-1)} & 0 & -\sum_{i=1}^{3}\alpha_{i2}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i3}^{(\nu,\nu-1)}\\ -\sum_{i=1}^{3}\alpha_{i3}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i1}^{(\nu,\nu-1)} & \sum_{i=1}^{3}\alpha_{i2}^{(\nu,\nu-1)}\dot{\alpha}_{i3}^{(\nu,\nu-1)} & 0\end{array}\right\|,$$

folosind pentru obţinerea elementelor acestui tensor situate în afară de diagonala principală, înmulţirea liniilor matricii (12) cu linii matricii (13).

Exprimînd mărimile $a_{ij}^{(\nu,\nu-1)}$ şi $\dot{a}_{ij}^{(\nu,\nu-1)}$ în funcţie de cele r_ν variabile ale cuplei cinematice şi de derivatele lor în raport cu timpul, componentele tensorului viteză unghiulară se exprimă de asemenea ca funcţii de aceste variabile şi de derivatele lor în raport cu timpul, ele

fiind - în interpretarea obişnuită [13] — proiecţiile pseudovectorului $\omega^{(\nu,\nu-1)}$ pe axele solidare cu organul $I_{\nu-1}$.

Prima coloană a matricii tensorului $\frac{dT^{(\nu,\nu-1)}}{dt}$ este formată din cifra 0 şi proiecţiile $\dot{x}_i^{\nu}$, $(i=1,2,3)$, ale vitezei $v_{O_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ a punctului O_ν în mişcarea relativă a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$, pe axele de coordonate $O_{\nu-1}\ x_{\nu-1,1}\ x_{\nu-1,2}\ x_{\nu-1,3}$, solidare cu organul $I_{\nu-1}$. Şi aceste componente pot fi exprimate în funcţie de cele r_ν variable ale cuplei cinematice şi de derivatele lor în raport cu timpul.

Rezultă că tensorul de poziţie $T^{(\nu,\nu-1)}(t)$ cuprinde toate caracteristicile mişcării relative a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$.

În cazul cuplelor cinematice inferioare se consideră succesiv cei trei operatori şi anume: operatorul cuplei elicoidale, cel de rotaţie şi cel al cuplei de translaţie şi se obţine:

I) Pentru operatorul elicoidal

$$(16)\quad \frac{dT_S^{(\nu,\nu-1)}}{dt}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_\nu \sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ a_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & \cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ \dot{s}_\nu & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$(17)\quad M^{*(\nu,\nu-1)}=\begin{Vmatrix} -\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ \cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$(18)\quad M^{(\nu,\nu-1)}=\begin{Vmatrix} \cos\vartheta_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu \\ \sin\vartheta_\nu & \cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu & \sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu \\ 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix},$$

rezultă

$$(19)\quad \omega_S^{(\nu,\nu-1)}=\begin{Vmatrix} 0 & -\dot{\vartheta}_\nu & 0 \\ \dot{\vartheta}_\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Originea O_ν a axelor de coordonate solidare cu organul I_ν are ca traiectorie o elice, iar componentele vitezei $v_{O_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$, în mişcarea relativă pe axele solidare cu organul $I_{\nu-1}$ sînt

$$(20)\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},1}^{(\nu,\nu-1)} = -a_\nu \sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},2}^{\nu,\nu-1)} = a_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},3}^{(\nu,\nu-1)} = \dot{s}_\nu = k\dot{\vartheta}_\nu .$$

Mişcarea relativă a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$ poate fi considerată ca fiind compusă dintr-o mişcare de translaţie odată cu punctul O_ν şi dintr-o mişcare de rotaţie de viteză unghiulară $|\bar{\omega}^{(\nu,\nu-1)}| = \dot{\vartheta}_\nu$ în jurul unei axe ce trece prin punctul O_ν şi e paralelă cu axa $O_{\nu-1}x_{\nu-1,3}$ a cuplei elicoidale S.

II) Pentru operatorul articulaţiei

$$(21)\quad \frac{dT_R^{(\nu,\nu-1)}}{dt} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ a_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & \cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$(22)\quad M^{*(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} -\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ \cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$(23)\quad M^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} \cos\vartheta_\nu & -\cos\eta_\nu\sin\vartheta_\nu & -\sin\eta_\nu\sin\vartheta_\nu \\ \sin\vartheta_\nu & \cos\eta_\nu\cos\vartheta_\nu & \sin\eta_\nu\cos\vartheta_\nu \\ 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\vartheta_\nu \end{Vmatrix},$$

rezultă

$$(24)\quad \omega_R^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 0 & -\dot{\vartheta}_\nu & 0 \\ \dot{\vartheta}_\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Originea O_ν a axelor de coordonate solidare cu organul I_ν are ca traiectorie un cerc de rază a_ν, iar componentele vitezei $v_{O_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ în mişcarea relativă pe axele solidare cu organul $I_{\nu-1}$ sînt

$$(25)\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},1}^{(\nu,\nu-1)} = -a_\nu\sin\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},2}^{(\nu,\nu-1)} = a_\nu\cos\vartheta_\nu\dot{\vartheta}_\nu\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1},3}^{(\nu,\nu-1)} = 0.$$

Mişcarea relativă a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$ poate fi considerată ca fiind compusă dintr-o mişcare de translaţie odată cu punctul

O_ν şi dintr-o mişcare de rotaţie de viteză unghiulară $|\bar{\omega}^{(\nu,\nu-1)}| = \dot{\vartheta}_\nu$ în jurul unei axe ce trece prin punctul O_ν şi e paralelă cu axa $O_{\nu-1}x_{\nu-1,3}$ a articulaţiei.

III) Pentru operatorul cuplei de translaţie

$$\frac{dT_P^{(\nu,\nu-1)}}{dt} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{s}_\nu & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{26}$$

Se vede imediat că $\omega_P^{(\nu,\nu-1)} = 0$ şi că mişcarea relativă a organului I_ν faţă de organul $I_{\nu-1}$ e o mişcare de translaţie odată cu punctul O_ν, adică paralelă cu axa $O_{\nu-1}x_{\nu-1,3}$. Componentele vitezei $v_{O_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ în mişcarea relativă pe axele solidare cu organul $I_{\nu-1}$ sînt:

$$v_{O_\nu x_{\nu-1,1}}^{(\nu,\nu-1)} = 0\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1,2}}^{(\nu,\nu-1)} = 0\ ,\quad v_{O_\nu x_{\nu-1,3}}^{(\nu,\nu-1)} = \dot{s}_\nu . \tag{27}$$

Organul I_ν făcînd parte dintr-un lanţ cinematic a cărui proprietate fundamentală este obţinerea mişcării absolute a organului ce constă în realizarea prin suprapunerea mişcărilor relative, e convenabil să se aleagă ca *sistem de reducere* sistemul de axe de coordonate solidar cu organul I_0, în cazul mecanismelor I_0 fiind organul fix—batiul—se obţine mişcarea absolută a organului considerat. Se notează cu $a_{i_{\nu-1},i_0}^{(\nu-1,0)}$ $(i_{\nu-1}, i_0 = 1,2,3)$ cosinusul unghiului format între axa corespunzătoare numărului $i_{\nu-1}$ aparţinînd sistemului de axe de coordonate cartezian ortogonal solidar cu organul $I_{\nu-1}$ şi axa corespunzătoare numărului i_0 a sistemului $O_0 x_{01} x_{02} x_{03}$ solidar cu organul I_0.

Exprimaţi prin proiecţiile pe axele sistemului de reducere considerat, tensorul $\omega^{(\nu,\nu-1)}$ şi vectorul $v^{(\nu,\nu-1)}$ se scriu respectiv sub forma

$$\omega^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 0 & -\omega_{x_{03}}^{(\nu,\nu-1)} & \omega_{x_{02}}^{(\nu,\nu-1)} \\ \omega_{x_{03}}^{(\nu,\nu-1)} & 0 & -\omega_{x_{01}}^{(\nu,\nu-1)} \\ -\omega_{x_{02}}^{(\nu,\nu-1)} & \omega_{x_{01}}^{(\nu,\nu-1)} & 0 \end{Vmatrix} = \tag{28}$$

$$= \begin{Vmatrix} 0 & -\sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},3}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} & \sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},2}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} \\ \sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},3}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} & 0 & -\sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},1}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} \\ -\sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},2}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} & \sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},1}^{(\nu-1,0)} \omega_{x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)} & 0 \end{Vmatrix}$$

şi

$$v_{O_\nu x_{0i}}^{(\nu,\nu-1)} = \sum_{i_{\nu-1}=1}^{3} a_{i_{\nu-1},1}^{(\nu-1,0)} v_{O_\nu x_{\nu-1},i_{\nu-1}}^{(\nu,\nu-1)}, \quad (i=1,2,3). \tag{29}$$

Dacă se notează cu $M^{(\nu-1,\nu-2)}$, $M^{(\nu-2,\nu-3)}$,..., $M^{(1,0)}$ matricele ce au ca elemente cosinusurile directoare corespunzătoare organelor lanţului şi care sînt analoage matricei $M^{(\nu,\nu-1)}$ şi corespund tensorilor de poziţie $T^{(\nu-1,\nu-2)}$, $T^{(\nu-2,\nu-3)}$,..., $T^{(1,0)}$, cosinusurile directoare $a_{i_{\nu-1},i_0}^{(\nu-1,0)}$ sînt respectiv elementele matricei

$$M^{(\nu-1,0)} = M^{(1,0)} M^{(2,1)} \dots M^{(\nu-1,\nu-2)}. \tag{30}$$

În mod analog, notîndu-se prin $a_{i_\nu,i_0}^{(\nu,0)}$ cosinusul unghiului format între axa corespunzătoare numărului i_ν aparţinînd sistemului de axe de coordonate solidar cu organul I_ν şi axa corespunzătoare numărului i_0 a sistemului de axe de coordonate solidar cu I_0, mărimile $a_{i_\nu,i_0}^{(\nu,0)}$ sînt respectiv elementele matricei

$$M^{(\nu,0)} = M^{(1,0)} \cdot M^{(2,1)} \dots M^{(\nu,\nu-1)}. \tag{31}$$

Viteza unghiulară a organului I_ν în mişcarea relativă faţă de organul I_0, care este mişcarea absolută a lui I_ν dacă I_0 este organul fix (batiul mecanismului), se reprezintă prin tensorul antisimetric

$$\omega^{(\nu,0)} = \begin{Vmatrix} 0 & -\omega_{x_{03}}^{(\nu,0)} & \omega_{x_{02}}^{(\nu,0)} \\ \omega_{x_{03}}^{(\nu,0)} & 0 & -\omega_{x_{01}}^{(\nu,0)} \\ -\omega_{x_{02}}^{(\nu,0)} & \omega_{x_{01}}^{(\nu,0)} & 0 \end{Vmatrix} = \tag{32}$$

$$= \begin{Vmatrix} 0 & -\sum_{i=1}^{3} a_{i1}^{(\nu,0)} \cdot a_{i2}^{(\nu,0)} & \sum_{i=1}^{3} a_{i3}^{(\nu,0)} \cdot a_{i1}^{(\nu,0)} \\ \sum_{i=1}^{3} a_{i1}^{(\nu,0)} \cdot a_{i2}^{(\nu,0)} & 0 & -\sum_{i=1}^{3} a_{i2}^{(\nu,0)} \cdot a_{i3}^{(\nu,0)} \\ -\sum_{i=1}^{3} a_{i3}^{(\nu,0)} \cdot a_{i1}^{(\nu,0)} & \sum_{i=1}^{3} a_{i2}^{(\nu,0)} \cdot a_{i3}^{(\nu,0)} & 0 \end{Vmatrix} .$$

Ştiind că viteza $\overline{v}_{O_\nu}^{(\nu,0)}$ a originii O_ν a axelor de coordonate solidare cu organul I_ν în mişcarea relativă faţă de organul I_0, adică mişcarea absolută a lui I_ν dacă I_0 este fix (la mecanisme), se exprimă prin relaţia

$$\overline{v}_{O_\nu}^{(\nu,0)} = \sum_{\mu=1}^{3} \left[\overline{v}_{O_\mu}^{(\mu,\mu-1)} + \overline{OO}_\mu \times \overline{\omega}^{(\mu,\mu-1)} \right], \tag{33}$$

componentele vitezei $\overline{v}_{O_\nu}^{(\nu,0)}$ în mişcarea de translaţie a organului I_ν faţă de sistemul de referinţă $O_0 x_{01} x_{02} x_{03}$ solidar cu organul I_0 sînt

$$v_{O_\nu x_{0i}}^{(\nu,0)} = \sum_{\mu=1}^{3} \left[v_{O_\mu x_{0i}}^{(\mu,\mu-1)} + x_{0,i+1}^{\nu} \omega_{x_{0,i+2}}^{(\mu,\mu-1)} - x_{0,i+2}^{\nu} \omega_{x_{0,i+1}}^{(\mu,\mu-1)} \right], \tag{34}$$

$$(i = 1, 2, 3), (i + j \equiv j \bmod 3, i = 3, j = 1,2\,; i+2 \equiv 1 \bmod 3, i = 2)$$

în care $x_{01}^{\nu}, x_{02}^{\nu}, x_{03}^{\nu}$ sînt coordonatele punctului O_ν în sistemul solidar cu organul I_0.

În cazul unui mecanism, datorită faptului că într-un circuit închis separat de mecanism şi care conţine batiul, organul final I_n al circuitului coincide cu organul iniţial fix I_0 (batiul), fiecărui astfel de circuit îi vor corespunde condiţiile suplimentare diferenţiale de închidere de forma

$$\omega^{(n,0)} = 0 \quad , \quad \overline{v}_{O_n}^{(n,0)} = 0 . \tag{35}$$

Metoda tensorială introdusă permite caracterizarea succintă prin elemente matematice unice a poziţiei unui organ în mişcare relativă faţă de cel precedent din lanţ sau a unui lanţ cinematic simplu sau a unui circuit separat dintr-un lanţ cinematic compus. Ea conduce totodată la caracterizarea completă a mişcărilor organelor şi la exprimarea energiei cinetice în funcţie de numărul minim de coordonate lagrangiene independente, premiză de bază pentru folosirea sistematică a mecanicii analitice în interpretarea obişnuită sau în diferite extinderi, de pildă [14], [15], în studiul mecanismelor şi maşinilor precum şi în fundamentala problemă a automatizărilor.

Primit la 18 VI 1957 *Catedra de Mecanică*

BIBLIOGRAFIE

1. Диментберг Ф. М., Определение положений пространственных механизмов, Изд. АН СССР, М., 1950.
2. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor şi maşinilor*, Edit. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).

3. Кожевников С. Н., **Теория машин и механизмов**, Машгиз, Киев, 1954, изд 2-е.
4. Добровольский В. В., Труды Сем. Теории Маш. Мех., **21**, 7, 1947.
5. Кислицын С. Г., Труды Сем. Теории Маш. Мех., **14**, 54, 1954, стр. 51—75.
6. Denavit J., Hartenberg R. S., Machine Design, nr. 9, 1954, pp. 167—175.
7. — Machine Design, nr. 10, 1954, pp. 257—265.
8. — J. Appl. Mech., **22**, nr. 2, 1955, p. 215.
9. Beyer R., VDI—Berichte, **12**, 1956, pp. 5—20.
10. Wörle H., VDI—Berichte, **12**, 1956, pp. 21—23.
11. Морошкин И. Ф., Труды Сем. Теории Маш. Мех., **14**, 54, 1954, стр. 25—50.
12. Kocin N. E. *Calculul vectorial şi introducere în calculul tensorial*, Edit. Tehn., Buc., 1954, pp. 298, 360, 362, 365, (trad. din l. rusă).
13. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И., **Курс теоретической механики**, I, Гостехиздат, М., 1954, стр. 243.
14. Pailloux H., Ann. Ec. Norm. Sup., (3), **69**, 3, 1956, pp. 213—257.
15. Tzenoff I., C. r. Acad. Bulgare Sci., **9**, 3, 1956, pp. 5—8.

О НОВОМ ТЕНЗОРНОМ МЕТОДЕ ИНТЕРЕСУЮЩЕМ ТЕОРИЮ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

(Резюме)

1. Авторы, исходя из (1) и (*a*), (*b*), устанавливающих обоюдооднозначное соотношение между точками трёхмерных областей $D_{\nu-1}$ и D_ν, связанных соответственно с двумя последующими звеньями $I_{\nu-1}$ и I_ν некоторой кинематической цепи, образующими кинематическую пару, и вводя новые переменные $X_{\lambda\mu}$, определяемые (2), находят аффинно-ортогональный тензор второго порядка четырёхмерного эвклидова пространства (5), названный **тензором положения звена I_ν по отношению к звену $I_{\nu-1}$ характеризующим рассматриваемую кинематическую пару.**

Введенный тензор, играя роль оператора аффинно-ортогонального преобразования (3) между областями $\overset{*}{D}_{\nu-1}$ и $\overset{*}{D}_\nu$ четырёхмерного эвклидова пространства, ассоциированными соответственно звеньям $I_{\nu-1}$ и I_ν, полностью определяет положение звена I_ν в своем движении относительно звена $I_{\nu-1}$.

2. Перейдя затем к кинематическим цепям в которых связь устанавливается при помощи лишь низших кинематических пар, определяются **тензоры положения, характеризующие соответственно винтовую, шарнирную и поступательную пары.** Указанные операторы, обозначенные соответственно $T_S^{(\nu,\nu-1)}$, $T_R^{(\nu,\nu-1)}$ и $T_P^{(\nu,\nu-1)}$, выражаются (8) с последующими участнениями.

Простая незамкнутая кинематическая цепь или же простой незамкнутый цикл, выделенный из какой либо сложной кинематической цепи, характеризуется **специфическим тензором цепи или же цикла** (9), причём составляющие аффинного тензора второго порядка $T^{(n,0)}$ — непрерывные и дифференцируемые функции $N=\sum_{\nu=1}^{n} r_\nu$ лагранжевых координат $q_1^{(1,0)}$, $q_2^{(1,0)}$, ..., $q_{r_1}^{(1,0)}$, $q_1^{(2,1)}$, ..., $q_{r_n}^{(n,n-1)}$, а, следовательно, и всех переменных кинематических пар связывающих звенья между собою.

Усматривая условие замкнутости простой кинематической цепи или же простого кинематического цикла $I_0, I_1, \ldots, I_n$, а, значит, и совпадение координатных систем $O_n\, x_{n1}\, x_{n2}\, x_{n3}$ и $O_0\, x_{01}\, x_{02}\, x_{03}$, получается **тензорное уравнение** (10), где E—тензор единица, **характеризующее конфигурацию простой замкнутой кинематической цепи или же простого замкнутого цикла.** Уравнение (10), сводясь лишь к 12 скалярным уравнениям между $N=\sum_{\nu=1}^{n} r_\nu$ переменными кинематических пар, указывает на факт уменьшения при замкнутости числа лагранжевых независимых координат, по сравнению со случаем незамкнутой кинематической цепи или же цикла.

При сложной кинематической цепи рассматривается минимальное число циклов, образующихся при условии принадлежности каждой кинематической пары по крайней мере к одному циклу, причём число тензорных уравнений равно минимальному числу циклов.

3. С помощью **тензора скорости**, определяемого (11) и полученного как производная по времени тензора положения (5), а так же и **квадратичных матриц** (12) **и** (13), **ассоциированных тензором** (11) **и** (5), **получается мгновенная угловая скорость** в виде антисимметричного тензора второго порядка трёхмерного (действительного) эвклидова пространства (15) **и скорость** $\bar{v}_{0_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ **точки** O_ν в движении звена I_ν по отношению к звену $I_{\nu-1}$, отнесенная к трёхграннику $O_{\nu-1}\, x_{\nu-1,1}\, x_{\nu-1,2}\, x_{\nu-1,3}$. Следовательно, **тензор положения** (5) **содержит все характеристики относительного движения звена** I_ν **по отношению к звену** $I_{\nu-1}$, причём принятые обозначения соответствуют подходящему выбору координатных осей и параметров движения, указанную в развернутом тексте **2**, стр. 154.

Избирая за систему приведения $O_0\, x_{01}\, x_{02}\, x_{03}$ систему координатных осей, неразрывно связанных с неподвижным звеном I_0 (основанием механизма), соотношения (28), (29) дают проэкции псевдовектора мгновенной угловой скорости $\omega^{(\nu,\nu-1)}$ и вектора скорости $\bar{v}_{O_\nu}^{(\nu,\nu-1)}$ на координатные оси солидарные с звеном I_0 (основанием).

Формулы (16)—(20), (21)—(25) и (26), (27) выражают результаты, соответствующие (11)—(15), при рассмотрении винтовой, шарнирной и поступательной пар.

Вводя матрицы (30), (31), в которых $M^{(1,0)}$, $M^{(2,1)}$, ..., аналогичны матрице $M^{(\nu,\nu-1)}$, (13), (32) и (34) дают составляющие псевдовектора мгновенной угловой скорости $\bar{\omega}^{(\nu,0)}$ и скорости точки O_ν звена I_ν на координатные оси солидарные со звеном I_0.

В случае механизма, принимая в виду, что в замкнутом цикле, выделенном из механизма и содержащем основание I_0, последнее звено I_n цикла совпадает с его начальным звеном I_0, каждому такому циклу соответствуют дополнительные дифференциальные уравнения вида (35), представляющие собою **условия замкнутости**.

4. Изложенные основы нового тензорного метода позволяют сжато характеризовать, при помощи однозначных математических элементов, положение какого либо звена цепи в его относительном движении по отношению к предыдущему звену или же любого цикла, выделенного из сложной кинематической цепи.

К тому же, они приводят к полному охарактеризованию движений звеньев и к выражению кинетической энергии как функции минимального числа лагранжевых координат, служащему основой для систематического использования аналитической механики, в общепринятом, или же в различных обобщённых в недавнее время смыслах, см. напр., [14], [15], в теории машин и механизмов и в основной задаче современной техники—повсемерной автоматизации фабрик, заводов, транспорта и т. д.

SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE TENSORIELLE DANS LA THÉORIE DES MÉCANISMES

(Résumé)

Les Auteurs étudient du point de vue des configurations et de la distribution des vitesses, par une nouvelle méthode tensorielle, les chaînes cinématiques et les mécanismes, constitués par des systèmes de solides rigides à liaisons holonomes et scléronomes.

L'essence de la nouvelle méthode, dont les détails sont reservés pour un autre Recueil, consiste dans l'introduction d'un tenseur orthogonal affine du second ordre (5) d'un espace euclidien à quatre dimensions attaché à deux organes successifs considérés $I_{\nu-1}$ et I_ν, nommé *tenseur de position*, d'un *tenseur caractéristique de la chaîne considéré* (9) et d'un *tenseur des vitesses* (11).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ К КИНЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ ТРЕТЬЕГО КЛАССА

Я. С. ЗИЛЬБЕРМАН

Решение Д. Манжерон и К. Дрэган [1], [3], [4] в общем виде задачи кинематического анализа методом приведенных ускорений (МПУ) является ценным вкладом в теорию механизмов и машин.

В настоящей статье рассматривается применение метода приведенных ускорений [2], [3], [4] к кинематическому исследованию плоских механизмов третьего класса. Полученные решения показывают, что метод приведенных ускорений дает возможность чисто геометрическим путем проводить кинематический анализ плоских механизмов третьего класса, не прибегая к построению планов скоростей и ускорений и не пользуясь точками Ассура.

§ 1 ПРИМЕНЕНИЕ „МПУ" К КИНЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ ГРУПП ТРЕТЬЕГО КЛАССА

А. ПОСТРОЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ

Пусть задана группа третьего класса с тремя поводками (рис. 1), причем все входящие в группу кинематические пары-вращательные и заданы приведенные ускорения $\overline{AA_1}$, $\overline{NN_2}$, $\overline{EE_3}$ точек A, N и E присоединения. Требуется определить приведенные ускорения различных точек звеньев группы.

Пусть P_1, P_2, P_3 и P_4 — мгновенные центры скоростей звеньев 1, 2, 3 и 4, а векторы $\overline{BB_1}$ и $\overline{BB_4}$ (рис. 2) — приведенные ускорения шарнирной точки B принадлежащей звеньям 1 и 4.

1. Проводим из точки A_1 (рис. 1) прямую $b_1b_1 \perp AB$, пересекающую линию BA в точке C_1. На прямой b_1b_1 должна лежать точка B_1 — конец приведенного ускорения точки B звена 1.

Пусть F_4 — проекция точки B_4 на линию звена 1. На основании теоремы о приведенных ускорениях точки принадлежащей двум звеньям [2], можем написать (рис. 2 и 1):

$$(1) \qquad \frac{BB_1}{BB_4} = \frac{P_1B^2}{P_4B^2} = \frac{BC_1}{BF_4}, \quad \text{откуда } BF_4 = BC_1 \cdot \left(\frac{P_4B}{P_1B}\right)^2.$$

На рис. 1 показано геометрическое построение точки F_4: $P_4S_1 \parallel P_1C_1$ и $P_4F_4 \parallel P_1S_1$. Из полученной точки F_4 проводим прямую

$b_4 b_4 \perp AB$. На прямой $b_4 b_4$ должна лежать точка B_4 — конец приведенного ускорения точки B звена 4.

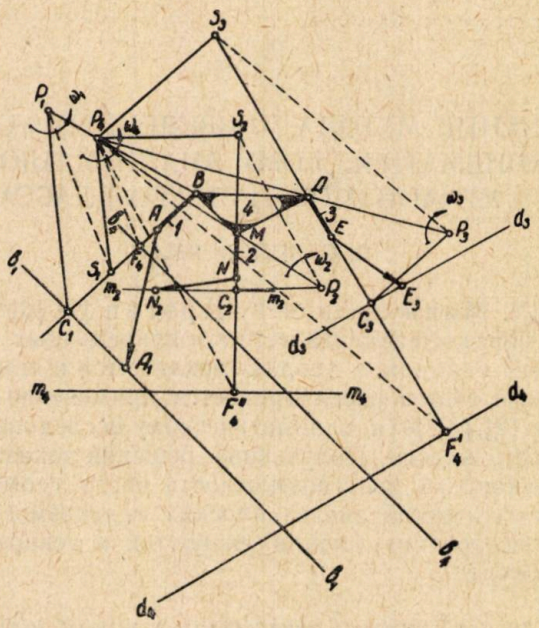


Рис. 1

2. Проводим из точки N_2 (рис. 1 и 2) прямую $m_2 m_2 \perp MN$ пересекающую линию MN в точке C_2. На прямой $m_2 m_2$ должна лежать точка M_2 — конец приведенного ускорения точки M звена 2. Если F_4'' — проекция точки M_4 на линию звена 2, то:

$$(2) \qquad \frac{MM_2}{MM_4} = \frac{P_2 M^2}{P_4 M^2} = \frac{MC_2}{MF_4''} \quad , \text{ откуда } MF_4'' = MC_2 \cdot \left(\frac{P_4 M}{P_2 M}\right)^2 .$$

На рис. 1 дано геометрическое построение точки F_4'': $P_4 S_2 \parallel P_2 C_2$ и $P_4 F_4'' \parallel P_2 S_2$.

Из полученной точки F_4'' проводим прямую $m_4 m_4 \perp MN$. На прямой $m_4 m_4$ должна лежать точка M_4 — конец приведенного ускорения точки M звена 4.

3. Проводим из точки E_3 (рис. 1 и 2) прямую $d_3 d_3 \perp ДE$, пересекающую линию $ДE$ в точке C_3. На прямой $d_3 d_3$ должна лежать точка $Д_3$ — конец приведенного ускорения точки $Д$ звена 3.

Если F_4' — проекция точки $Д_4$ на линию звена 3, то:

$$(3) \qquad \frac{ДД_3}{ДД_4} = \frac{P_3 Д^2}{P_4 Д^2} = \frac{ДC_3}{ДF_4'} \quad , \text{ откуда } ДF_4' = ДC_3 \cdot \left(\frac{P_4 Д}{P_3 Д}\right)^2 .$$

Геометрическое построение точки F_4' показано на рис. 1: $P_4S_3 \parallel P_3C_3$ и $P_4F_4' \parallel P_3S_3$.

Из полученной точки F_4' проводим прямую $d_4d_4 \perp ДE$. На прямой d_4d_4 должна лежать точка $Д_4$ — конец приведенного ускорения точки Д звена 4.

Таким образом, путем несложных и совершенно одинаковых геометрических построений, мы получаем три прямые b_4b_4, m_4m_4 и d_4d_4 на которых должны лежать концы векторов приведенных ускорений точек B, M и Д звена 4. Концы B_4, M_4 и $Д_4$ (рис. 2) этих векторов определяют треугольник $B_4M_4Д_4$, подобный треугольнику $BMД$ и повернутый относительно него на 90°.

Задача сводится к построению такого треугольника $B_4M_4Д_4$ вершины которого лежали бы на прямых b_4b_4, m_4m_4 и d_4d_4, а стороны соответственно перпендикулярны к сторонам MB, $MД$ и $BД$. Для построения пользуемся методом ложных положений подобно изменяемой фигуры. Берем на линии b_4b_4 произвольную точку B_4' и проводим через нее прямую $B_4'Д_4' \perp BД$ до пересечения с линией d_4d_4 в точке $Д_4'$; из точек B_4' и $Д_4'$ проводим прямые: $B_4'M_4' \perp BM$ и $Д_4'M_4' \perp ДM$ до пересечения их в точке M_4'. Полученный треугольник $B_4'M_4'Д_4'$ подобен треу-

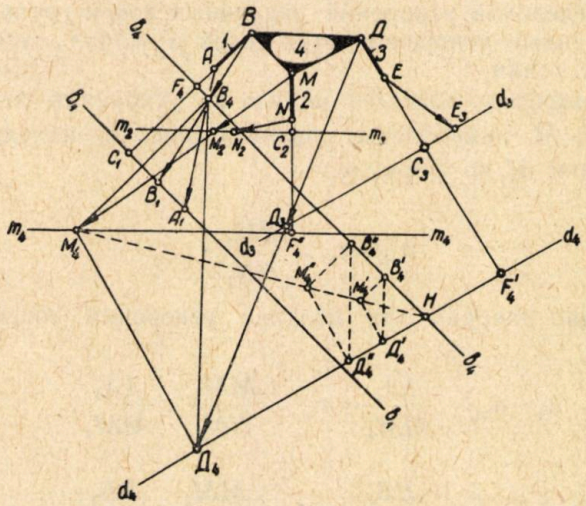


Рис. 2

гольнику $BMД$ и повернут относительно его на 90°, но вершина M_4' не будет лежать на прямой m_4m_4. Аналогично строим второй треугольник $B_4''M_4''Д_4''$. Проводим через точки M_4' и M_4'' прямую линию. Точка пересечения этой прямой с линией m_4m_4 определяет истинное положение точки M_4. При точке M_4 строим треугольник $B_4M_4Д_4$.

Векторы $\overrightarrow{BB_4}$, $\overrightarrow{MM_4}$ и $\overrightarrow{ДД_4}$ представляют приведенные ускорения точек B, M и Д звена 4.

Продолжаем BB_4 до пересечения с линией $b_1 b_1$ в точке B_1.

Вектор $\overline{BB_1}$ есть приведенное ускорение точки B звена 1.

Прямая MM_4 пересекается с линией $m_2 m_2$ в точке M_2, а прямая $ДД_4$ пересекается с линией $d_3 d_3$ в точке $Д_3$.

Вектор $\overline{MM_2}$ есть приведенное ускорение точки M звена 2, а вектор $\overline{ДД_3}$ — приведенное ускорение точки Д звена 3.

Определив приведенные ускорения шарнирных точек B, M и Д и пользуясь теоремой о приведенных ускорениях двух точек плоско-движущейся фигуры, нетрудно построить приведенные ускорения любых точек группы, а также мгновенные центры ускорений всех ее звеньев.

Заметим, что прямая $M_4' M_4$ проходит через точку H — пересечения прямых $b_4 b_4$ и $d_4 d_4$. Если точка H — располагается в пределах чертежа, то для построения линии HM_4 достаточно построить одно ложное положение треугольника, например, $B_4' M_4' Д_4'$. Если же точка H располагается за пределами чертежа, то необходимо построить два ложных положения треугольника.

Б. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ ТОЧЕК ГРУППЫ

Для определения ускорений различных точек группы, достаточно знать приведенные ускорения этих точек и модуль ускорения одной какой либо ее точки.

Пусть, например, известен модуль a_N ускорения точки N. Считая, что точки N и M принадлежат звену 2 (рис. 2), находим модуль a_M ускорения точки M по формуле:

$$a_M = a_N \cdot \frac{MM_2}{NN_2}. \tag{4}$$

Аналогично находим для модулей ускорения точек Д, B, A и E:

$$a_Д = a_И \cdot \frac{ДД_4}{MM_4} = a_N \cdot \frac{MM_2}{NN_2} \cdot \frac{ДД_4}{MM_4}, \tag{5}$$

$$a_B = a_M \cdot \frac{BB_4}{MM_4} = a_N \cdot \frac{MM_2}{NN_2} \cdot \frac{BB_4}{MM_4}, \tag{6}$$

$$a_A = a_B \cdot \frac{AA_1}{BB_1} = a_N \cdot \frac{MM_2}{NN_2} \cdot \frac{BB_4}{MM_4} \cdot \frac{AA_1}{BB_1}, \tag{7}$$

$$a_E = a_Д \cdot \frac{EE_3}{ДД_3} = a_N \cdot \frac{MM_2}{NN_2} \cdot \frac{ДД_4}{MM_4} \cdot \frac{EE_3}{ДД_3}. \tag{8}$$

В. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ ГРУППЫ

Модули угловых скоростей звеньев 2, 3, 4 и 1 группы определяются по формулам :

$$(9)\quad \omega_2=\sqrt{\frac{a_N}{NN_2}},\qquad (10)\quad \omega_3=\sqrt{\frac{a_Д}{ДД_3}}=\sqrt{\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}\cdot\frac{ДД_4}{ДД_3}},$$

$$(11)\quad \omega_4=\sqrt{\frac{a_M}{MM_4}}=\sqrt{\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}},\qquad (12)\quad \omega_1=\sqrt{\frac{a_B}{BB_1}}=\sqrt{\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}\cdot\frac{BB_4}{BB_1}}.$$

Направления угловых скоростей легко определить, зная направление угловой скорости одного звена и положения мгновенных центров скоростей звеньев группы.

Модули угловых ускорений звеньев группы определятся по формулам :

$$(13)\quad \varepsilon_2=\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{M_2N_2}{MN},\qquad (14)\quad \varepsilon_3=\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}\cdot\frac{ДД_4}{ДД_3}\cdot\frac{Д_3E_3}{ДE},$$

$$(15)\quad \varepsilon_4=\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}\cdot\frac{M_4Д_4}{MД},\qquad (16)\quad \varepsilon_1=\frac{a_N}{NN_2}\cdot\frac{MM_2}{MM_4}\cdot\frac{BB_4}{BB_1}\cdot\frac{A_1B_1}{AB}$$

Направления угловых ускорений звеньев группы можно определить двумя способами :

1) При помощи мгновенного центра ускорений, который легко может быть построен для каждого звена по приведенным ускорениям двух его точек.

2) При помощи приведенного тангенциального ускорения одной точки звена вокруг другой.

Второй способ наиболее рационален и быстро приводит к цели. Так, например, вектор $\overline{A_1B_1}$ (рис. 2) есть приведенное тангенциальное ускорение точки B вокруг точки A (точки B и A принадлежат звену 1). Прикладывая этот вектор к точке B, рассматриваем ее движение вокруг точки A. Из рис. 2 видно, что направление углового ускорения ε_1 будет обратным направлению вращения часовой стрелки.

Аналогично имеем: вектор $\overline{N_2M_2}$ есть приведенное тангенциальное ускорение точки M вокруг точки N и ε_2 — направлено против часовой стрелки; вектор $\overline{E_3Д_3}$ есть приведенное тангенциальное ускорение точки Д вокруг точки E и ε_3 — направлено против часовой стрелки ; вектор $\overline{B_4Д_4}$ есть приведенное тангенциальное ускорение точки Д вокруг точки B и направление ε_4 будет совпадать с направлением вращения часовой стрелки.

§ 2. ПРИМЕНЕНИЕ „МПУ“ К КИНЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ МЕХАНИЗМА ГРОХОТА

В качестве примера рассмотрим рычажный механизм грохота, показанный на рис. 3. Пусть требуется определить приведенные ускоре-

ния и ускорения точек звеньев этого механизма, если кривошип ON вращается с постоянной угловой скоростью ω.

При ведущем звене ON механизм грохота относится к механизмам третьего класса третьего порядка, как образованный присоединением к ведущему звену ON группы $NMДBAE$ третьего класса с тремя поводками.

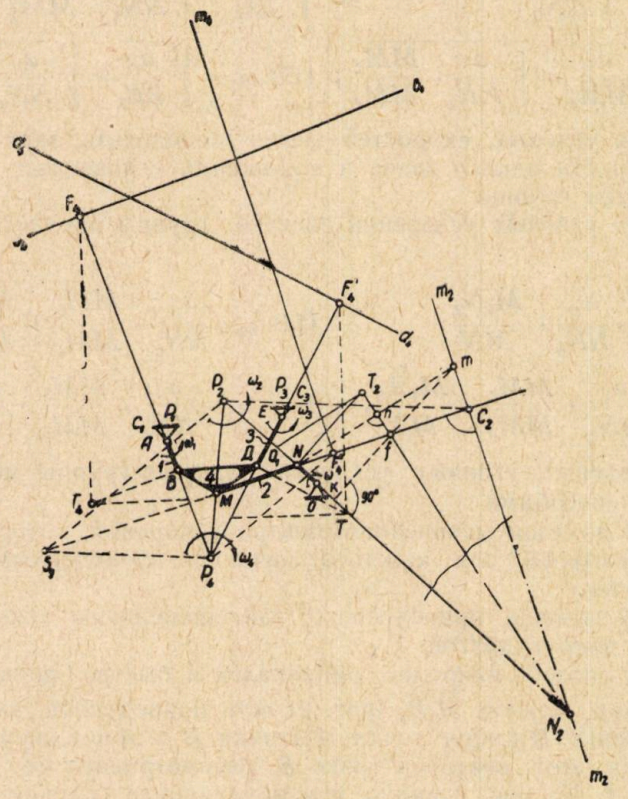


Рис. 3

1. Определение приведенных ускорений точек механизма начинаем с построения вектора $\overline{NN_2}$ — приведенного ускорения точки N звена 2, (рис. 3) $NN_2=\dfrac{P_2N^2}{ON}$. На рис. 3 показано построение вектора $\overline{NN_2}$ ($O_1N=ON$, $NT_2 \perp ON$, $NT_2=NP_2$ и $T_2N_2 \perp T_2O_1$). Из полученной точки N_2 проводим прямую $m_2m_2 \perp MN$. На этой прямой должна лежать точка M_2 — конец приведенного ускорения точки M звена 2.

Пусть $AB=r_1$, $ЕД=r_3$. Полагая в формуле (1) $P_1B=BC_1=r_1$, получим: $BF_4=\dfrac{P_1B^2}{r_1}$. На рис. 3 показано построение отрезка BF_4. Из полученной точки F_4 проводим прямую $b_4b_4 \perp AB$. На прямой b_4b_4 должна лежать точка B_4 — конец приведенного ускорения точки B звена 4.

Аналогично, полагая в формуле (3) $P_3Д = ДC_3 = r_3$, получим $ДF_4' = \frac{P_4Д^2}{r_3}$.

Построив точку F_4', проводим через нее прямую $d_4d_4 \perp ДE$. На прямой d_4d_4 должна лежать точка $Д_4$ — конец приведенного ускорения точки Д звена 4. Длину отрезка MF_4'' определяем по формуле (2):

$$MF_4'' = MC_2 \cdot \left(\frac{P_4M}{P_2M}\right)^2.$$

На рис. 3 показано геометрическое построение точки F_4'': $P_4S_2 \parallel P_2C_2$ и $P_4F_4'' \parallel P_2S_2$. Из полученной точки F_4'' проводим прямую $m_4m_4 \perp MN$. На

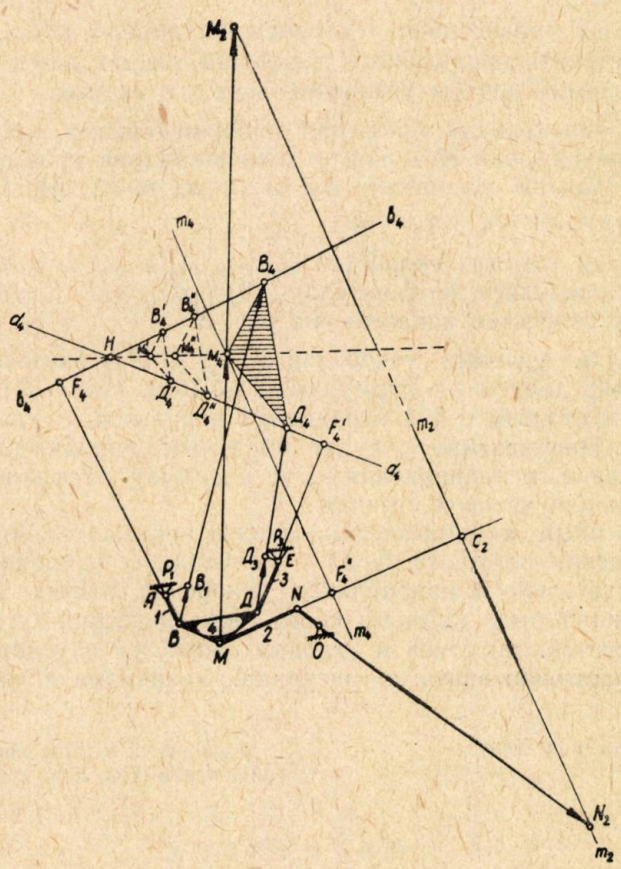


Рис. 4

прямой m_4m_4 должна лежать точка M_4 — конец приведенного ускорения точки M звена 4.

Построив прямые b_4b_4, d_4d_4 и m_4m_4 (рис. 4), строим далее треугольник $B_4M_4Д_4$ так, чтобы его вершины B_4, M_4 и $Д_4$ лежали соот-

ветственно на этих прямых и чтобы он был повернут относительно треугольника $BMД$ на 90°. Построение проводим способом изложенным в § **1**.

Соединив точки B с B_4, Д с $Д_4$ и M с M_4, получим векторы $\overline{BB_4}$, $\overline{ДД_4}$ и $\overline{MM_4}$ представляющие приведенные ускорения точек B, Д и M звена 4. Продолжаем MM_4 до пересечения с линией m_2m_2 в точке M_2. Вектор $\overline{MM_2}$ есть приведенное ускорение точки M звена 2.

Из точки A проводим прямую $AB_1 \perp AB$ до пересечения с линией BB_4 в точке B_1. Вектор $\overline{BB_1}$ есть приведенное ускорение точки B звена 1.

Аналогично, из точки E проводим прямую $ЕД_3 \perp ДЕ$ до пересечения с линией $ДД_4$ в точке $Д_3$. Вектор $\overline{ДД_3}$ есть приведенное ускорение точки Д звена 3.

Определив приведенные ускорения шарнирных точек A, B, M и Д нетрудно построить приведенные ускорения любых точек механизма, а также мгновенные центры ускорений всех его звеньев.

2. Для определения ускорений точек механизма, находим сперва модуль ускорения точки N — пальца кривошипа (рис. 4). Имеем: $a_N=\omega^2 r$, где $r=ON$. Модули ускорений a_M, $a_Д$ и a_B точек M, Д и B определяем по формулам (4), (5) и (6).

3. Модули угловых скоростей ω_2, ω_3, ω_4 и ω_1 звеньев 2, 3, 4 и 1 механизма определяем по формулам (9), (10), (11) и (12). Направления угловых скоростей показаны на рис. 3.

4. Модули угловых ускорений ε_2, ε_3, ε_4 и ε_1 звеньев 2, 3, 4 и 1 механизма определяем по формулам (13), (14), (15) и (16). Пользуясь способом изложенным в § **1** определяем направления угловых ускорений (рис. 4). Направление ε_1 будет обратным направлению вращения часовой стрелки, а направления ε_3, ε_2 и ε_4 будут совпадать с направлением вращения часовой стрелки.

Проведенный кинематический анализ показывает, что при равномерном вращении ведущего звена — кривошипа приведенные ускорения, а следовательно и направления ускорений любых точек звеньев механизма могут быть найдены чисто геометрическим путем, без определения скоростей этих точек и угловых скоростей и ускорений звеньев. Для этого достаточно знать конфигурацию механизма в данный момент времени.

Поступило 9 IV 1957

Ростовский н/Дону Институт
инженеров жел. дор. транспорта

ЛИТЕРАТУРА

1. Манжерон Д. И., ДАН СССР, 1955, **102**, стр. 896—898.
2. Зильберман Я. С., Труды Рост. н/Д. Инст. инж. жел. дор. трансп., 1955, вып. XIX, стр. 179—199.
3. Mangeron D. şi Drăgan C., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, I(V), 1-2, 1955, pp. 229-249.
4. — Bulet. Inst. Polit. Iaşi, II(VI), 1-2, 1956, pp. 295-304.
5. Артоболевский И. И., Теория механизмов и машин, 1940, Москва, стр. 127-139.

APPLICATION DE LA THÉORIE DES ACCÉLÉRATIONS RÉDUITES À L'ANALYSE CINÉMATIQUE DES MÉCANISMES PLANS DE TROISIÈME CLASSE

(Résumé)

L'analyse cinématique des mécanismes de III-e classe est faite couramment par la méthode des lieux géométriques ou celle des points d'A s s o u r [5]. Toutes ces méthodes ont l'incovénient d'avoir dû appeler tant aux constructions supplémentaires quant aux tracements des plans des vitesses et des accélérations.

MM. D. Mangeron et C. Drăgan ont élaboré une méthode grapho-analytique originale et générale de l'analyse des mécanismes plans [3], [4] d'un grand intérêt pour la théorie des mécanismes et des machines, tant que pour la pratique industrielle.

Dans cet article on expose, en se basant sur la théorie des accélérations réduites [1]), [2], [3] une méthode purement géométrique de l'analyse cinématique des mécanismes plans de III-e classe.

Tout en soulignant l'avantage de la construction des accélérations réduites [2] qui ne réclament que la connaissance de la figuration du mécanisme dans le moment considéré, la méthode géométrique n'exige pas la construction des points d'Assour ou celle des plans des vitesses et des accélérations.

Les résultats acquis peuvent être utilisés dans la pratique des analyses cinématiques des mécanismes plans à plusieurs organes et donc des mécanismes de III-e classe.

L'article se conclut par l'exposition d'un exemple de l'analyse cinématique d'un mécanisme à six organes de la claire.

On peut appliquer la théorie des accélérations réduites à la détermination des rayons et des centres de courbure des trajectoires des points d'un mécanisme plan. La méthode des accélérations réduites permet de trover par une voie purement géométrique les rayons et les centres de courbures des trajectoires des points d'un mécanisme plan sans avoir recours aux constructions auxiliaires et aux plans des vitesses et des accélérations.

La méthode exposée est destinée à avoir une application étendue dans la théorie des mécanisme et des machines, surtout en ce qui concerne le problème fondamental de l'analyse cinématique des mécanismes plans.

APLICAREA METODEI ACCELERAŢIILOR REDUSE LA ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR PLANE DE CLASA A TREIA

(Rezumat)

Studiul mecanismelor de clasa a treia, făcîndu-se de regulă, prin metoda locurilor geometrice, fie prin metoda punctelor lui A s s u r [5], are inconvenientul de a necesita, pe lîngă o serie de construcţii auxiliare, şi trasarea planelor vitezelor şi acceleraţiilor.

Prof. D. M a n g e r o n şi C. D r ă g a n au elaborat [1], [3], [4] o metodă grafo-analitică originală şi cu totul generală interesînd studiul mecanismelor plane, bazată pe teoria acceleraţiilor reduse [3]. Ei au dat totodată în [3] o soluţie remarcabilă a problemei mecanismelor plane de clasa a treia, de interes deosebit pentru practică şi pentru teoria mecanismelor şi maşinilor.

---

1) Voir aussi : D. M a n g e r o n, *Über einige Eigenschaften der reduzierten Beschleunigungen beliebigen Ordnung*, ce volume, pp. 43—46 et D. M a n g e r o n, C. D r ă g a n V. S v i j e v s c h i, *Eine neue Studienmethode die Theorie der Mechanismen und Maschinen interssiert*, Revue de Mécanique appliquée, II, 1957, pp. 145 — 156. (Note ajoutée pendant la correction des épreuves).

În această lucrare se aplică teoria acceleraţiilor reduse[2]) [2], [3] la analiza cinematică a mecanismelor plane, folosindu-se *metoda pur geometrică* şi evitîndu-se astfel utilizarea punctelor lui Assur şi a planelor vitezelor şi acceleraţiilor.

Punîndu-se în evidenţă faptul că pentru construcţia acceleraţiilor reduse ale punctelor mecanismului ajunge să se cunoască numai configuraţia lui la un moment dat, soluţia geometrică adoptată poate fi larg folosită în tehnică cu ocazia analizei cinematice a mecanismelor plane cu mai multe organe şi în particular a mecanismelor de clasa treia.

Lucrarea se încheie prin studiul mecanismului cu şase organe a unui ciur de la concasor.

Teoria acceleraţiilor reduse poate fi aplicată la determinarea razelor şi centrelor de curbură a traiectoriilor punctelor unui mecanism plan. Metoda acceleraţiilor reduse permite să se găsească pe cale pur geometrică razele şi centrele de curbură a traiectoriilor punctelor unui mecanism plan fără a se recurge la construcţii auxiliare sau la trasarea planelor vitezelor şi acceleraţiilor.

Metoda elaborată a acceleraţiilor reduse este menită să aibă o largă aplicare în teoria mecanismelor, în deosebi în ceea ce priveşte problema fundamentală de analiză cinematică a mecanismelor plane.

2) A se vedea şi D. Mangeron, *Asupra proprietăţilor acceleraţiilor reduse de ordin oarecare,* acest volum, pp. 43–46 şi D. Mangeron, C. Drăgan şi V. Svijevschi, *Eine neue Studienmethode die die Theorie der Mechanismen und Maschinen interessiert,* Revue de Mécanique apliquée, II, 1957, pp, 145—156. (Notă adăugată la corectură).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

681 2

MOMENTOMETRU GEOMETRIC UNIVERSAL PENTRU CORPURI DE REVOLUŢIE OMOGENE [1])

DE

N. IRIMICIUC şi IZU KLEPPER

În această lucrare ne propunem să elaborăm schema de principiu a unui aparat universal pentru determinarea momentelor geometrice de diferite ordine, la corpuri de revoluţie omogene.

Aparatul va completa pe de o parte, cu încă unul, seria de integratoare spaţiale [1], [2] şi pe de altă parte, odată realizat, va constitui un mijloc comod şi rapid de determinare a elementelor care caracterizează repartiţia statică şi dinamică a masei corpurilor de revoluţie, problemă de deosebită importanţă pentru laboratoare, ateliere şi birouri de proiectare a maşinilor.

Ideea conducătoare în realizarea acestui aparat e următoarea:

Raportînd corpul de revoluţie — generat de o curbă $y = f(z)$ care nu intersectează axa Oz, prin rotirea ei în jurul axei Oz— la sistemul de coordonate $Oxyz$, planul $\pi(xOy)$ fiind situat la distanţa z_0 de prima bază a corpului de revoluţie (fig. 1), un element de volum, luat sub forma unui disc elementar de grosime dz, va avea volumul dat de relaţia:

$$dV = \pi y^2 dz \,. \tag{1}$$

Momentul geometric de ordinul n al acestui element faţă de planul $\pi(xOy)$ şi momentul geometric total al întregului corp vor fi respectiv:

$$d\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)} = \pi z^n y^2 dz \quad \text{şi} \quad \mathfrak{M}_{\pi}^{(n)} = \pi \int_V z^n y^2 dz \,. \tag{2}$$

---

1) Această notă constituie baza teoretică a lucrării cercului ştiinţific studenţesc de Mecanică de la catedra de Mecanică şi Mecanisme, care are ca obiect construcţia unui asemenea aparat pentru următoarele măsurători: a) determinarea volumului, b) determinarea momentului static faţă de o bază, c) determinarea cotei centrului de greutate, d) determinarea momentelor de inerţie planare şi axiale.

Dacă în fiecare moment, deci pentru fiecare valoare a lui z, se poate realiza ca funcţia $z^n y^2$ să devină proporţională cu un curent electric de intensitate i:

$$z^n y^2 = k_n i \,, \tag{3}$$

k_n fiind un factor de proporţionalitate constant şi dacă se realizează condiţia ca z să varieze proporţional cu timpul, după legea:

$$z = z_0 + ct \,, \tag{4}$$

c fiind o nouă constantă de proporţionalitate, atunci expresia momentului devine:

$$\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)} = \pi k_n c \int_{t_1}^{t_2} i\,dt \,, \tag{5}$$

integrala putînd fi determinată cu ajutorul unui contor de cantitate de electricitate.

Aparatul va fi deci constituit din următoarele părţi componente:

1°. Un dispozitiv care să urmărească profilul corpului, deplasîndu-se uniform în lungul axei acestuia (fig. 2), determinîndu-se astfel pentru fiecare secţiune transversală a corpului valorile lui y şi z.

2°. Un dispozitiv care să dea în orice moment un curent proporţional cu valoarea funcţiei $z^n y^2$ corespunzătoare. Acest dispozitiv va fi constituit din două părţi:

a) Prima parte va permite reprezentarea în orice moment, la o scară arbitrară, a funcţiei $z^n y^2$ prin inversul lungimii unui segment:

$$z^n y^2 = \frac{c_n}{l} \,, \tag{6}$$

c_n fiind o constantă arbitrară depinzînd de scara aleasă.

b) A doua parte a dispozitivului va materializa segmentul de lungime variabilă l sub forma unui segment AO pe un fir perfect calibrat OB, cu rezistenţă electrică mare, la extremităţile O şi A ale căruia se va aplica tensiunea constantă U_0 (fig. 3).

Dacă ϱ e rezistivitatea firului şi s secţiunea lui, atunci prin firul AO va trece un curent i dat de relaţia:

$$i = \frac{U_0 s}{\varrho c_n} z^n y^2 \,, \tag{7}$$

şi deci pentru momentul $\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)}$ se va putea scrie expresia:

$$\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)} = \pi \frac{c_n \varrho c}{U_0 s} \int_{t_1}^{t_2} i\,dt \,. \tag{8}$$

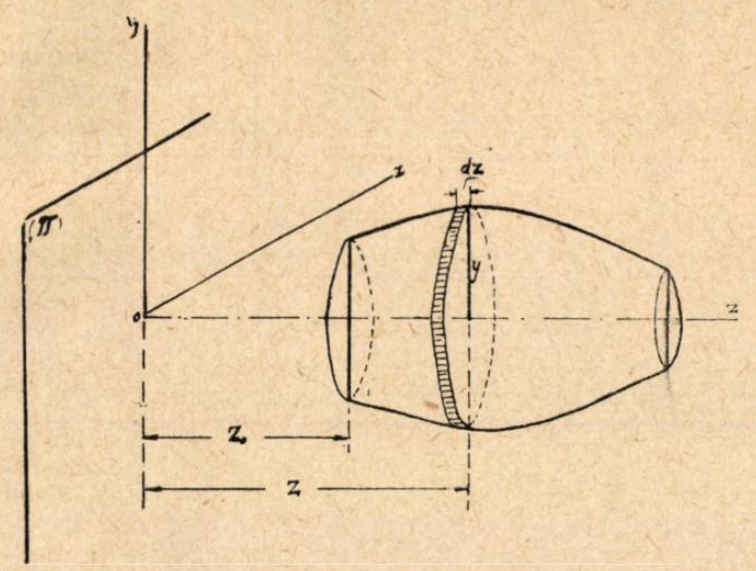


Fig. 1

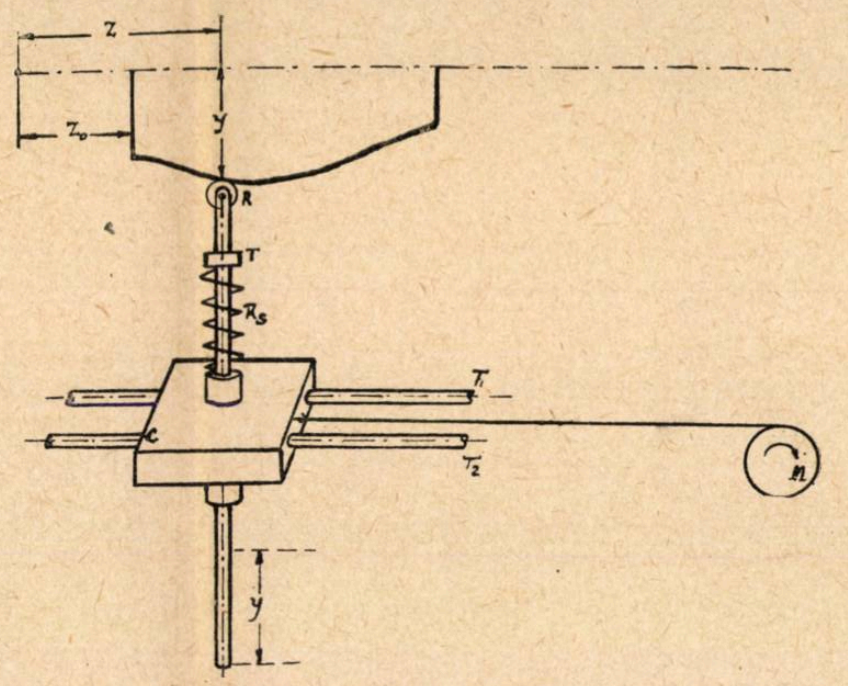


Fig. 5.

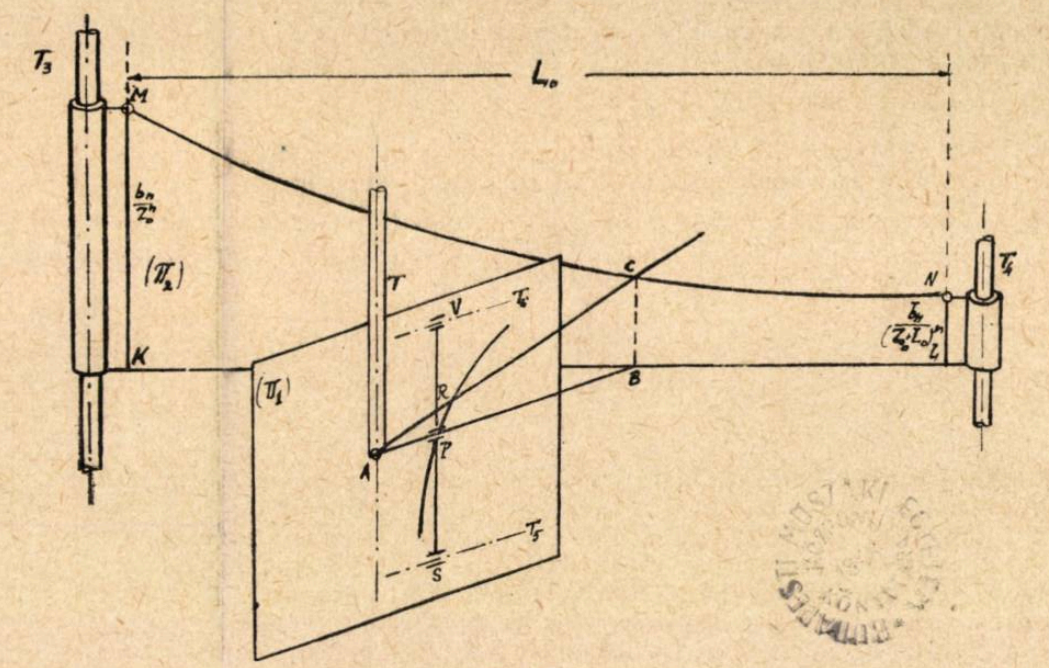


Fig. 7.

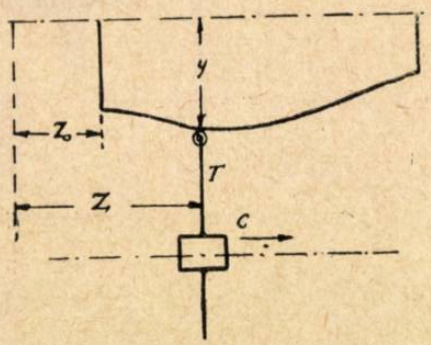


Fig. 2.

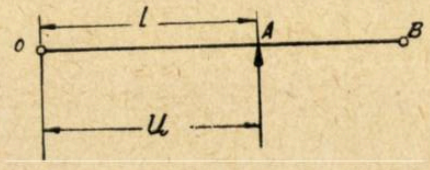


Fig. 3

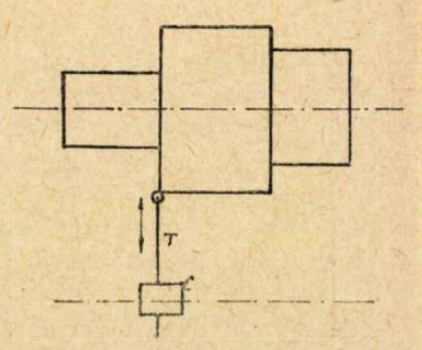


Fig. 4

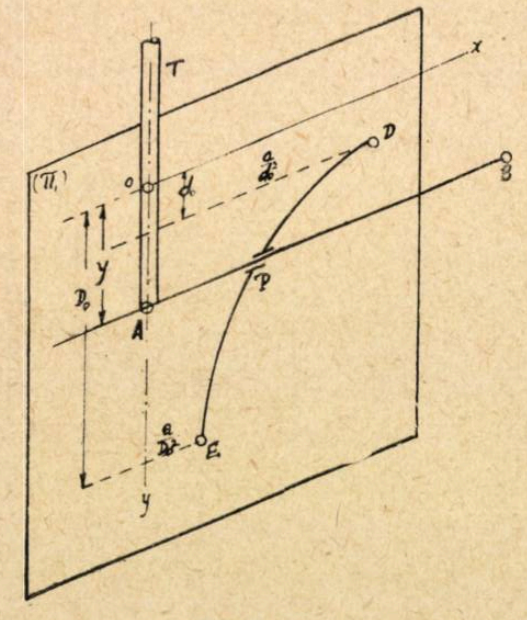


Fig. 6

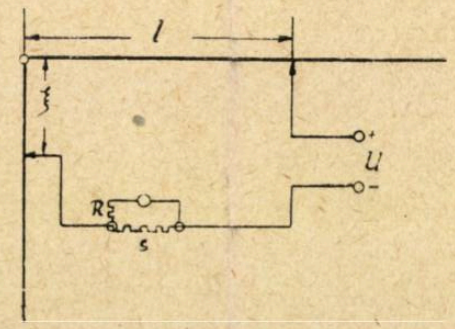


Fig. 8

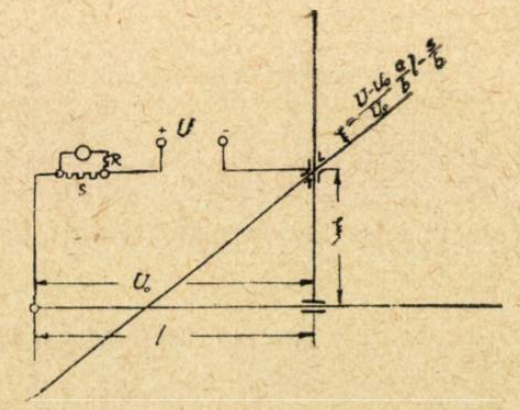


Fig. 9

PLANŞA I

3°. Dispozitivul de integrare pentru cantitatea de electricitate va fi un amper-oră-metru, de tip, de preferință (dat fiind faptul că se lucrează cu curenți slabi) electrolitic, cu anodă solubilă, cantitatea de electricitate fiind dată în acest caz de relația:

$$Q=\frac{R+s}{s}\int_{t_1}^{t_2} i_0\,dt\,, \tag{9}$$

i_0 fiind curentul care străbate contorul, R—rezistența adițională a aparatului, iar s—șuntul aparatului.

În modul acesta, pentru momentul $\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)}$ se va putea scrie expresia:

$$\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)}=\pi\frac{c_n\varrho c}{U_0 s}Q\,. \tag{10}$$

Se fac următoarele precizări:

a) Aparatul va fi proiectat pentru corpuri ale căror dimensiuni caracteristice (diametrul d într-o poziție oarecare și lungimea L a corpului) vor fi cuprinse între anumite limite:

$$d_0\leqslant d\leqslant D_0 \text{ și } 0\leqslant L\leqslant L_0\,, \tag{11}$$

d_0, D_0 și L_0 fiind respectiv: diametrul minim, diametrul maxim și lungimea maximă ce vor putea fi determinate cu aparatul proiectat. Pentru alte gabarite vor trebui să se construiască fie alte aparate, fie dispozitive auxiliare de micșorare, la scări convenabile, a dimensiunilor.

b) Teoria acestor aparate e făcută pentru cazul cînd funcția $y=f(z)$ variază continuu, cazurile cînd corpurile ar prezenta discontinuități de genul celor arătate în fig. 4, cazuri destul de frecvente de altfel în practică, putînd fi înglobate aici numai cu condiția de a se completa aparatul cu un dispozitiv de oprire automată a integratorului și a mecanismului de avans în lungul axului, atunci cînd indicatorul care urmărește profilul corpului s-ar deplasa numai în direcție normală pe ax.

Schema de principiu a aparatului

1°. *Dispozitivul urmăritor*, care va da în orice moment valorile y, va fi realizat prin o tijă de urmărire T (fig. 5) prevăzută, la extremitatea în contact cu profilul cercetat, cu o rolă R, avînd raza mai mică decît valoarea minimă a razei de curbură a profilului și fixată pe un cărucior mobil C, contactul cu profilul fiind asigurat cu ajutorul arcului spiral Rs, astfel calculat încît să permită tijei T cele două deplasări extreme corespunzătoare lui $y_{min}=d_0/2$ și $y_{max}=D_0/2$.

Cealaltă extremitate a tijei T va comunica dispozitivului de reprezentare a funcției $z^n y^2$, aflat sub cărucior, valoarea lui y în orice moment. Căruciorul mobil C, antrenat de un motoraș cu turație constantă M, se va deplasa între limitele z_0 și lungimea maximă de măsurat L_0, tijele de ghidare T_1 și T_2 asigurîndu-i translația rectilinie. Readucerea căruciorului în poziția inițială de măsurat se va putea face cu ajutorul unui resort. Fixarea piesei pe aparat se va face la cele două baze cu ajutorul unor mandrine, asigurîndu-se astfel perfecta centrare a ei.

2°. *Dispozitivul de reprezentare a funcţiei* $z^n y^2$.

De căruciorul mobil, în imediata apropiere a tijei T şi perpendicular pe axa corpului, se va fixa o placă (π_1) în care se va trasa sistemul de axe carteziene Oxy astfel încît originea O să se afle în dreptul extremităţii A a tijei T, corespunzătoare poziţiei acesteia pentru $y=0$, axa Ox să fie perpendiculară pe axa tijei T şi axa Oy să aibă aceeaşi direcţie cu axa tijei T (fig. 6). Pe această placă, în planul Oxy, se va trasa apoi curba $x=a/y^2$, între valorile extreme pentru y, adică între limitele $x_{max}=4a/d_0^2$ şi $x_{min}=4a/D_0^2$, a fiind o mărime constantă, aleasă convenabil astfel încît valoarea minimă x_{min} să poată fi totuşi cu suficientă precizie determinată. Această curbă va fi apoi materializată sub forma unei culise, de exemplu, fixată definitiv pe (π_1).

În extremitatea A a tijei T se va fixa, perpendicular pe tijă şi paralel cu placa (π_1), sîrma AB, perfect calibrată şi cu mare rezistenţă electrică, care se va sprijini în punctul P pe piatra culisei ce materializează curba $x=a/y^2$. Segmentul AP va da în orice moment mărimea a/y^2.

Se va construi apoi un al doilea profil (π_2), de lungime ceva mai mare decît L_0, determinat de curba $f(z)=b_n/z^n$, cuprinsă între limitele extreme corespunzătoare valorilor $z=z_0$ şi $z=z_0+L_0$, b_n fiind din nou o constantă, satisfăcînd la condiţii de precizie. Acest profil se fixează de batiul aparatului astfel încît în primul rînd, planul lui să fie vertical şi paralel cu axa corpului de măsurat şi cu cele două limite $z=z_0$ şi $z=z_0+L_0$ situate în planele celor două baze, iar în al doilea rînd, să i se permită, de exemplu cu ajutorul tijelor de ghidare T_3 şi T_4, translaţia rectilinie pe verticală, comandată de punctul B de către tija T.

Pe acest profil se sprijină tot timpul bara AC, articulată în extremitatea A a tijei T. Printr-o bucşă, fixată de piatra de culisă P, trece firul perfect calibrat şi cu mare rezistenţă electrică SV, căruia i se asigură prin tijele de ghidare T_5 şi T_6, translaţia rectilinie relativă faţă de planul (π_1), comandată de piatra de culisă P.

Segmentul PR interceptat pe SV de cele două bare AB şi AC va avea în orice moment lungimea invers proporţională cu produsul $z^n y^2$:

$$PR=l=\frac{b_n a}{d_1}\cdot\frac{1}{z^n y^2}=\frac{c_n}{z^n y^2}, \tag{12}$$

unde s-a notat cu d_1 lungimea segmentului AB.

Toate profilele (π_2) corespunzătoare diverselor valori ale lui n vor putea fi trasate pe o aceeaşi placă. De asemenea, pe placa (π_1) va putea fi trasată şi curba $x=a_2/y^4$, care va permite să se determine şi momentul de inerţie axial al corpului :

$$I_\Delta=\tfrac{1}{2}\pi\int_V y^4\,dz\,. \tag{13}$$

3°. *Dispozitivul de integrare pentru cantitatea de electricitate.*

După cum s-a spus la început chiar, la extremităţile segmentului PR, a cărui lungime e invers proporţională cu $z^n y^2$, va trebui să se aplice tensiunea constantă U_0. Pentru a menţine însă o cădere de tensiune constantă pe firul PR, va trebui realizat circuitul din fig. 8, în care s-a introdus încă un fir calibrat, de lungime variabilă ξ, astfel încît în fiecare moment să fie compensate variaţiile căderii de tensiune pe şuntul s al contorului. Se verifică cu uşurinţă că dacă legea de variaţie a lui ξ ca funcţiune de l este :

$$\xi=\frac{U-U_0}{U_0}\cdot\frac{k_1}{k_2}\cdot l-\frac{s}{k_2}, \tag{14}$$

k_1 şi k_2 fiind rapoartele rezistivităţilor celor două fire calibrate la secţiunile respective, atunci la extremităţile firului PR va fi aplicată tensiunea constantă U_0 şi deci pentru momentul $\mathfrak{M}_{\pi}^{(n)}$ se va putea folosi în adevăr relaţia (10).

Realizarea practică a acestei legi de variaţie pentru ξ poate fi făcută completînd aparatul cu dispozitivul indicat în fig. 9.

Primit la 2 III 1957 *Catedra de Mecanică*

BIBLIOGRAFIE

1. Meyer zur Capellen W., *Mathematische Instrumente*, Leipzig, 1941, Akad. Verlagsges. Becker & Erler Kom.-Ges., 248 S.
2. Delone B. N., *Curs scurt de maşini matematice*, Buc., 1954, Ed. tehn., 123 p.

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МОМЕНТОМЕТР ДЛЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ

(Резюме)

Предлагается принципиальная схема аппарата для определения геометрических моментов различных порядков для тел вращения постоянной плотности, в целях последующего его конструирования, одним из научных студенческих кружков, успешно работающих при кафедре Механики и Теории Механизмов и Машин Ясского Политехнического Института.

Принцип аппарата, предназначенного для определения об'ема, определения статистического момента по отношению к какому либо основанию, определения высоты центра тяжести или же осевых и плоскостных моментов инерции, следующий: если тело образуется вращением вокруг оси Oz кривой $y=f(z)$ не пересекающей её, тогда геометрический момент n-го порядка соответствующий плоскости π, параллельной основаниям тела, выражается (2).

Устройство механизма, указанное на принципиальной схеме (рис. 5—9) превращает функцию $z^n y^2$, соответствующую любому значению z, в пропорциональный ей электрический ток интенсивности i, причём, в функции от времени, z изменяется линейно.

Искомый момент выражается формулой (5) и интегрирование может быть произведено счётчиком для измерения количества электричества.

Даются указания о необходимых дополнительных установках в случае прерывности функции $y=f(z)$, часто встречающейся на практике.

Указывается, что проэктируемый моментометр пополняет богатую серию математических инструментов, изложенных в книге проф. Делоне [2], переведенной и на румынский язык, а так же и в [1], переведенной и на русский язык и в книге Dr. Ing. W. Meyer zur Capellen, *Instrumentelle Mathematik für den Ingenieur*, Verlag W. Girardet, Essen, 1952, стр. 182—192, 198—204; см., напр., рец. Изв. ЯПИ, **2 (6)**, н. с., 3—4, 1956, стр. 518—519).

MOMENTOMÈTRE GÉOMÉTRIQUE UNIVERSEL POUR DES CORPS DE RÉVOLUTION HOMOGÈNES

(Résumé)

Les Auteurs élaborent le principe du fonctionnement d'un appareil pour la détermination des moments de différents ordres des corps de révolution.

Ce principe est basé sur le fait que le moment géométrique d'ordre n par rapport à un plan π parallèle au base d'un corps de révolution, généré par la rotation autour de l'axe Oz d'une courbe $y=f(z)$ qui ne coupe pas Oz, est donné par (2).

Les détails constructifs du mécanisme, indiqués dans le schema (fig. 5–9), permettent la transformation de la fonction $z^n y^2$, correspondante à z quelqonque, dans un courant électrique d'intensité proportionelle i, z variant linéairement en fonction du temps.

Le moment cherché est donné par la formule (5), l'intégration pouvant être effectuée par un intégrateur de quantité d'électricité.

On donne, enfin, quelques indications concernant les dispositifs auxiliaires nécessaires dans le cas assez fréquent dans la pratique de l'ingénieur où la fonction $y=f(z)$ est discontinue.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

536 5.083

CONTRIBUŢIUNI LA DETERMINAREA TEMPERATURII DE CALCUL A PEREŢILOR SCHIMBĂTORILOR DE CĂLDURĂ

DE

TEODOR CÂMPAN şi D. ANGHELACHE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

La calculul termic al schimbătorilor de căldură, mărimile care interesează în mod deosebit, în anumite cazuri, sînt : mărimea suprafeţei de încălzire H şi temperatura acesteia t_p. Legătura între suprafaţa de încălzire, temperatura căutată şi cantitatea de căldură schimbată Q este determinată de coeficientul de transmisie al căldurii K, prin expresia :

$$H = Q/K\Delta t \,, \tag{1}$$

unde Δt este diferenţa de temperatură la care se face schimbul de căldură între purtătorul cald şi cel rece. Coeficientul de transmisie K are valoarea :

$$K^{-1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{1}{\alpha_2} \tag{2}$$

pentru cazul cînd schimbul de căldură se face prin pereţi drepţi, formaţi din mai multe pături şi

$$\pi K^{-1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{D_2}{D_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{D_2''}{D_2} + \cdots + \frac{1}{\alpha_a D_a} \tag{3}$$

cînd schimbul de căldură se face prin pereţi cilindrici (ţevi) din mai multe pături, unde α — coeficienţii de trecere a căldurii între purtători şi pereţi, δ — grosimile pereţilor sau ale păturilor, D — diametrele ţevilor, λ — conductivităţile termice ale materialelor solide respective.

Diametrele ţevilor, respectiv grosimea pereţilor prin care se face schimbul de căldură sînt standardizate, iar cantitatea de căldură Q este impusă prin debitele purtătorilor de căldură precum şi de temperaturile iniţiale şi finale ale lor. Scopul calculului în ultimă instanţă este să coordoneze valorile mărimilor K şi H. Valorile parametrilor fizici care intră în calcul şi mai ales valorile coeficienţilor de trecere α_1 şi α_2 care variază cu temperatura trebuie luate la temperatura la care se face schimbul de căldură în mod real, numită temperatură determinantă. Diferiţi autori încă nu sînt de acord în ce priveşte definiţia temperaturii determinante. Unii autori propun ca temperatură determinantă temperatura t_p a peretelui prin care se face schimbul de căldură; alţii propun ca temperatură determinantă temperatura medie a fluidului purtător ; însfîrşit alţii, între care şi A. M. Miheev [1], consideră ca cea mai justă valoare a temperaturii determinante temperatura medie a păturii laminare aflătoare între peretele cu temperatura t_p şi masa fluidului purtător cu temperatura medie t_f, anume :

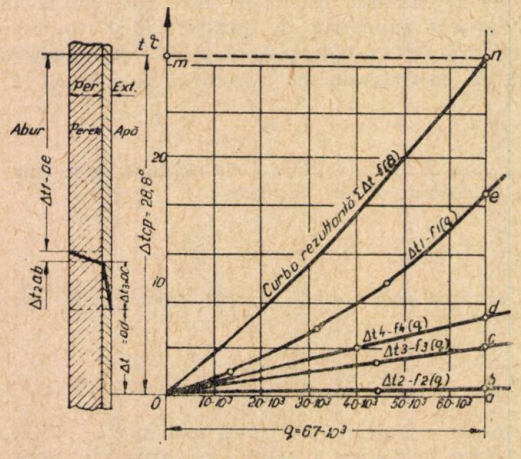
$$t_m = (t_p + t_f)/2 \,. \tag{4}$$

De aici se vede importanţa excepţională a temperaturii t_p a peretelui de schimb de căldură pentru calculul termic al schimbătorului mai ales cînd unul din purtători condensează sau se vaporizează. Practic, pentru determinarea exactă a acestei temperaturi se procedează în felul următor.

După criterii de apreciere, din datele iniţiale ale temei se adoptă o valoare anumită pentru temperatura determinantă. În funcţie de această temperatură se determină valorile coeficienţilor α_1 şi α_2 fie din tabele, fie cu ajutorul ecuaţiilor criteriale stabilite la transmisia căldurii prin convecţie. Aceste valori α_1 şi α_2 se introduc în ecuaţiile (2), respectiv (3), cu ajutorul cărora se determină valoarea coeficientului de transmisie K. Cu valoarea lui K astfel obţinută se determină însfîrşit suprafaţa de schimb de căldură H, cu relaţia (1). Cu valoarea H astfel precizată, apoi se purcede pe cale inversă la calculul de verificare al temperaturii determinante t_p.

Cel mai frecvent, aceste temperaturi nu se verifică prin calcul, adică valorile temperaturilor care se obţin prin calculul de verificare sînt diferite de valorile prezumate iniţial pentru aceleaşi temperaturi. În această situaţie, se repetă din nou întregul calcul, plecînd de la altă valoare a temperaturii determinante, luată tot prin aproximaţie, de atîtea ori pînă ce valorile prezumate ale temperaturilor sînt egale, sau diferă foarte puţin de valorile date de calculul de verificare. Evident, acest procedeu este foarte greoi şi mai ales durează foarte mult.

Au fost elaborate unele metode pentru uşurarea acestui calcul. Astfel în cartea lui L e b e d e v [2], se arată următoarea metodă grafo-analitică. Se pleacă de la faptul că în regimul termic stabilizat, cantitatea de căldură ce trece în unitatea de timp (pe unitatea de suprafaţă) prin toate straturile peretelui adică prin toate rezistenţele termice succesive, este constantă şi egală cu cantitatea de căldură transmisă de la un purtător de căldură la celălalt; deci: $q_1 = q_2 = q_3 = \cdots = q$ kcal./m²h.



Solicitarea termică a suprafeţei de încălzire
q kcal/m²h

Fig. 1

Acestui curent de căldură îi corespund căderile de temperatură Δt_1, Δt_2, Δt_3, etc., pentru fiecare rezistenţă termică adică:

$\Delta t_1 = \alpha_1 (q_1)$ pentru transmisia căldurii de la purtătorul cald la perete,

$\Delta t_2 = \frac{\lambda_1}{\delta_2} (q_2)$ pentru transmisia căldurii prin peretele de metal,

$\Delta t_3 = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (q_3)$ pentru transmisia căldurii prin stratul de piatră,

$\Delta t_4 = \alpha_2 (q_4)$ pentru transmisia căldurii dela perete la purtătorul rece etc.

După regulile cunoscute, se calculează funcţia $\Delta t = f(q)$ pentru diferite valori crescătoare ale mărimilor Δt şi q. Într-un sistem de coordonate rectangular se trasează curbele care reprezintă valorile căderilor Δt în funcţie de solicitarea q (fig. 1).

Apoi, pentru cîteva valori ale abscisei, adică ale solicitării termice q, se adună ordonatele corespunzătoare $\Delta t_{tot} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \cdots + \Delta t_n$.

În acest mod, se obţine curba rezultantă, adică curba care reprezintă căderea totală de temperatură Δt_{tot} între purtătorul cald şi cel rece prin perete, în funcţie de solicitarea termică q. În aşa fel din diagrama astfel obţinută, pentru o anumită solicitare termică q (în instalaţia reală) luată pe abscisă, se citeşte direct pe ordonată atît diferenţa de temperaturi între cei doi purtători de căldură, cît şi căderile de temperatură pe fiecare rezistenţă termică în parte. Invers, pentru o anumită diferenţă de temperatură Δt_m se citeşte direct pe abscisă valoarea solicitării reale q. Cunoscînd această valoare, este apoi simplu de calculat atît temperatura peretelui t_p, cît şi su-

prafața de încălzire H. Metoda dă rezultate precise, însă necesită timp îndelungat pentru calcularea diagramei. Mai există o metodă analitică expusă de K. D. Voskresenski [3] în care temperatura determinantă, respectiv temperatura peretelui, se calculează cu ajutorul unor formule extrem de complicate, dificil de utilizat pentru necesitățile practice.

Pentru rezolvarea aceleași probleme, autorii propun următoarea metodă grafică-analitică.

La început se procedează ca și la prima metodă, adoptîndu-se prin apreciere o temperatură a peretelui t_{ap}. Plecînd de la aceasta, se calculează temperatura determinantă, coeficienții α_1, α_2 și K, se determină solicitarea q și înfine suprafața de încălzire H; apoi se face calculul de verificare, care să dea pentru temperatura peretelui valoarea t_{vp}, diferită de t_{ap}. Într-un sistem de coordonate rectangular (fig. 2), cu coordonatele la aceeași scară, unde abscisa reprezintă valorile temperaturilor adoptate t_{ap}, iar ordonata-valorile temperaturilor verificate t_{vp}, se introduc valorile t_{ap_1} și t_{vp_1}, arătate mai sus. Se determină astfel poziția punctului 1. Se adoptă apoi o altă valoare t_{ap_2}, pentru care se obține la calculul de verificare temperatura t_{vp_2}. Aceste valori noi determină în diagramă poziția punctului 2. Prin punctele 1 și 2 se trasează dreapta BC. Punctul de intersecție al acestei drepte în punctul 3 cu bisectoarea OA, are coordonatele egale, care reprezintă valoarea reală a temperaturii t_p. Funcție de această valoare t_p se calculează parametrii fizici și celelalte mărimi pînă la suprafața de încălzire H. Autorii au constatat la un număr mare de exemple practice că mărimile respective coincid pînă la o precizie mare la calculele de verificare.

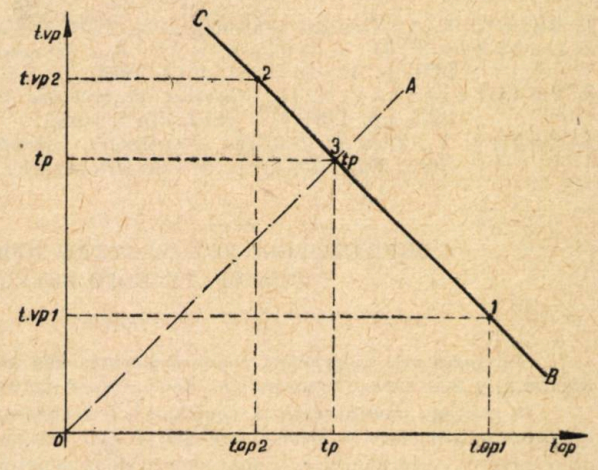


Fig. 2

Observații. După cum se poate vedea ușor din condițiile puse pentru construcția diagramei, precum și după cum se poate demonstra ușor pe cale analitică, dreapta BC poate avea orice înclinație, avînd expresia de forma generală: $y=mx+n$; punctul de intersecție al ei cu bisectoarea are întotdeauna cele două coordonate egale așa încît în toate procesele de calcul similare cu prezentul, metoda poate fi aplicată cu succes. Dealtfel, metoda este aplicabilă și în cazul cînd temperatura t_{vp} nu ar fi o funcție liniară de t_{ap}, ci o funcție oarecare, reprezentată de o curbă. În acest caz însă ar trebui calculate mai multe puncte, care să permită trasarea corectă a curbei respective, precum și stabilirea precisă a punctului de intersecție cu bisectoarea.

Această metodă de calcul este aplicată şi în alte domenii ale tehnicii, ca de exemplu la deducerea ecuaţiei de vaporizare şi echilibru [4]. Autorii însă nu au găsit aplicată această metodă la calculul temperaturii peretelui sau a temperaturii determinante în schimbătorii de căldură.

Metoda are avantajul de a fi simplă, precisă şi mult mai expeditivă decît metodele utilizate curent, cunoscute pînă în prezent.

Catedra de Termotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Михеев М. А., Основы теплопередачи, ГЭИ, М.—Л., 1949, стр. 67—68.
2. Lebedev P. D. şi Sciukin A. A., *Termotehnica industrială*, Ed. Tehn., Buc., 1951, p. 49—54 (trad. din l. rusă).
3. Voskresenski K. D., *Culegere de probleme de transmiterea căldurii*, EES, Buc., 1953, pp. 116—117 (trad. din l. rusă).
4. Robu I. V., *Curs de Distilaţie, Fracţionare, Absorbţie*, partea I-a, Inst. de Petrol şi Gaze, Buc., 1952, pp. 57—60 (litografiat).

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ РАСЧЁТЕ СТЕНОК ТЕМПЕРАТУРНОГО ИЗМЕНИТЕЛЯ

(Резюме)

Предлагается следующий графо-аналитический метод для определения температуры стенок t_p у изменителя температуры, необходимой для термического вычисления установки:

В системе прямоугольных координат, с абсциссой и ординатой общего масштаба, вводятся по абсциссе величины температур t_{ap}, приуроченных к температуре стенки, а по ординате — величины t_{vp}, полученные проверенным расчётом, исходя из соответствующих величин t_{ap}.

Две пары подобных координат t_{ap_1}, t_{vp_1} и t_{ap_2}, t_{vp_2} определяют прямую BC, проведенную в указанной системе координат.

Точка t_p пересечения этой прямой с биссектрисой OA, изображает искомую расчётную температуру.

Метод — большой точности и быстроты.

BEITRAG ZUR BERECHNUNG DER HEIZFLÄCHENTEMPERATUR DER WÄRMEAUSTAUSCHER

(Zusammenfassung)

Die Verfasser schlagen für die Bestimmung der Heizflächentemperatur t_p, auf die sich die thermische Berechnung eines Wärmeaustauschers stützt, die folgende graphisch—analytische Methode vor:

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem, im dem die Abszisse denselben Massstab wie die Ordinate hat, werden die für die Berechnung schätzungsweise angenommenen Werte der Heizflächentemperatur t_{ap} als Abszissen und die daraus durch Nachprüfung erhaltenen Werte t_{vp} als Ordinaten eingetragen. Zwei solche zusammengehörige Wertepaare (t_{ap_1}, t_{vp_1}) und (t_{ap_2}, t_{vp_2}) bestimmen eine Gerade BC. Der Schnittpunkt t_p dieser Geraden mit der Winkelhalbierenden OA, d. h. der Punkt wo $t_{ap} = t_{vp} = t_p$ ist, stellt die gesuchte Temperatur dar. Dieses Verfahren bietet grosse Präzision dar und ist weniger zeitraubend als andere Methoden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

536.22.083

DETERMINAREA CONDUCTIVITĂŢII TERMICE A LICHIDELOR ÎN REGIM NESTAŢIONAR

DE

TEODOR CÂMPAN şi DAVID PERETZ

1. Introducere

Măsurarea conductivităţii termice a lichidelor este o problemă actuală, pentru că în prezent lipsesc multe date, chiar pentru lichide importante din punct de vedere tehnic.

Metodele clasice cu cîmpuri de regim staţionar, prezintă marele dezavantaj, mai întîi că necesită un timp foarte îndelungat pînă la stabilirea regimului staţionar respectiv, iar în al doilea rînd, că materialele a căror conductivitate se determină, trebuie să fie preparate ca modele cu feţe exact paralele şi perfect şlefuite în cazul solidelor, fie introduse în spaţii delimitate de feţe care îndeplinesc aceleaşi condiţiuni ca şi la modelele de mai sus, în cazul fluidelor.

Metodele de determinare cu ajutorul cîmpurilor termice nestaţionare, permit măsurarea conductivităţii termice în timp mult mai scurt şi sînt mai puţin pretenţioase în ce priveşte forma modelelor de probă. Pe de altă parte, necesităţile tehnice moderne impun elaborarea de metode noi pentru determinarea parametrilor termici ai materialelor, foarte expeditive şi pe cît posibil, nelegate de modele de probă. Aşa se explică faptul că în literatura modernă de specialitate sînt frecvente lucrările în care diferiţi cercetători încearcă să perfecţioneze metode mai vechi sau să elaboreze metode noi pentru determinarea conductivităţii termice, cu ajutorul cîmpurilor termice nestaţionare.

În ce priveşte lichidele, potrivit literaturii ce ne-a stat la dispoziţie, situaţia se prezintă în felul următor .

Majoritatea metodelor de determinare a coeficienţilor de conductivitate termică la lichide se bazează pe metodele regimului termic staţionar cum sînt de exemplu metoda lamelelor [1] şi a straturilor groase de lichid [2], metoda cilindrilor coaxiali [3], cea a firului încălzit [4], metoda optică [5] ş. a.

Winkelmann [6] foloseşte pentru prima dată metoda cilindrilor coaxiali pentru măsurarea conductivităţii termice a lichidelor în regim nestaţionar. Rezultatele obţinute nu sînt precise, deoarece apar curenţi de convecţie în coloana verticală de lichid. De asemenea şi determinările lui Graetz [7], bazate pe metoda tubului capilar, dau valori ale conductivităţii termice mai mari decît cele reale. Mult mai tîrziu H. Pfriem [8] propune metoda firului încălzit pentru măsurarea conductivităţii termice în regim nestaţionar. Aceasta a stat la baza lucrărilor moderne. Astfel van der Held ş. a. [9] determină variaţia temperaturii în funcţie de timp, la o distanţă determinată de o sîrmă subţire de manganin plasată în lichid şi care e încălzită cu un curent electric constant. Rezultatele obţinute nu sînt suficient de precise, deoarece nu s-a ţinut seama de căldura specifică a sîrmei şi de convecţie, autorii comunicînd într-o lucrare ulterioară [10], corecţiile care trebuie aduse. Gillam [11] utilizează această metodă pentru efectuarea unor determinări foarte precise, înregistrîndu-se automat indicaţiile galvanometrului şi ale cronometrului. Semnalarea automată a apariţiei feno-

menului de convecţie a permis determinarea conductivităţii termice a unor lichide cu o eroare de $\pm$ 0,3%.

2. Metoda folosită

În prezenta lucrare, pentru determinarea conductivităţii termice a lichidelor se foloseşte metoda mediului întins infinit unilateral, omogen şi izotrop, lipsit de surse interioare de căldură şi care e supus răcirii, metodă aplicată în altă variantă la acest laborator pentru materiale semiconductoare [12].

Considerînd că procesul de propagare a cîmpului termic în acest mediu are loc după axa z, prin integrarea ecuaţiei diferenţiale a conducţiei căldurii pentru cîmpul termic unidimensional

$$\frac{\partial t(z,\tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(z,\tau)}{\partial z^2} \tag{1}$$

avînd condiţiile la limită

$$t(z,0)=t_0=\text{const.}, \quad t(0,\tau)=t_r=\text{const.}, \quad \frac{\partial t(+\infty,\tau)}{\partial z}=0, \quad (\tau>0, 0<z<+\infty),$$

se obţine:

$$\frac{t-t_r}{t_0-t_r}=\frac{\vartheta}{\vartheta_c}=\varphi(\text{Fo})=\varphi\left(\frac{a\tau}{z^2}\right), \tag{2}$$

unde $t(z,\tau)$ — temperatura în punctul situat la distanţa z, după timpul τ, $t_r(0,\tau)$ — temperatura suprafeţei mediului din planul Yx, deci pentru $z=0$ şi care rămîne constantă în decursul determinării, $t_0(z,0)$—temperatura iniţială a mediului care e uniformă în toate punctele mediului întins infinit unilateral, $\text{Fo}=a\tau/z^2$ — invariantul lui Fourier şi în care $a=\lambda/\gamma c_p$—difuzibilitatea de temperatură, λ—conductivitatea termică, c_p—căldura specifică a mediului la presiune constantă, γ—greutatea specifică, τ — timpul cît durează procesul de propagare a căldurii şi z— grosimea stratului prin care se transmite căldura. Trebuie observat că determinările experimentale au fost făcute cu $t_r<t_0$, adică pentru cazul răcirii lichidului. Pentru operaţiunile practice este mai comod ca în locul relaţiei (2) să se ia funcţia inversă:

$$\lambda=\frac{\gamma c_p z^2}{\tau} f\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_c}\right)=\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\text{Fo}. \tag{3}$$

Diversele valori ale funcţiei $\vartheta/\vartheta_c=\text{Fo}$ pot fi luate din tabele sau din diagrame (fig. 1, pl. I), mărimile γ şi c_p se iau din tabele sau se determină direct, iar raportul ϑ/ϑ_c, precum şi mărimile τ şi z se măsoară.

3. Dispozitivul experimental şi metoda de măsurare

Condiţiile experimentale au fost alese în aşa mod încît pentru determinarea conductivităţii termice λ la lichide, pe o anumită porţiune a spaţiului de lucru să fie aplicabilă relaţia (3).

Lichidul de cercetat se introduce în vasul cilindric din sticlă, cu diametrul interior de 150 mm şi grosimea peretelui de 3,5 mm (fig. 2).

Fundul vasului este format din doi pereți plan-paraleli din tablă de cupru, între care circulă apa de răcire. Pentru ca răcirea fundului să se facă uniform, pe peretele inferior au fost fixate șicane metalice în așa fel, încît curentul de apă să spele cu aceeași intensitate întreaga suprafață orizontală a fundului. Înălțimea spațiului gol din interiorul fundului este de 5 mm, iar diametrul lui ceva mai mic decît al vasului. Grosimea peretelui superior al fundului, care se află în contact cu lichidul, este de 0,2 mm. La partea superioară vasul e închis ermetic cu un capac din material plastic, izolant termic.

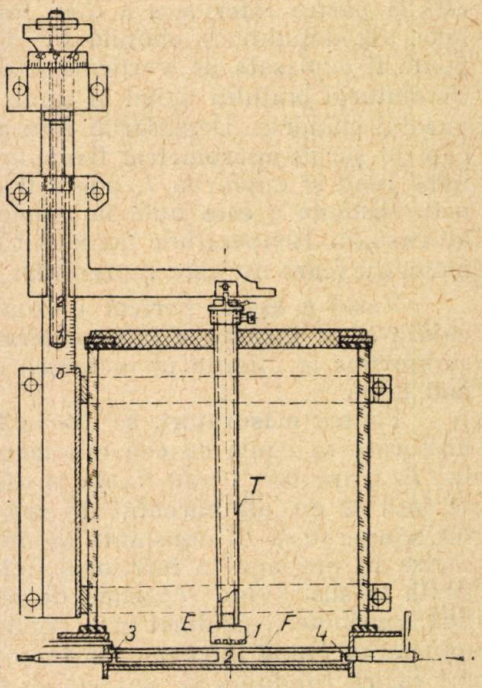


Fig. 2. — Dispozitivul experimental

Orificiile de intrare și ieșire pentru apa de răcire sînt astfel situate, încît nu se pot forma bule de aer între peretele superior al fundului și curentul de apă. Apa de răcire curge dintr-un rezervor special cu inerție termică mare și bine izolat termic, așezat mai sus în așa fel, încît între rezervor și fundul vasului se păstrează în mod constant o diferență de nivel de aproximativ 1000 mm. În acest mod se asigură o viteză constantă pentru curentul de apă de răcire. Conducta de aducere a apei de răcire are diametrul de 15 mm, iar cea de evacuare, de 10 mm. Lansarea curentului de apă se face simultan pe toată lărgimea conductei, astfel încît prin fund, regimul permanent, atît de curgere cît și de temperatură, se stabilește aproape instantaneu. Temperatura apei de răcire a fost controlată atît în rezervor, cît și în punctele de intrare și ieșire din fundul dublu, prin cuplurile termoelectrice *4* și *3*. S-a constatat astfel că diferența de temperatură a apei de răcire la intrare și ieșire în timpul măsurătorilor e mai mică ca 0,01° C, adică neglijabilă. Aceasta înseamnă că pentru măsurători, fundul metalic al vasului poate fi considerat ca avînd aceeași temperatură constantă (t_r=const.) pe toată suprafața lui, cu o eroare neglijabilă față de precizia metodei.

Pentru măsurători, temperatura fundului, adică temperatura suprafeței inferioare a lichidului de cercetat, se determină cu ajutorul unui cuplu termoelectric lipit la centrul suprafeței superioare a fundului *F*. Întrucît căderea de temperatură prin peretele de cupru între fața inferioară a lichidului de cercetat și curentul de apă este neglijabil de mică, cuplurile de măsurare *2* au fost așezate direct în curentul de apă de răcire, tot în centrul fundului.

Pentru satisfacerea condiţiei la limită $\frac{\partial t(+\infty, \tau)}{\partial z} = 0$ înălţimea coloanei de lichid aflată în vas a fost de minimum 110 mm.

Pe axul geometric al vasului este montată o tijă de sticlă T, care serveşte ca suport pentru cuplurile termoelectrice *1*. Aceste cupluri se află la partea inferioară a tijei, fiind aşezate în canalele de mică adîncime ale dopului de ebonită E. Tija de sticlă împreună cu cuplurile, poate fi deplasată pe verticală dealungul axei geometrice a vasului, cu ajutorul braţului mobil al unui şubler fixat vertical la exteriorul vasului cilindric. Deplasările fine ale tijei sînt făcute cu ajutorul unui cap de şurub micrometric fixat de rigla şublerului. Astfel, distanţa z între fund şi cuplurile *1*, poate fi determinată cu o precizie de 0,01 mm. Distanţa z este nulă în momentul cînd cuplurile ating fundul F al vasului. Temperatura lichidului se determină cu ajutorul unui termometru (care nu este reprezentat în figură) cu o precizie de 0,1°C.

Vasul e aşezat perfect orizontal cu ajutorul unui dispozitiv de calare şi se introduce într-un termostat care permite efectuarea măsurătorilor la diferite temperaturi, de la 0°C pînă la 100°C, sau chiar mai mult.

Pentru măsurători, se aduce lichidul de cercetat la o temperatură uniformă t_0, egală cu cea din termostat, precum şi cu aceea a fundului F. Cuplurile *1* sînt fixate la distanţa z de fund. La un moment dat, se lasă să circule curentul de apă de răcire, stabilind la fundul vasului temperatura t_r, constantă în timpul determinării ($t_r < t_0$). Cîmpul de răcire se propagă în interiorul lichidului, începînd de la fund, pe verticală în sus, avînd repartiţia de temperaturi după o curbă caracteristică transmiterii căldurii prin conductivitate într-un mediu întins infinit unilateral. După intervale de timp determinate τ, socotite din momentul răcirii fundului, se vor stabili temperaturile $t < t_0$ la cuplurile *1*, în mod succesiv. Timpul pînă la stabilirea temperaturilor t succesive, se măsoară cu ajutorul unui cronometru de precizie, declanşat simultan cu introducerea apei de răcire.

Pentru cazurile cînd distanţa z este mică (maximum 3 cm), se poate considera că într-o regiune suficient de mare din jurul axei geometrice a vasului, cîmpul termic în direcţia acestei axe are aceeaşi formă ca şi cîmpul termic la mediul infinit unilateral, deoarece deformările datorite efectelor de margine, adică datorite condiţiilor de la peretele cilindric al vasului, nu au avut timpul să pătrundă pînă la E. De asemenea şi faptul că suprafaţa liberă a lichidului se află la distanţe mari de E, în raport cu distanţa z, permite evitarea efectelor de întoarcere a cîmpului de la această suprafaţă asupra temperaturilor t care se măsoară.

4. Precizia metodei

Pe baza relaţiei (3) se poate calcula precizia de măsurare a conductivităţii termice λ. Astfel precizia $\Delta\lambda$ este dată de:

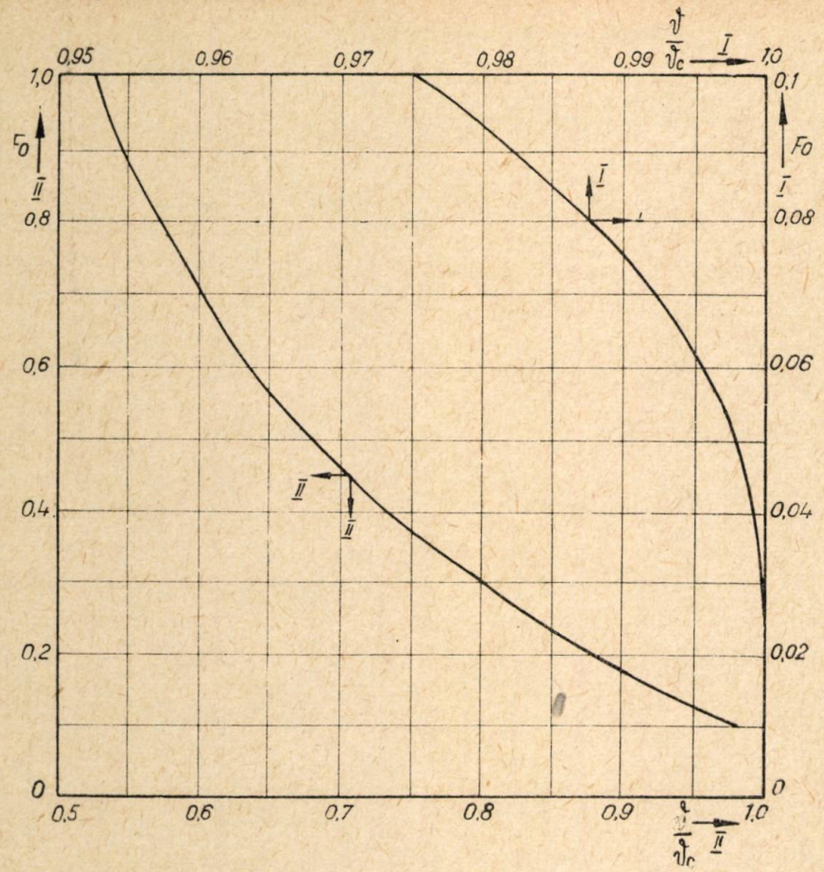


Fig. 1. — Graficul funcţiei $Fo = f(\theta/\theta_c)$

$\theta_c = 10°C$ **Tabelul 1**

θ°C	9,90	9,00	8,50	8,00	7,50	7,00
$\frac{\theta}{\theta_c}$	0,990	0,900	0,850	0,800	0,750	0,700
$\Delta\theta$	±0,00199	±0,00190	±0,00185	±0,00180	±0,00175	±0,00170
$\Delta\theta$%	0,20	0,21	0,22	0,23	0,23	0,24
Fo	0,0751	0,1750	0,2360	0,3030	0,3790	0,4660
ΔFo	±0,0043	±0,002	±0,005	±0,003	±0,003	±0,004
ΔFo%	5,73	1,14	0,847	0,990	0,791	0,858

$\theta_c = 2°C$ **Tabelul 2**

θ°C	1,98	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40
$\frac{\theta}{\theta_c}$	0,990	0,900	0,850	0,800	0,750	0,700
$\Delta\theta$	±0,00995	±0,00950	±0,00925	±0,00900	±0,00875	±0,00850
$\Delta\theta$%	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2
Fo	0,075	0,175	0,236	0,303	0,378	0,466
ΔFo	±0,022	±0,012	±0,012	±0,014	±0,016	±0,019
ΔFo%	29,33	6,85	5,08	4,62	4,23	4,08

Tabelul 3

Natura lichidului	θ_c °C	$\frac{\theta}{\theta_c}$	Fo	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	$\Delta\lambda$ kcal / m h grd.	$\Delta\lambda$% kcal / m h grd.
Apă	10	0,965	0,106	0,000055	0,000054	0,000544	0,000971	0,010253	0,011882	2,3
	2	0,825	0,269	0,000050	0,000049	0,000991	0,001265	0,023945	0,026300	4,4
Glicerină	10	0,965	0,106	0,000021	0,000458	0,000264	0,000314	0,004965	0,006022	2,5
	2	0,825	0,269	0,000019	0,000429	0,000494	0,000433	0,011925	0,013300	5,5
Alcool etilitic	10	0,965	0,106	0,000020	0,000273	0,000159	0,000181	0,003000	0,003633	2,3
	2	0,825	0,269	0,000020	0,000274	0,000317	0,000283	0,006980	0,007874	4,9

$$\Delta\lambda = \pm\left[\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\mathrm{Fo}\right)\Delta\gamma + \frac{\partial}{\partial c_p}\left(\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\mathrm{Fo}\right)\Delta c_p + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\mathrm{Fo}\right)\Delta z + \right.$$

(4)

$$\left. + \frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\mathrm{Fo}\right)\Delta\tau + \frac{\partial}{\partial\mathrm{Fo}}\left(\frac{\gamma c_p z^2}{\tau}\mathrm{Fo}\right)\Delta\mathrm{Fo}\right]$$

sau

$$\Delta\lambda = \pm(A+B+C+D+E).$$

Valoarea numerică a invariantului Fo, se citeşte din diagramă (fig. 1, pl. I) în funcţie de raportul adimensional de temperatură $\mathrm{Fo} = f\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_c}\right) = f\left(\frac{t-t_r}{t_0-t_r}\right)$, încît pentru stabilirea rezultatelor trebuie determinată mai întîi precizia de măsurare a raportului ϑ/ϑ_c.

Temperaturile se măsoară cu ajutorul unor cupluri termoelectrice de cinci elemente în serie, alcătuite din fire de constantan cu diametrul de 0,15 mm şi fire de cupru cu diametrul de 0,2 mm. Citirile se fac cu ajutorul unui galvanometru sistem „Interflex" cu patru sensibilităţi. Devierea spotului cu o diviziune de scară corespunde unei diferenţe de temperaturi de aproximativ 0,04°C. Întrucît la citire se pot aprecia deviaţii de 1/4 de diviziune, rezultă că temperaturile pot fi citite cu o precizie $\Delta t = 0{,}01°\mathrm{C}$.

Din punct de vedere al operaţiunilor experimentale este util să se determine în mod direct diferenţele de temperaturi ϑ şi ϑ_c, sudura rece a cuplurilor fiind aşezată în *2* (fig. 2), iar cea caldă în *1*.

Precizia de măsurare a raportului ϑ/ϑ_c se calculează după relaţia:

$$\Delta\vartheta = \pm\left[\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_c}\right)\Delta t + \frac{\partial}{\partial\vartheta_c}\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_c}\right)\Delta t\right]. \quad (5)$$

Măsurătorile au fost efectuate cu valori ale lui ϑ_c cuprinse între 1°C şi 10°C. Pentru fiecare valoare ϑ_c ridicată experimental, au fost determinate diferenţele ϑ de la valori observabile ale scăderii temperaturii la cuplurile *1*, pînă la $\vartheta_c/3$.

În tabelele 1 şi 2 (pl. I) sînt calculate preciziile de măsurare $\Delta\vartheta$ ale raportului adimensional de temperatură ϑ/ϑ_c în două cazuri luate ca model, cu $\vartheta_c = 10°\mathrm{C}$ în tabelul 1 şi cu $\vartheta_c = 2°\mathrm{C}$ în tabelul 2, pentru aceleaşi valori ale raportului ϑ/ϑ_c.

Comparînd datele din aceste tabele se poate observa că precizia de determinare $\Delta\vartheta$ a raportului ϑ/ϑ_c este cu atît mai mare, cu cît se lucrează la o diferenţă ϑ_c mai mare, adică la o diferenţă mai mare între temperatura iniţială a lichidului t_0 şi temperatura t_r a fundului. Astfel pentru valoarea $\vartheta_c = 10°\mathrm{C}$, eroarea de apreciere $\Delta\vartheta = 0{,}2\%$, pe cînd la valoarea $\vartheta_c = 2°\mathrm{C}$, $\Delta\vartheta = 1\%$. De asemenea se mai poate vedea că precizia $\Delta\vartheta$ se micşorează continuu cu cît diferenţa de temperatură ϑ este mai mică în raport cu ϑ_c.

Diagrama $\mathrm{Fo} = f(\vartheta/\vartheta_c)$ este astfel desenată încît permite citiri exacte ale mărimilor ϑ/ϑ_c şi Fo pînă la a patra zecimală. Ca atare, erorile ce se pot face la citirea cifrelor din diagramă, sînt cu totul ne-

glijabile faţă de erorile de măsurare, fiind cel puţin de zece ori mai mici. În schimb precizia de măsurare $\pm \Delta\vartheta$ în raportul ϑ/ϑ_c, condiţionează o precizie de determinare $\pm \Delta$Fo în valorile invariantului Fo.

Comparaţia valorilor ΔFo cu $\Delta\vartheta$ din tabelele 1 şi 2 (pl. I) pun în evidenţă faptul important că impreciziile ΔFo care afectează valorile Fo sînt mult mai mari în valoare relativă decît impreciziile $\Delta\vartheta$ faţă de ϑ/ϑ_c, care au generat pe primele. De asemenea se observă că ΔFo are un sens invers decît $\Delta\vartheta$, adică imprecizia de determinare a criteriului Fo este mai mare pentru valorile ϑ/ϑ_c mari, decît pentru cele mici.

Consideraţiile făcute duc la concluzia că pentru a se obţine rezultate precise este necesar să se lucreze cu diferenţe de temperaturi ϑ_c cît mai mari, iar determinările să se facă la intervale de timp cît mai îndelungate după momentul introducerii curentului de apă de răcire în instalaţie, adică după ce diferenţele de temperaturi ϑ au scăzut mai mult decît cu 1/4 din valoarea ϑ_c.

În tabelul 3 (pl. I) sînt redate rezultatele preciziei de măsurare a conductivităţii termice $\Delta\lambda$, calculate cu ajutorul ecuaţiei (4), pentru trei lichide cu conductivitatea termică diferită, la temperatura de 20°C. Cele cinci componente ale preciziei din ecuaţia (4) au fost notate în ordinea scrisă cu A, B, C, D şi E. Pentru raportul ϑ/ϑ_c au fost luate valorile cele mai des utilizate în determinările noastre experimentale, iar pentru diferenţa de temperatură ϑ_c, două valori extreme. Din analiza acestui tabel, rezultă că precizia $\Delta\lambda$, atît ca mărime cît şi ca sens, are un mers paralel cu precizia termenului $E=\frac{\partial}{\partial \mathrm{Fo}}\left(\frac{\gamma c z^2}{\tau}\right)\Delta$Fo din ecuaţia (4), deci cu imprecizia lui ΔFo. Impreciziile referitoare la greutatea specifică γ şi căldura specifică c_p, aşa cum au fost găsite în literatura de specialitate, sînt foarte mici.

Eroarea ce se poate face pentru o singură determinare a conductivităţii termice, la o singură citire a parametrilor, se află deci la a doua zecimală, corespunzînd unei imprecizii minime de aproximativ 2,5% pentru $\vartheta_c=10$°C şi unei imprecizii de 5,5% pentru $\vartheta_c=2$°C. Trebuie de subliniat faptul că în cazul cînd se execută mai multe determinări şi se calculează o valoare medie a conductivităţii λ, eroarea se va afla la a treia zecimală, eroarea relativă fiind de cîteva zecimi de procent. Urmează că la executarea măsurătorilor, atenţia cea mai mare trebuie acordată în primul rînd determinării cît mai precise a temperaturilor, în al doilea rînd determinării exacte a timpului şi abia în al treilea rînd măsurării distanţei z, adică a grosimii stratului de lichid.

5. Rezultate şi concluzii

Cu toate că precizia metodei este mai mare pentru valori mai mari ale lui ϑ_c şi ϑ, posibilităţile experimentale de lucru în aceste condiţii sînt limitate de o serie de fenomene secundare şi anume:

1. Apariţia unei convecţii naturale în partea centrală a sistemului este eliminată datorită poziţiei perfect orizontale a fundului şi a răcirii lichidului de jos în sus. O oarecare convecţie se va produce la

marginea masei de lichid de lîngă peretele cilindric de sticlă. Acest perete fiind în contact cu mediul exterior, rămîne tot mai cald în raport cu lichidul din interior ce se răcește progresiv. Fenomenul acesta de convecție e cu atît mai important, cu cît procesul se petrece la o valoare a lui ϑ_c mai mare și într-un timp mai îndelungat. Astfel, la un moment dat se va putea produce o deformare a cîmpului termic chiar în regiunea centrală unde se efectuează măsurătorile. Tot așa și componenta de flux caloric radial ce ia naștere din exterior spre axa geometrică a sistemului va modifica temperaturile măsurate de cuplurile *1*. Calculele făcute au arătat că, de exemplu, pentru apă, la o diferență de temperatură $\vartheta_c = 10°C$, se produce o creștere de 0,01°C în timp de 16 minute în punctul de măsurare, iar pentru aceeași creștere de 0,01 °C, dar la $\vartheta_c = 2°C$, în timp de 34 minute.

2. În limitarea valorilor lui ϑ_c pentru măsurătorile experimentale s-a ținut seama și de influența inerției galvanometrului, care lucrează amortizat la aperiodicitate. Aceasta înseamnă că spotul luminos ia pozițiile de echilibru pe scară, fără să oscileze în jurul acestei poziții. În schimb, din cauza inerțiilor mecanice și electromagnetice, mișcarea cadrului mobil al galvanometrului necesită un anumit interval de timp din momentul introducerii lui în circuit și pînă la atingerea poziției de echilibru. La început mișcarea spotului se face cu viteză mare, iar în apropierea poziției de echilibru, viteza de mișcare scade continuu. După mărimea deviației efectuate, durata pînă la atingerea poziției de echilibru a fost apreciată între 6...10 secunde. Or, măsurarea temperaturii cu cuplurile *1* se face nu pe stări de echilibru termic, ci din mers, adică în mod simultan cu desfășurarea procesului de răcire. Indicațiile galvanometrului vor fi numai atunci fidele, cînd vitezele de variație ale temperaturilor măsurate, socotite în diviziuni de deviație, sînt foarte mici în comparație cu viteza de mișcare a spotului luminos. Pentru valori mari ale lui ϑ_c, cînd variația temperaturii în punctul de măsurare este rapidă, s-ar putea produce rămîneri în urmă însemnate ale indicațiilor spotului.

3. Încercările făcute cu tije de susținere *T* a cuplurilor din materiale diferite (metale, materiale plastice, sticlă) au arătat existența unor fenomene secundare de convecție în jurul tijei, care pot afecta rezultatele. Aceasta se explică prin faptul că după ce procesul de răcire a depășit pe verticală punctul de măsurare al temperaturii, tija de susținere a cuplurilor poate să rămînă mai caldă decît lichidul din jur la un moment dat, dînd naștere la o convecție liberă în lungul acesteia și care devine cu atît mai intensă, cu cît se continuă procesul de răcire.

4. Cu toate că înălțimea nivelului de lichid este mare, în momentul în care procesul de răcire atinge suprafața liberă a lichidului în contact cu atmosfera, fluxul caloric întîmpină o rezistență termică mare la această suprafață de separare. Existența acestei rezistențe se va resimți ca un fel de efect de reflecție asupra procesului de răcire normal, care se răspîndește pe verticală în jos.

Efectele perturbatoare menţionate mai sus, devin sensibile într-un timp cu atît mai scurt, socotit de la momentul începerii procesului de răcire, cu cît ϑ_c şi z au valori mai mari şi se manifestă prin abateri neobişnuite în valorile lui λ.

Din cauza complexităţii fenomenelor, aprecierile prin calcule asupra mărimii acestor factori nu pot duce la rezultate concludente; de aceea s-a folosit calea experimentală, care este mult mai sigură. Astfel s-au făcut determinări experimentale ale conductivităţii termice, variindu-se grosimea stratului de lichid, deci distanţa z, diferenţa de temperatură $\vartheta_c = t_0 - t_r$ şi mărindu-se timpul τ de citire a indicaţiilor galvanometrului. S-a putut constata că rezultatele cele mai precise se obţin pentru $z = 5 \ldots 20$ mm, $\vartheta_c = 1 \ldots 5^0$C şi pentru τ corespunzînd valorilor ϑ/ϑ_c cuprinse între 0,98 ... 0,80, *indiferent de natura lichidului cercetat.*

Din aceste motive, deşi cazurile de experimentare cu valori mari ale lui ϑ_c şi τ corespund unei precizii de metodă mai mari, datele experimentale au fost realizate în condiţiile menţionate mai sus.

Determinările experimentale făcute au urmărit să verifice metoda şi aparatul folosind lichide cu conductivităţi termice cunoscute. În acest scop s-au folosit trei lichide cu conductivităţi termice foarte diferite, pentru a putea acoperi toată scara de valori ale conductivităţii termice la lichide.

Primele măsurători au fost efectuate asupra apei a cărei conductivitate termică este cunoscută cu o precizie de $\pm 4^0/_0$. Pentru experienţe s-a folosit apă dublu distilată şi degazată. Din diagramă (fig. 3, pl. II) se poate observa că rezultatele experimentale concordă cu cele obţinute de Vargaftik [13]. În tabelul 4 (pl. II), sînt prezentate datele experimentale obţinute, în comparaţie cu cele ale altor cercetători. Fiecare valoare dată în prezenta lucrare este media a 4...8 citiri consecutive, corespunzînd unei determinări independente. În general, eroarea de măsurare la o citire este mai mică de $2{,}5^0/_0$ faţă de rezultatul mediu al determinării.

Al doilea lichid a fost glicerina, folosind pentru determinări o glicerină pură (farmaceutică STAS 193—49), cu un conţinut în apă mai mic de $1^0/_0$ greutate. Rezultatele obţinute (fig. 4, pl. II) sînt în deplină concordanţă cu cele obţinute de Vargaftik [16] care foloseşte glicerină deshidratată. Datele lui Filipov [17] sînt cu $7^0/_0$ mai mari, iar cele obţinute de Woolf şi Sibbit [15] cu $2{,}5^0/_0$ mai mici, ceea ce s-ar explica prin puritatea diferită a probelor luate pentru efectuarea determinărilor.

Alcoolul etilic utilizat în experienţele făcute a fost alcool etilic purificat (STAS 4523—54), conţinînd $95^0/_0$ volume alcool absolut la 15°C. Datele experimentale sînt redate în fig. 5 (pl. II) şi sînt cu $14^0/_0$ mai mari decît cele obţinute de Vargaftik [16] care foloseşte alcool etilic de $96^0/_0$ volume. Valorile mai mari ale lui λ găsite de autori se datoresc concentraţiei mai mici în alcool absolut din probele de alcool folosite, deci cu un conţinut mai mare în apă care duce la o mărire a conductivităţii termice.

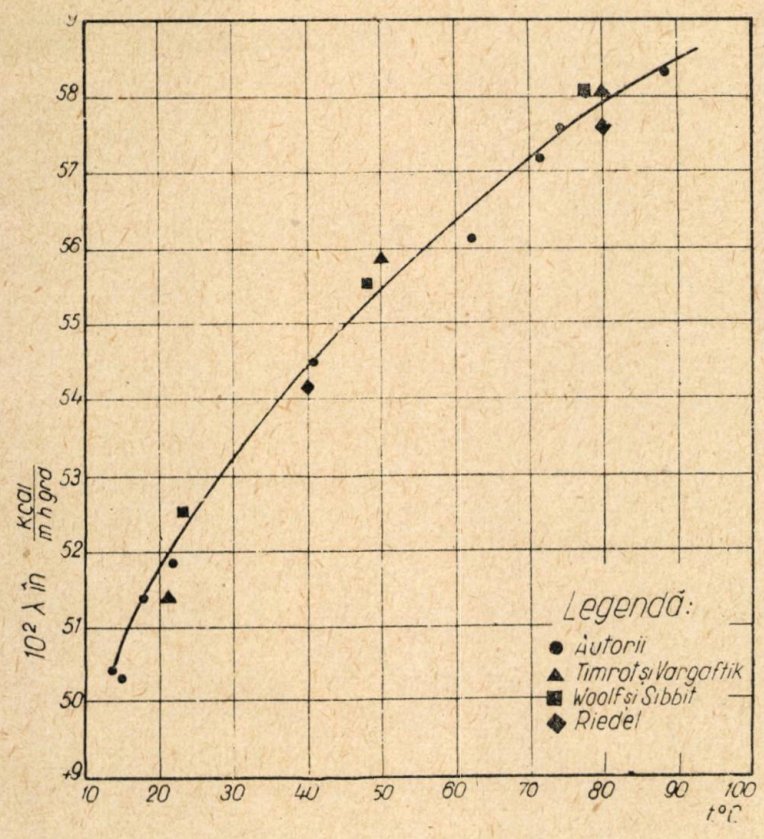


Fig: 3. — Conductivitatea termică a apei.

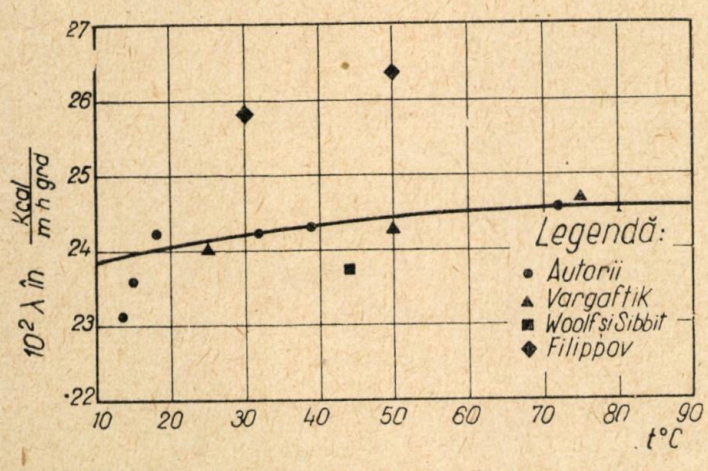


Fig. 4. — Conductivitatea termică a glicerinei.

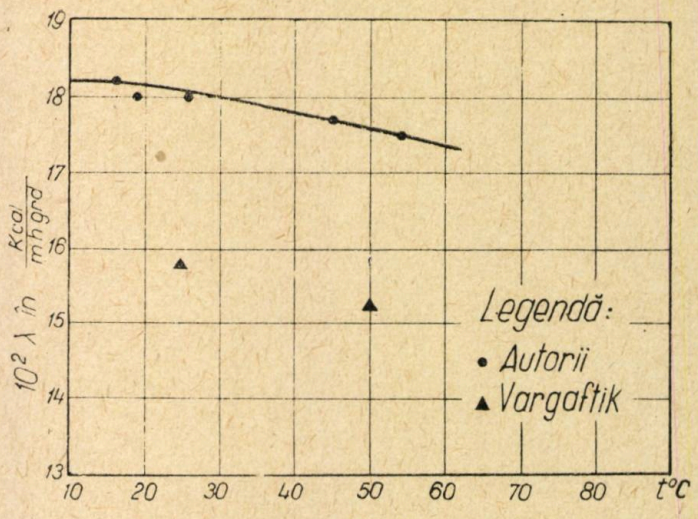


Fig. 5. — Conductivitatea termică a alcoolului etilic (95% vol.).

Tabelul 4

Conductivitatea termică $\lambda \left(\frac{\text{kcal}}{\text{m h grd.}}\right)$ *a unor lichide*

Natura lichidului	Date experimentale		Date din literatură		
	Temperatura °C	$\lambda \frac{\text{kcal}}{\text{m h grd.}}$	Temperatura °C	$\lambda \frac{\text{kcal}}{\text{m h grd.}}$	Bibliografie
Apă	13,4	0,504	21,1	0,515	[13]
	14,9	0,503	50,0	0,557	[13]
	17,8	0,514	80,0	0,580	[13]
	21,8	0,519	40,0	0,541	[14]
	41,6	0,545	80,0	0,576	[14]
	63,0	0,561	24,1	0,525	[15]
	71,5	0,572	48,1	0,555	[15]
	75,5	0,576	78,0	0,580	[15]
	88,5	0,583			
Glicerină	13,6	0,231	25,0	0,241	[16]
	15,2	0,236	50,0	0,244	[16]
	17,8	0,242	75,0	0,246	[16]
	31,8	0,242	43,9	0,238	[15]
	39,2	0,243	30,0	0,253	[17]
	72,2	0,245	50,0	0,264	[17]
Alcool etilic	16,2	0,182	25,0	0,158	[16]
	18,8	0,180	50,0	0,152	[16]
	27,0	0,180			
	44,7	0,177			
	54,3	0,175			

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖNYVTÁRA
1848

În concluzie, metoda mediului infinit unilateral aplicată în această lucrare, permite obținerea unor rezultate experimentale juste și reproductibile. Durata unei determinări este de 10...15 minute după stabilirea echilibrului termic, deci foarte scurtă. Aparatul fiind simplu și robust, măsurătorile pot fi efectuate și în afara condițiilor de laborator.

Primit la 21 III 1957 *Catedra de Termotehnică*

BIBLIOGRAFIE

1. Jacob M., Ann. der Physik, 1920, **63**, nr. 22, pp. 537—570.
2. Hamman G., Ann. der Physik, 1938, **32**, nr. 7, pp. 593—607.
3. Bridgman P. W., Proc. Amer. Acad., 1923, **59**, p 141.
4. Goldschmidt R., Phys. Z., 1911, **12**, pp. 417—424.
5. Classen T. W. și Nelidow J., Phys. Z. der Sowiet Union, 1934, **5**, pp. 191—200
6. Winkelmann A., Pogg. Ann., 1874, **153**, p. 481.
7. Graetz L., Wied. Ann., 1883, **18**, p. 79.
8. Pfriem H. Z., Ver. dtsch. Ing., 1938, **82**, pp. 71—72.
9. van der Held E. F. M., van Drunen F. G., Physica, 1949, **15**, pp. 865—881.
10. van der Held E. F. M. ș. a., Physica, 1953, **19**, pp. 208—216.
11. Gillam D. G. ș. a., Acta Chem. Scand., 1955, **9**, nr. 4, pp. 641—656.
12. Câmpan T. și Simionescu A., Bulet. Instit. Polit. Iași, 1956, **2(6)**, pp. 284—291.
13. Тимрот Д. А. и Варгафтик Н. Б., ЖТФ, 1940, **10**, стр. 1063—1073.
14. Riedel L., Chem. Ing. Tech., 1951, **23**, p. 465.
15. Woolf J. R. a. Sibbitt W. L., Ind. Eng. Chem., 1954, **46**, pp. 1947—1952.
16. Варгафтик Н. Б., Изв. В, Г. И., 1948, № 9.
17. Филиппов Л. П., Вестник МГУ, 1954, **12**, стр. 45—48.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ В НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

(Резюме)

Для определения теплопроводности жидкостей применяется метод полуограниченного, гомогенного тела, лишенного внутренних источников тепла. Температура t для точки, находящейся на расстоянии z от плоскости Yx установленная по времени τ, пройденного с момента охлаждения жидкости, является функцией от критерия Фурье и от разности температур t_0-t_r. Числовое значение этой функции берётся из таблиц и определяется, путём расчёта, теплопроводность жидкости λ, измеряя температуру t, время τ и расстояние z; удельный вес γ для жидкости и удельная теплоёмкость при постоянном давлении—известны.

Опытная установка позволяет, в определенном рабочем объёме, применять уравнение теплопроводности для полуограниченного тела (деформации температурного поля, определяемые краями и преломлениями, не успевают проникнуть в рабочий объем, где производят измерения температуры t).

Опытные измерения преследуют цель проверки метода и аппарата с использованием жидкостей известной теплопроводности (вода, глицерин, этиловый спирт). Эти данные приведены в табл. 4 и рис. 3, 4, 5 и сверены с результатами полученными другими авторами. Значения опытных данных являются средним арифметическим 4...8 последовательных измерений.

Обсуждается точность (табл. 3) и констатируется, что погрешность появляется на тысячной доле значащей цифры, а относительная погрешность представляет собой только десятые доли процента.

Метод полупроницаемого тела способствует получению правильных воспроизводимых опытных данных. Продолжительность измерения, 10—15 мин. (после установления теплового равновесия). Простота и выносливость аппарата позволяют производить измерения и вне лабораторного помещения.

Объяснение рисунков

Рис. 1. График функции $Fo = f(\theta/\theta c)$.
Рис. 2. Экспериментальный диспозитив.
Рис. 3. Теплопроводность воды.
Рис. 4. Теплопроводность глицерина.
Рис. 5. Теплопроводность этилового спирта.

ÜBER DIE BESTIMMUNG DER WÄRMELEITFÄHIGKEIT VON FLÜSSIGKEITEN IN ZEITLICH VERÄNDERLICHEN TEMPERATURFELD

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit, die die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten behandelt, wird die Methode des einseitig unendlich ausgedehnten Körpers angewendet; der Körper ist homogen, isotrop une ohne innere Wärmequellen. Die Temperatur t eines Punktes in der Tiefe z, der Oberfläche Yx gegenüber, die sich nach der Zeit τ einstellt, gerechnet vom Augenblick des Kühlungseinsatzes der Flüssigkeit, ist eine Funktion des Invarianten Fo und des Temperaturunterschiedes $t_0 - t_r$. Der Zahlenwert dieser Funktion wird den Tabellen entnommen; man berechnet die Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit λ, indem man die Temperatur t, die Zeit τ und die Tiefe z misst; das spezifische Gewicht γ der Flüssigkeit und seine spezifische Wärme c_p bei konstantem Druck sind gegeben.

Die Versuchsanordnung wurde so durchgeführt, dass auf einer bestimmten Ausdehnung des Arbeitsraumes die Gleichung der Wärmeleitfähigkeit für den einseitig unendlichen Körper anwendbar sei. So haben die Entstellungen des Wärmefeldes durch die Randeinflüsse und Wiederspiegelung keine Zeit ins Arbeitsfeld zu dringen wo die Temperaturmessungen t ausgeführt werden.

Die Versuchsbestimmungen verfolgten die Prüfung der Methode und der Apparatur durch Anwendung von Flüssigkeiten mit bekannten Wärmeleitfähigkeitzahlen. In dem Zweck wurden drei Flüssigkeiten mit sehr verschiedenen Wärmeleitfähigkeiten (Wasser, Glyzerin, Äthylalkohol) benützt. Die gefundenem Versuchswerte sind in der Tabelle 4 und den Abb. 3, 4, 5, dargestellt und können mit den Ergebnissen anderer Forscher verglichen werden. Jeder in dieser Arbeit angegebene Wert ist das Mittel von 4 ... 8 aufeinanderfolgenden Bestimmungen.

Es wird die Genauigkeit der Methode besprochen (Tabelle 3) und man erfährt, dass der Fehler in der dritten Dezimalstelle liegt; der relative Fehler stellt nur einige zehntel Prozente dar.

Durch die Methode des einseitig unendlichen Körpers die in dieser Arbeit angewendet wurde, erzielt man genaue und wiederholbare Versuchsresultate. Die Dauer einer Bestimung ist sehr kurz, ungefähr 10...15 Minuten nach dem Einstellen des Wärmegleichgewichts. Die gebrauchte Apparatur ist einfach und widerstandsfähig. Dadurch können die Messungen auch ausserhalb Laboratoriumsbedingungen ausgeführt werden.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. Die graphische Darstellung der Funktion $Fo = f(\theta/\theta c)$.
Abb. 2. Die experimentelle Apparatur.
Abb. 3. Die Wärmeleitfähigkeit des Wassers.
Abb. 4. Die Wärmeleitfähigkeit des Glyzerins.
Abb. 5. Die Wärmeleitfähigkeit des Äthylalkohols.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

O GENERALIZARE A LEGII FRECĂRII ORGANELOR FLEXIBILE ÎN PORŢIUNI CURBE

DE

VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Introducere

Deoarece în construcţia multor tipuri de maşini intră organe flexibile înfăşurate pe porţiuni în formă de arc de cerc, în calculul lor apare deseori necesitatea determinării forţei maxime din ramurile organului flexibil, cu luarea în consideraţie a forţei centrifuge sau a greutăţii proprii.

Obiectul acestei lucrări constă în stabilirea unei relaţii generale pentru determinarea forţei maxime din ramurile organului flexibil cu luarea în consideraţie a influenţei forţelor menţionate, atît pentru cazul rezemării discontinue (frecare discontinuă) cît şi pentru cazul rezemării continue (frecare continuă) a organului flexibil, soluţionîndu-se prin aceasta şi cîteva cazuri particulare.

2. Frecare discontinuă

Pentru stabilirea unei relaţii generale între forţele din ramurile unui organ flexibil, ce rulează (lunecă) pe un arc de cerc dispus în plan vertical, luînd în consideraţie greutatea proprie şi forţa centrifugă, se consideră echilibrul unui element (fig. 1) a organului flexibil asupra căruia acţionează: N_j — reacţiunea normală a ghidajului; μN_j $(w_0 N_j)$ — forţa de frecare (rezistenţa la rulare), în care μ — coeficientul de frecare şi w_0 — coeficientul de rezistenţă la rulare; $G = 2qR\sin\frac{\varphi}{2}$ — greutatea elementului, în care q — greutatea pe metru liniar a organului flexibil, R — raza de curbură, φ — unghiul dintre razele ce determină po-

ziția a două organe de lucru succesive; $c \cong \frac{2qV^2}{g} \sin\frac{\varphi}{2}$ — forța centrifugă, în care g—accelerația gravității, V—viteza organului flexibil; F_j—forța în ramura condusă; F_{j+1}—forța în ramura conducătoare.

Proiectînd aceste forțe pe direcțiile radială și tangențială se obține sistemul:

$$N_j - F_j \sin\frac{\varphi}{2} - F_{j+1} \sin\frac{\varphi}{2} - G \sin\alpha_j + C = 0,$$

$$-N_j - \frac{F_j}{\mu}\cos\frac{\varphi}{2} + \frac{F_{j+1}}{\mu}\cos\frac{\varphi}{2} - \frac{G}{\mu}\cos\alpha_j = 0,$$

din care, făcînd $\mu = \operatorname{tg}\varrho$, rezultă:

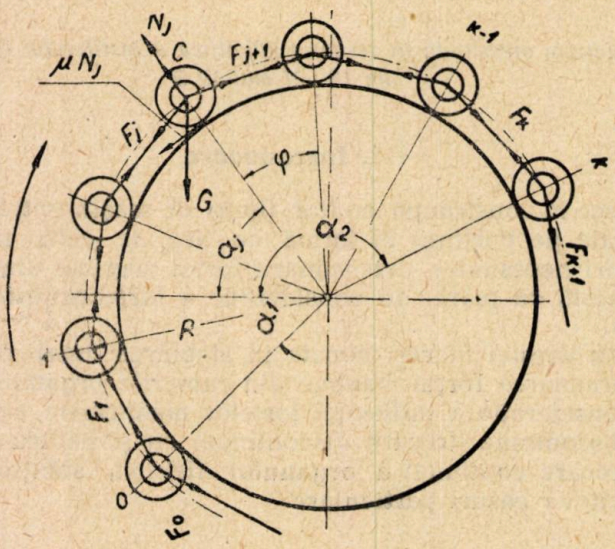


Fig. 1

$$F_{j+1} = F_j \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} - \varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho\right)} + G\frac{\cos(\alpha_j - \varrho)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho\right)} - C\frac{\sin\varrho}{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho\right)}.$$

Înlocuind valorile G și C prin expresiile lor, iar unghiul α_j prin $\alpha_j = j\varphi + \alpha_1$, se obține

$$F_{j+1}=F_j\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}+2qR\sin\frac{\varphi}{2}\frac{\cos(j\varphi+\alpha_1-\varrho)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}-\frac{2qV^2\sin\frac{\varphi}{2}\sin\varrho}{g\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)},$$

sau introducînd notaţiile

$$\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}=\varepsilon\,,\quad\frac{2qR\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}=s\,,\quad\frac{2qV^2\sin\frac{\varphi}{2}\sin\varrho}{g\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}=r\ \text{şi}\ \alpha_1-\varrho=\varrho'$$

expresia devine

$$F_{j+1}=\varepsilon F_j+s\cos(j\varphi+\varrho')+r\,,$$

adică,

$$F_1=\varepsilon F_0+s\cos\varrho'+r\,,$$

$$F_2=\varepsilon^2F_0+s\varepsilon\left[\cos\varrho'+\frac{1}{\varepsilon}\cos(\varphi+\varrho')\right]+r\varepsilon\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right),$$

. . . . . .

$$F_{k+1}=\varepsilon^{k+1}F_0+s\varepsilon^k\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j\cos(j\varphi+\varrho')+r\varepsilon^k\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j. \tag{1}$$

Aplicînd formula lui Euler pentru $\cos(j\varphi+\varrho')$ se obţine:

$$\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j\cos(j\varphi+\varrho')=\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j e^{i(j\varphi+\varrho')}+\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j e^{-i(j\varphi+\varrho')}=$$

$$=\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k+1}e^{i[(k+1)\varphi+\varrho']}-e^{i\varrho'}}{\frac{1}{\varepsilon}e^{i\varphi}-1}+\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k+1}e^{-i[(k+1)\varphi+\varrho']}-e^{-i\varrho'}}{\frac{1}{\varepsilon}e^{-i\varphi}-1}.$$

Efectuînd şi înlocuind $k=\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\varphi}$ şi $\varrho'=\alpha_1-\varrho$ expresia devine

$$\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^j\cos(j\varphi+\varrho')=$$

$$=\frac{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k+2}\cos(\alpha_2-\varrho)-\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k+1}\cos(\alpha_2-\varrho+\varphi)+\frac{1}{\varepsilon}\cos(\alpha_1-\varrho-\varphi)+\cos(\alpha_1-\varrho)}{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^2-2\frac{1}{\varepsilon}\cos\varphi+1}$$

iar

$$\sum_{j=0}^{k}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)=\frac{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k+1}-1}{\frac{1}{\varepsilon}-1}.$$

Înlocuind în expresia (1) se obține:

$$F_{k+1}=\varepsilon^{k+1}F_0+\frac{r}{1-\varepsilon}(1-\varepsilon^{k+1})+$$

$$+s\frac{\frac{1}{\varepsilon}[\cos(\alpha_2-\varrho)-\varepsilon^{k+1}\cos(\alpha_1-\varphi-\varrho)]-[\cos\alpha_2+\varphi-\varrho)-\varepsilon^{k+1}\cos(\alpha_1-\varrho)]}{\frac{1}{\varepsilon}-2\cos\varphi+\varepsilon}.$$

Substituind valorile r, s și ε cu excepția expresiei ε^k și făcînd calculele se obține relația generală pentru cazul frecării discontinue:

$$(2)\qquad F_{k+1}=\varepsilon^{k+1}F_0+\frac{qV^2}{g}(1-\varepsilon^{k+1})+\frac{qR}{\cos\frac{\varphi}{2}}\left[\sin\left(\alpha_2-2\rho+\frac{\varphi}{2}\right)-\right.$$

$$\left.-\varepsilon^{k+1}\sin\left(\alpha_1-2\varrho-\frac{\varphi}{2}\right)\right].$$

În această relație primul termen ține seama de forța minimă din ramurile organului flexibil, termenul al doilea, de influența forței centrifuge, iar cel de al treilea, de cea a greutății proprii.

Pentru aplicarea corectă a relației, trebuie respectată următoarea regulă de măsurare a unghiurilor α_1 și α_2:

Pentru cazul cînd sensul deplasării relative a organului flexibil este cel trigonometric, originea unghiurilor este cea trigonometrică, iar pentru cazul contrar, decalată cu π.

Sensul pozitiv de măsurare a unghiurilor α_1 și α_2 este sensul deplasării relative a organului flexibil.

Funcție de domeniul în care se aplică, relația se poate simplifica prin neglijarea unuia sau a doi din termeni.

Neglijîndu-se efectul forței centrifuge și a greutății proprii, se obține relația propusă de prof. V. T. Kostițin [1],

$$(3)\qquad F_{k+1}=\varepsilon^{k+1}F_0=\left[\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}\right]^{\frac{\alpha}{\varphi}+1}$$

utilizabilă în calculul rezistenței la rulare în curbe a transportoarelor cu lanțuri închise orizontal [1]), în calculul frînelor cu trei saboți [4],

1) În [2] se recomandă relația aproximativă $F_{k+1}=e^{w_0\alpha}F_0$.

sau a frînelor cu bandă prevăzută cu saboți. În această relație, φ este unghiul între razele ce determină poziția a două organe de reazem (saboți sau role) succesive, iar $\varrho = \operatorname{arctg} \mu$ — pentru saboți și $\varrho = \operatorname{arctg} w_0$ — pentru role.

Prin neglijarea efectului forței centrifuge, se obține o relație ce poate fi aplicată la determinarea forței de tracțiune la un transportor cu lanțuri, închis vertical, a unui transportor suspendat sau a unui escalator [2])

$$(4) \qquad F_{k+1} = \varepsilon^{k+1} F_0 + \frac{qR}{\cos\frac{\varphi}{2}} \left[\sin\left(\alpha_2 - 2\varrho + \frac{\varphi}{2}\right) - \varepsilon^{k+1} \sin\left(\alpha_1 - 2\varrho - \frac{\varphi}{2}\right) \right],$$

în care $\varepsilon^{k+1} = \left[\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} - \varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho\right)} \right]^{\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\varphi} + 1}$ unde $\varrho = \operatorname{arc\,tg} w_0$, w_0 fiind coeficientul de rezistență la rulare; φ — unghiul dintre razele ce determină poziția a două role consecutive; q — greutatea repartizată pe metru liniar a lanțului, a organelor purtătoare și eventual a sarcinii; R — raza de curbură; α_1 și α_2 unghiurile ce determină poziția rolelor extreme măsurate conform regulii stabilite.

În unele cazuri se poate neglija influența greutății proprii, în schimb, datorită vitezei mari a organului flexibil, trebuie luat în considerație efectul forței centrifuge; în acest caz relația devine:

$$(5) \qquad F_{k+1} = \varepsilon^{k+1} F_0 + \frac{qV^2}{g} (1 - \varepsilon^{k+1}),$$

formă sub care se poate aplica în calculul variatorului de viteză continuă cu conuri deplasabile, la care organul flexibil este o curea cu saboți [3]). În această relație, $\varepsilon^{k+1} = \left[\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} - \varrho'\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varrho'\right)} \right]^{\frac{\alpha}{\varphi} + 1}$, ϱ' fiind unghiul de frecare între saboți și con, ținînd seama de efectul de înpănare, φ — unghiul dintre razele ce determină poziția a doi saboți consecutivi, q — greutatea repartizată pe metru liniar a curelelor și saboților, V — viteza curelei și g — accelerația gravitației.

3. Frecare continuă

Frecarea continuă poate fi considerată ca un caz limită al frecării discontinue, cînd distanța între centrele a două organe de lucru suc-

2) Unele lucrări recomandă relații empirice [2], [5] sau aproximative [3].

3) În literatură [6], [7] se recomandă relația (3) care nu ia în considerație efectul forței centrifuge.

cesive tinde la zero; prin urmare pentru a obține relația generală pentru cazul frecării continue, este suficient să se găsească limita expresiei pentru cazul frecării discontinue [4]. Întrucît

$$\lim_{\varphi\to 0} \varepsilon^{k+1} = \lim_{\varphi\to 0}\left[\frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2}-\varrho\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}+\varrho\right)}\right]^{\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\varphi}+1} = e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)}$$

se obține final:

$$\lim_{\varphi\to 0} F_{k+1} = F = F_0\, e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)} + \frac{qV^2}{g}\left[1-e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)}\right] + \tag{6}$$

$$+qR\left[\sin(\alpha_2-2\varrho)-e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)}\sin(\alpha_1-2\varrho)\right].$$

Ca și în cazul frecării discontinue, relația conține trei termeni care țin seama, respectiv, de forța minimă din ramurile organului flexibil, de forța centrifugă și de greutatea proprie, putîndu-se particuliza prin neglijarea unuia sau a doi din termeni.

Neglijarea efectului forței centrifuge și a greutății proprii duce la cunoscuta relație a lui Euler $F=F_0\, e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)}$, care sub forma $F=F_0\, e^{\mu\alpha}$ se utilizează frecvent în calculul frînelor cu bandă a troliilor de ascensor, a cabestanelor, etc.

Prin neglijarea influenței greutății proprii se obține relația cunoscută în calculul transmisiilor prin curea [8]:

$$F = F_0\, e^{\mu\alpha} + \frac{qV^2}{g}\left(1-e^{\mu\alpha}\right). \tag{7}$$

Însfîrșit se pot ivi cazuri cînd e posibilă neglijarea efectului forței centrifuge dar e necesar a se lua în considerație efectul greutății proprii în acest caz relația devine

$$F = F_0\, e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)} + qR\left[\sin(\alpha_2-2\varrho)-e^{\mu(\alpha_2-\alpha_1)}\sin(\alpha_1-2\varrho)\right], \tag{8}$$

formă sub care se poate utiliza, de exemplu, în calculul forței de tracțiune necesare deplasării linealelor cardei.

Catedra de Organe de Mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor și a mașinilor*, Ed. Tehn., Buc., 1955, pp. 452–455.
2. Спиваковский А. О. и Дьячков В. К., **Транспортирующие машины**, Машгиз, Москва, 1955, стр. 32 и 149.
3. Бовин Г. М. и сотр., **Экскалаторы**, Машгиз, Москва, 1955, стр. 208–213.

4) Relația (6) se poate deduce și independent de relația (2).

4. Богданов Е. С. и Петухов П. З., **Тормозные устройства кранов**, Машгиз, Москва, 1952, стр. 128—130.
5. Петренко О. С., **Подвесной внутризаводский транспорт**, Машгиз, Москва, 1953, стр. 336.
6. Acerkan N. S., *Calculul şi construcţia maşinilor unelte*, Ed. Tehn., Buc., 1955, pp. 423—425.
7. Беляев В. Н. и сотр., **Детали машин**, ч. I, Машгиз, Москва, 1953, стр. 591.
8. Поляков В. С. и сотр., **Детали машин**, Машгиз, Москва, 1954, стр. 642—644.

ОБОБЩЕНИЕ ЗАКОНА ТРЕНИЯ ГИБКИХ ОРГАНОВ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ УЧАСТКАХ

(Резюме)

В компоновке разных видов машин являются и гибкие органы двигающиеся по криволинейным направляющим. В расчёте этих машин является часто обязательство вычисления натяжений в гибком органе, с учтением, кроме минимального натяжения, и собственного веса или центробежных сил. В специальной литературе, кроме закона Эйлера и проф. В. Т. Костицина, применимые только при пренебрежении центробежных сил и собственного веса, нет ещё правильного решения для второго случая (существующие выражения являются эмпирическими или приближенными).

В настоящей статье устанавливается зависимость между натяжениями, скользящего или качающего ходовыми роликами по дуге окружности расположенной в вертикальной плоскости, гибкого органа, учитывая влияние центробежной силы и собственного веса.

Уравнение выводится из общего случая, когда гибкий орган упирается (колодками или роликами) на ряд точек, равномерно расположенных по дуге окружности. Уравнение применимо, в частности, и для случая, когда гибкий орган упирается непревывно по всей дуге окружности.

Общее уравнение, приведенное к определённым частным случаям, может применяться в ряде задач из области расчёта машин; некоторые их частных видов общего уравнения являются новыми решениями соответствующих задач, (напр. тяговой расчёт пластинчатых конвейеров вертикально замкнутого типа, расчёт колодочно—ременных или цепных вариаторов с раздвижными конусами и. т. д.).

UNE GÉNÉRALISATION DE LA LOI DU FROTTEMENT DES ORGANES FLEXIBLES DANS DES RÉGIONS CURVILIGNES

(Résumé)

Dans la structure des diverses types de machines on trouve souvent des organes flexibles qui glissent sur des guidages curvilignes.

Dans le calcul de ces organes intervient souvent la nécessité de déterminer les tensions dans l'organe flexible, en tenant compte à coté de l'effort minime, du poids et des forces centrifuges.

Dans la littérature de spécialité on ne trouve, exceptant la relation d'Euler et celle de V. G. Kostitzine (valables seulement dans le cas où l'on peut négliger les forces centrifuges et le poids propre) que des relations empiriques ou aproximatives.

L'Auteur étudie le rapport entre les tensions d'un organe flexible à roulements soumis à glisser ou à osciller sur un arc de cercle situé dans un plan vertical. On tient compte de la force centrifuge et du poids propre.

L'équation établie correspond aux cas où l'organe flexible a pour support une suite de points distribués soit uniformément sur le cercle considéré ou bien d'une manière continue sur toute la longueur de celui-ci.

On souligne ensuite l'importance d'un nombre de cas particuliers qui conduisent à des solutions nouvelles dans certains domaines de la construction des machines (à savoir : dans le calcul de la traction des conveyeurs ou bien dans calcul des excalateurs, etc.).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

539.4

CONTRIBUŢIUNI LA GENERALIZAREA ECUAŢIEI FIBREI ELASTICE A BARELOR DREPTE

DE

VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, N. PREDA,
D. HORBANIUC şi P. AGACHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

În cazul grinzilor drepte cu moment de inerţie constant, încărcate cu sarcini transversale oarecare, ecuaţia diferenţială a axei deformate este:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=-M(x). \tag{1}$$

În acest caz momentul încovoietor într-o secţiune oarecare este $M(x)$, funcţie numai de abscisa x a punctului considerat. Integrînd ecuaţia (1) prin metoda Cauchy vom avea: a) soluţia y_1 a ecuaţiei omogene: $EIy_1=Ax+B$, b) soluţia particulară a ecuaţiei (1):

$$EIy_2=-\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt.$$

Pentru verificarea acestei soluţii calculăm derivata a doua în raport cu x şi o introducem în (1). Utilizînd formula cunoscută:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^x f(x,a)\,da=f(x,a)+\int_0^x \frac{\partial f(x,a)}{\partial x}\,da$$

avem:

$$EIy_2'=-\int_0^x M(t)\,dt \quad \text{şi} \quad Ey_2''=-M(x).$$

Se constată că ecuaţia este satisfăcută şi deci soluţia generală va fi

$$EIy = EI(y_1 + y_2) = -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt + Ax + B. \tag{2}$$

Se menţionează că x este abscisa punctului în care se cercetează axa deformată, iar t abscisa unui punct curent de pe grindă cuprins între O şi x în care se scrie expresia momentului încovoietor, axa Oy fiind îndreptată în jos.

Ecuaţia (2) care reprezintă axa deformată a unei grinzi drepte, cu moment de inerţie constant, încărcată cu forţe transversale oarecare, conţine numai două constante de integrare, indiferent de numărul cîmpurilor de pe grindă, precum şi de faptul dacă grinda este static determinată sau static nedeterminată, pe două sau mai multe reazime.

Remarcăm că în cazul cînd grinda este neîncărcată $EIy = Ax + B$, deoarece $M(x) = 0$, adică soluţia y_1 reprezintă axa deformată a grinzii neîncărcate, iar soluţia y_2 reprezintă influenţa pe care o are încărcarea asupra axei deformate.

Semnificaţia fizică a celor două constante de integrare se poate determina în felul următor:

Pentru $x = 0$ ecuaţia (2) devine $EIy_0 = B$ unde y_0 este ordonata în originea de coordonate a axei deformate.

Derivînd ecuaţia (2) în raport cu x avem $EIy' = -\int_0^x M(t)\,dt + A$.

Pentru $x = 0$ vom avea $EIy'_0 = EI \operatorname{tg} \varphi_0 = A$, unde φ_0 este rotirea axei deformate în originea axelor de coordonate. Ecuaţia (2) capătă forma

$$EIy = EI(x \operatorname{tg} \varphi_0 + y_0) - \int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt. \tag{3}$$

Remarcăm că avem $\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = S_{ox}$ unde S_{ox} reprezintă momentul static al suprafeţei diagramei momentelor încovoietoare de la O la x în raport cu secţiunea x.

Ecuaţia (3) poate fi scrisă:

$$y = y_0 + x \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{S_{ox}}{EI}, \tag{4}$$

care se obţine în cazul utilizării *metodei grafo-analitice* de integrare a ecuaţiei axei deformate.

Termenul din ecuaţia (3) ce depinde de încărcarea de pe grindă poate fi dezvoltat în serie Taylor în felul următor:

$$(5) \quad -\int_0^x M(t)(x-t)\,dt = \frac{(x-t)^2}{2!}M(t) + \frac{(x-t)^3}{3!}M'(t) + \cdots + \frac{(x-t)^n}{n!}M^{(n-2)}(t) + \cdots$$

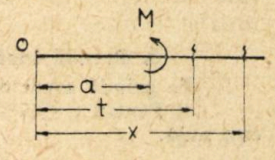
Expresia (5) capătă diferite forme, funcție de modul cum este încărcată grinda și anume:

1. Grindă încărcată cu un moment M (fig. 1).

Pe grindă avem două regiuni:

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t) = 0$ de asemenea și derivatele sale, de unde:

$$-\int_0^x M_1(t)\,(x-t)\,dt = 0.$$



b) Pentru $a < x$, $M_2(t) = -M$; $M_2'(t) = 0$, celelalte derivate fiind de asemenea nule.

Expresia (5) devine:

$$(6) \quad -\int_0^x M(t)(x-t)\,dt = \frac{(x-a)^2}{2}M.$$

Fig. 1

2. Grindă încărcată cu sarcină concentrată P (fig. 2).

Pe grindă avem două regiuni:

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t) = 0$, de asemenea și derivatele sale, încît avem:

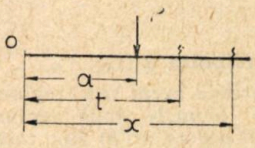


Fig. 2

$$-\int_0^x M_1(t)(x-t)\,dt = 0.$$

b) Pentru $a < x$, $M_2(t) = -P(t-a)$, $M_2'(t) = -P$, $M_2''(t) = 0$, de asemenea și celelalte derivate. Expresia (5) devine

$$(7) \quad -\int_0^x M(t)(x-t)\,dt = \frac{(x-a)^3}{3!}P.$$

3. Grindă încărcată cu un moment uniform repartizat m (fig. 3).

Pe grindă avem două regiuni:

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t) = 0$, de asemenea și derivatele sale, încît avem:

$$-\int_0^x M_1(t)(x-t) = 0.$$

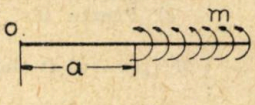


Fig. 3

b) Pentru $a < x$, $M_2(t) = -m(t-a)$, $M_2'(t) = -m$, $M_2''(t) = 0$, de asemenea și celelalte derivate. Expresia (5) devine:

$$(8) \quad -\int_0^x M(t)(x-t)\,dt = \frac{(x-a)^3}{3!}m.$$

4. Grindă încărcată parţial cu un moment uniform repartizat m (fig. 4).

Pe grindă avem trei regiuni. Pentru primele două regiuni ($0 < x < a$ şi $a < x < b$) sînt valabile expresiile de la punctul **3a** şi respectiv **3b**. Pentru regiunea $x > b$ putem proceda prin suprapunerea efectelor, adică să considerăm grinda din fig. 5, căreia îi vom aplica relaţia dedusă la punctul **3b**.

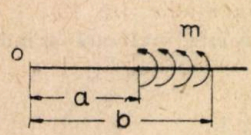


Fig. 4

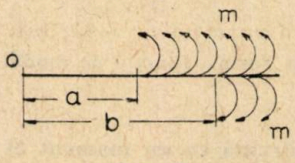


Fig. 5

Rezultă :

$$(9) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = \frac{(x-a)^3}{3!}\,m - \frac{(x-b)^3}{3!}\,m.$$

5. Grindă încărcată cu o sarcină uniform distribuită q (fig. 6).

Pe grindă avem două regiuni :

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t)$ şi derivatele sale sînt nule, încît şi expresia (5) este nulă.

b) Pentru $x > a$, $M_2(t) = -q\,\frac{(t-a)^2}{2}$, $M_2'(t) = -q\,(t-a)$, $M_2''(t) = -q$, $M_2'''(t) = 0$ de asemenea şi celelalte derivate. Expresia (5) devine :

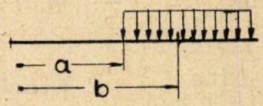


Fig. 6

$$(10) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = q\,\frac{(x-a)^4}{4!}.$$

6. Grindă încărcată parţial cu o sarcină uniform distribuită q (fig. 7).

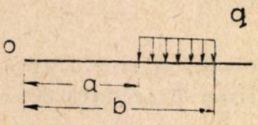


Fig. 7

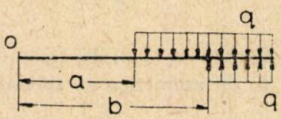


Fig. 8

Pe grindă avem trei regiuni. Pentru primele două regiuni ($0 < x < a$ şi $a < x < b$) sînt valabile expresiile deduse la punctul **5a** şi respectiv **5b**.

Pentru regiunea $x > b$ vom proceda prin suprapunerea efectelor considerînd grinda din fig. 8, căreia îi vom aplica relaţia (10). Rezultă

$$(11) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = q\,\frac{(x-a)^4}{4!} - q\,\frac{(x-b)^4}{4!}.$$

7. Grinda încărcată cu un moment repartizat triunghiular (fig. 9).

Pe grindă avem două regiuni :

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t)$, derivatele sale şi funcţia $-\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt$ sînt nule.

b) Pentru $x > a$, $M_2(t) = \frac{m\,(t-a)^2}{2}\,\frac{}{b-a}$, $M_2'(t) = -m\,\frac{t-a}{b-a}$, $M_2''(t) = -\frac{m}{b-a}$, $M_2'''(t) = 0$ de asemenea şi celelalte derivate. Expresia (5) devine :

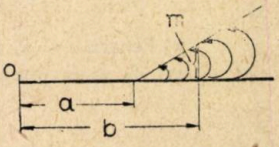


Fig. 9

(12) $$-\int_0^x M(t)(x-t)\,dt=\frac{m}{b-a}\frac{(x-a)^4}{4!}.$$

8. Grindă încărcată parțial cu un moment repartizat triunghiular (fig. 10).

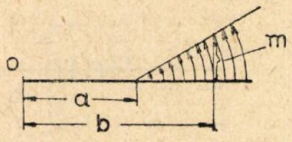


Fig. 10

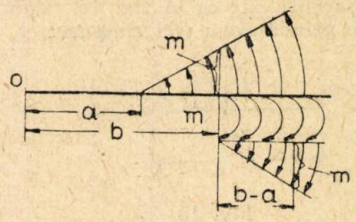


Fig. 11

Pe grindă avem trei regiuni. Pentru regiunile $0 < x < a$ și $a < x < b$ sînt valabile expresiile de la punctul **7**a, respectiv **7**b. Pentru regiunea $x > b$ vom considera grinda din fig. 11. Folosind relațiile (8) și (12) rezultă:

(13) $$-\int_0^x M(t)(x-t)\,dt=\frac{m}{b-a}\frac{(x-a)^4}{4!}-m\frac{(x-b)^3}{3!}-\frac{(x-b)^4}{4!}\cdot\frac{m}{b-a}.$$

9. Grindă încărcată cu o sarcină repartizată triunghiular (fig. 12).

Pe grindă avem două regiuni:

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t)$, derivatele sale și funcția $-\int_0^x M(t)(x-t)\,dt$ sînt nule.

b) Pentru $x > a$, $M_2(t)=-\frac{q}{b-a}\frac{(t-a)^3}{3!}$, $M_2'(\ )=$

$=-\frac{q}{b-a}\frac{(t-a)^2}{2!}$, $M_2''(t)=-\frac{q}{(b-a)}(t-a)$, $M_2'''(t)=-\frac{q}{b-a}$,

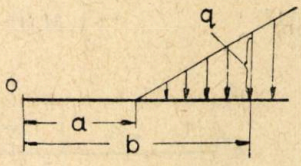


Fig. 12

$M_2^{IV}(t)=0$, de asemenea și celelalte derivate. Expresia (5) devine:

(14) $$-\int_0^x M(t)(x-t)\,dt=\frac{q}{b-a}\frac{(x-a)^5}{5!}.$$

10. Grindă încărcată parțial cu o sarcină repartizată triunghiular.

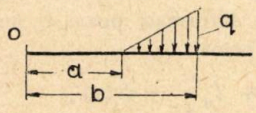


Fig. 13

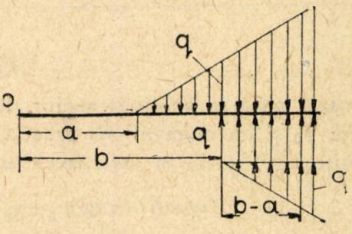


Fig. 14

A) Pe grindă avem trei cîmpuri (fig. 13). Pentru $0 < x < a$ și $a < x < b$ sînt valabile expresiile deduse la punctul **9**a respectiv **9**b. Pentru $x > b$ vom considera grinda din fig. 14.

Folosind relaţiile (10) şi (14) rezultă :

$$(15) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = \frac{q}{b-a}\frac{(x-a)^5}{5!} - q\frac{(x-b)^4}{4!} - \frac{q}{b-a}\frac{(x-b)^5}{5!}.$$

B) Sarcina este ca în fig. 15. Vom înlocui încărcarea cu una echivalentă ca în fig. 16. Pe grindă avem trei cîmpuri:

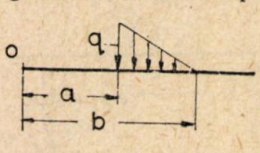


Fig. 15

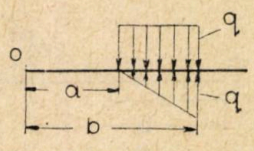


Fig. 16

a) Pentru $0 < x < a$, $M_1(t)$, derivatele sale şi funcţia $-\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt$ sînt nule.

b) Pentru $a < x < b$ aplicînd relaţiile (10) şi (14) rezultă:

$$(16) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = q\frac{(x-a)^4}{4!} - \frac{q}{b-a}\frac{(x-a)^5}{5!}.$$

c) Pentru $x > b$ aplicînd relaţiile (11) şi (15) rezultă :

$$(17) \qquad -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt = q\frac{(x-a)^4}{4!} - \frac{q}{b-a}\frac{(x-a)^5}{5!} + \frac{q}{b-a}\frac{(x-b)^5}{5!}.$$

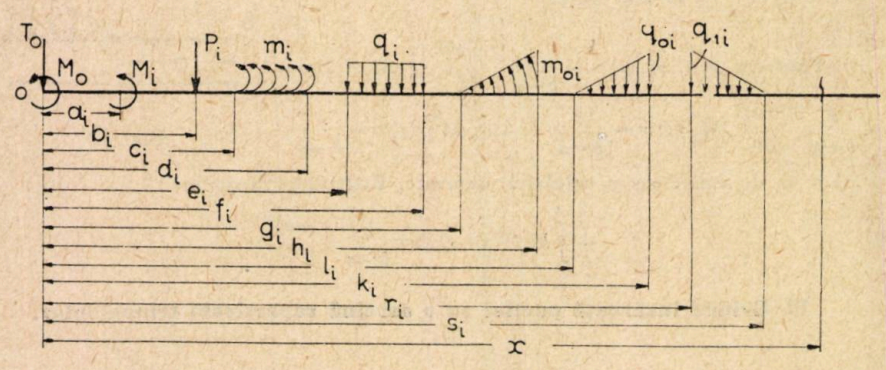


Fig. 17

În cazul cînd în originea axelor de coordonate avem o deplasare y_0, o rotire φ_0, o forţă T_0 şi un moment M_0 ecuaţia (3) a axei deformate poate fi pusă (cu ajutorul relaţiilor (6) şi (7) în care facem $a=0$) sub forma :

$$(18) \qquad EIy = EI\,(x\,\mathrm{tg}\,\varphi_0 + y_0) + M_0\frac{x^2}{2!} + T_0\frac{x^3}{3!} - \Phi(x),$$

unde s-a notat

$$\Phi(x) = -\int_0^x M(t)\,(x-t)\,dt,$$

adică *ecuația axei deformate în funcție de parametrii inițiali*, la care se ajunge și prin metoda K r î l o v.

Pentru o grindă cu încărcări oarecare ca în fig. 17 ecuația axei deformate într-o secțiune oarecare se poate scrie folosind relațiile (6)—(17) deduse mai sus și anume :

$$EIy = EI(y_0 + x \operatorname{tg} \varphi_0) + \frac{x^2}{2!} M_0 + \frac{x^3}{3!} T_0 + \sum_1^{n_1} P_i \frac{(x-a_i)^3}{3!} + \sum_1^{n_2} M_i \frac{(x-b_i)^2}{2!} +$$

$$+ \sum_1^{n_3} m_i \left[\frac{(x-c_i)^3}{3!} - \frac{(x-d_i)^3}{3!} \right] + \sum_1^{n_4} q_i \left[\frac{(x-e_i)^4}{4!} - \frac{(x-f_i)^4}{4!} \right] +$$

(19)

$$+ \sum_1^{n_5} m_{0i} \left[\frac{1}{h_i - g_i} \frac{(x-g_i)^4}{4!} - \frac{(x-h_i)^3}{3!} - \frac{1}{h_i - q_i} \frac{(x-h_i)^4}{4!} \right] + \sum_1^{n_6} q_{0i} \left[\frac{1}{k_i - l_i} \frac{(x-l_i)^5}{5!} - \right.$$

$$\left. - \frac{(x-k_i)^4}{4!} - \frac{1}{k_i - l_i} \frac{(x-k_i)^5}{5!} \right] + \sum_1^{n_7} q_{1i} \left[\frac{(x-r_i)^4}{4!} - \frac{1}{s_i - r_i} \frac{(x-r_i)^5}{5!} + \frac{1}{s_i - r_i} \frac{(x-s_i)^5}{5!} \right].$$

Remarcăm că relația (19) *constituie o generalizare a metodei K l e b s c h.*

Concluzii

1. Metoda de integrare folosită conduce la o formă (3) a ecuației axei deformate care particularizată ne dă ecuațiile axei deformate obținute prin metodele: grafo-analitică, parametrii inițiali (Krîlov) și Klebsch, deci constitue o generalizare a acestor metode.

2. La deducerea ecuației (3) și respectiv (19) nu s-a pus nici un fel de condiții asupra felului de rezemare a grinzii, deci relațiile de mai sus sînt valabile atît pentru sisteme static determinate cît și pentru sisteme static nedeterminate. Reacțiunile de rezemare, forțele și momentele intră în expresia generală ca orice încărcare exterioară.

3. Ecuația (19) în cazul grinzilor cu încărcări complicate, reduce foarte mult timpul necesar pentru calcul.

Catedra de Rezistența Materialelor

К ОБОБЩЕНИЮ УРАВНЕНИЯ УПРУГОЙ ЛИНИИ ПРЯМОЙ БАЛКИ

(Резюме)

Интегрированием, способом Коши, дифференциального уравнения второго рода упругой линии, получается новый вид уравнения оси прямой, с любыми нагрузкой и опорами балки постоянного сечения.

Полученное уравнение содержит в себе частные виды выведенные методами Крылова, Клебша и графо-аналитическим.

BEITRÄGE ZUR GLEICHUNGSVERALLGEMEINERUNG DER ELASTISCHEN LINIE DER GERADEN TRÄGER

(Zusammenfassung)

Durch Integrierung der Differentialgleichung zweiter Ordnung der elastischen Linie durch die Cauchysche-Methode, erhält man eine neue Form der Gleichung der deformierten Achse für gerade Träger, mit konstanten Trägheitsmoment, mit beliebigen Lasten belastet und von der Stützung des Trägers unabhängig.

Für Einzelfälle aus der bestimmten Gleichung erhält man jene Gleichungen die durch andere Methoden (Klebsch, graphisch-analytische, Krylow) bestimmt sind.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

539.4

APLICAREA METODEI PARAMETRILOR INIŢIALI LA CALCULUL SĂGEŢII GRINZILOR ÎNCOVOIATE ŢINÎND SEAMA DE FORŢELE TĂIETOARE

DE

M. DIACONU şi N. PREDA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

Deformaţiile grinzilor solicitate la încovoiere sînt rezultatul acţiunii atît a momentului încovoietor, cît şi a forţei tăietoare. Deşi în mod curent la determinarea săgeţilor se ţine seama numai de influenţa momentului încovoietor, totuşi sînt cazuri în care influenţa forţei tăietoare nu poate fi neglijată. În cele de mai jos, stabilim, prin metoda parametrilor iniţiali, o expresie generală—uşor de mînuit în calcul—pentru ecuaţia axei deformate a grinzilor drepte, de secţiune constantă, sub sarcini transversale situate într-un plan principal de inerţie, ţinînd seamă de momentul încovoietor şi forţa tăietoare. Se poate pleca de la ecuaţia diferenţială a axei deformate:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} + \frac{k}{GA} q(x), \tag{1}$$

în care $k = \frac{A}{I^2} \int \frac{S^2(z)\,dz}{b(z)}$.

Soluţia generală a ecuaţiei (1) se compune din soluţia generală a ecuaţiei omogene la care se adaugă o soluţie particulară a ecuaţiei neomogene. Prima este de forma:

$$y_1 = C_1 + C_2 x. \tag{2}$$

Pentru cea de-a doua, vom pleca de la considerentul că, dacă o ecuaţie diferenţială liniară neomogenă este de forma:

$$L(y) = V_1(x) + V_2(x) \tag{a}$$

şi dacă notăm cu $\Phi_1(x)$ şi $\Phi_2(x)$ respectiv soluţiile particulare ale ecuaţiilor:

(I) $L(y)=V_1(x)$, (II) $L(y)=V_2(x)$,

se obţine soluţia particulară a ecuaţiei (a) sub forma:

$$\Phi(x)=\Phi_1(x)+\Phi_2(x).$$

Deci soluţia generală a ecuaţiei neomogene (1) este:

(3) $$y=C_1+C_2x+\Phi_1(x)+\Phi_2(x).$$

Pe $\Phi_1(x)$ o punem sub forma $\Phi_1(x)=\frac{1}{EI}\int_0^x y_1(x-t)\,M(t)\,dt$, unde funcţia y_1 se va determina plecîndu-se de la soluţia (2) a ecuaţiei omogene, în care constantele arbitrare trebuie să satisfacă condiţiile lui Cauchy: $y_1(0)=0$; $y_1'(0)=1$, iar argumentul x se va înlocui prin $x-t$.

Astfel se obţine $\Phi_1(x)=\frac{1}{EI}\int_0^x (x-t)\,M(t)\,dt$.

Aceasta este funcţia de încărcare corespunzătoare momentului încovoietor şi are expresii diferite pe tronsoanele grinzii, funcţie de încărcările respective. Expresia $(x-t)\,M(t)\,dt$ reprezintă momentul unei suprafeţe elementare din diagrama de moment, în raport cu secţiunea situată la distanţa x (fig. 1).

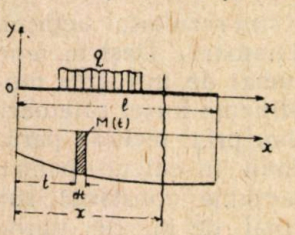


Fig. 1

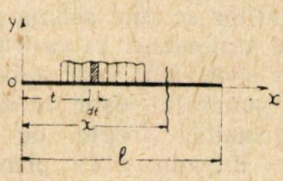


Fig. 2

Folosind acelaşi procedeu ca cel indicat mai sus, soluţia particulară $\Phi_2(x)$, ce reprezintă funcţia de încărcare corespunzătoare influenţei forţei tăietoare, se va prezenta sub forma

$$\Phi_2(x)=\frac{k}{GA}\int_0^x (x-t)\,q(t)\,dt.$$

Expresia $q(t)(x-t)\,dt$ reprezintă momentul unui element din suprafaţa încărcării, în raport cu secţiunea x (fig. 2).

Deci soluţia generală a ecuaţiei (1) se prezintă sub forma:

(4) $$y=C_1+C_2x+\frac{1}{EI}\int_0^x (x-t)\,M(t)\,dt+\frac{k}{GA}\int_0^x (x-t)\,q(t)\,dt.$$

Constantele C_1 şi C_2 se determină din condiţiile iniţiale: pentru $x=0$, $C_1=-y_0$ şi $\frac{dy}{dx}=-\varphi_0=C_2$.

Deoarece asupra modului de rezemare al grinzii nu s-a făcut nici o ipoteză, înseamnă că ecuația (4) este valabilă indiferent de natura reazemelor. Explicitarea funcțiilor de încărcare pentru diferite sarcini întîlnite curent în construcții, se face în cele ce urmează.

Funcția $\Phi_1(x)$. A fost explicitată pentru diferite încărcări de A. N. Krîlov, plecînd de la ecuația diferențială de ordinul IV a încovoierii. Pornind de la ecuația diferențială de ordinul II, nu se restrînge generalitatea raționamentelor, ci dimpotrivă se poate explicita $\Phi_1(x)$ și pentru sarcini necuprinse în expresia dată de Krîlov. Ca exemplu, vom lua cazul grinzii acționată de un moment încovoietor parțial uniform distribuit, între limitele $x=e$ și $x=f$ (fig. 3).

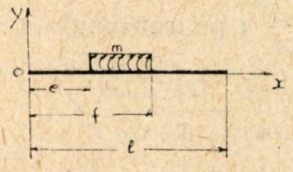


Fig. 3

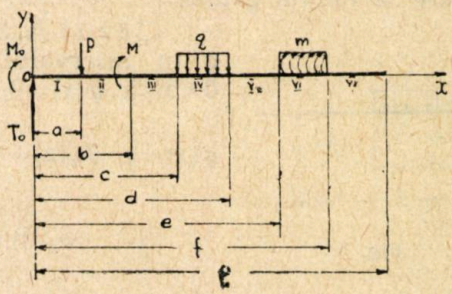


Fig. 4

În intervalul $0 \leqslant x \leqslant e$, $\Phi_1(x)=0$ și în intervalul $e \leqslant x \leqslant f$ avem $M(t)=m(t-e)$; atunci $\Phi_1(x)=\frac{1}{EI}\int_0^x (x-t)\,m\,(t-e)\,dt=\frac{m(x-e)^3}{3!\,EI}$; iar în intervalul $f \leqslant x \leqslant l$ avem $M=m(t-e)-m(t-f)$ și deci

$$\Phi_1(x)=\frac{1}{EI}\int_0^x (x-t)\,[m(t-e)-m(t-f)]\,dt=\frac{m(x-e)^3}{3!\,EI}-\frac{m(x-f)^3}{3!\,EI}.$$

Pentru cazul unei grinzi încărcată cu diverse sarcini, funcția $\Phi_1(x)$ se obține în același mod, însă prin calcule mai reduse decît în cazul folosirii ecuației diferențiale de ordinul IV.

De exemplu în cazul din fig. 4:

Cîmpul I: $0 \leqslant x \leqslant a$, $\Phi_1(x)=\frac{M_0 x^2}{2!\,EI}+\frac{T_0 x^3}{3!\,EI}$,

Cîmpul II: $a \leqslant x \leqslant b$, $\Phi_1(x)=\frac{M_0 x^2}{2!\,EI}+\frac{T_0 x^3}{3!\,EI}-\frac{P(x-a)^3}{3!\,EI}$,

Cîmpul IV: $c \leqslant x \leqslant d$, $\Phi_1(x)=\frac{M_0 x^2}{2!\,EI}+\frac{T_0 x^3}{3!\,EI}-\frac{P(x-a)^3}{3!\,EI}+\frac{M(x-b)^2}{2!\,EI}-\frac{q(x-l)^4}{4!\,EI}$,

Cîmpul VII: $f \leqslant x \leqslant l$,

$$\Phi_1(x) = \frac{M_0 x^2}{2!\,EI} + \frac{T_0 x^3}{3!\,EI} - \frac{P(x-a)^3}{3!\,EI} + \frac{M(x-b)^2}{2!\,EI} - \frac{q(x-c)^4}{4!\,EI} + \frac{q(x-d)^4}{4!\,EI} + \frac{m(x-e)^3}{3!\,EI} - \frac{m(x-f)^3}{3!\,EI}.$$

Funcţia $\Phi_2(x)$. Nu ne vom opri asupra momentelor concentrate sau distribuite, căci influenţa lor în funcţia de încărcare este cuprinsă de T_0, ci numai asupra încărcărilor ce aduc modificări valorii forţei tăietoare în lungul grinzii.

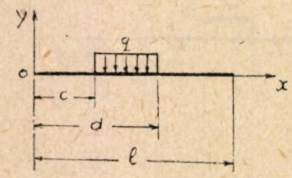


Fig. 5

Cazul A. Sarcină parţial uniform distribuită q în intervalul $c \leqslant x \leqslant d$ (fig. 5). Pe tronsonul $0 \leqslant x \leqslant c$, $q(x) = 0$, $\Phi_2(x) = 0$; pe tronsonul $c \leqslant x \leqslant d$, $q(x) = q$, $\Phi_2(x) = \frac{k\,q\,(x-c)^2}{2!\,GA}$; pe tronsonul $d \leqslant x \leqslant l$,

$$\Phi_2(x) = \frac{kq\,(x-c)^2}{2!\,GA} - \frac{kq\,(x-d)^2}{2!\,GA}.$$

Semnul sarcinilor este pozitiv atunci cînd acestea acţionează în jos.

Cazul B. Sarcină concentrată la distanţa $x = a$ (fig. 6).

Pentru $0 \leqslant x \leqslant a$, $q(x) = 0$, $\Phi_2(x) = 0$; pentru $a \leqslant x \leqslant l$ sarcina P o înlocuim cu una uniform distribuită pe o porţiune Δa, astfel încît $q.\Delta a = P$. În baza teoremei valorii medii a integralei, avem:

$$\Phi_2(x) = \int_a^{a+\Delta a} (x-t)\; q\,dt = \frac{kP}{GA}(x-a).$$

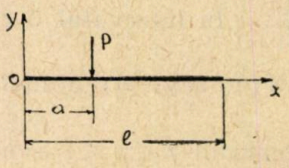


Fig. 6

Cazul C. Sarcină concentrată în origina axelor de coordonate (fig. 7). Acest caz este o consecinţă a celui precedent, cu observaţia că T_0 îşi exercită influenţa asupra întregii grinzi.

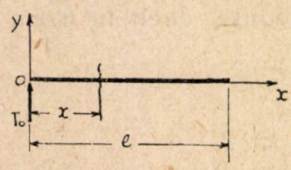


Fig. 7

Avem aşa dar $\Phi_2(x) = -\frac{kT_0}{GA}x$.

Cazul D. Sarcini concentrate sau uniform repartizate (eventual sarcini repartizate după o lege oarecare) şi forţă tăietoare T_0 în origina axelor de coordonate (fig. 8).

Funcţia de încărcare va avea următoarea formă:

Pe intervalul $0 \leqslant x \leqslant a$, $\Phi_2(x) = -\frac{kT_0}{GA}x$; pe intervalul $a \leqslant x \leqslant c$, $\Phi_2(x) = \frac{k}{GA}[-T_0 x + P(x-a)]$; pe intervalul $c \leqslant x \leqslant d$, $\Phi_2(x) = -\frac{kT_0}{GA}x +$

$+\frac{kP}{GA}(x-a)+\frac{kq}{2!\,GA}(x-c)^2$; pe intervalul $d \leqslant x \leqslant l$, $\Phi_2(x)=-\frac{kT_0}{GA}x+$

$+\frac{kP}{GA}(x-a)+\frac{kq}{2!\,GA}(x-c)^2-\frac{kq}{2!\,GA}(x-d)^2$.

Acum se poate scrie sub formă generală, ecuația algebrică a axei deformate pentru o grindă supusă la încovoiere, avînd în origine săgeata $-y_0$, panta $-\varphi_0$, forța tăietoare T_0 și momentul încovoietor M_0,

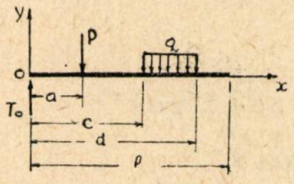


Fig. 8

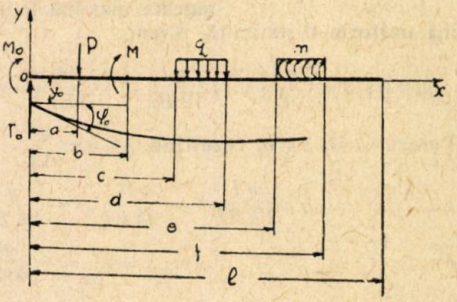


Fig. 9

încărcată ca în fig. 9, în cazul cînd ținem seama de influența momentului încovoietor și a forței tăietoare:

$$(5)\quad y=-y_0-\varphi_0 x+\frac{1}{EI}\left[\frac{T_0 x^3}{3!}+\frac{M_0 x^2}{2!}-\sum\frac{P(x-a_i)^3}{3!}+\sum\frac{M(x-b_i)^2}{2!}-\right.$$
$$\left.-\sum\frac{q(x-c_i)^4}{4!}+\sum\frac{q(x-d_i)^4}{4!}+\sum\frac{m(x-e_i)^3}{3!}-\sum\frac{m(x-f_i)^3}{3!}\right]+$$
$$+\frac{k}{GA}\left[-T_0 x+\sum P(x-a_i)+\sum\frac{q(x-c_i)^2}{2!}-\sum\frac{q(x-d_i)^2}{2!}\right].$$

Exemplul I. Să se găsească expresia săgeții și valoarea ei la mijlocul deschiderii, pentru o grindă simplă rezemată, încărcată cu o sarcină uniform distribuită.

Parametrii inițiali au valorile: $y_0=0$; $\varphi_0\neq 0$; $T_0=V_A=\frac{q\,l}{2}$; $M_0=0$.

Ecuația algebrică a axei deformate este:

$$y=-\varphi_0 x+\frac{q\,l}{2}\frac{x^3}{3!\,EI}-\frac{q(x-c)^4}{4!\,EI}-\frac{k\,q\,l}{2GA}x+\frac{k}{GA}\frac{q(x-c)^2}{2!}.$$

În cazul dat $c=0$, iar panta în origină se determină din condiția: $x=l$, $y=0$, deci $\varphi_0=\frac{q\,l^3}{24\,EI}$, încît ecuația axei deformate este $y=-\frac{q\,l^3}{24\,EI}x-\frac{k}{GA}\frac{q\,l}{2}x+\frac{q\,l}{12\,EI}x^3-$

$-\frac{q}{24\,EI}x^4+\frac{k\,q}{2GA}x^2$ iar $y_{\max}=y_{l/2}=-\frac{5\,q\,l^4}{384\,EI}-\frac{k\,q\,l^2}{8GA}$.

Exemplul II. Să se calculeze săgeata maximă pentru grinda din fig. 10.

Pe intervalul: $0\leqslant x\leqslant\frac{l}{2}$, $y=-\varphi_0 x-\frac{kT_0}{GA}x+\frac{T_0 x^3}{3!\,EI}$; însă $T_0=\frac{P}{2}$ și deci

$$y=-\varphi_0 x-\frac{k\,P}{2\,GA}x+\frac{P\,x^3}{12\,EI}.$$

Pe intervalul $\frac{l}{2} \leqslant x \leqslant l$, $y = -\varphi_0 x - \frac{k P}{2GA} x + \frac{kP}{GA}\left(x - \frac{l}{2}\right) + \frac{P x^3}{12EI} - \frac{P}{6EI}\left(x - \frac{l}{2}\right)^3$.

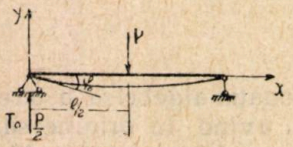


Fig. 10

Din condiţia $x = l$, $y = 0$ rezultă $\varphi_0 = \frac{P l^2}{16 EI}$, iar

$$y_{max} = y_{l/2} = -\frac{P l^3}{48EI} - \frac{k}{GA}\frac{P l}{4}.$$

Exemplul III. Se cere expresia liniei elastice şi săgeata maximă la o grindă dublu încastrată şi încărcată cu o sarcină uniform distribuită. Avem

$$\varphi_0 = 0;\ T_0 = \frac{q l}{2};\ y = \frac{q l}{12 EI} x^3 + \frac{M_0}{2EI} x^2 - \frac{q}{24 EI} x^4 - \frac{k}{GA}\frac{q l}{2} x + \frac{k q}{2GA} x^2.$$

Pentru $x = l$, $y = 0$, rezultînd $M_0 = -\frac{q l^2}{12}$.

Deci: $$y = \frac{q l}{12 EI} x^3 - \frac{q l^2}{24 EI} x^2 - \frac{q}{24 EI} x^4 - \frac{k q l}{2GA} x + \frac{k q}{2GA} x^2,$$

iar $$y_{max} = y_{l/2} = -\frac{q l^4}{384 EI} - \frac{k}{GA}\frac{q l^2}{8}.$$

În concluzie, se poate spune că expresia (5) este o generalizare a ecuaţiei parametrilor iniţiali a lui Krîlov, cînd se ţine seamă şi de influenţa forţei tăietoare, iar folosirea ei conduce la mecanizarea calculului săgeţilor pentru grinzi static determinate şi static nedeterminate.

Catedra de Rezistenţa Materialelor

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА ОСИ БАЛКИ МЕТОДОМ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ, ПРИНИМАЯ ВО ВНИМАНИЕ ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

(Резюме)

Исходя из уравнения изогнутой оси балки, имея в виду и влияние поперечной силы (1) при интегрировании получается выражение прогиба (3). Частные решения $\Phi_1(x)$ и $\Phi_2(x)$ выражены в функции от различных внешних действий представляют члены алгебраического уравнения изогнутой оси, имея в виду влияние изгибающего момента и поперечной силы. Для внешних нагрузок, показанных на рис. 9, общее выражение изогнутой оси имеет вид формулы (5). В представленной форме возможно, без осложнений, определить прогибы статических определяемых или неопределяемых балок, принимая во внимание и влияние поперечной силы.

L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DES PARAMÈTRES INITIALS À L'ÉTUDE DE LA DÉFORMATION DES POUTRES FLÉCHIES TENANT COMPTE DE L'ÉFORT TRANCHANT

(Résumé)

Les Auteurs établissent l'expression (3). de l'axe déformée en utilisant l'équation diferentielle (1) où on tient compte des moments fléchissants et des éforts tranchants. Les deux solutions particulières $\Phi_1(x)$ et $\Phi_2(x)$ explicitées pourdiverses charges transversales fréquentes dans les constructions, conduisent à l'expression de l'équation algébrique de l'axe deformée en considérant les moments fléchissants et les éforts tranchants. Pour les charges indiquées dans la fig. 9 l'éxpression générale de la ligne élastique du poutre est donnée par la formule (5). On arrive à élaborer une méthode unitaire du calcul des déformations des poutres fléchies, statiques et hyperstatiques, en considérant aussi l'influence des éforts tranchants.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

693.55

REALIZAREA STĂRII DE MEMBRANĂ LA UNELE CUPOLE DE REVOLUŢIE PRIN PRETENSIONAREA INELULUI DE BAZĂ

DE

ANATOLIE MIHUL şi CHIMON CAPATU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Realizarea stadiului de membrană la suprafeţe subţiri permite o folosire mai raţională a materialelor datorită asigurării unei repartizări uniforme a eforturilor pe secţiune. Înlăturarea totală a încovoierii şi a torsiunii la aceste suprafeţe, rezultate din încărcările obişnuite la exploatarea construcţiilor, nu este posibilă. Totuşi, prin adoptarea unor anumite forme la alcătuirea elementelor de construcţii, prin asigurarea unor măsuri constructive de rezemare, pentru anumite încărcări, eforturile rezultate din încovoiere şi torsiune pot fi reduse la valori neînsemnate, practic putînd fi neglijate.

Soluţia cea mai potrivită pentru o suprafaţă subţire din beton armat va corespunde acelei construcţii pentru care eforturile ce iau naştere în diferite secţiuni vor fi de compresiune şi vor varia cît mai uniform pe secţiunile considerate după diferite direcţii. Realizarea unei astfel de construcţii asigură folosirea mai raţională a betonului, care nu este capabil să preia decît eforturi neînsemnate de întindere faţă de eforturile de compresiune. Totodată cantitatea de armătură necesară se micşorează simţitor obţinîndu-se economii însemnate.

În cele ce urmează vom analiza posibilitatea alcătuirii unor suprafeţe de revoluţie sub formă de cupole la care se poate realiza starea de tensiune arătată mai sus prin pretensionarea inelului de bază.

Eforturile ce apar la o cupolă de revoluţie cu o singură margine (fără luminator), generată de o curbă meridiană oarecare prin rotirea acesteia în jurul unui ax, în cazul cînd se asigură stadiul de membrană, se reduce la N_1—efort dirijat după tangenta la curba meridiană, normal pe secţiunea obţinută prin intersecţia cupolei cu un plan perpendicular pe axul de rotaţie şi N_2—efort dirijat după tangenta la paralel, normal pe secţiunea obţinută prin intersecţia cupolei cu un plan ce conţine axul de rotaţie.

Aceste eforturi se pot calcula [1] cu relaţiile de mai jos obţinute din condiţiile de echilibru ale forţelor şi anume (fig. 1 şi 2),

(1)
$$N_1 = \frac{1}{R_2 \sin^2 \vartheta} \int_0^{\vartheta} (q_2 \cos \vartheta - q_1 \sin \vartheta) R_1 R_2 \sin \vartheta \, d\vartheta$$

şi

MUSZAKI KÖNYVTÁR 1848 BUDAPEST

$$(2) \qquad N_2 = q_2 R_2 - \frac{1}{R_1 \sin^2 \vartheta} \int_0^{\vartheta} (q_2 \cos \vartheta - q_1 \sin \vartheta) R_1 R_2 \sin \vartheta \, d\vartheta,$$

în care R_1 şi R_2 — razele de curbură ale suprafeţei mediane a cupolei corespunzătoare punctului M_1 în care se scriu eforturile q_1 — componenta după tangenta la meridian, provenită din sarcinile exterioare, q_2 — componenta normală, iar ϑ — unghiul pe care-l face raza R_2 cu axa de rotaţie.

Expresiile după care se pot calcula razele de curbură sînt:

$$(3) \qquad R_1 = \frac{R_0}{(1+\gamma \sin^2 \vartheta)^{3/2}} \quad \text{şi} \quad (4) \qquad R_2 = \frac{R_0}{(1+\gamma \sin^2 \vartheta)^{1/2}}$$

în care R_0 este raza de curbură corespunzătoare lui $\vartheta = 0$, iar γ depinde de natura curbei meridiane avînd valorile: pentru cerc $\gamma = 0$, pentru parabolă $\gamma = -1$, pentru elipsă $\gamma = \frac{a^2}{b^2} - 1 = \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2} - 1$.

După cum rezultă din relaţiile (1) şi (2) variaţia eforturilor N_1 şi N_2 este funcţie de încărcarea exterioară şi de natura curbei meridiane. Mărimea eforturilor depinde de săgeata şi deschiderea cupolei.

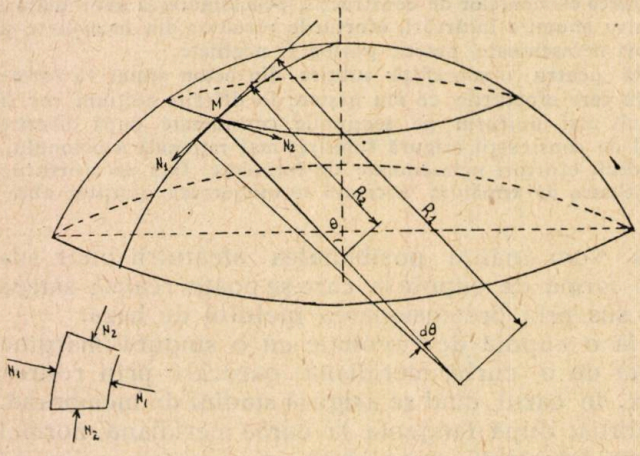


Fig. 1

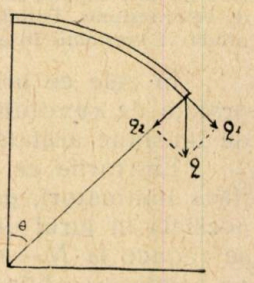


Fig. 2

Săgeata şi deschiderea cupolei sînt impuse în mod obişnuit de condiţiile unei exploatări raţionale a spaţiului acoperit, iar curba meridiană se alege de proiectant în aşa fel încît să se obţină soluţii cît mai economice.

Soluţia optimă pentru o cupolă de deschidere şi săgeată dată va corespunde acelei construcţii la care eforturile din încovoiere vor fi neînsemnate, repartiţia eforturilor N_1 şi N_2 după meridian şi paralel va prezenta variaţii cît mai mici, iar natura acestor eforturi va fi de com-

presiune; totodată forma aleasă a cupolei va permite o execuție simplă a cofrajului și a armăturii. La aprecierea avantajelor și dezavantajelor pe care le prezintă diferite soluții ce se pot adopta se va ține seamă și de construcția inelului de reazem.

La cupolele de revoluție folosite curent în practica construcțiilor, pentru încărcări obișnuite provenite din greutatea proprie, greutatea învelitorii sau a stratului de izolație, încărcarea din zăpadă, presiunea vîntului, presiunea apei sau a pămîntului care variază continuu și sînt aplicate simetric față de axul cupolei, perturbarea stadiului de membrană, nu poate fi produsă decît de condițiile de rezemare ale pînzei pe inelul de reazem. Acest inel, care susține pereții cupolei, este solicitat la forțele verticale V și împingerile orizontale H, rezultate din descompunerea efortului N_1^0 după cele două direcții (fig. 3).

Componenta orizontală dă naștere la efortul de întindere T dirijat după tangenta la axa inelului a cărui valoare se determină cu relația

$$T=\frac{Hl}{2}=\frac{N_1^0 l\cos\vartheta_0}{2}.$$

În inelul imediat superior al peretelui cupolei apar eforturi N_2 (v. relația (2)) care acționează după aceeași direcție după care acționează și eforturile T.

Realizarea stadiului de membrană este asigurată numai în cazul cînd deformațiile produse de efortul T în inelul de reazem sînt egale cu deformațiile produse de efortul N_2^0 în inelul imediat superior al peretelui cupolei. Dacă aceste deformații nu rezultă a fi egale înseamnă că tensiunile ce se produc nu corespund stadiului de membrană și în consecință apar eforturi suplimentare, calculul eforturilor trebuind să se facă în stadiul de încovoiere.

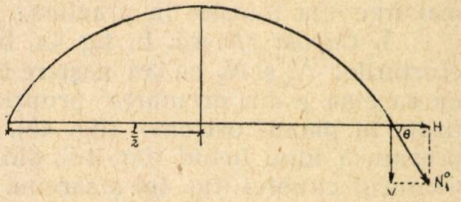


Fig. 3

Starea de membrană se poate asigura deci, alegînd în așa fel secțiunea A_i a inelului de bază încît deformațiile celor două inele să satisfacă egalitatea $\Delta l_0=\Delta l_i$, în care Δl_i reprezintă deformația totală a inelului de susținere a cupolei corespunzătoare stadiului de membrană, iar Δl_0 reprezintă deformația totală a inelului imediat superior inelului de bază al plăcii cupolei.

Înlocuind pe Δl_0 și Δl_i în funcție de elementele geometrice ale secțiunilor și eforturilor ce acționează cele două inele, obținem:

$$\frac{l N_1^0}{2 E_{\text{inel}} A_i}\cos\vartheta=\frac{N_2^0}{E_{\text{cupola}}\,\delta}$$

de unde rezultă secțiunea inelului de bază

$$A_i = \frac{N_1^0 E_{\text{cupolă}}}{N_2^0 E_{\text{inel}}} \frac{l\,\delta}{2} \cos\vartheta_0, \tag{5}$$

în care l—deschiderea cupolei, $E_{\text{cupolă}}$—modulul de elasticitate al materialului din care este alcătuită placa, E_{inel}—modulul de elasticitate al materialului din care este alcătuit inelul de bază, iar δ—grosimea pereţilor cupolei.

Analizînd relaţia (5) se pot constata următoarele inconveniente pe care le prezintă cupolele alcătuite în mod obişnuit:

a) Starea de membrană nu se poate realiza decît în cazul cînd săgeata cupolei este mai mare decît înălţimea cuprinsă între planul corespunzător împingerilor maxime şi planul tangent la cheia cupolei. Pentru săgeţi mai mici, datorită faptului că eforturile N_2 sînt de compresiune, iar eforturile T de întindere, oricît am mări secţiunea inelului de bază, egalarea deformaţiilor corespunzătoare stadiului de membrană nu este posibilă.

b) Pentru unele încărcări pentru care eforturile N_2 sînt numai compresiuni, starea de membrană nu poate fi realizată.

c) Secţiunea inelului de bază va fi cu atît mai mare cu cît eforturile N_2^0 sînt mai mari iar eforturile N_1^0 sînt mai mici. La cupole a căror naştere coincide cu inelul unde se produc împingeri H maxime, pentru a se realiza stadiul de membrană, secţiunea inelului trebuie să fie infinită.

d) La cupolele de revoluţie la care s-a realizat starea de membrană, pereţii cupolei sub inelul împingerilor maxime sînt solicitaţi la eforturi de întindere.

Să analizăm toate aceste inconveniente în cîteva din cazurile cele mai frecvent folosite în practică:

1. *Cupola sferică.* În fig. 4a, b, c, d, e, şi f, (pl. I) s-au dat variaţiile eforturilor N_1 şi N_2 ce iau naştere în pereţii unei cupole sferice încărcată cu sarcina g din greutatea proprie (fig. 4a), sarcina p uniform repartizată în planul orizontal (fig. 4b), sarcina $p\cos\vartheta$ (fig. 4c), sarcina din presiunea unui lichid (fig. 4d), din sarcina γh verticală repartizată după conturul cupolei (fig. 4e) şi sarcina $\omega \sin\vartheta$ din presiunea vîntului (fig. 4f). Cercetînd variaţia stărilor de tensiune ce apar la cupola sferică din diferite încărcări exterioare rezultă:

a) Starea de membrană nu se poate realiza pentru încărcarea cupolei cu sarcini provenite din presiunea lichidului care ar acţiona pe partea concavă a cupolei (fig. 4d).

Pentru săgeţi obişnuite cuprinse între 1/6 ... 1/10 din deschidere, nu se poate realiza stadiul de membrană pentru nici o încărcare prezentată în fig. 4. (Pentru sarcina g, stadiul de membrană se poate realiza numai pentru săgeţi $f > 1/4$ din deschidere, pentru sarcina p numai pentru $f > l/4{,}5$ pentru sarcina $p\cos\vartheta$ numai pentru $f > l/5{,}5$, etc.).

c) Pentru săgeţi mai mari decît înălţimea dintre planul împingerilor şi planul tangent la cheie se poate realiza stadiul de membrană, dimensiunile inelului de bază rezultînd cu atît mai mari cu cît ne apropiem de inelul în care împingerile sînt maxime, deci cu cît săgeata este mai mică în raport cu deschiderea.

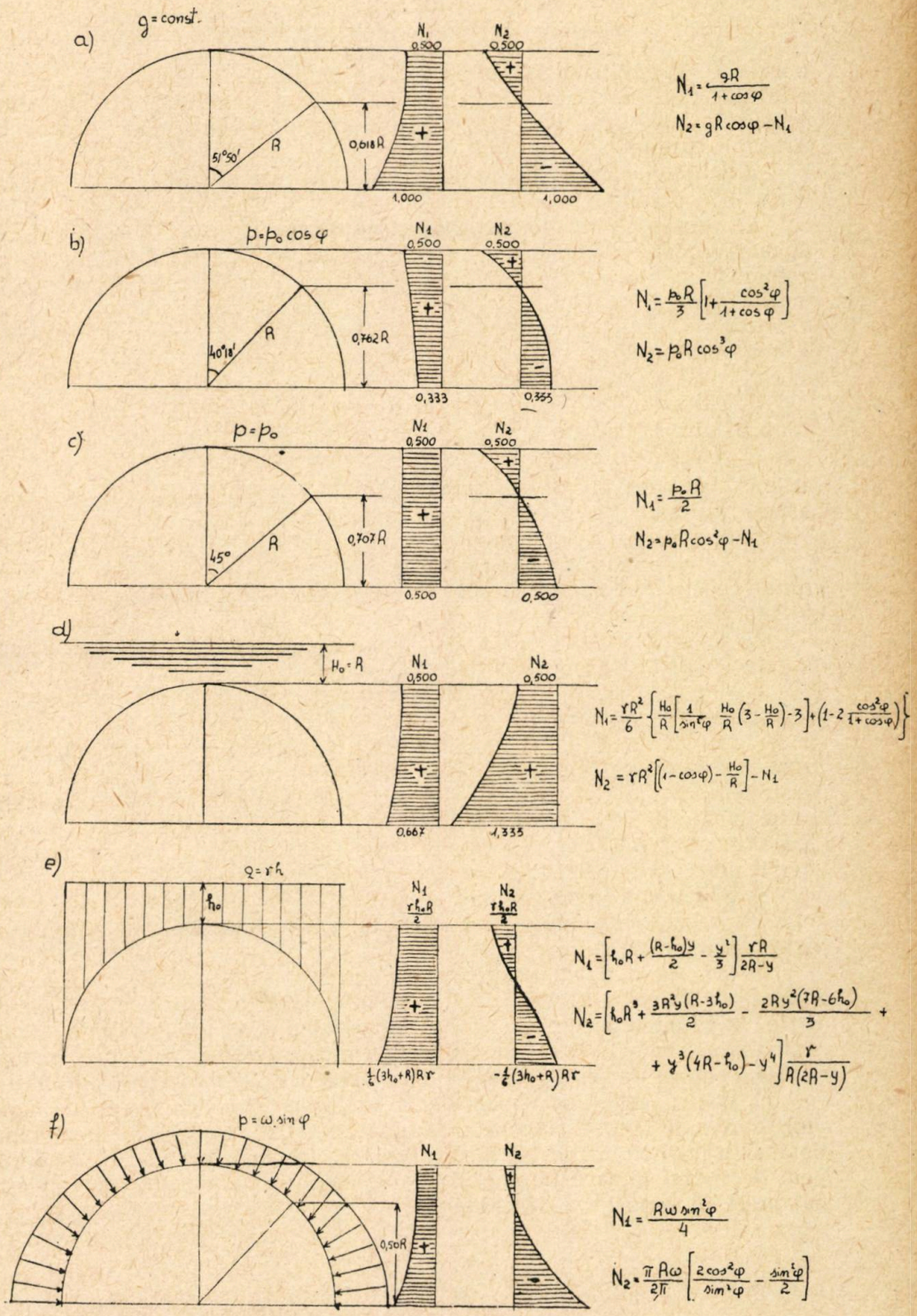


Fig. 4

PLANŞA I

d) În general variația eforturilor după meridian și paralel nu este mare, mai cu seamă pentru înălțimi mici ale săgeții cupolei ceea ce ne permite să realizăm o placă cu variații mici ale grosimii sau chiar cu o grosime constantă.

e) Atît inelul de bază, în cazul realizării stadiului de membrană, cît și inelul superior acestuia din placa cupolei pînă la inelul corespunzător eforturilor $N_2=0$ sînt solicitate la întindere.

f) Soluția economică s-ar putea obține pentru cazul cînd săgeata cupolei ar fi mai mică decît înălțimea de la cheie pînă la planul corespunzător împingerilor maxime, dacă s-ar putea asigura printr-un mijloc oarecare stadiul de membrană.

2. *Cupola parabolică.* Pentru o cupolă generată de o parabolă se poate constata că, de exemplu, pentru sarcina provenită din greutatea proprie, stadiul de membrană se poate realiza pentru săgeți ce depășesc mult pe cele ce se aplică în practică (fig. 5). Din diagramele de repartiție a eforturilor N_1 și N_2 se constată că eforturile la astfel de cupole sînt bine echilibrate mai cu seamă pentru porțiunea ce depășește planul corespunzător inelului în care $N_2=0$.

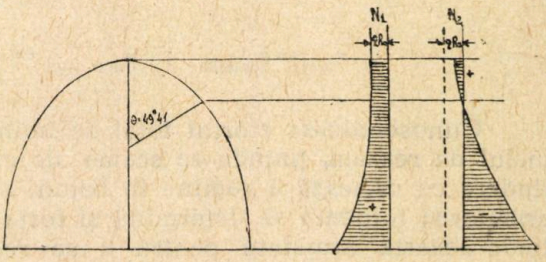


Fig. 5

Rezultă că la cupolele parabolice încărcate cu o sarcină de natura greutății proprii, s-ar putea folosi rațional materialele în cazul cînd starea de membrană ar putea fi realizată pentru săgeți mai mici decît distanța cuprinsă între planul tangent la cheia cupolei și cel ce trece prin inelul corespunzător împingerilor maxime.

3. *Cupola eliptică.* Din diagrama de repartiție a eforturilor N_1 și N_2 (fig. 6) se poate ușor observa că realizarea stadiului de membrană pentru săgeți folosite în mod obișnuit în practică, în general, este posibilă.

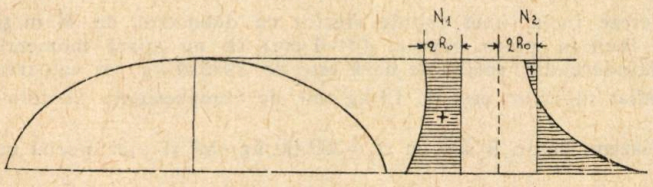


Fig. 6

Dezavantajul acestei forme constă în aceea că eforturile după meridian și mai cu seamă cele după paralel sînt incomparabil mai mari decît cele rezultate la cupola sferică și cea parabolică pentru aceleași deschidri și aceleași săgeți. Eforturile, mai cu seamă după paralel, cresc mult, necesitînd îngroșarea secțiunii plăcii, în special în vecinătatea nașterii.

Din aceste cîteva exemple rezultă că neajunsurile pe care le prezintă cupolele alcătuite în mod obișnuit constau în aceea că stadiul de

membrană nu se poate realiza decît în anumite cazuri care în general nu corespund unor soluţii avantajoase în ceea ce priveşte exploatarea raţională a spaţiului acoperit. De asemenea, eforturile ce apar în inelele din vecinătatea naşterii cupolelor, sînt de întindere, ceea ce face ca betonul să nu fie folosit în bune condiţiuni.

Dezavantajele pe care le prezintă cupolele alcătuite după metodele cunoscute astăzi se pot elimina prin precomprimarea inelului de reazem, în aşa fel încît deformaţiile care iau naştere datorită efortului N_2^0 în inelul de margine al pînzei subţiri să fie egale cu deformaţiile ce vor apare în inelul de reazem. Ordinea de calcul este următoarea:

Se determină eforturile N_1 şi N_2 la cupolă în diferite secţiuni aşa cum starea de membrană ar fi asigurată. Apoi se calculează rezistenţa ce trebuie să apară în inelul de bază al cupolei sub acţiunea sarcinilor exterioare, din condiţia de egalitate a deformaţiilor

$$\varepsilon_{\text{inel}} = \varepsilon_{\text{cupolă}} \quad ; \quad \sigma_{\text{nec. inel}} = \frac{N_2}{\delta\, 100} \cdot \frac{E_{\text{inel}}}{E_{\text{cupolă}}} .$$

Cunoscîndu-se efortul total de întindere pe care trebuie să-l preia inelul de reazem, ţinîndu-se seama de efortul de compresiune sau întindere ce urmează a rămîne în beton, se dimensionează secţiunea de armătură; totodată se determină şi forţa cu care urmează a se preîntinde această armătură pentru a se realiza pretensionarea necesară. Secţiunea inelului de bază trebuie să fie aşa fel aleasă încît să fie capabilă de a prelua efortul de compresiune ce-i revine din pretensionare.

Pentru împiedecarea apariţiei unor eforturi suplimentare datorită rotirii inelului (care sînt însă neînsemnate ca mărime faţă de cele ce apar datorită deplasării inelului), se poate efectua o pretensionare variabilă ca efect pe înălţimea inelului.

Pretensionarea inelului se face după ce betonul s-a întărit, folosind metodele cunoscute aplicate la pretensionarea inelelor rezervoarelor.

Exemplu

Se cere să se proiecteze inelul unei cupole sferice cu diametrul de 38 m şi săgeata de 3,8 m în aşa fel încît în placa cupolei ($\delta = 4$ cm) să nu apară momente încovoietoare. Efortul de întindere din inelul de bază este de 294000 kg iar valoarea efortului N_2^0 din inelul imediat superior este de 13 kg/cm² de compresiune. Se folosesc ca materiale:

a) pentru inelul de reazem, beton B 400 cu $E_b = 380000$ kg/cm² şi oţel special cu $\sigma_{rr} = 18000$ kg/cm²,

b) pentru pereţii cupolei, beton B 170 cu $E_b = 260000$ kg/cm² şi oţel obişnuit OL 38.

Se alege secţiunea inelului de reazem de 40/90 cm armată cu $A_{f0} = 7{,}8$ cm², armătură obişnuită constructivă.

Efortul unitar de compresiune în inelul de bază trebuie să ajungă, pentru încărcarea maximă a cupolei, la

$$\sigma_{\text{inel}} = \frac{E_{\text{inel}}\, \sigma_{\text{cupolă}}}{E_{\text{cupolă}}} = \frac{N_2^0\, E_{\text{inel}}}{\delta . 100\, E_{\text{cupolă}}} = \frac{13 \times 100 \times 380000}{4 \times 100 \times 260000} = 4{,}8 \text{ kg/cm}^2 .$$

Secțiunea de armătură preîntinsă :

$$A_f = \frac{294000 \times 15}{18000 \times 0{,}65} = 38 \text{ cm}^2.$$

Adoptînd notațiile : σ_{ac}—efort de control din armătură, σ_p—pierderi în armătură ($\sigma_p = 1000$ kg/cm²), σ_{st}—pierderi din efortul armăturii prin strivirea betonului, σ_{a1}—efortul de preîntindere în armătură înainte ca secțiunea precomprimată să fie supusă solicitărilor exterioare, σ_{b1}—efortul de precomprimare în beton, înainte de a fi supus la sarcini exterioare, $\sigma_{b\,\max}$—efort de precomprimare maximă în beton, avem :

$$\sigma_{st} = \frac{0{,}2.E_a.2}{L} = \frac{0{,}2 \times 1800000 \times 2}{\pi \times 380} = 60 \text{ kg/cm}^2 \approx 100 \text{ kg/cm}^2 ;$$

$$\sigma_{a1} = \sigma_{ac} - \sigma_p - \sigma_{st},\ \sigma_{ac} < 0{,}65\ \sigma_{rr} = 11700 \text{ kg/cm}^3 .$$

Dacă se ia $\sigma_{ac} = 10800$ kg/cm², atunci $\sigma_{a1} = 10800 - 1000 = 9700$ kg/cm³ iar

$$\sigma_{b\max} = \frac{A_f \sigma_{ac}}{A_b + n A_{f0}} = \frac{38 \times 10800}{380 + 4{,}7 \times 7{,}85} = 106 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{cr} = \frac{E \delta^2}{1{,}56 R^2} = \frac{380000 \times 40^2}{1{,}56 \times 1900^2} = 107 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{și } \sigma_{b1} = \frac{A_f \cdot \sigma_{a1}}{A_b + n A_{f0}} = \frac{38 \times 9700}{380 + 4{,}7 \times 7{,}8} = 98 \text{ kg/cm}^2.$$

Sub sarcină

$$\sigma_b = \sigma_{b1} - \frac{N_f}{A_i},\ N_f = c_f N_{\text{inel}} = c_f N_1^0 \frac{l}{2} \cos\theta_0 = c_f N_1^0 \frac{z}{R} \cdot \frac{l}{2} = 1{,}2 \times 16700 \times \frac{45{,}7}{49{,}5} \times 19 = 352000 \text{ kg},$$

$$\sigma_b = \sigma_{b1} - \frac{N_f}{N_b + n(A_{f0} + A_f)} = 6 \text{ kg/cm}^2 \text{ compresiune} ;$$

$$\sigma_a = \frac{n N_f}{A_b + n(A_{f0} + A_f)} + \sigma_{a1} = 10127 \text{ kg/cm}^2 .$$

Secțiunea inelului și secțiunea armăturii sînt bine alese. În această situație placa cupolei va prelua numai eforturi de compresiune dezvoltate atît după paralel cît și după meridian, iar efortul de întindere din inelul de bază va fi preluat de armătura postîntinsă care este folosită la limită.

Catedra de Beton

BIBLIOGRAFIE

1. Mihul A., Preda N. și Ciobotaru V., Teoria și Practica Construcțiilor, 1955, Litografia Inst. Polit. Iași.
2. Новожилов В. В., Теория тонких оболочек, Москва, Судпромгиз, 1951.
3. Pucher Adolf, *Lehrbuch des Stahlbetonbaues*, Springer-Verlag, Wien, 1953.

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ БЕЗМОМЕНТНЫХ ОБОЛОЧЕК НЕКОТОРЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КУПОЛОВ ВРАЩЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ КОЛЬЦА ОСНОВАНИЯ

(Резюме)

Куполы, которые употребляются в строительной практике, вообще выполняются меньшими стреламн чем высота между плоскостью соответствующей максимальному давлению и плоскостью касательной в ключе купола.

На такого рода оболочках осуществляется безмоментное состояние только при помощи применения определённых специальных меридианных кривых.

Для обыкновенных кривых, как круг и парабола, безразлично как бы не увеличивалось поперечное сечение кольца основания—безмоментное состояние оболочки нельзя реализовать.

В настоящей работе авторы показывают возможность получить безмоментное состояние на любом куполе вращения, нагружённого симметрическими тяжестями при наличии предварительного напряжения кольца основания.

Сечение кольца основания и усилие которое необходимо приложить для растяжения арматуры вычисляется таким образом чтобы было выполнено условие.

$$\varepsilon \text{ кольцо} = \varepsilon \text{ купол.}$$

Для данной деформации оболочки, при известной нагрузке и толщине оболочки, можно определить величину напряжения, которое необходимо создать в кольце основания таким образом чтобы было выполнено безмоментное состояние.

Напряжение в кольце основания вычисляется по уравнению

$$\sigma = \frac{N_2}{\delta\ 100} \cdot \frac{E \text{ кольцо}}{E \text{ купол}}.$$

Этим способом можно реализовать куполы, с обыкновенными стрелами (средняя поверхность которых образована вращением дуги круга, параболы или какой нибудь другой кривой) у которых напряжение было бы сжатием равномерно распределённым по сечению. Выгодность такого рода построек известна.

LA RÉALISATION DE L'ÉTAT DE MEMBRANE DES COUPOLES DE RÉVOLUTION EN BETON ARMÉ PAR LA PRÉTENSION DE L'ANNEAU DE BASE

(Résumé)

Dans la pratique des constructions on emploie en général des coupoles ayant des flèches plus petites que l'hauteur entre le plan correspondant aux plus grandes poussées et le plan tangent à la clef de la coupole.

La réalisation de l'état de membrane n'est pas possible pour telles surfaces que par l'emploi des courbes méridiennes spéciales. Pour les courbes habituelles (cercle, parabole), les parois de la coupole souffrent une flexion malgré tout agrandissement de la section transversale de l'anneau de base.

Les Auteurs indiquent la voie de la réalisation de l'état de membrane pour toutes les coupoles de révolution chargées simmétriquement par une prétension convenable de l'anneau de base. On peut réaliser donc des coupoles avec des flèches communes, dont la surface médiane este générée par un arc de cercle, de parabole ou d'autres courbes et dont les efforts tangents aux méridiens et aux paralèlles ne sont que des compressions uniformément distribuées sur la section transversale. On aboutit donc aux avantages connus.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

625 814.3

PROPUNERI DE AMELIORARE A BALASTURILOR DE MOLDOVA ŞI SIRET ÎN VEDEREA LUCRĂRILOR RUTIERE

DE

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN şi GH. DIMA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Directivele Congresului al II-lea PMR cu privire la cel de al II-lea plan cincinal de dezvoltare a economiei naţionale din RPR pun în faţa oamenilor de ştiinţă, ingineri şi tehnicieni din construcţii şi din transporturi, sarcini de mare răspundere. Astfel, în ce priveşte transporturile publice cu autovehicule, Directivele prevăd că ele îşi vor spori parcul de maşini cu peste două ori şi se subliniază în mod deosebit că îmbunătăţirea şi modernizarea reţelei noastre de drumuri constituie un obiectiv important al planului cincinal, în care se vor executa lucrări de drumuri cu un volum de trei ori mai mare ca în primul cincinal.

Reducerea sistematică a preţului de cost este o sarcină de bază din planul cincinal. În construcţii reducerea preţului de cost va trebui să fie de cel puţin 20% faţă de 1955, ceea ce se va putea realiza atît pe baza creşterii productivităţii muncii cît şi prin folosirea materialelor ieftine, prin reducerea cheltuielilor de aprovizionare şi de transport a acestor materiale.

În legătură cu aceasta trebuie întreprinse studii, cercetări şi calcule tehnico-economice pentru descoperirea de noi surse de materiale şi pentru îmbunătăţirea materialelor locale.

Dacă problema folosirii judicioase a resurselor locale de materiale este de mare importanţă în toate ramurile de construcţii, ea devine o condiţie primordială în cazul construcţiei şi întreţinerii drumurilor, ţinînd seamă de volumul mare de materiale de masă, ca: piatră spartă, balast, nisip, etc., ce intervin la aceste lucrări precum şi de faptul că repartizarea acestor materiale în diferitele regiuni ale ţării este inegală atît în ce priveşte cantitatea cît şi în ce priveşte calitatea lor. Pe de altă parte aducerea acestor materiale de la mari distanţe în regiunile în care ele lipsesc atrage o serioasă sporire a preţului de cost şi mobilizarea de mijloace de transport feroviare şi rutiere, care ar putea acoperi nevoi în alte sectoare ale economiei.

Este cunoscut faptul că regiunea Iaşi este lipsită de cariere de piatră de bună calitate pentru lucrări rutiere, iar starea reţelei de drumuri, mai ales cele locale, reclamă o acţiune vastă de refacere şi îmbunătăţire.

Cercetările întreprinse de colectivul nostru pornesc de la necesitatea de a se găsi căile cele mai raţionale de utilizare a balasturilor din regiune, printr-o prealabilă ameliorare pentru a corespunde fie în construcţia drumurilor de tip tranzitoriu-drumuri de pietriş sau de beton argilos, fie la stabilizarea drumurilor de pămînt.

În alte ţări cu o întinsă reţea de drumuri locale (URSS, SUA) folosirea materialelor provenite din balastiere de mal sau din albia rîurilor are diferite aspecte:

a) Utilizarea balastului local în stare naturală ca simplu adaos la platforma drumului de pămînt pentru ridicarea capacităţii de rezistenţă a suprastructurii de pămînt la acţiunea circulaţiei şi pentru mărirea stabilităţii la acţiunea agenţilor atmosferici şi în special a umidităţii.

b) Executarea stratului de uzură din betoane argiloase folosind balasturile naturale ameliorate.

c) Stabilizarea cu lianţi minerali şi organici a betonului argilos din stratul de uzură al drumului.

d) Întrebuinţarea betonului argilos din balast ameliorat sau stabilizat cu lianţi, ca fundaţie pentru sisteme rutiere de tip semipermanent sau permanent.

Rezultă din cele arătate mai sus însemnătatea deosebită pe care o are balastul ca material local folosit în diferitele faze de ameliorare succesivă şi progresivă a sistemelor rutiere.

În ce priveşte balastul de Siret (balastiera Liteni), din studiul nostru publicat anterior [3], pe baza experimentării lui sub circulaţie şi în condiţiile de climat ale regiunii, a rezultat că acest material, după ameliorare prealabilă prin adaos de argilă nisipoasă prăfoasă luată de pe zona drumului, a înlocuit cu succes stratul de piatră spartă calcară de calitate inferioară, ca strat de uzură, la o circulaţie pînă la 200 vehicule în 24 ore.

În lucrarea de faţă am extins cercetările la alte două balasturi din regiune şi anume: din rîul Moldova (Roman) şi rîul Siret (Scheia).

În prima parte a studiului, pornind de la teoria amestecurilor optimale de balast pentru alcătuirea straturilor rutiere [1] şi pe baza determinărilor de laborator, am stabilit că atît balastul de Moldova cît şi cel de Siret se înscriu după clasificarea profesorului Ornatski în categoria balastului rutier [2], avînd principalele fracţiuni cuprinse în următoarele limite (fig. 1 şi 2):

Fracţiuni peste 20mm între 9%...24%,
Fracţiuni de la 2mm...20mm între 40%...64%,
Fracţiuni sub 2 mm între 27%...40%.

Ameliorarea acestor balasturi pentru a fi aduse în zona amestecurilor optimale dată în literatură [1, p. 124] se poate face în condiţiuni economice prin două operaţiuni distincte:

a) Eliminarea prin ciuruire în carieră a fracţiunilor mai mari de 40 mm la balastul de Roman şi a fracţiunilor mai mari de 30 mm la balastul de Scheia. În felul acesta balastul poate fi folosit în alcătuirea straturilor de uzură din beton argilos.

Procentul fracţiunilor ce se îndepărtează este sub 10% din total astfel încît din punct de vedere al rentabilităţii, nu prezintă interes ca aceste fracţiuni să fie concasate şi folosite în balastul ameliorat. Curbele granulometrice ale celor două balasturi sînt reprezentate în fig. 1 şi 2 (pl. I).

b) Completarea prin adaosuri corespunzătoare a fracţiunilor fine prăfoase-argiloase (sub 0,05 mm) care lipsesc în balasturile naturale şi care sînt absolut necesare pentru obţinerea unei coeziuni suficiente a stratului rutier şi asigurarea stabilităţii lui la acţiunea umidităţii.

Pe baza principiilor formulate în literatură [2] este necesar ca în amestecul optimal de balast, mortarul argilos (fracţiunile sub 2 mm) să îndeplinească condiţiile de granulometrie impuse amestecurilor optimale de pămînt folosit la drumuri, care cuprind următoarele proporţii:

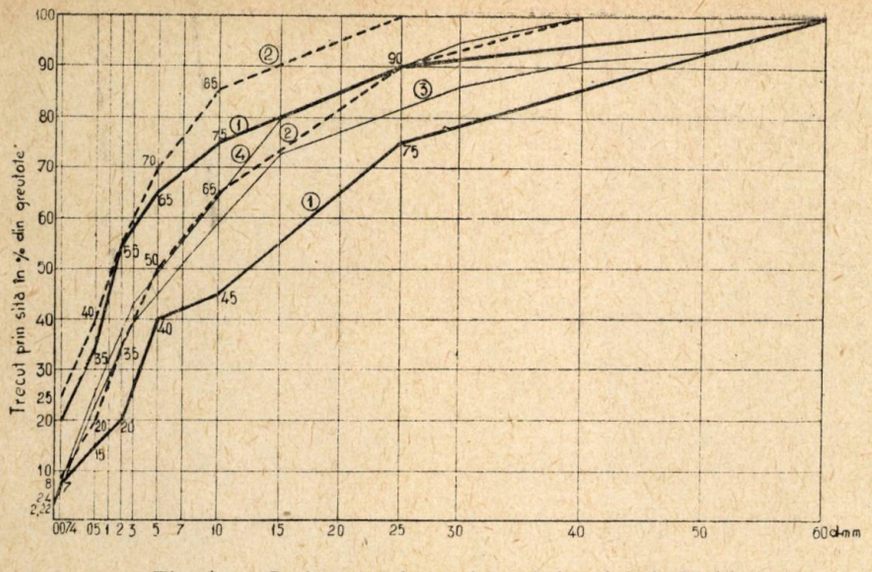


Fig. 1. — Curba granulometrică a balastului de Moldova.
1. Limitele zonei optimale $E=1000$ kg/cm².
2. Limitele zonei optimale $E=900$ kg/cm².
3. Balast natural.
4. Balast după îndepărtarea fracţiunilor peste 40 mm.

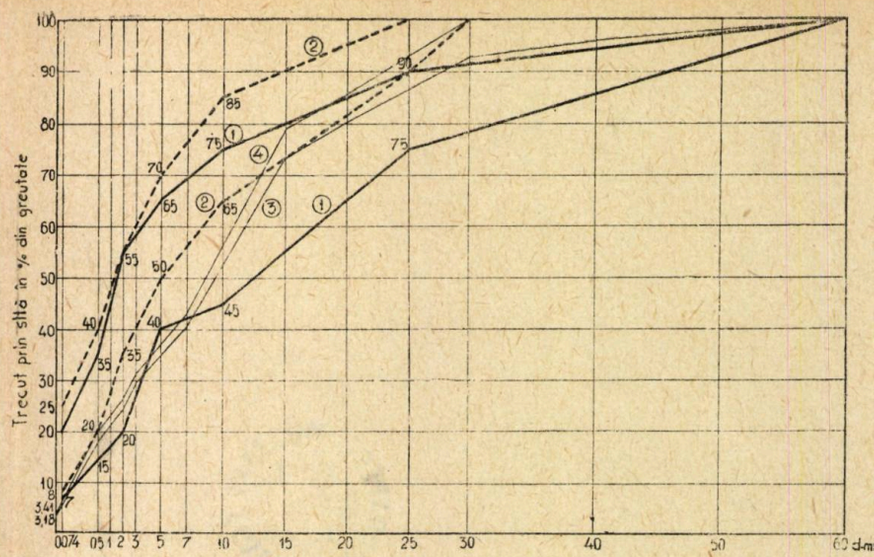


Fig. 2. — Curba granulometrică a balastului de Siret.
1. Limitele zonei optimale $E=1000$ kg/cm².
2. Limitele zonei optimale $E=900$ kg/cm².
3. Balast natural.
4. Balast după îndepărtarea fracţiunilor peste 30 mm.

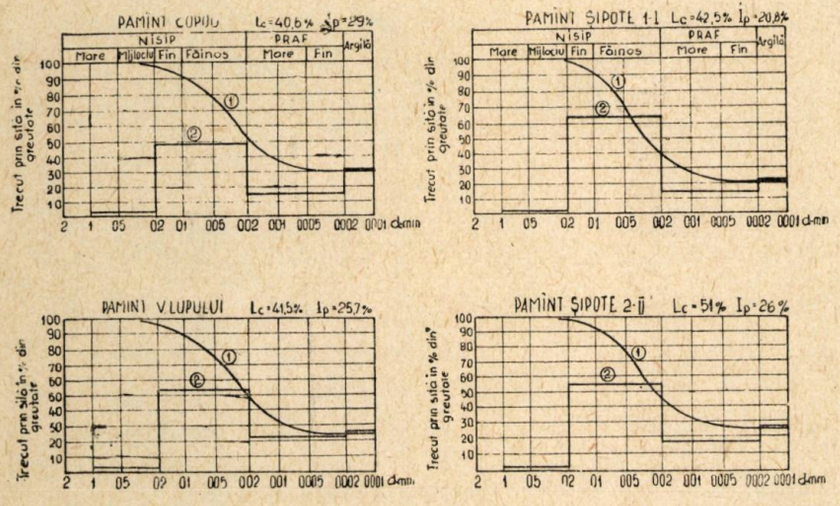


Fig. 3. — Curbele granulometrice a 4 soluri caracteristice din regiunea Iaşi
1. Curba granulometrică.
2. Histograma.

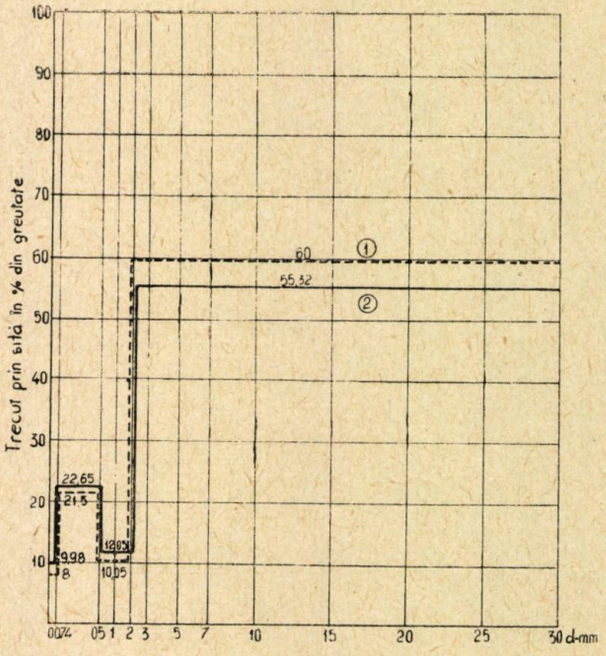


Fig. 4. — Histograma comparativă pentru betonul argilos din balast de Siret ameliorat.
1. Balast ameliorat din stratul de uzură.
3. Beton argilos după 3 ani de circulaţie.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
1958

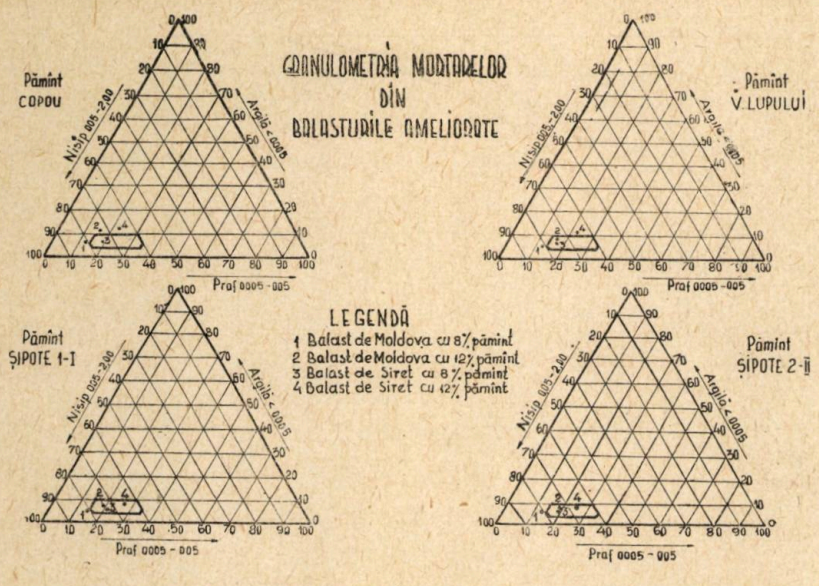


Fig. 5.

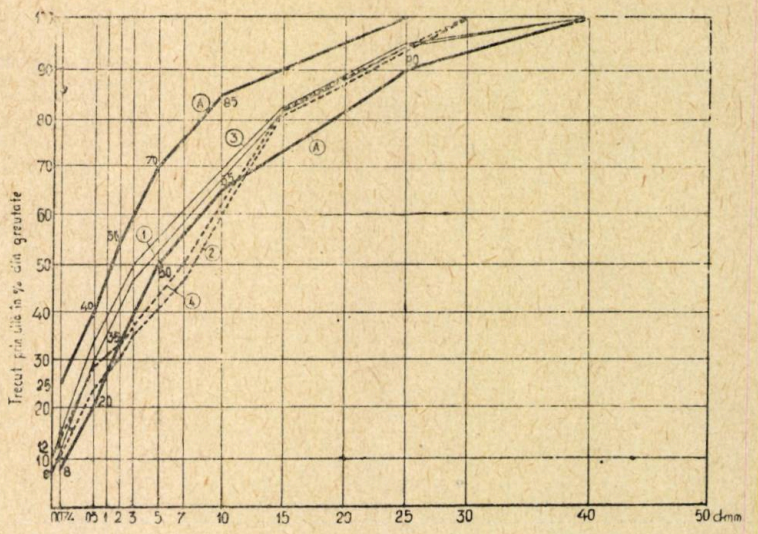


Fig. 6. Granulometria balasturilor ameliorate cu pământ (Copou)
A. Zona amestecului optimal pentru stratul de uzură
1. Balast Moldova–Roman cu 8% pământ.
2. Balast Siret–Scheia cu 8% pământ.
3. Balast Moldova–Roman cu 12% pământ.
4. Balast Siret–Scheia cu 12% pământ.

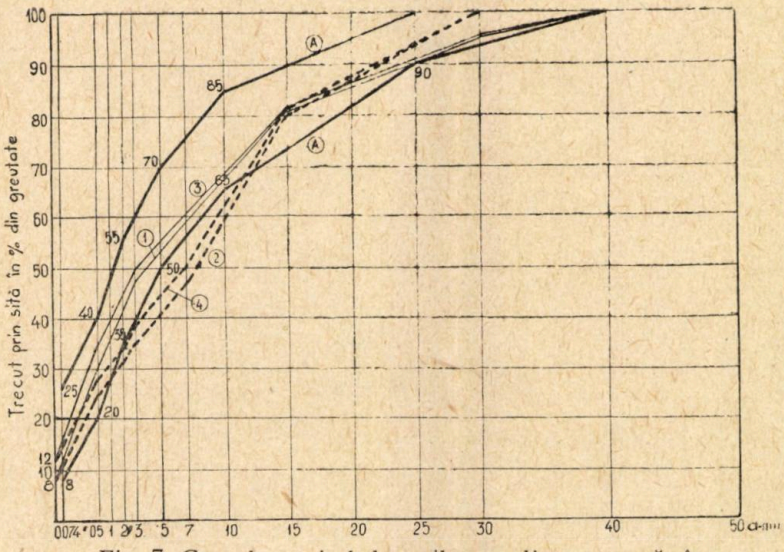


Fig. 7. Granulometria balasturilor ameliorate cu pământ (Şipote 1—I)
A. Zona amestecului optimal pentru stratul de uzură.
1. Balast Moldova–Roman cu 8% pământ.
2 Balast Siret–Scheia eu 8% pământ.
3. Balast Moldova–Roman cu 12% pământ.
4. Balast Siret–Scheia cu 12% pământ.

PLANŞA II

Fracţiuni nisipoase (2mm...0,05 mm) 60%...80%,
Fracţiuni prăfoase (sub 0,05 mm) 15%...35%,
Fracţiuni argiloase (sub 0,005 mm) 4%...10%.

Ca să ne dăm seama de posibilitatea folosirii pămînturilor de pe zonă pentru completarea fracţiunilor argilo-prăfoase am luat în considerare patru pămînturi mai caracteristice din regiunea noastră ale căror curbe granulometrice şi limite de plasticitate sînt indicate în diagramele din fig. 3 (pl. I).

În felul acesta proporţiile găsite de noi ca adaosuri pentru corectarea balasturilor studiate folosind pămînturile caracteristice din regiune se vor putea utiliza la proiectare, prin simpla identificare a pămîntului real de pe zonă din sectorul de drum ce se va construi, cu unul din cele patru tipuri de pămînt studiate în experienţele de laborator.

La stabilirea proporţiilor ce trebuie adăugate este necesar să se ţină seama atît de alcătuirea granulometrică a balastului şi a pămîntului folosit ca adaos cît şi de factorii exteriori, în primul rînd de uzura produsă prin circulaţie sub influenţa căreia se formează noi fracţiuni de nisip fin şi praf care modifică constituţia mortarului argilos şi limitele de plasticitate ale ansamblului de fracţiuni sub 0,5 mm.

La aceste rezultate am ajuns cercetînd betonul argilos extras prin sondajele efectuate pe porţiunea de probă din sectorul drumul naţional Tg. Frumos-Strunga pe care s-a aplicat în anii anteriori un strat de uzură din balast ameliorat de Siret, cariera Liteni [3].

Transformările intervenite în urma acţiunii simultane a circulaţiei şi factorilor climatici sînt ilustrate în histograma din fig. 4 (pl. I) din care se vede compoziţia balastului ameliorat înainte şi după uzura produsă de circulaţie. Astfel, procentul fracţiunilor prăfoase a crescut de la 8% la 9,98%, a fracţiunilor cuprinse între 0,074 mm şi 0,5 mm a crescut de la 21,5% la 22,65% iar a fracţiunilor cuprinse între 0,5 mm şi 2 mm a crescut de la 10,5% la 12,05% în timp ce fracţiunile mari, peste 2 mm, marchează o scădere de la 60% la 55,32%.

În urma apariţiei în plus în betonul argilos de noi fracţiuni fine de nisip şi praf, produse prin uzara datorită circulaţiei, acestea schimbă proporţia argilei în ansamblul fracţiunilor sub 0,5 mm, ale căror limite de plasticitate au scăzut de la 23% limita de curgere şi 12% indicele de plasticitate la 20,5% respectiv 7,5%.

Ca o concluzie a celor de mai sus rezultă că în cazul unei circulaţii mecanice frecvente este indicat să se calculeze adaosul de pămînt astfel ca fracţiunile sub 0,05 mm să se găsească la limitele inferioare date de literatură (de exemplu pentru stratul de uzură profesorul Ivanov recomandă ca fracţiunile sub 0,074 mm să fie cuprinse între 8%...25%). De asemenea indicele de plasticitate pentru ansamblul fracţiunilor sub 0,5 mm se poate ridica iniţial de la 8%, recomandat în literatură, la 10% şi chiar mai mult şi aceasta cu cît rezistenţa la uzură a greziilor silico-calcaroase din care sînt alcătuite balasturile este mai mică.

În consecinţă, pentru ameliorarea balasturilor de Roman şi Scheia am stabilit proporţiile a două serii de adaosuri de pămînt astfel ca în balastul ameliorat să obţinem fracţiunile sub 0,05 mm în proporţie de 8% respectiv 12%.

Mortarele respective sînt indicate cu ajutorul coordonatelor triunghiulare în graficele din fig. 5 (pl. II).

Din examinarea acestor grafice se vede că majoritatea adaosurilor conduc la mortare ce se înscriu în zona amestecurilor optimale de de pămînt rutier ceea ce asigură coeziunea şi stabilitatea amestecurilor.

Determinînd în laborator limitele de plasticitate pentru ansamblul fractiunilor sub 0,5 mm din balasturile ameliorate cu adăogire de pămînt din tipurile studiate, s-a obţinut:

a) Pentru balastul de Moldova cu pămînt de Copou limita de lichiditate cuprinsă între 19%...20% şi indicele de plasticitate de la 5,5% pînă la 7,7%.

b) Pentru balastul de Scheia, cu acelaşi pămînt de Copou, s-a obţinut limita de lichiditate cuprinsă între 21,5%...24% iar indicele de plasticitate de la 6,5%...10,4%. Se menţionează că limitele superioare corespund adaosurilor de pămînt care ne dau fracţiuni sub 0,05mm în proporţie de 12% în balastul ameliorat iar limitele inferioare corespund adaosurilor pentru fracţiunile prăfoase numai de 8% în ansamblul balastului ameliorat.

Diagramele din fig. 6 şi 7 (pl. II) cuprind curbele granulometrice finale ale celor două balasturi de Moldova şi Scheia corectate prin adaos de pămînt de tipul Copou şi Şipote I. Curbe analoage se obţin şi cu celelalte două tipuri de pămînt studiate, adică de Valea Lupului şi Şipote 2.

Din examinarea acestor curbe se vede că granulometria balastului de Moldova se înscrie în zona amestecului optimal recomandată în literatură pentru stratul de uzură.

Balastul de Siret se înscrie şi el în zona de amestec optimal însă, spre deosebire de primul balast, atestă un plus de fracţiuni între 2mm... 15 mm, dar aceastăabatere de la curbele amestecurilor optimale se conrectează în urma uzurii produse de circulaţie care conduce la majorarea proporţiilor din fracţiunile fine în detrimentul fracţiunilor mijlocii şi mari.

În concluzie , din cele arătate mai sus desprindem următoarele :

1) Balasturile din rîurile Moldova şi Siret, în stare naturală, îndeplinesc în general condiţiile cerute pentru un balast rutier de bună calitate atît din punct de vedere al dimensiunilor şi formei granulelor cît şi al rezistenţei la uzură. Balastul de Moldova are în stare naturală un procent mai mare de fracţiuni peste 30 mm iar în balastul de Siret predomină fracţiunile mijlocii de 2mm...15 mm. Prin îndepărtarea granulelor ce depăşesc limita superioară admisă în stratul de uzură (30 mm...40 mm) se pot obţine balasturi care se înscriu complet în zona amestecurilor optimale (balastul de Moldova) sau foarte aproape de această zonă (în cazul balastului de Siret).

2) Corectarea fracţiunilor deficitare argilo-prăfoase din mortarul de legătură se poate realiza în condiţiuni economice adăugînd pămînt de pe zonă în proporţii variind de la 6%...16% din greutatea balastului

în funcţie de tipul pămîntului adăugat şi de proporţia fracţiunilor argilo-prăfoase ce dorim să realizăm în balastul ameliorat.

3) La stabilirea proporţiei juste a cantităţii de adaos trebuie să ţinem seama de intensitatea circulaţiei şi de rezistenţa la uzură a balastului. Limitele inferioare pentru proporţia particulelor argilo-prăfoase (sub 0,05 mm) sînt indicate în cazul unui trafic mai intens sau în cazul unei rezistenţe mai mici a balastului natural.

4) Indicele de plasticitate pentru amestecul fracţiunilor sub 0,5 mm din balastul ameliorat, recomandat în literatură între 4%...8% (la stratul de uzură) se poate ridica la 10% şi chiar la 12% căci ulterior el tinde să scadă datorită apariţiei în betonul argilos de fracţiuni suplimentare de nisip fin şi praf în urma uzurii produse de circulaţie. O valoare mai mare sau mai mică pentru indicele de plasticitate rezultă prin variaţia adaosului de pămînt în funcţie de tipul pămîntului de care dispunem în apropierea sectorului de drum, de intensitatea circulaţiei şi de climatul regiunii.

5) Ţinînd seamă că la refacerea drumurilor din regiunea noastră se vor folosi în afara balasturilor din albia rîurilor şi balasturi extrase din diferite cariere locale, este necesar să se continue studiul posibilităţilor de ameliorare şi a acestor materiale punîndu-se la îndemînă organelor de proiectare şi de execuţie elementele necesare pentru folosirea cît mai judicioasă a balasturilor din regiune ca material rutier ieftin.

Catedra de Drumuri şi Poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Иванов Н. Н., Строительство автомобильных дорог, ч. I, Дориздат, Москва, 1948.
2. Орнатский Н. В., Курс грунтовых дорог, Гострансиздат, Москва, 1933.
3. Atanasiu D., Păunel E., Weinstein B., Nemescu B., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, serie nouă, 1955, t. I (V), fasc. 1—2, pp. 537—545.

УЛУЧШЕНИЕ ГРАВИЙНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ДОРОЖНЫХ РАБОТ ИЗВЛЕЧЕННЫХ ИЗ РУСЛ МОЛДОВЫ И СИРЕТА

(Резюме)

Продолжая предыдущие работы о возможности эффективного использования улучшённых местных материалов для сооружения дорожных слоёв, коллектив распространил исследования на гравийные материалы, находящиеся в изобилии в руслах рек Сирета и Молдовы.

Исследования показали что можно легко улучшить эти материалы с целью их использования при постройке оснований и покрытий дорог.

Маленькие частицы (менее 0,05 мм), недостающие в изученных материалах, могут быть пополнены прибавлением суглинистых грунтов, находящихся в зоне строющихся дорог, в пропорции 6%—16% веса гравийного материала.

С этой целью были исследованы смеси включающие четыре разновидности грунтов характерных для Ясской области

Опыт доказывает что целью получения хорошего глинистого бетона для покрытий, при условии среднего автомобильного движения, целесообразно брать процент частиц меньших 0,074 мм около нижнего предела указанного в литературе.

Вместе с тем, первоначальный показатель глинистого раствора можно будет считать равным 10-ти или даже 12-ти, в виду того что в дальнейшем под влиянием движения и появления дополнительных пылевидных частиц, этот показатель уменьшается до 7,5%.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Гранулометрическая кривая балласта Молдовы.
Рис. 2. Гранулометрическая кривая балласта Сирета.
Рис. 3. Гранулометрические кривые 4-х характерных грунтов ясской области.
Рис. 4. Сравнительная гистограмма для глинистого бетона улучшенного баласта Сирета.
Рис. 5. Гранулометрия растворов улучшенных балластов.
Рис. 6. Гранулометрия балластов улучшенных грунтом (Копоу).
Рис. 7. Гранулометрия балластов улучшенных грунтом (Шипоте 1—1)

ÉTUDE SUR L'AMÉLIORATION DES GRAVIERS DE MOLDOVA ET SIRETH POUR LES TRAVAUX ROUTIERS

(Résumé)

Les Auteurs ont étendu les recherches concernant les graviers qu'on trouve en abondance dans les vallées de Sireth et de Moldova.

Les études ont démontré que ces graviers peuvent être améliorés aisément afin qu'on puisse les utiliser dans la construction des couches routières de fondation et d'usure.

Les fractions fines au dessous de 0,05 mm, déficitaires dans les graviers étudiés, peuvent être complétés par l'addition d'argiles sableuses, qu'on trouve habituellement dans les voisinages, en proportion de 6%...16% du poids du gravier.

L'étude de quatre échantillons de sol caractéristiques pour la région de Jassy a montré qu'un pourcentage des fractions au dessous de 0,074 mm à la limite inférieure indiquée dans la littérature, fournit un béton argileux de qualité à utiliser pour la couche d'usure d'une chaussée pavée ou empierrée à fréquence moyenne.

En ce qui concerne l'indice de plasticité, celui-ci peut varier initialement entre 10% et 12%, car, ultérieurement, sous l'effet du trafic, il diminue jusqu'à 7,5%.

Explication des figures

Fig. 1. Courbe granulométrique du gravier de Moldova.
Fig. 2. Courbe granulométrique du gravier de Sireth.
Fig. 3. Courbes granulométriques pour quatre sols caractéristiques de la région de Jassy.
Fig. 4. Hystogramme comparative pour le béton argileux obtenu en utilisant le gravier de Sireth amélioré.
Fig. 5. La granulométrie des mortiers obtenus en utilisant le gravier amélioré.
Fig. 6. La granulométrie des graviers, améliorés à l'aide du sol (Copou).
Fig. 7. La granulométrie des graviers, améliorés à l'aide du sol (Şipote 1—I).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

685.05

STUDIUL CINEMATIC AL MECANISMULUI ARUNCĂTORULUI DE FIR DE LA MAŞINA DE CUSUT TALPĂ PE RAMĂ [1])

DE

CORNELIU DRĂGAN, IZU KLEPPER, AUREL BANCIU,
REMUS HAŢEGANU, DAN DEMBINSCHI şi CEZAR SUSNEA [2])

Catedra de Mecanică [3]) a Institutului Politehnic din Iaşi, preocupată de adîncirea din partea inginerului a instrumentelor matematice din ce în ce mai moderne şi prin aceasta de cimentarea legăturilor între teorie şi practică, a iniţiat, sub conducerea tov. prof. dr. D. Mangeron, un ciclu de cercetări în domeniul mecanicii aplicate.

Paralel cu abordarea problemelor cu înalt aspect teoretic, ca de pildă, problema distribuţiei acceleraţiilor de orice ordin [1] şi metoda acceleraţiilor reduse [2], [3], care a constituit şi izvorul de inspiraţie a unor cercetători străini, printre care cunoscutul om de ştiinţă sovietic I. S. Zilberman [4]), Catedra de Mecanică a IPI, antrenînd studenţii, merge şi pe linia analizei mecanismelor şi maşinilor existente, despre care nu există literatură tehnică, ea fiind păstrată probabil de deţinătorii de patente din ţările capitaliste. Se trece apoi la problema sintezei unor mecanisme îmbunătăţite în vederea măririi productivităţii, micşorării vibraţiilor şi, în consecinţă, a eliminării pa cît posibil a variaţiilor bruşte ale forţelor de inerţie.

1. Generalităţi. Una din problemele cele mai acute în industria confecţiilor din piele este crearea unui stoc de piese de schimb, care să permită înlocuirea pieselor uzate sau rupte. Rezolvarea acestei probleme este îngreuiată de faptul că, în marea majoritate a fabricilor, pentru utilaje încă neînlocuite cu utilaj modern nu există documentarea tehnică care să permită proiectarea pieselor de schimb.

Procedeele de copiere directă a pieselor existente sau de proiectare pe bază de eforturi statice sînt, evident, insuficiente. În particular, copierea pieselor existente introduce uzura pieselor respective, iar calculul, bazat numai pe solicitările statice, duce la o dimensionare greşită, fapte ce se resfrîng asupra bunului mers al producţiei.

Căutînd să evite deficienţele indicate, colectivul şi-a propus să găsească un procedeu ce se referă la o maşină cheie din industria de încălţăminte, aflată în stare de funcţionare în Laboratorul de Utilaj al Institutului Politehnic Iaşi, care să permită : a) proiectarea pieselor de schimb şi b) îmbunătăţirea maşinilor existente.

Procedeul elaborat este bazat pe principii ştiinţifice, care-l fac utilizabil imediat în sectorul de producţie corespunzător.

---

1) Extras din lucrarea executată de cercul ştiinţific studenţesc al Catedrei de Mecanică (conducător ştiinţific conf. C. Drăgan), prezentată în sesiunea ştiinţifică din 1956 şi distinsă cu premiul I la Facultatea de Industrie Uşoară a I.P.I.

2) Colectivul mulţumeşte călduros tov. prof. şef de catedră D. Mangeron pentru interesul şi îndrumarea neîntreruptă acordate acestei lucrări.

3) Astăzi Catedra de Mecanică şi Mecanisme.

4) A se vedea *acest* Buletin, pp. 165—174.

2. Prezentarea maşinii. Maşina studiată este o maşină de cusut talpă pe ramă. Organele de lucru ale acestei maşini descriu mişcări complexe plane şi spaţiale, avînd ca rezultat obţinerea unui tighel lanţ cu două fire.

Procesul fixării tălpii pe ramă cu această maşină comportă următoarele operaţii: 1) Presarea detaliilor de împreunat; 2) Perforarea elementelor de îmbinat; 3) Trecerea firului prin orificiul rezultat; 4) Formarea ochiului; 5) Transportarea semifabricatului şi alimentarea cu aţă.

Pentru îndeplinirea acestui proces complex, maşina este compusă din următoarele mecanisme: 1) Mecanismul de acţionare; 2) Mecanismul rolei de tensionare a firului inferior; 3) Mecanismul rolei de frînare a firului inferior; 4) Mecanismul aruncătorului de fir; 5) Mecanismul cîrligului inferior; 6) Mecanismul cîrligului superior; 7) Mecanismul piciorului apăsător; 8) Mecanismul suveicii; 9) Mecanismul sulei transportoare.

În această lucrare se studiază amănunţit mecanismul aruncătorului de fir (pipa) (4). Acest mecanism execută depunerea aţei pe acul maşinii care o trece apoi prin orificiul din semifabricat. Mişcarea utilă este numai aceea de rotire a aruncătorului de fir în jurul acului. Acţionarea pipei se face prin intermediul unui mecanism cu culisă (cu două grade de libertate), de către două came spaţiale tip tambur (fig. 1).

Pentru a putea studia legea de mişcare a mecanismului, a fost necesară în primul rînd stabilirea ciclogramei mecanismului şi întrucît mecanismul este acţionat de două came, atare ciclograme s-au stabilit pentru fiecare camă în parte.

Ciclogramele s-au construit cu ajutorul unui disc gradat (în grade centesimale), existent pe arborele principal al maşinii. Rotind arborele cu cîte un grad, s-a observat comportarea mecanismului pentru fiecare camă în parte şi apoi pentru ambele came lucrînd simultan. Astfel s-au determinat unghiurile de fază ale camelor. Un exemplu de atare ciclogramă este dat în fig. 2.

3. Studiul cinematic al aruncătorului de fir. Camele spaţiale tip tambur *1* şi *2*, montate pe arborele principal al maşinii, se rotesc acţionînd levierele oscilante *3* şi *5*, prin intermediul rolelor *7*, respectiv *8* (fig. 1). Levierul oscilant *3* transmite, prin intermediul cuplei de translaţie din *C*, mişcarea organului condus *6*. Levierul oscilant *5* articulat la batiu în *G*, transmite prin intermediul pietrei de culisă *4*, mişcarea organului condus *6* (fig. 3).

Prin acţionarea simultană a celor două leviere oscilante, se realizează o compunere de mişcări astfel încît punctul final să se deplaseze după o curbă plană închisă cerută de procesul tehnologic.

Mecanismul descris este compus din opt organe mobile, nouă cuple cinematice inferioare de clasa 5-a şi două cuple cinematice superioare.

S-a făcut analiza structurală a mecanismului.

Pentru studiul legilor de mişcare ale organelor mecanismului s-au folosit profilele existente ale camelor şi ciclogramele obţinute. După executarea măsurării razelor medii spaţiale ale camelor ($R_1 = 97$ mm) şi ($R_2 = 93$ mm) s-au construit profilele medii desfăşurate, făcîndu-se pen-

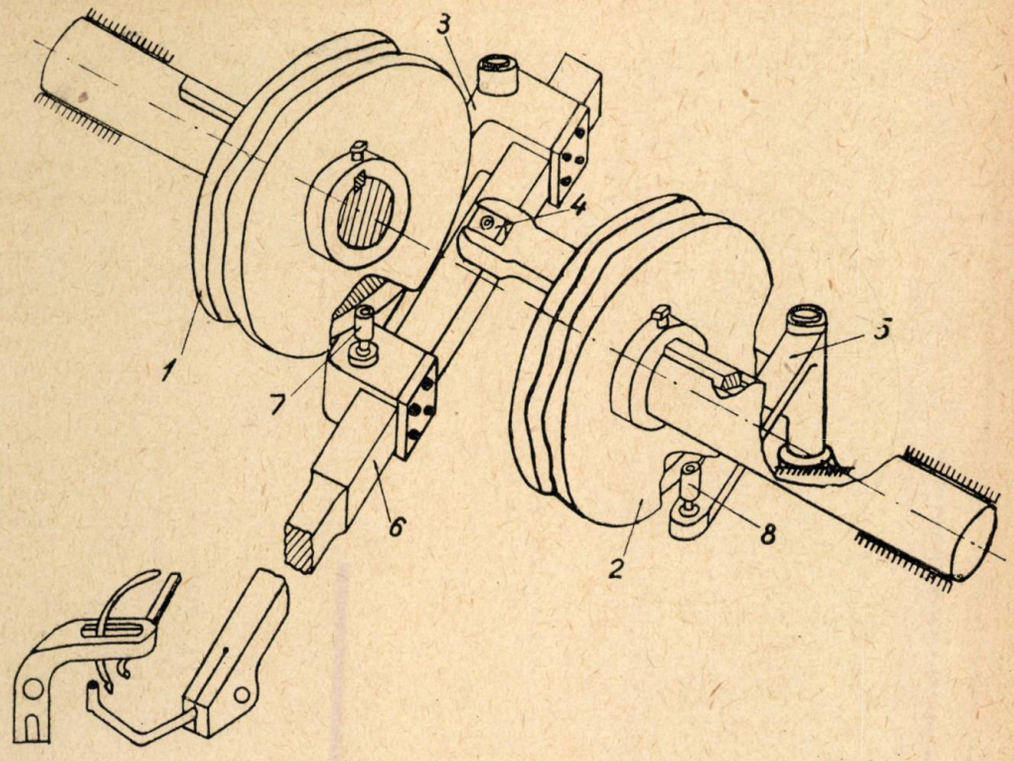
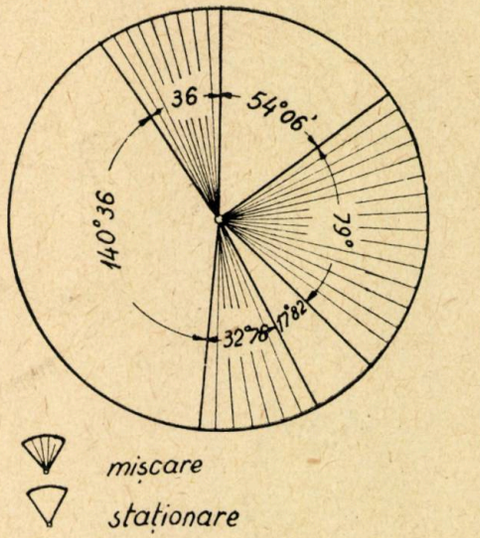


Fig. 1



Ciclograma mecanismului

Fig. 2

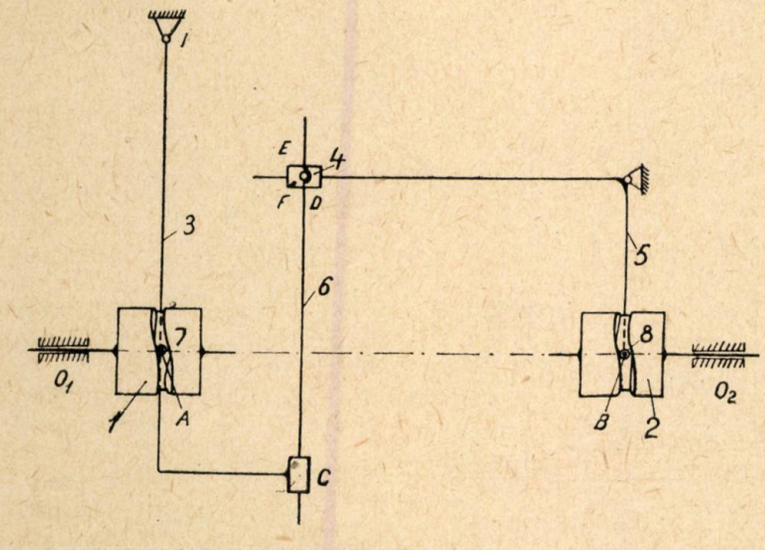


Fig. 3

Hodograful vitezei punctului F

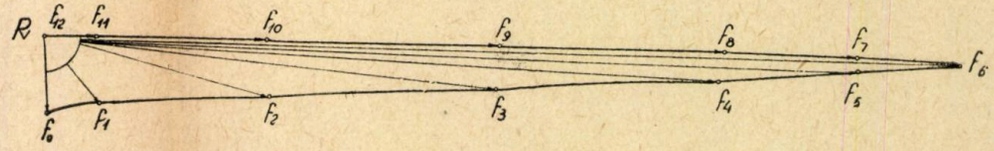


Fig. 4

PLANȘA I

tru analiza acestor profile subdiviziunea în porțiuni corespunzătoare fazelor de pe ciclogramele celor două came. Rezultatele obținute sînt concentrate în tabele.

Pe baza ciclogramei fiecărei came în parte s-a căutat să se asimileze profilul existent cu un profil îmbunătățit, limitat de curbe cunoscute și avantajoase, care să satisfacă în același timp și cerințele procesului tehnologic. Pentru determinarea curselor $h' = h'' = h$ a extremităților levierelor oscilante s-a considerat valoarea mică a erorii rezultată din aproximarea arcelor descrise de acestea prin corzile lor, ținîndu-se seamă de faptul că unghiurile de rotație nu întrec 9°.

Deoarece curbele maxime ale levierelor oscilante sînt mici, ambele de $h_{max} = 8$ mm, față de lungimile mari ale aceloraşi organe, s-a constatat că este convenabil a se folosi, pentru toate fazele (ridicare și coborîre), legi de mișcare sinusoidale care dau o funcționare fără șocuri.

Pe baza profilului adoptat și a unghiurilor de fază de pe ciclograme s-au construit apoi diagramele (s, φ), $\left(\frac{ds}{d\varphi}, \varphi\right)$ și $\left(\frac{d^2s}{d\varphi^2}, \varphi\right)$ pentru ambele leviere, constatîndu-se din studiul planșelor executate pentru diagramele $\left(\frac{d^2s}{d\varphi^2}, \varphi\right)$ că faza cea mai dezavantajoasă este aceea corespunzătoare momentului cel mai important din punct de vedere tehnologic și anume, trecerii organului de lucru (pipa) prin fața acului, care a pătruns prin material și depunerii aței pe cîrligul acului. Din aceste motive calculul vitezelor și accelerațiilor principalelor puncte ale mecanismului s-a făcut numai pentru această fază, pentru celelalte faze putîndu-se proceda în mod analog.

S-au construit apoi poligoanele vitezelor pentru douăsprezece poziții uniform distribuite ale mecanismului în cadrul fazei, determinîndu-se astfel vitezele organului final în pozițiile respective.

Rezultatele calculelor și măsurătorilor făcute prin această metodă au fost concentrate în tabele și planșe. În fig. 4 este reprezentat, de pildă, hodograful vitezelor punctului F.

S-au trasat apoi poligoanele accelerațiilor pentru cele douăsprezece poziții ale mecanismului, rezultatele calculelor fiind concentrate într-un număr de tabele și planșe.

Pentru verificarea valorilor maxime ale accelerațiilor care corespund la două poziții ale organelor mecanismului, s-a aplicat metoda accelerațiilor reduse, elaborată în [2], [3]. Datele rezultate din verificare sînt în concordanță cu cele obținute prin metoda clasică, eroarea, inferioară lui 1%, fiind admisibilă pentru metodele grafo-analitice.

4. Posibilități de reducere a gabaritului. În studiul acestei probleme ne-am servit de lucrările savanților sovietici acad. I. I. Artobolevski și S. N. Kojevnikov [4], [5], relative la unghiul de presiune sau unghiul de transmitere, stabilindu-se în prealabil o relație care leagă atare unghi de lungimea levierului oscilant, raza cilindrului mediu, unghiul de rotire a levierului în mișcarea sa și variația acestui unghi în raport cu φ.

5. Concluzii. Din lucrarea executată s-au tras următoarele concluzii: 1) La mecanismul studiat există posibilitatea reducerii dimensiunilor organelor. Pentru maşina privită în ansamblu, aceste posibilităţi pot fi găsite numai în urma studiului tuturor mecanismelor din care se compune, cu condiţia de a se pune de acord rezultatele obţinute. Aceasta însă va constitui o preocupare de viitor [7]. 2). Tot la reducerea gabaritului maşinii se poate ajunge mergînd pe linia simplificării lanţurilor cinematice şi reducerii numărului de cuple cinematice de ordin superior. 3) Metodele de studiu grafo-analitic, aplicate aici şi elaborate în [2], [3] permit proiectarea pe baze ştiinţifice a pieselor de schimb, fiind metode rapide şi totodată îndeajuns de precise. 4) Această lucrare conţine, în fine, un procedeu simplu de analiză a camelor spaţiale, foarte puţin studiate în literatură tehnică cunoscută.

Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, s. n. II (VI), 1—2, 1956, pp. 29—39.
2. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. Polit. Iaşi, s. n., I (V), 1955, pp. 229-248.
3. — Ibidem, II (VI), 1956, 1—2, pp. 295—304.
4. Artobolevski I. I., *Teoria Mecanismelor şi Maşinilor*, Ed. Tehn., Buc., 1955, (trad. din a 2-a ed. rusă).
5. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин, ГНТИНЛ, Киев, 1954.
6. Манжерон Д., ДАН СССР, **102**, 1955, стр. 897—898.
7. Капустин, И. И. Расчет и конструирование обувных машин, ГИЗЛЕГПРОМ, М., 1956.

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА НИТЕНАКЛАДЫВАЮЩЕЙ ВИЛКИ И НИЖНЕГО КРЮЧКА МАШИНЫ ДЛЯ ПРИСТРОЧКИ ПОДОШВЫ К РАНТУ

(Резюме)

Авторы исследуют, под руководством доц. К. Дрэгана, в рамках ряда работ проводимых кафедрой Механики ЯПИ, в научных студенческих кружках, на основании новых графо-аналитических методов кинематики материальных систем, выработанных на основании [2], [3], [6] под руководством зав. каф. Механики проф. др. Д. Манжерона, механизм нитенакладывающей вилки машины для пристрочки подошвы к ранту.

Статья, представляющая собой выдержку обширной работы под тем же заглавием, отмеченной первой премией на совещании студенческих кружков в марте 1956 г. при фак легкой промышленности ЯПИ, заканчивается заключительными указаниями о возможности уменьшения размеров звеньев механизма, а так же ведет к выработке методов исследования пространственных кулачковых механизмов.

L'ÉTUDE CINÉMATIQUE DU MÉCANISME DE LA FOURCHE QUI DÉPOSE LE FIL DANS UNE AIGUILLE À CROCHET, APPARTENANT À UNE MACHINE SPÉCIALE À COUDRE LA SEMELLE

(Résumé)

On expose, en utilisant la méthode grapho-analytique élaborée dans [2], [3], l'étude cinématique du mecanisme de la fourche qui dépose le fil dans une aiguille à crochet, appartenant à une machine spéciale à coudre la semelle. On aboutit à un nombre de conclusions concernant la possibilité de réduction des dimensions des organes et des procédés d'analyse des cames de l'espace.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1–2, 1957

CĂRŢI PRIMITE
BOOKS RECEIVED[2])
EINGEGANGENE BÜCHER
ПОЛУЧЕННЫЕ КНИГИ [1])
LIVRES REÇUS
LIBRI RICEVUTI
LIBROS RECIBIDOS

Редакция **Известий Ясского Политехнического Института** выражает свою глубокую благодарность и искреннюю признательность научным учреждениям и коллегам извне за непрестанный поток ценнейшей научной информации содержащейся в получаемых книгах и журналах.

The Executive Committee of the *Bulletin of the Polytechuic Institute of Jassy* express by this occasion the sincere gratitude we feel to scientific institutions and colleagues throughout the world for the ever flowing stream of invaluable technical and scientific information we receive through publications available to us from abroad.

1. ТУРЧИНОВИЧ В. Т., ЛАПШИН М. И. Основы регулирования качества воды, Москва, Изд. АН СССР, 150 стр.
2. С. Н. Р. В. П. Х., Проблемы регулирования речнего стока, в. 2, М., Л., Изд. АН СССР, 141 стр.
3. ХИГЕРОВИЧ М. И., СМИРНОВА В. И., Влияние поверхностно-активных добавок на свойства цементного камня, Москва, Промстроиздат, 69 стр.
4. С. Н. Р. П. В. Х., Труды всесоюзного совещания по изучению стока, регулированию стока и зимнему режиму, Москва, 1954, Изд. АН СССР, 102 стр.
5. АНДРИАНОВ Б. А., КОТЛЯР Л. Е., МАНОЛЕ М. Г., РОЗЕНФЕЛД М. Н., САДЕЦКИЙ и ФИНКЕЛЬШТЕЙН Я. М., Румынско-Русский, политехнический словарь, Москва, 1956, ГТТИ, стр. 715.
6. БОГДАНОВ Е. С., ПЕТУХОВ П. З., Торцовые устройства кранов, Москва, Свердловск, Машгиз, 270 стр.
7. *** Сессия Академии наук СССР по мирному использованию атомной энергии, 1—5 июля 1955 г. Заседания Отделения Химических Наук, Москва, 1955, Изд. АН СССР, 378 стр.
8. STIHI E. E., *Introducere în Geometria analitică*, Lit. Înv. Or. Stalin, 1957.
9. COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ÉCLAIRAGE, *Récomandations Officielles*, 1955.
10. STOCKLI ARNO, *Ueber den Abbau von Lignin, Zellulose und Hemizellulosen durch Pilze. Versuche mit Streumaterialen, Holz und Ligninsulfonsäure*, Promotionsarbeit, Juris Verlag, Zürich, 1955.
11. COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ÉCLAIRAGE, *Compte rendu* I, II, Bureau Central, CIE, Paris, 1955.
12. SATO I., *Généralisation des résultats de M. Frostman concernant les fonctions harmoniques* I, II, III (jap.), Inst. Math. Fac. Sci. Kobe.

---

1) Отдел рецензий фигурует в следующем выпуске.
2) The Reviews will be published in the next issues of the Bulletin.

13. *** VEROFFENTLICHUNGEN DES DEUTSCHEN STAHLBAU-VERBANDES, *Korrosionsschutz im Stahlbau, Gestalteter Stahl, Betrachtungen über Theorie und Anwendung von Verbundkonstruktionen, Ergebnisse der Versuch und Messungen auf dem Gebiet der Verbundbauweise. Ein allgemeines Berechnugsverfahren für Tragwerke mit Elastischem Verbund*, Stahlbau Verlage GMBH, Köln.
14. TEN BRINK E.A.B.J., *Geschiedenis van het Nederlandse Postwezen 1795—1810*, Staatsbedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
15. GOUWE W. F., *Het Ontwerpen van Postzegels, Staatsbedrijf der Posterijen*, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
16. KNUDSEN LOTTRUP H., *Bitrag til teorien for Antennesystemer Med Hel Eller Delvis Rotationssymmetri*, I Kommission Hos Teknisk Forlag, Kobenhavn.
17. DEL VILLAR, EMILE H., *Méthode de Classification et Analyse des Sols*, Direction de L'Instruction Publique au Maroc, Editions Internationales, Tanger.
18. TEN BRINK E. A. B. J., *De Rotterdamsche Telegraaf Maatschappij 1851—1934*, Staatsbedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
19. VALKHOFF MR. J., *Telegraaf en Privaatrecht Staatsbedrijf der Posterijen*, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
20. KROON W., *Geschiedkundig Overzicht van het Haarlemse Postwezen*, Staatsbedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
21. GFELLER PETER, *Mikrobiologische Verwertung der Sulfitablaugen auf dem Gärwege unter besonderer Berücksichtigung technisch verwendbarer Produkte*, Promotionsarbeit, Buchdruckerei Habergger AG, Derendingen.
22. AEBI HANS, *Zur Kentniss der von Clostridium butylicum (Beij) Donker bewirkten Butanol-Isopropanol-Gärung mit besonderer Berücksichtichtigung des Einflusses von Phosphat auf die Verteilunder Gärprodukte*, Buchdruckerei Turbenthal AG., Turbenthal.
23. TEN BRINK E. A. B. J. en SCHELL C. W. L., *Geschiedenis van de Rijkstelegraaf*, Staatsabedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S Gravenhage.
24. WOOD ROBERT WILLIAMS, *Supersonics the Science of Inaudible Sounds*, Brown University, Providence, R. I.
25. TEN BRINK E. A. B. J., *Het Nederlandse Postwezen Vroeger en nu*, Werled Bibliotheek Amsterdam, 1956.
26. WOODS HOLE OCEANOGRAPHIC INSTITUTION, *Collected Reprints*, 1956.
27. BENSCHOP W. J. M., *Eduard Wenckebach en de Hollandese Ijzeren Spoorwegmaatschappij als Baanbrekers voor de Openbare Telegrafte in Nederland*, Staatsbedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie 'S Gravenhage.
28. VALKHOFF J., *De Nederlandse Postzegel Privaatrechtelijk Beschouwd*, Staatsbegrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S Gravenhage.
29. KONINGIN WILHELMINA, *Het Staatebedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie*, Hoofdbestuur der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S-Gravenhage.
30. BENSCHOP W. J. M., *Het Postwezen van 'S Gravenhague*, Staatsbedrijf der Posterijen, Telegrafie en Telefonie, 'S Gravenhage.
31. КИРГИЗСКИЙ ГОС. УНИВЕРСИТЕТ, Тезисы Докладов 5-ой научной конференции профессорско-преподавательского состава Киргизкого государственного университета по итогам научно-исследовательской работы за 1955 год, Фрунзе, 1955, АН Кирг. ССР, 88 стр.
32. БАСЕНОВ Т. К., Орнамент Казахстана в архитектуре, Алма-Ата, 1957, Изд. АН Казах. ССР, 96 стр., 159 рис.
33. ИНСТ. ЗЕМЛ. АН. ТУРКМ. ССР, Результаты изучения мелиорации засоленных почв в Туркменистане (Сб. статей), Ашхабад, Изд. АН Туркм. ССР, 102 стр.
34. ГАНЬШИН В. Н., Прострейшие работы по измерению земли, Сталинградское Книжное Издательство, 1955, 99 стр.
35. ХИГЕРОВИЧ М. И., Гидрофобный цемент и его применение в строителстве, Москва, Промстройздат, 55 стр.
36. АСТАПОВИЧ И. С., Необычайные явления на небе, Ашхабад, 1956, Изд. АН Туркм. ССР, 39 стр.
37. НЕЙШУЛЕР Л. Я., Таблицы для расчёта девиации магнитного поля, М.-Л., Изд. АН СССР, 11 стр.

38. ЕГЕРЕВ К. Е., Теория и практика расчёта рам по способу угловых деформаций, Ашхабад, Изд. АН Туркм. ССР, 110 стр.
39. М. о. Т. К. З. Н. И., Вопросы транспорта, хранения нефти и машино-строения, Москва, 1956, Гостоптехиздат, 245 стр.
40. SCHWENDIMANN FRITZ, *Versuche zur Herstellung eines Rhizobium-Impfmaterials für Luzerne unter besonderer Berücksichtigung schweizerischen Verhältnisse*, Promotionsarbeit, Juris Verlag, Zürich.
41. REUSSER FRITZ, *Beiträge zur Kenntnis der Physiologie von Marasmius foetidus* (Sow. ex Fr.) *Fr. und Marasmius* (Fr. ex Fr.), Promotionsarbeit, Juris Verlag, Zürich, 1956.
42. HOCHSTRASSER ROBERT, *Ueber einige Bedingungen beim Lindwerden der Weine*, Promotionsarbeit, Buchdruckerei H. Ebner, Meilen ZH.
43. ZOBRIST FRED, *Ueber den Einfluss der Art der Kohlenstoffquelle auf die Verteilung der sauren und neutralen Endprodukte in CLOSTRIDIUM-Gärungen*, Promotionsarbeit, L. Speich, Reproduktionsanstalt, Zürich.
44. KREIS KURT, *Contribution à l'étude des feuilles de Digitalis lanata* Ehrh. *et de Digitalis purpurea* L. *au moyen de la chromatographie sur papier*, Thèse, Université de Lausanne.
45. SCHOPPIG RENÉ, *Contribution à l'étude des émulsions au moyen des angles de contact*, Thèse, Université de Lausanne.
46. MENGHINI CARLO, *Contribution à l'étude de collyres isotoniques et tamponnés*, Thèse, Université de Lausanne.
47. BOVAY ERNEST, *De la Vitamine C chez Valeriana Officinalis et de l'influence de la Vitamine B_1 sur son métabolisme*, Thèse, Université de Lausanne.
48. AKTULGA OGUZ, *Nouveaux essais de stabilisation de la pénicilline en milieu aqueux*, Thèse, Imprimérie des Arts et Métiers, Lausanne.
49. GOVAERTS JEAN, *L'Utilisation de la méthode des indicateurs isotopiques pour l'Étude de l'État Chimique des ions PO_4 et Ca dans le plasma*, Thèse, Société Royale des Sciences de Liège.
50. MOODY ERNEST A., CLAGET MARCHALL, *The Medieval Science of Weights*, Madison, the University of Wisconsin Press.
51. NICKEL INFORMATIONS BÜRO, *Die Wärmebehandlung von Nickel*, Zürich.
52. UGES I. R. H. J., *Beyond the dial development of the Netherlands Telephone System*, The Netherlands Postal and Telecommunications Service, The Hague.
53. TERPSTRA P., *A Thousand and One Questions on Crystallographic Problems*, J. B. Wolters, Groningen-Djakarta.
54. IVANOVIC DRAGISA M., *Teorija Naizmjenicnih Struja*, Tehnicka Velika Skola u Beogradu.
55. STRATTION F. J. M., *Reports of Proceedings*, Cambridge, University Press.
56. М. о. Т. К. З. Н. И., Вопросы бурения скважин и добычи нефти, Москва, 1956, Гостоптехиздат, 211 стр.
57. ГАНЬШИН В. Н., ХРЕНОВ Л. С., Тахеометрические страницы, Москва, 1955, Ленинград, Гослесбумиздат, 247 стр.
58. ЖЕЛЕЗНЯКОВ Г. В., Исследование работы гидрометрических приборов, Москва, Изд. АН СССР, 161 стр.
59. ЖЕЛЕЗНЯКОВ Г. В., Гидравлическое обоснование методов речной гидрометрии, М.-Л., Изд. АН. СССР, 161 стр.
60. ЧЛАНЦИ М. П., Труды, Београд, Научна Књига, 110 стр.
61. ДРУЖИНИН И. Г., ШЕПЕЛЕВ А. И., Физико-химическое изучение модификаций четырёхводного хлористого кальция, Фрунзе, 1955, Киргиз. Гос. Унив., 63 стр.
62. РОГИНСКИЙ В. Н., ХАРГЕВИЧ А. Д., Релейные схемы в телефонии, Москва, 1955, Связьиздат, 163 стр.
63. КАРПЕНКО Г. В., Влияние активных жидких сред на выносливость стали, Киев, 1955, Издат. АН УССР, 205 стр.
64. МИРОПОЛЬСКИЙ Л. М., Топогеохимическое исследование перских отложений в Татарии, Москва, 1956, Изд. АН СССР, 261 стр.
65. ИНСТ. ГЕОГР. АН СССР, Снег и талые воды, их изучение и использование, Москва, Изд. АН СССР, 271 стр.
66. АСТАПОВИЧ И. С., Основной каталог метеорных радиантов XIX века, Ашхабад 1956, Изд. АН ТССР, 104 стр.

67. МОВНИН М. С., Гусеничные подачи в деревообрабатывающих станках, Ленинград, 1956, Изд. научно-исслед. сектора, 52 стр.
68. ИНСТ. ГЕОЛ. АН ТССР, Материалы исследований в помощь проектированию и строительству Каракумского канала, Ашхабад, 1956, Изд. АН ТССР, 128 стр.
69. ВУЧИТ В. М., Основна мереньа у физици, Београд, 1955, Научна књига, 240 стр.
70. МИЛАНКОВИТ М., Астрономска теория климатских промена и њена примена у геофизици, Београд, Научна књига, 159 стр.
71. ХВЕДЕЛИДЗЕ Б. В., Линейные разрывные граничные задачи теории функций, сингулярные интегральные уравнения и некоторые их приложения, Тбилиси, 1956, Изд. АН ГССР, 158 стр.
72. КРИЦКИЙ С. Н., МЕНКЕЛЬ М. Ф., Водохозяйственные расчёты, Ленинград, 1952, Гимиз, 392 стр.
73. КОСТЯКОВ А. Н., ФАВОРИН Н. Н., АВЕРЬЯНОВ С. Ф., Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод, 446 стр,
74. BAK BORGE, *Det Indremolekylaere Potential,* J. Jorgensen & Co. Bogtrykkeri, Kobenhavn.
75. ROHR THOMAS MARKUS, *Beitrag zur Kenntnis der Landoltreaktion unter Besonderer Berücksichtigung der Photographischen Entwicklersubstanzen als Reduktionsmittel,* Promotionsabeit, Verlagsaustalt Benziger & Co. AG Einsiedeln.
76. RATZERSDORFER JULIUS, *Flambagem,* Instituto de Pesquisas Tecnologicas, ~ Sao Paulo, 1955.
77. FREI WILFRIED, *Beitrag zur Kenntnis der Wärmestrahlung von Flammen technischen Brenngase,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1957.
78. BUHNING PETER G., *Ueber das Verhalten von Extrem Schnelläufigen Axialmaschinen* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1957.
79. ALLWINN ROLAND E., *Darstellung und Verhalten von Alkoholen der Cyclohexanenreihe,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1957.
80. FELDMANN PRIEDRICH, *Der Einsatz von Fremi-Energie zur Verbesserung der Rentabilität in der Landwirtschaft,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1956.
81. ENGSTFELD REINHOLD, *Untersuchungen über die Zweckmässigkeit der zu Gasgeräteprüfung Vorgeschriebenen Prüfgase und Vorschläge zu ihrer Eindeutigen Festlegung und zu ihrem Austausch durch Flaschengase,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1957.
82. HOPPE KLAUS-JORG, *Messung der adiabatischen Zündtemperaturen höherer Kohlenwasserstoffe in Mischung mit Luft und Bestimmung der Verbrennungsschwindigkeit hochkloppfester Isoparaffine in Abhängigkeit von Druck und Temperatur,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1957.
83. DETTKE K., *Versuche zur Darstellung von 1-Phenyl-2-Aminopropandiol—(1,3) und verwandter Verbindungen,* Dissertation,Technische Hochschule Karlsruhe, 1956.
84. SCHWENKER GERHARD, *Ein Beitrag zur Kenntnis der Reaktion von 5,5—Disubstituierten Barbitursäuren mit Kobalt (II) salzen und Aminen in organischen Lösungsmittel,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1956.
85. HUBBUCH KLAUS, *Beitrag zur Umsetzung α_1— dihalogenierte Kohlenwasserstoffe mit mittelstandiger Mehrfachbindung mit Grignard und Lithiumalkylen. Ein neuer Weg zur Synthese disubstituierter symetrischer Alkine,* Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1956.
86. VILLASENOR FRANCISCO, *Investigaciones Matematicas,* Universidad Autonoma, Mexico D. F.
87. BECHER PAUL, ENGELSEN CRISTIAN, *Økonomisk Rarisolering,* Statens Byggeforskningstitut, 1956, Kobenhavn.
88. RASMUSSEN DALGAS AAGE, PETERSEN FINN VEDEL, *Nyere Etageboligplaner,* Statens Byggeforskningsinstitut, Kobenhavn, 1957.
89. THE INTERNATIONAL FEDERATION OF COTTON AND ALLIED TEXTILE INDUSTRIES, *The Cotton Industry-Today and Tomorrow,* Manchester, 1954.
90. BOTTIER R., *Résumé du Cours d'Analyse dilatométrique des alliages,* École Supérieure de Fonderie.
91. GOURSAD J., *Le Bassin Houiller du Sud Ouest de Madagascar,* Dunod, Paris.

92. GALBRUN M. H., *La Prospection Gravimétrique du Sous-Sol*, Dunod, Paris.
93. CARRENO ALFONSO DE LA O., *Geofisica Electrica*, Sobretiro de le revista „Ingenieria Hidraulica en Mexico" de la S. R. H. Mexico D. F., 1957.
94. CARRENO ALFONSO DE LA O., *Gravimetria & Cartas de Anomalias de la Gravedad en la Republica Mexicana*, Sobretiro de la Revista „Ingenieria Hidraulica en Mexico" de la S. R. H., Mexico D. F.
95. HESSARY M., *A Strain Theory of Matter*, Taban Presse, Teheran.
96. TONESEN MOGENS GAD, *Studier over Nogle Mydriatsk Virksomme Stoffer*, Ejnar Munksgaard, Kobenhavn.
97. KJELDGAARD KAI, *Studier Over 2—Fenoksyaetanoler*, P. Hansens, Bogtraykkeri, Kobenhavn, 1956.
98. ANDERSEN VIGGO STEN, *Om Brintoveriltets Spalting*, Kandrup & Wunsch Bogtraykkeri, Kobenhavn.
99. HALD JENS G., *Eliminationen af Fenylsugstituerede Alifatiske Aminer i Kaninorganismer*, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, Kjobenhavn.
100. JESPERSEN KUND, *Vurdering af Extractum Filicis*, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, Kjobenhavn.
101. FONSS-BECH P., *A Study on Growth Hormone of Anterior Pituitary Lobe*, Ejnar Munksgaard, Copenhagen.
102. GJALDBAEK J. CHR., *Oploseligheden af Gasser i Vaedsker*, Kandrup & Wunsch, Kobenhavn, 1954.
103. PERERSON TH., *Magazines in the Twentueth Century*, The University of Illinois Press, Urbana, 1956.
104. GOEDROOP J. A., *Theoretical Aspects of X—ray Crystal Structure analysis*, Druk: Excelsiors Foto-Offset, 'S Gravenhage.
105. М. о. ТКЗ НЕФТ. ИНСТ., Научное студенческое общество. Восьмая научно-техническая конференция, 1953 г. Москва, 1954, Гостоптехиздат, 130 стр.
106. М. о. ТКЗ НЕФТ. ИНСТ., Научное студенческое общество. Девятая научно-техническая конференция, 1954 г. Москва, Гостоптехиздат, 1954, 205 стр.
107. М. о. ТКЗ НЕФТ. ИНСТ., Научное студенческое общество. Десятая научно-техническая конференция, 1955 г. Москва, 1956, Гостоптехиздат, 167 стр.
108. ЛАПШИН М. И., Разработка способов очистки сточных вод, Москва, 1952, Изд. АН СССР, 243 стр.
119. ВОЛКОВЫСКИЙ Л. И., Квазиконформные отображения, Львов, 1954, Издат. Львов. Унив., 154 стр.
110. ШКОЛЬНИК А. Г., Лекции по интегральному исчислению функций одной переменной, Москва, 1956, МГПИ, 142 ств.
111. КОВАНЬКО А. С., Интеграл Лебега, Львов, 1951, Кн. Журн. Изд., 198 стр.
112. ЦИПКИН Я. З., Теория релейных систем автоматического регулирования, Москва, ГТТИ, 1955, 456 стр.
113. ВАГАН Г. Нитроиндандион, Рига, 1954, Изд. АН ЛССР, 114 стр.
114. МХИТАРЯН А. М., Гидравлико-гидромеханический расчёт фильтрации через земельные плотины, Куйбышев, 1956, Куйб. Книжное Изд., 126 стр.
115. ФЕДОТЕНОК А. А., Кинематика и наладка металлорежущих станков, Руководство к лабораторным работам, Москва, 1956, М. С. И., 50 стр.
116 ХИГЕРОВИЧ М. И., ГОРЧАКОВ Г. И., ЛЕЙБОВИЧ Х. М., Гидрофобный цемент и гидрофобно-пластирующие добавки в бетонах и растворах, Москва, 1953. Промстройздат, 116 стр.
117. ГЛАВХИММАШ, Центрифуги, Каталог-справочник, Москва, 1955, Машгиз, 90 стр.
118. ГЛАВХИММАШ, Фильтры, Каталог-справочник, Москва, 1955, Машгиз, 127 стр.
119. ГЛАВХИММАШ, Оборудование для обработки резиновых смесей и пластических масс, Каталог-справочник, Москва, 1957, Машгиз, 105 стр.
120. ИОФФЕ А. Ф., Полупроводники и их применение, М-Л., 1956, Изд. АН СССР, 69 стр.
121. ПЕКУН Ю. Ф., Минералогия бентонитовых глин западных областей УССР, Львов, 1956, Изд. Львов. Унив., 114 стр.
122. ЗОГРАФСКИ ДАНЧО, Македонскиот таен революционерен комитет и „отп'штение", Скопле, 1954, Инст. Национ. Историа, 76 стр.
123. ЗОГРАФСКИ ДАНЧО, За работничкото движение во Македоноина до балканеката воина, Скопле, 1950, Изд. Инст. Нац. Историа, 132 стр.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 1—2, 1957

VIAŢA ACADEMICĂ INTERNAŢIONALĂ
МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ
WORLD'S ACADEMIC LIFE

1. II ВСЕСОЮЗНОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО ОСНОВНЫМ ПРОБЛЕМАМ ТЕОРИИ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ, 24-28 марта 1958 г. Предоргком. акад. И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ, Москва, центр, дом 4, ком. 25, М. Харитоньевский пер.

2. XXIV CONGRÈS INTERNATIONAL DE L'HABITATION ET DE L'URBANISME, Liège, Belgique, 31 Août—6 Septembre 1958.

3. CONGRÈS TECHNIQUE DE CÉRAMIQUE, 4, 5 et 6 Juin 1958, Centre National d'études et recherches céramiques, 44, rue Copernic, Paris 16e .

4. МЕЖВУЗОВСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ВОПРОСАМ ТЕПЛОВОГО РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА. Начало апреля 1958 г. Предоргком. проф. Г. М. КОНДРАТИЕВ Институт точной механики и оптики, Ленинград.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul III (VII)

FASC. 3 – 4

1957

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul III (VII)

FASC. 3 – 4

1957

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., conf. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D.
prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL III (VII), fasc. 3—4 1957

SUMAR

	Pag.
JACQUES HADAMARD, Asupra teoremei lui A. Harnack	1
ALFRED MOESSNER, Asupra consecinţelor ce decurg din ecuaţiile $A.B=C.D$ şi $a^2+b^2=c^2$	7
H. HADWIGER, Asupra extremalelor corpurilor de rotaţie convexe în cazul condiţiilor auxiliare relative la secţiunile ecuatorială şi meridiană	15
RADU MIRON, Observaţii asupra unor formule din geometria varietăţilor neolonome E_2^2	19
ŞTEFANIA RUSCIOR, Corespondenţa prin plane tangente complet paralele între două suprafeţe riglate din S_4	25
VIOREL MURGESCU, Invariaţii unui cîmp tensorial în spaţii cu paralelism absolut	29
L. E. DUNDUCENKO, Asupra unei clase de funcţii cu comportare netedă în cercul $\|z\| \leqslant 1/\sqrt{2}$	37
SAMUEL J. JASPER, Asupra deviaţiei standard	39
A. S. KELZON, Asupra rezolvării problemei de urmărire bazată pe cunoaşterea curbei de urmărire	43
D. MANGERON, Asupra unor probleme de tip Dirichlet pentru o clasă de ecuaţii cu derivate „totale"	49
J. SAWICKI şi Z. SZYMANSKI, Interacţiunea nucleon-suprafaţă şi reacţiile (p,n)	53
M. LOMSADZE, Asupra existenţei pseudospinorului	61
VASCO RONCHI, Imagini şi umbre în noua „optică energetică"	65
EMIL LUCA, HORIA CHELARU, GHIDEON CHERN, GABRIELA MASTACAN, IURII MĂRGĂRINT şi GEORGETA TRIFAN, Determinarea condiţiilor de eficacitate maximă a ecranelor fluorescente, utilizînd fascicule de raze X trecute în paralel prin filtre de parafină	77
I. A. IUTLANDOV, Disocierea izotopilor separaţi ai cuprului prin protoni de energie de 660 MeV	85
I. CIOCHINĂ, VICTOR MOŢOC şi SERGIU ASLAN, Contribuţiuni noi referitoare la mărirea indicelui de productivitate şi suprimarea coroziunii chimice şi electrochimice într-o fabrică de zahăr	95
H. I. AREŞIDZE şi E. M. BENAŞVILI, Determinarea cantitativă pe sonde a penta- şi hexa-ciclanelor în fracţiile de benzină-ligroină ale ţiţeiului norian	103
GH. ALEXA şi AGLAIA CHIRIŢĂ, Contribuţiuni la studiul valorificării coajei de salcie din R. P. R. ca material tanant (I)	109
MIŞILIM GRINDEA, LYDIA COMAN, I. BUCURENCIU, RITTA ZEIDMAN şi TANIA FORST, Contribuţii la cunoaşterea mecanismului vopsirii lînii cu coloranţi acizi de proastă egalizare	121
TRAIAN GIOSAN şi D. VASILIU, Influenţa parametrilor magnetici şi a coeficienţilor reduşi de disipare a energiei electrice asupra rotaţiei fluxurilor magnetice, în cazul scurtcircuitului trifazat la bornele generatorului sincron	135
HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER, Asupra transmisiei ghidate a undelor electromagnetice	143
EMIL HANGANU, MARCEL IŢICOVICI şi D. BĂRBULESCU, Realizarea unor rezistenţe neliniare pentru stabilizatori de tensiune	149

Pag.

HUGO ROSMAN, ALFRED BRAIER şi EMIL DAMACHI, Randamentul maxim al transformatoarelor fără miez de fier . . . 153
D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN, O nouă tratare grafo-analitică a problemei distribuţiei acceleraţiilor de ordin oarecare interesînd teoria mecanismelor şi maşinilor 161
CORNELIU DRĂGAN, Tensorii de poziţie şi tensorii de viteză în mecanismele spaţiale cu culisă 175
L. N. REŞETOV, Construcţia mecanismelor raţionale . . . 185
N. IRIMICIUC, Metoda coordonatelor vectoriale cilindrice în prezentarea grafică a algebrei vectoriale spaţiale 195
OCTAVIAN MUNTEANU, Studiul analitic al crucii de Malta de formă regulată 201
N. IRIMICIUC şi IZU KLEPPER, Aplicarea metodei grafice a coordonatelor vectoriale cilindrice în teoria mecanismelor şi maşinilor (I) 205
OCTAVIAN MUNTEANU, Studiul mişcării unei came prin serii Fourier 211
N. IRIMICIUC, O articulaţie cardanică homocinetică (I) . . . 213
T. I. CÂMPAN, Determinarea conductivităţii termice a materialelor rău conducătoare, după metoda temperaturilor de contact . . 215
CESAR BUDA, AL. MATEI şi GAVRIL BORZAŞ, Legea de variaţie a unghiului de degajare la burghiile spirale, dedusă şi verificată prin metodele geometriei descriptive 223
CRISTIAN LINDE, VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS, Precizări în problema verificării la presiune a frînelor cu saboţi exteriori 229
AL. TODICESCU, Nomograme de calcul în instalaţiile de încălzire centrale 237
ANTON ŞESAN şi N. ORLOVSCHI, Simplificarea ecuaţiilor metodei deformaţiilor şi a calculului iterativ la cadre oarecare . . 245
N. PREDA, VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, D. HORBANIUC şi M. DIACONU, Cîteva probleme de elasticitate plană . 251
AL. CHELĂRESCU, GH. URSESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL, VLADIMIR DIANU, AUREL TUDORAŞ, I. DUMITRESCU, VICTOR CIUBOTARU, N. ORLOVSCHI, Un nou procedeu de dozare a betoanelor macroporoase (I, II) 271
AUREL CERNĂTESCU, ANTON ŞESAN, GH. DIMA, C. CIOBANU, LONGHIN MACAREVICI şi VLADIMIR BOGHIAN, Asupra posibilităţii de impermeabilizare a unor pămînturi din preajma Iaşului, pentru canale de irigaţii şi diguri (I) . . . 281
VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN ALEXANDRESCU, Contribuţiuni la calculul pereţilor de subsol 287
ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN şi ARIADNA BOGHIAN Contribuţiuni la studiul rezistenţei la întindere a pămînturilor stabilizate cu ciment 293
VLADIMIR BOGHIAN, N. PREDA, ANATOLIE MIHUL, Asupra variaţiei rezistenţei şi a modulului de elasticitate la compresiune a pămînturilor de Iaşi stabilizate cu ciment . . . 299
ANATOLIE MIHUL şi MODESTA VOICU, Aderenţa pămînturilor stabilizate cu ciment la suprafeţe metalice 309
TUDOR SILION, O metodă analitică pentru determinarea duratei de execuţie a unor lanţuri divizate la lucrări liniare . . 315
N. V. ŢAGARELI, Tensometru-şablon pentru măsurarea întinderii firului de bătătură 319
NICOLAE BĂDAN, IOSIF IONESCU-MUSCEL, V. COPILU, MIŞU ZAIDMAN, I. VLAD, N. DOGARU, EMILIA VLAD, MIRCEA NETEA, RACHELA WEINSTEIN, LUCIA SCHWARTZ şi VIRGIL CLOŢAN, Reglări în filatura de bumbac pe baza lungimii modul a fibrelor 321
NOTE 329

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том III (VII), выпуск 3—4 1957 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ЖАК АДАМАР, О теореме А. Харнака 1
АЛЬФРЕД МЁССНЕР, Следствие вытекающее из уравнений $A.B = C.D$ и $a^2 + b^2 = c^2$ 7
Г. ХАДВИГЕР, Об экстремалях выпуклых вращающихся тел в случае вспомогательных условий относящихся к экваториальному и меридианному сечениям 15
РАДУ МИРОН, О некоторых формулах из геометрии неголономных многообразий E_3^2 19
ШТЕФАНИЯ РУЩОР, Соответствие устанавливаемое вполне параллельными касательными плоскостями между двумя линейчатыми поверхностями четырёхмерного пространства S_4 . . 25
ВИОРЕЛ МУРДЖЕСКУ, Инварианты тензорного поля в пространствах с абсолютным параллелизмом 29
Л. Е. ДУНДУЧЕНКО, Об одном классе однолистных в круге $|z| \leqslant 1/\sqrt{2}$ функций 37
САМУЭЛЬД ЖД. ЖАСПЕР, О стандартной девиации . . 39
А. С. КЕЛЬЗОН, О преследовании цели по кривой погони . . 43
Д. МАНЖЕРОН, О задачах типа Дирихле для уравнений в „полных" производных 49
Ж. САВИЦКИЙ и З. ШИМАНСКИЙ, Взаимодействие между нуклон-поверхностью и реакциям (p, n). 53
Ю. М. ЛОМСАДЗЕ, Существует ли псевдоспинор? 61
ВАСКО РОНКИ, Изображения и тени в новой „энергетической оптике" 65
ЭМИЛ ЛУКА, ХОРИЯ КЕЛАРУ, ГИДЕОН КЕРН, ГАБРИЕЛА МАСТАКАН, ЮРИЙ МЭРГЭРИНТ и ДЖОРЖЕТА ТРИФАН, Определение условий максимальной эффективности флюоресцентных экранов, используя пучки лучей X, фильтрированных предварительно парафином 77
И. А. ЮТЛАНДОВ, Расщепление раздельных изотопов меди протонами энергии 660 Мэв 85
И. ЧОКИНЭ, ВИРДЖИЛ МОЦОК и СЕРДЖУ АСЛАН, К изучению некоторых коррозионных вопросов в связи с улучшением продуктивности сахарного завода 95
Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. М. БЕНАШВИЛИ, Количественное определение пяти-и шестичленных цикланов в бензино-лигроиновых фракциях норийской нефти по скважинам 103
Г. АЛЕКСА и АГЛАЯ КИРИЦЭ, К вопросу об исследовании ивовой коры, в РНР, в качестве дубильного материала (I) . . . 109
МИШИЛИМ ГРИНДЯ, ЛИДИЯ КОМАН, И. БУКУРЕНЧУ, РИТТА ЗЕЙДМАН и ТАНЯ ФОРСТ, К исследованию механизма кращения шерсти с плохо выравнивающимися кислотными красителями 121
ТРАЯН ДЖОСАН и Д. ВАСИЛИУ, Влияние магнитных параметров и коэффициентов рассеяния на вращение мегнитных потоков, в случае трёхфазного короткого замыкания на зажимах синхронного генератора 135
ГУГО РОСМАН и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, О передаче электромагнитных волн по волноводам 143
ЭМИЛ ХАНГАНУ, МАРЧЕЛ ИЦИКОВИЧ и Д. БЭРБУЛЕСКУ, Нелинейные сопротивления используемые в постройке стабилизаторов напряжения 149

ГУГО РОСМАН, АЛЬФРЕД БРАЙЕР и ЭМИЛ ДАМАКИ, Максимальный к. п. д. трансформаторов без железных сердечников . . 153
Д. МАНЖЕРОН и КОРНЕЛИУ ДРЭГАН, Новый графо-аналитический метод решения задач распредлеения ускорений любого порядка, интересующий теорию механизмов и машин . . . 161
КОРНЕЛИУ ДРЭГАН, Тензоры положения и тензоры скорости кулисных пространственных механизмов 175
Л. Н. РЕШЕТОВ, Конструирование рациональных механизмов . . 185
Н. ИРИМИЧУК, Метод векторных цилиндрических координат,в графическом изображении алгебры пространственных векторов . . 195
ОКТАВ МУНТЯНУ, Кинематическое исследование мальтийского креста регулярной формы 201
Н. ИРИМИЧУК и ИЗУ КЛЕППЕР, Применение графического метода цилиндрических векторных координат в теории механизмов и машин (I) 205
ОКТАВ МУНТЯНУ, Изучение движения кулачка выраженного рядом Фурье 211
Н. ИРИМИЧУК, К исследованию гомокинетического универсального шарнира (I) 213
Т. И. КЫМПАН, Определение теплопроводности материалов плохой проводимости по методу контактной температуры . . . 215
ЦЕСАРЬ БУДА, АЛ. МАТЕЙ и ГАВРИЛ БОРЗАШ, Закон вариации переднего угла спирального сверла, выведенный и проверенный методами начертательной геометрии 223
КРИСТЯН ЛИНДЕ, ВИКТОР БАУШИК и ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, К проверке удельного давления внешне-колодочных тормозов . 229
АЛ. ТОДИЧЕСКУ, Вычисление радиаторов в установках центрального отопления при помощи номограмм 237
АНТОН ШЕСАН и Н. ОРЛОВСКИЙ, Упрощение уравнений метода деформации и итеративного расчёта любых рам . . 245
Н. ПРЕДА, ВИКТОР БАУШИК, Т. ХАВЫРНЯНУ, Д. ХОРБАНЮК и Д. ДИАКОНУ, Несколько задач по эластичности в плоскости. 251
АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, Г. УРСЕСКУ, ОРЕСТ НИКИТА, АНАТОЛИЙ МИХУЛ ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ, ВЛАДИМИР ДЯНУ, АУРЕЛ ТУДОРАШ, И. ДУМИТРЕСКУ, ВИКТОР ЧЮБОТАРУ и Н. ОРЛОВСКИЙ, Новый метод дозировки крупнопористого бетона (I, II) 271
АУРЕЛ ЧЕРНЭТЕСКУ, АНТОН ШЕСАН, Г. ДИМА, К. ЧИОБАНУ, ЛОНГИН МАКАРЕВИЧ и ВЛАДИМИР БОГЯН, К вопросу о непроницаемости некоторых грунтов в близи города Ясс в связи с оросительными каналами и плотинами (II) . . . 281
ВИРДЖИЛ ФОКША, АДРИЯН АЛЕКСАНДРЕСКУ, К расчёту подвальных стен здания 286
АНАТОЛИЙ МИХУЛ, ВЛАДИМИР БОГЯН и АРЯДНА БОГЯН, К исследованию растяжения закреплённых цементо-грунтовых смесей 293
ВЛАДИМИР БОГЯН, Н. ПРЕДА, АНАТОЛИЙ МИХУЛ, Об изменении сопротивления и модуля эластичности на сжатие стабилизованных цементом земель ясского района . . . 299
АНАТОЛИЙ МИХУЛ и МОДЕСТА ВОЙКУ, Сцепление между металлическими поверхностями и цементо-грунтовой смесью . . 309
ТУДОР СИЛИОН, Аналитический метод для определения времени работы при процессах организованных по методу раздельных потоков 315
Н. В. ЦАГАРЕЛИ, Шаблон тензометр для измерения натяжения уточной нити 319
Н. БЭДАН, ИОСИФ ИОНЕСКУ-МУСЧЕЛ, В. КОПИЛУ, МИШУ ЗАИДМАН, И. ВЛАД, Н. ДОГАРУ, ЭМИЛИЯ ВЛАД, МИРЧА НЕТЯ, РАШЕЛА ВАЙНШТЕЙН, ЛУЧИЯ ШВАРЦ и ВИРДЖИЛ КЛОЦАН, Регулировка в хлопкопрядении на основании модульной длины нити 321
ЗАМЕТКИ 329

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES

VOL. III (VII), fasc. 3—4 1957

CONTENTS

	Pag.
JACQUES HADAMARD, Sur le théorème de A. Harnack	1
ALFRED MOESSNER, Folgerungen aus den Gleichungen $A.B = C.D$ und $a^2 + b^2 = c^2$	7
H. HADWIGER, Extremale konvexe Rotationskőrper bei Aequator— und Meridiannebenbedingungen	15
RADU MIRON, Quelques observations sur certaines formules de la géométrie des variétés non holonomes	19
ŞTEFANIA RUSCIOR, La correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées, dans S_4	25
VIOREL MURGESCU, Les invariants d'un champ tensoriel dans les espaces à parallélisme absolu	29
L. E. DUNDUTCHNKO, Über die einige Klasse Funktionen, welche im Kreise $\| z \| \leqslant 1/\sqrt{2}$ schlicht sind	37
SAMUEL J. JASPER, A note on the standard deviation	39
A. S. KELZON, On the motion of a point on a pursuit curve	43
D. MANGERON, Sopra i problemi di Dirichlet per una classe di equazioni alle derivate „totali"	49
J. SAWICKI and Z. SZYMANSKI, Nucleon-Surface interaction and the (p, n) reactions	53
M. LOMSADZE, On pseudospinor's existence	61
VASCO RONCHI, Immagini e ombre nella nuova „ottica energetica"	65
EMIL LUCA, HORIA CHELARU, GHIDEON CHERN, GABRIELA MASTACAN, IURII MĂRGĂRINT and GEORGETA TRIFAN, La détérmination des conditions d'efficacité maxima des écrans fluorescents, en utilisant les fascicules de rayons X, filtrés préalablement par la paraffine	77
N. A. YUTLANDOV, Spallation of the separated isotops of copper by the protons of 660 MeV energy	85
I. CIOCHINĂ, VIRGIL MOŢOC and SERGIU ASLAN, Contributions à l'étude de la majoration de l'indice de productivité et de la suppression de la corrosion chimique dans une fabrique de sucre	95
H. N. ARESHIDZE and E. M. BENASHVILI, The percentage of five- and six-membered ring cyclanes in the gasoline-ligroin fractions of the norion crudes from different oilwells	103
GH. ALEXA and AGLAIA CHIRIŢĂ, Contribution à l'étude de l'écorce de saule de Roumanie, comme matière tannante (I)	109
MIŞILIM GRINDEA, LYDIA COMAN, I. BUCURENCIU, RITTA ZEIDMAN and TANIA FORST, Beiträge zur Kenntnis der Wollfärbung mit schlechtegalisierende Säurefarbstoffe	121
TRAIAN GIOSAN and D. VASILIU, L'influence des paramètres magnétiques et des coefficients réduits de dissipation de l'énergie électrique sur la rotation des fluxes magnétiques, dans le cas du court circuit aux bornes d'une génératrice synchrone	135
HUGO ROSMAN and ALFRED BRAIER, Sur la transmission guidée des ondes électromagnétiques	143
EMIL HANGANU, MARCEL IŢICOVICI and D. BĂRBULESCU, Résistences nonlinéaires utilisées dans la construction des stabiliseurs de tension	149
HUGO ROSMAN, ALFRED BRAIER and EMIL DAMACHI, Le rendement maximum des transformateurs sans noyau de fer	153

Pag.

D. MANGERON and CORNELIU DRĂGAN, Eine neue graphisch-analytische Behandlung des Problems der Verteilung von Beschleunigungen beliebiger Ordnung 161
CORNELIU DRĂGAN, Tenseurs de position et tenseurs-vitesses dans la théorie des mécanismes à coulisse de l'espace . . . 175
L. N. REŞETOV, Konstruierung rationeller Mechanismen . . . 185
N. IRIMICIUC, La présentation graphique de l'algèbre vectorielle spatielle par la méthode des „coordonnées vectorielles cylindriques" . 195
OCTAVIAN MUNTEANU, Über das allgemeine analytische Studium der Malteserkreuze regelmässiger Form 201
N. IRIMICIUC and IZU KLEPPER, L'application de la méthode des coordonnées vectorielles cylindriques dans la théorie des mécanismes et machines (I) 205
OCTAVIAN MUNTEANU, Das Studium der Bewegung eines Kurvengetriebes durch Fourierschen-Reihen 211
N. IRIMICIUC, Une articulation universelle homocinétique (I) . . 213
T. I. CÂMPAN, Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von schlechtleitenden Stoffen mittels einer Methode der Kontakttemperaturen 215
CESAR BUDA, AL. MATEI and GAVRIL BORZAŞ, La loi de variation de l'angle de dégagement du foret hélicoïdal, déduite et vérifiée par les méthodes de la géométrie descriptive . . 223
CRISTIAN LINDE, VICTOR BAUŞIC and VITALIE BELOUS, Sur le problème de vérification à la pression des freins aux sabots extérieurs 229
AL. TODICESCU, Nomogrammes pour le calcul des installations de chauffage central 237
ANTON ŞESAN and N. ORLOVSCHI, Simplification des équations de la méthode des déformations et du calcul itératif pour des cadres quelconques 245
N. PREDA, VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, D. HORBANIUC and M. DIACONU, Quelques problèmes d'élasticité plane . 251
AL CHELĂRESCU, GH. URSESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL, VLADIMIR DIANU, AUREL TUDORAŞ, I. DUMITRESCU, VICTOR CIUBOTARU and N. ORLOVSCHI, Un nouveau procédé de dosage des bétons macroporeux (I, II) 271
AUREL CERNĂTESCU, ANTON ŞESAN, GH. DIMA, C. CIOBANU, LONGHIN MACAREVICI and VLADIMIR BOGHIAN, Sur la posibilité de l'imperméabilisation de quelques terres des environs de Jassy, pour les canaux d'irrigation et pour les digues (II) 281
VIRGIL FOCŞA and ADRIAN ALEXANDRESCU, Contributions au calcul des parois de sous-sol 287
ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN and ARIADNA BOGHIAN, Contributions à l'étude du comportement à la tension des terres stabilisées à l'aide du ciment 293
VLADIMIR BOGHIAN, N. PREDA and ANATOLIE MIHUL, Sur la variation des contraintes et du module d'élasticité au compression pour les terres loessoïdales de la région de Jassy, stabilisées avec du ciment 299
ANATOLIE MIHUL and MODESTA VOICU, L'adhérence du sol-ciment aux surfaces metalliques 309
TUDOR SILION, Eine analytische Methode zur Berechnung der Dauer von geteilten Prozessen bei liniaren Bauarbeiten . . 315
N. W. ŢAGARELI, Schablontensometer zur Bemessung von Schussgarnspannungen 319
NICOLAE BĂDAN, IOSIF IONESCU-MUSCEL, V. COPILU, MIŞU ZAIDMAN, I. VLAD, N. DOGARU, EMILIA VLAD, MIRCEA NETEA, RACHELA WEINSTEIN, LUCA SCHWARTZ and VIRGIL CLOŢAN, Réglage dans les filatures de cotton, en utilisant la longueur module des fibres . . 321
NOTES 329

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

517. 946. 82

SUR LE THÉORÈME DE A. HARNACK

PAR

JACQUES HADAMARD
Membre honoraire de l'Académie de la
République Popu aire Roumaine

Je suis heureux de présenter, pour être insérée dans le volume du „Bulletin de l'Institut Polytechnique de Jassy" la démonstration assez simple qui peut être donnée d'un résultat qui se montre utile dans la théorie des équations aux dérivées partielles.

On sait le rôle fondamental qui, dans la théorie des fonctions harmoniques, revient au célèbre théorème de A. Harnack:

Une série de fonctions harmoniques et positives dans un domaine $\mathfrak{D}$, *qui converge en un point intérieur a, converge par cela même en tout autre point intérieur, et cela uniformément dans tout domaine* $\mathfrak{D}'$ *complètement intérieur à* $\mathfrak{D}$. *Elle peut être différentiée terme à terme.*

Il importait de savoir si une propriété aussi essentielle subsiste lorsque, au lieu de fonctions harmoniques, on considère des solutions d'une autre équation linéaire du second ordre et du type elliptique. La question a été étudiée et une réponse affirmative démontrée dans plusieurs travaux contemporains [1] - [3]. (Le plus récent est une analyse délicate due à M. J. Serrin [4]).

Nous allons voir qu'on peut également y aboutir assez simplement en utilisant le procédé de la résolution du problème de Dirichlet à l'aide de la théorie des équations intégrales.

1. Pour l'équation de Laplace ordinaire $\Delta u = 0$, on considère la solution du problème comme représentée par un potentiel de double couche $\int m \frac{d(1/r)}{dn} dS$ et on a, pour déterminer le moment m de la double couche, une équation integrale

$$m(x) + \int_S K(x, y)\, m(y) dS_y = \Phi(x) \quad , \qquad (x \subset S) \tag{1}$$

où, ici (pour le cas de trois variables) les Φ sont, au facteur 2π près, les valeurs données à la frontière, $K(x, y)$ étant $\frac{1}{2\pi} \frac{d(1/r)}{dn_y}$.

Pour résoudre des équations intégrales de cette espèce, deux méthodes successives ont été indiquées.

Celle qui a été donnée par Liouville puis par C. Neumann revient, comme on le sait depuis Poincaré, à développer en série entière en λ

$$m_0+\lambda m_1+\ldots+\lambda^p m_p+\ldots, \tag{2}$$

le premier terme n'étant autre que la donnée Φ et les suivants se déduisant les uns des autres par la formule de récurrence

$$m_{p+1}=\int K(x,y)\,m_p(y)\,dS_y \tag{3}$$

la solution de l'équation qui se déduit de (1) par le changement de K en λK.

La convergence de cette série dépend de la quantité [1])

$$\mathcal{J}=\int |K(x,y)|\,dS_y\,. \tag{4}$$

Elle est assurée jusqu'à $\lambda=1$ si $\mathcal{J}$ est inférieur à 1 quelque soit x sur S.

Le procédé en question résoudrait donc le problème si une telle inégalité avait lieu dans le cas qui nous intéresse.

Mais ce n'est pas ce qui a lieu: la quantité (4) est égale et non inférieure à l'unité, de sorte que la convergence de la série (2), certaine pour $\lambda<1$, ne l'est plus pour $\lambda=1$, difficulté à laquelle C. Neumann s'est occupé de remédier par un artifice bien connu.

On y échappe aujourd'hui par la méthode de Fredholm, en représentant l'inconnue non plus par une série entière en λ, mais par le quotient de deux séries entières toujours convergentes. Il suffit alors de s'assurer que la série dénominateur ne s'annule pas pour $\lambda=1$, et c'est ce qui a été établi par Plemelj comme conséquence du fait que la solution, si elle existait, serait unique.

2. Voyons ce que deviennent ces différentes circonstances lorsque de l'équation $\Delta u=0$ on passe à une autre équation du type elliptique [5]

$$(\varepsilon)\qquad \mathfrak{F}(u)=\sum A_{hk}\frac{\partial^2 u}{\partial x_h\,\partial x_k}+2\sum B_h\frac{\partial u}{\partial x_h}+Cu=f(x_1,\ldots,x_m)$$

en faisant l'hypothèse, fondamentale dans cette théorie, que le coefficient *C est essentiellement négatif ou nul*, moyennant laquelle le problème de Dirichlet ne peut admettre plus d'une solution. Le potentiel W qui remplacera le potentiel de double couche classique sera le „potentiel généralisé"

$$W=\int m\frac{dv}{dv}\,dS\,,$$

1) Comme nous nous placerons un peu plus loin dans des conditions où K sera positif, le signe | | poura alors être supprimé.

en désignant par v la solution élémentaire [6] analogue au potentiel élémentaire classique et par $\frac{d}{dv}$, en un point où la surface (ou hypersurface, ou courbe) S a un plan tangent de cosinus directeurs $\gamma_1, \gamma_2 \cdots \gamma_m$, la dérivation

$$\frac{d}{dv} = \frac{1}{2} \sum A_{hk} \left(\gamma_h \frac{\partial}{\partial x_k} + \gamma_k \frac{\partial}{\partial x_h} \right).$$

Un tel potentiel subit en un point a de S des discontinuités tout analogues à celles qui affectent le potentiel de double couche classique: en désignant par W_i, W_e, W_s les valeurs vers lesquelles il tend suivant qu'on s'approche de a par l'intérieur de $\mathfrak{D}$, par l'extérieur (domaine complémentaire $\mathfrak{D}'$) ou par un chemin situé sur S même, on a (m étant supposé continu en a)

$$(5) \qquad \begin{cases} W_i = W_e + \omega(a)\, m(a), \\ W_s = W_e + \omega'(a)\, m(a). \end{cases}$$

Le coefficient $\omega(a)$ est une intégrale [2])

$$(6) \qquad (m-2) \int_\Omega \frac{d\Omega}{\mathfrak{H}^{m/2}(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m; a)},$$

étendue à la sphère Ω de rayon 1 décrite par le point $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$, intégrale qui représente, pour une position quelconque de a à l'intérieur de $\mathfrak{D}$, l'intégrale

$$(6') \qquad \int_S \frac{dv(x; a)}{d\nu_x} dS_x,$$

ω' représentant l'intégrale analogue lorsque a est sur S, n'est autre que l'intégrale (6), mais étendue cette fois seulement à un *hémisphère*, délimité par le plan diamétral tangent à S.

Or ce second coefficient est la moitié du précédent (2); autrement dit la discontinuité, lorsque a, venant de $\mathfrak{D}$, traverse S puis passe dans $\mathfrak{D}'$, s'opère en deux temps *égaux*, comme dans le cas habituel.

La valeur de $W_i - W_s$, telle qu'elle résulte de (5), donne l'équation intégrale en m lorsque $\Phi = W$ est donné tout le long de S, savoir

$$m(x) = \frac{\Phi(x)}{\omega - \omega'} + \frac{1}{\omega - \omega'} \int m \frac{dv(y; x)}{d\nu_y} dS_y$$

et le dénominateur $\omega - \omega'$ est, d'après ce que nous venons de voir, égal à ω'.

---

2) $\mathfrak{H}(\alpha)$ est la forme métrique, forme quadratique réciproque de $\mathfrak{A} = \sum A_{hk} \gamma_h \gamma_k$; sa valeur ne change donc pas si l'on remplace une direction α par la direction diamétralement opposée.

Si, pour cette équation, nous voulons former la quantité (4), nous voyons que l'intégrale $\int K(x, y)\, dS$ est précisément, pour un point x pris sur S, ce que nous avons appelé ω'. Il en résulte que, toujours comme dans le cas newtonien, la quantité $\mathcal{J}$ (où nous ne tenons pas compte du signe | |) est identiquement égale à un.

Ainsi notre équation intégrale, avec introduction du paramètre λ en facteur du terme intégral, peut se traiter par la méthode d'intération de Liouville-Neumann pour $0 < \lambda < 1$. Pour $\lambda = 1$, au contraire, il faut recourir à la méthode de Fredholm, donc s'assurer que le dénominateur de Fredholm n'est pas nul. Or à cet égard [5, p. 307] la démonstration de Plemelj s'applique exactement comme dans le cas newtonien, étant donnée l'hypothèse que nous avons stipulée sur le coefficient C.

3. Prenons en particulier pour S, à l'intérieur de $\mathfrak{D}$, une sphère. Nous allons montrer que, si cette sphère a été prise suffisamment petite, *le noyau* $\frac{dv}{dv}$ *est positif* sur toute sa surface.

On obtient pour ce noyau la valeur approchée

$$\frac{m-2}{r^{m-1}\, \mathfrak{H}^{m/2}(\alpha)} \cos(r, n) ,$$

moyennant les deux approximations suivantes :

On a réduit la solution élémentaire à sa partie principale $v_0 = 1/\Gamma_0^{\frac{m-2}{2}}$ et les dérivées premières de v aux dérivées correspondantes de v_0, en désignant par Γ_0 la forme $\mathfrak{H}(x_1 - a_1,\ x_2 - a_2, \ldots, x_m - a_m)$.

On a aussi, en prenant la dérivée $\frac{dv}{dv}$, négligé le fait que les coefficients de la forme $\mathfrak{H}$ sont fonctions des x.

Ces deux approximations n'altèrent la valeur obtenue que d'une quantité inférieure en valeur absolue à q/r^{m-2}, où q sera un nombre indépendant des positions des points x et a sur S. L'erreur relative ainsi commise sera donc en général infiniment petite avec r.

Elle cessera de l'être lorsque les deux points pris sur la surface sphérique seront infiniment voisins. Mais le rayon R de la sphère pourra être pris assez petit pour que, même pour de tels points, notre valeur approchée l'emporte sur l'erreur q/r^{m-2}, car le facteur positif $\cos(r, n)$ est égal à $r/2R$. On peut donc faire que non seulement la valeur approchée précédente, mais la valeur véritable du noyau, *soient partout positives*.

Dès lors, pour $\lambda < 1$, *la solution sera forcément positive* du moment qu'il en est ainsi pour le terme connu Φ, car, dans la série (2) qui la fournit, les termes successifs seront tous positifs dans ces conditions.

4. Qu'il en soit de même quand $\lambda = 1$, c'est ce qui résulte de l'obtention de cette même solution par la méthode de Fredholm. La

solution reste continue pour $\lambda = 1$, puisque nous savons que cette valeur de λ n'annule pas le dénominateur. Ainsi:

Une solution de l'équation (ε), *positive dans toute une sphère de rayon suffisamment petit, y est représentable par un potentiel de double couche généralisé, distribué sur la surface avec un moment partout positif.*

Ce résultat entraîne immédiatement celui que nous avions en vue: le rapport u_b/u_a des valeurs que prend une même solution positive en deux points intérieurs donnés a, b est nécessairement compris entre le minimum et le maximum du rapport $\dfrac{dv(x,b)}{d\nu_x} : \dfrac{dv(x,a)}{d\nu_x}$ lorsque x décrit S.

De même toutes les séries dérivées seront uniformément convergentes. D étant un symbole de dérivation quelconque, le rapport $|D_a u| : u_a$ est borné par $\max. \left| D_a \dfrac{dv}{d\nu} \right| : \dfrac{dv}{d\nu}$.

5. Malgré la nécessité où nous avons été de prendre chaque sphère suffisamment petite, le résultat s'étend, comme dans le cas classique, à des positions quelconques des points a et b, en introduisant une chaine de sphères dont la première contiendra à son intérieur le point a, la dernière le point b et dont chacune sera sécante à la précédente.

La conclusion finale de Harnack en ressort également: une série dont les termes sont positifs et satisfont, dans le domaine (convexe) $\mathfrak{D}$ à l'équation (ε), si elle converge en un point a intérieur à $\mathfrak{D}$, converge en tout autre point intérieur, et cela uniformément dans tout domaine intérieur $\mathfrak{D}'$; elle peut être dérivée terme à terme.

Académie des Sciences,
Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Lichtenstein L., Rend. Circ. Mat. Palermo, 1912, **33**, p. 201.
2. Feller W., Math. Ann., 1930, **102**, p. 633.
3. Bers L. a. Nirenberg O., *Convegno Internationale sulle Equazioni con Derivate Parziali*, 1954, pp. 141—167.
4. Serrin J., Journal d'Analyse Mathématique, 1955—1956, 4, pp. 292—308.
5. Sternberg W., Math. Zeitschr., 1924, 22, pp. 286—311.
6. Levi E. E., Rend. Circ. Mat. Palermo, 1907, 24, pp. 276—317.

О ТЕОРЕМЕ А. ХАРНАКА

(Резюме)

Автор доказывает, что ряд функций — решений линейных уравнений второго порядка, эллиптического типа в области $\mathfrak{D}$ — сходящийся в некоторой внутренней точке a сходится и в любой внутренней точке, а сходимость является равномерной в любой области $\mathfrak{D}'$ расположенной полностью внутри $\mathfrak{D}$.

ASUPRA TEOREMEI LUI A. HARNACK

(Rezumat)

Autorul demonstrează că o serie de funcţii, soluţii ale unei ecuaţii liniare de ordinul doi si de tip eliptic, într-un domeniu $\mathfrak{D}$, convergentă într-un punct interior a, converge în orice alt punct interior, iar convergenţa este uniformă în orice domeniu $\mathfrak{D}'$ complet interior lui $\mathfrak{D}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

FOLGERUNGEN AUS DEN GLEICHUNGEN $A \cdot B = C \cdot D$ UND $a^2 + b^2 = c^2$

VON

ALFRED MOESSNER

I. Überblick und Allgemeines

Die im Titel zitierten Gleichungen erweisen sich als äusserst nützlich bei der Auflösung komplizierterer diophantischer Gleichungen. Insbesondere eignen sie sich gut zur Herstellung von Systemen multigrader Gleichungen die bekanntlich aus Gleichungen der Form

$$x_1^i + x_2^i + \ldots + x_k^i = y_1^i + y_2^i + \ldots + y_k^i$$

für verschiedene Exponenten i bestehen. Abkürzend schreiben wir für eine solche Relation :

$$x_1, \ldots, x_k \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k . \tag{1}$$

Multigrade Gleichungen erhält man aus einfachen Ausgangsgleichungen durch Anwendung der folgenden unschwer zu beweisenden Sätze :

Satz I. *Gilt* (1) *für* $i=1, \ldots, n$, *so folgt*

a) $ux_1+v, \ldots, ux_k+v \overset{i}{=} uy_1+v, \ldots, uy_k+v$, *für beliebige Zahlen* u, v *und* $i=1,\ldots,n$;

b) $x_1, \ldots, x_k, y_1+h, \ldots, y_k+h \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k, x_1+h, \ldots, x_k+h$, *für beliebige* h *und* $i=1, \ldots, n+1$.

Dieser Satz ermöglicht bereits die Konstruktion von Multigraden aus einer linearen Gleichung ($i=1$), doch wächst die Zahl der Summanden schnell. Rascher kommt man mit folgenden Sätzen zu höheren Graden :

Satz II. *Gilt* (1) *für*

a) $i=1, 3, 2n-1$, *so folgt*

$x_1, \ldots, x_k, -y_1, \ldots, -y_k \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k, -x_1, \ldots, -x_k$, *für* $i=1, 2, \ldots, 2n$;

b) $i=2, 4, \ldots, 2n$, *so folgt*

$x_1, \ldots, x_k, -x_1, \ldots, -x_k \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k, -y_1, \ldots, -y_k$, für $i=1,2,\ldots,2n+1$.

Satz III. *Gilt* (1) *für* $i=1,\ldots, n$ *und* $k = n+1$ *und ist* $t = \dfrac{x_1 + \ldots x_{n+1}}{n+1}$, *so folgt*

a) *wenn* n *ungerade ist :*

$x_1, \ldots, x_k, 2t - y_1, \ldots, 2t - y_k \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k, 2t - x_1, \ldots, 2t - x_k$,

für $i=1, 2, \ldots n+3$;

b) *wenn n gerade ist :*

$$x_1, \ldots, x_k, 2t - x_1, \ldots, 2t - x_k \overset{i}{=} y_1, \ldots, y_k, 2t - y_1, \ldots, 2t - y_k,$$

für $i=1, 2, \ldots, n+3$.

Wir werden sehen, wie man aus den Titelgleichungen solche Ausgangsgleichungen erhält, die die Voraussetzung z. B. von Satz II für $i=1, 3$ oder $i=2, 4$ erfüllen. Die Fortführung zu höheren Graden wird an vielen Beispielen gezeigt.

II. Folgerungen aus $A \cdot B = C \cdot D$

A. a) Ist $AB=CD$, so gilt auch

$$A+B+(C+D)=C+D+(A+B), \quad A^2+B^2+(C+D)^2=C^2+D^2+(A+B)^2. \tag{2}$$

Wir erhalten also Lösungen des Systems

$$x_1, x_2, x_3 \overset{i}{=} y_1, y_2, y_3, \quad (i=1, 2). \tag{3}$$

Exempel : $A=3, B=5, C=1, D=15$ ergibt $3, 5, 16 \overset{i}{=} 1, 15, 8, \quad (i=1, 2)$.

Andere Lösungen des selben Systems erhält man aus

$$(-A) \cdot B=(-C) \cdot D, \quad (-A) : (-B) = C \cdot D \text{ und } A \cdot (-B)=(-C) \cdot D.$$

b) Gilt (3) und ist $r=\frac{2}{3}(x_1+x_2+x_3)$, so folgt nach Satz III die 5-gradige Identität

$$x_1, x_2, x_3, r-x_3, r-x_2, r-x_1 \overset{i}{=} y_1, y_2, y_3, r-y_3, r-y_2, r-y_1, \quad (i=1, \ldots, 5).$$

Im obigen Zahlenbeispiel wird $r=\frac{2}{3}(3+5+16)=16$ und wir bekommen nach Ordnung der Basen

$$0, 3, 5, 11, 13, 16 \overset{i}{=} 1, 1, 8, 8, 15, 15, \quad (i=1, \ldots, 5),$$

wo zugleich $0, 11, 13 \overset{i}{=} 1, 8, 15, \quad (i=1, 2)$ ist.

c) Wir haben eine Lösung zu $A_1, A_2, \ldots, A_6 \overset{i}{=} C_1, C_1, C_2, C_2, C_3, C_3, (i=1, \ldots, 5)$ erhalten, wobei C_1, C_2, C_3 eine arithmetische Progression bilden. Besteht eine solche Identität, wobei die Basen nach der Grösse geordnet sind, dann ergibt

$$A_6-A_1, A_5-A_2, A_4-A_3 \overset{i}{=} C_3-C_1, C_3-C_1, C_2-C_2 \text{ für } i=2, 4$$

eine Lösung zu

$$G_1, G_2, G_3 \overset{i}{=} M, M, \quad (i=2, 4). \tag{4}$$

Unser Zahlenbeispiel ergibt : $16, 10, 6 \overset{i}{=} 14, 14$ für $i=2, 4$. (4) hat die vollständige Lösung :

$$M=u^2+uv+v^2 ; \; G_1=u^2-v^2 ; \; G_2=v^2+2uv ; \; G_3=u^2+2uv.$$

Setzen wir hier $u=2, v=1$, so bekommen wir $7, 7 \overset{2,4}{=} 3, 5, 8$, was nach Multiplikation mit 2 mit dem obigen Beispiel übereinstimmt.

d) Gilt (2) und setzen wir $A+B+C+D=3s$, so gilt auch

$$(A-s)^2+(B-s)^2+(C+D-s)^2=(C-s)^2+(D-s)^2+(A+B-s)^2,$$
$$(A-s)^4+(B-s)^4+(C+D-s)^4=(C-s)^4+(D-s)^4+(A+B-s)^4.$$

Hier ergeben sich triviale Lösungen, wenn in $AB=CD$ ein Faktor der einen Seite gleich oder doppeltsogross als einer der andern Seite ist. Exempel : $7 \cdot 8 = 1 \cdot 56$ ergibt $s=24$, also

$$17, 16, 33 \overset{i}{=} 23, 32, 9, \quad (i=2, 4).$$

B. a) Ist $AB=CD$, so gilt auch

(5) $(A+B)^2+(C-D)^2=(A-B)^2+(C+D)^2$; z. B. ergibt $9\cdot 2=18\cdot 1$:
$11^2+17^2=7^2+19^2$.

b) Setzen wir $A=m^2$, $B=n^2$, $C=D=mn$, so ist $AB=CD$ erfüllt und (5) liefert die bekannte Formel von Brahmagupta für pythagoräische Zahlen:

(6) $(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+(2mn)^2$.

c) Ist in (6) die Summe m^2+n^2 ein Quadrat, so bekommen wir eine Lösung zu $E^4=F^2+G^2$; Exempel: $m=4$, $n=3$ ergibt $5^4=7^2+24^2$.

Ist in (6) $m=G^v$ und $n=2^{v-1}$, so erhalten wir eine Lösung zu $E^2=F^2+(2G)^{2v}$ Exempel: $m=1$, $v=4$ ergibt $65^2=63^2+2^8$.

III. Folgerungen aus $a^2+b^2=c^2$

A. a) In (6) erhielten wir bereits eine Formel, die alle teilerfremden Tripel pythagoräischer Zahlen liefert. Setzen wir $c=m^2+n^2$, $a=m^2-n^2$, $b=2mn$, so wird $c\pm b=(m\pm n)^2$. Die Bezeichnung sei nun immer so gewählt, dass $c+b$ und $c-b$ Quadrate sind.

Ist $a^2+b^2=c^2$, dann gilt $(b-a)^2+(b+a)^2=2c^2$. Wir erhalten also Lösungen der Gleichung

(7) $u^2+v^2=2c^2$.

b) Diese für den 2. Potenzgrad gültigen Gleichungen können wir durch „Ausgleich“ auch für die 1. Potenz gültig machen; hierzu setzen wir $d=\frac{1}{2}(a+b-c)$ und $e=\frac{1}{2}(2c-u-v)$; dann gilt

$$-d,\ a,\ b \overset{i}{=} 0,\ d,\ c \quad \text{und} \quad e,\ u,\ v \overset{i}{=} -e,\ c,\ c,\ (i=1,\ 2).$$

Somit haben wir eine Lösung des Gleichungspaares (3) gewonnen. Weitere ergeben sich, wenn wir ausgehen von $(-a)^2+b^2=c^2$, $a^2+(-b)^2=c^2$ oder $a^2+b^2=(-c)^2$ bzw. $(-u)^2+v^2=c^2+c^2$, $u^2+(-v)^2=c^2+c^2$, $u^2+v^2=(-c)^2+c^2$, $u^2+v^2=(-c)^2+(-c)^2$ oder $(-u)^2+v^2=(-c)^2+c^2$.

Exempel: Aus $u=12-5$, $v=12+5$, $c=13$ folgt $e=\frac{2\cdot 13-7-17}{2}=1$. Wir bekommen also 1, 7, 17 $\overset{1,2}{=}$ (-1), 13, 13 ; nach Satz I dürfen wir 1 addieren und durch 2 dividieren:

$$1,\ 4,\ 9 \overset{1,2}{=} 0,\ 7,\ 7.$$

Satz III liefert weiter

$$3,\ 12,\ 27,\ (-13),\ 2,\ 11 \overset{i}{=} 21,\ 21\ (-7),\ (-7),\ 14, \quad (i=1,\ \dots,\ 5),$$
$$3,\ 12,\ 27 \overset{i}{=} 21,\ 21 \quad , \quad (i=1,\ 2),$$
$$(-13),\ 2,\ 11 \overset{i}{=} (-7),\ (-7),\ 14, \quad (i=2,\ 4).$$

B. Ist $a^2+b^2=c^2$, dann gilt auch (nach Satz II):

$$c-2a,\ c-2b,\ c+2b,\ c+2a \overset{i}{=} c,\ 3c \quad , \quad (i=1,\ 3).$$

Exempel: $a=8$, $b=15$, $c=17$ ergibt

$$1,\ (-13),\ 47,\ 33 \overset{i}{=} 17,\ 51 \quad , \quad (i=1,\ 3).$$

C. a) Wenden wir Satz II auf (7) an und addieren ein beliebiges h, so erhalten wir

(8) $b-a+h,\ b+a+h,\ c-h,\ c-h \overset{i}{=} c+h,\ c+h,\ b+a-h,\ b-a-h$, $(i=1,\ 3)$.

Exempel: $a=3$, $b=4$, $c=5$, $h=1$ ergibt $2, 8, 4, 4 \overset{1,3}{=} 6, 6, 6, 0$, also nach Division der Basen durch 2: $1+2+2+4=3^2$ und $1^3+2^3+2^3+4^3=3^4$.

b) Setzen wir in (8) $h=b$, so folgt $c+b, c+b \overset{1,3}{=} 2b-a, 2b+a, c-b, c-b$. Da nach unserer Bemerkung $c \pm b$ Quadrate ergeben, erhalten wir Identitäten der Form:

$$H^2+H^2=J+K+L^2+L^2, \quad H^6+H^6=J^3+K^3+L^6+L^6.$$

Exempel: $a=3$, $b=4$, $c=5$ gibt $3^2+3^2=5^2+11^2+1^2+1^2$, $3^6+3^6=5^6+11^6+1^6+1^6$.

c) Setzen wir in (8) $h=1$, so folgt nach Division durch 2:

$$\frac{b-a+1}{2}, \frac{b+a+1}{2}, \frac{c-1}{2}, \frac{c-1}{2} \overset{i}{=} \frac{c+1}{2}, \frac{c+1}{2}, \frac{b-a-1}{2}, \frac{b+a-1}{2}, \quad (i=1, 3).$$

Exempel: $a=8$, $b=15$, $c=17$ gibt zunächst $7^2+23^2=2 \cdot 17^2$ und dann

$$4+12+2 \cdot 8 = 3+11+2 \cdot 9, \quad 4^3+12^3+2 \cdot 8^3 = 3^3+11^3+2 \cdot 9^3.$$

Ist nun noch $c-b=1$, so bekommen wir Identitäten der Form

$$P_1+P_2+2 \cdot P_3 = Q_1+Q_2+2 \cdot Q_3 = a^2 \quad ; \quad P_3^2 - P_1 P_2 = 0,$$
$$P_1^3+P_2^3+2 \cdot P_3^3 = Q_1^3+Q_2^3+2 \cdot Q_3^3 = (aQ_3)^2 \quad ; \quad Q_3^2 - Q_1 Q_2 = K^2.$$

Exempel: $a=5$, $b=12$, $c=13$ gibt

$$4+9+6+6 = 3+8+7+7=5^2, \quad 4^3+9^3+6^3+6^3 = 3^3+8^3+7^3+7^3=35^2.$$

d) Setzen wir in (8) $h=c$, so folgt nach Division durch 2:

$$(9) \qquad \frac{c-b+a}{2}, \frac{c+b-a}{2}, \frac{c+b+a}{2} \overset{i}{=} \frac{b+a-c}{2}, c, c, \quad (i=1, 3).$$

Exempel: $a=7$, $b=24$, $c=25$ ergibt $4, 21, 28 \overset{i}{=} 3, 25, 25$, $(i=1, 3)$.

Durch Umstellung von (9) können wir sogar Produktengleichheit herstellen, die wir durch einen Punkt unter dem Gleichheitszeichen notieren: wir bekommen eine Lösung des Systems

$$(10) \qquad \begin{cases} (-U)+(-V)+(U+V) = (-X)+(-Y)+(X+Y), \\ (-U)^3+(-V)^3+(U+V)^3 = (-X)^3+(-Y)^3+(X+Y)^3, \\ (-U) \cdot (-V) \cdot (U+V) = (-X) \cdot (-Y) \cdot (X+Y), \end{cases}$$

wenn wir setzen $U=\frac{a-b+c}{2}$, $V=\frac{b+c-a}{2}$, $X=\frac{a+b-c}{2}$, $Y=c$.

Exempel: $a=5$, $b=12$, $c=13$ ergibt $(-3), (-10), 13 \overset{1,3}{=} (-2), (-13), 15$.

e) Aus (10) folgt für beliebiges h die 4-grädige Identität

$$h-U, h-V, h+U+V, h+X, h+Y, h-X-Y \overset{i}{=}$$
$$\overset{i}{=} h-X, h-Y, h+X+Y, h+U, h+V, h-U-V, \quad (i=1,...,4).$$

Exempel: Aus unserer obigen numerischen Lösung folgt für $h=15$:

$$0, 5, 12, 17, 28, 28 \overset{i}{=} 2, 2, 13, 18, 25, 30, \quad (i=1, \ldots, 4).$$

Aus (10) folgt für $K=(-U)^3+(-V)^3+(U+V)^3$, wenn wir setzen $E_1=K-(X+Y)^3$, $E_2=K+Y^3$, $E_3=K+X^3$, $F_1=K-(U+V)^3$, $F_2=K+V^3$, $F_3=KU^3$, die gemischte Identität 12. Grades

$$(-U)^3, (-V)^3, (U+V)^3, E_1, E_2, E_3 \overset{i}{=} (-X)^3, (-Y)^3, (X+Y)^3, F_1, F_2, F_3, \quad (i=1,...,4).$$

Exempel: Aus unserer obigen numerischen Lösung folgt

$K=(-3)^3+(-10)^3+13^3=1170$; $E_1=-2205$, $E_2=3367$, $E_3=1178$, $F_1=-1027$, $F_2=2170$, $F_3=1197$; wir erhalten also:

$$(-3)^3, (-10)^3, 13^3, (-2205), 3367, 1178 \overset{i}{=} (-2)^3, (-13)^3, 15^3, (-1027), 2170, 1197, \quad (i=1,...,4).$$

f) Aus (9) folgt ferner:

$$(11)\quad \frac{b-a-c}{2}, \frac{a-b-c}{2}, c, \frac{-a-b-c}{2}, c, \frac{a+b-c}{2} \overset{i}{=} \frac{c-a-b}{2}, c-, \frac{a+b+c}{2}, -c, \frac{b+c-a}{2}, \frac{a+c-b}{2},$$
$$(i=1,...,4).$$

Exempel: $a=3$, $b=4$, $c=5$ ergibt

$$(-2), (-3), 5, (-6), 1 \overset{i}{=} (-1), (-5), 6, (-5), 3, 2, \quad (i=1,...,4),$$
$$(-2), (-3), 5 \overset{i}{=} (-1), (-5), 6, \quad (i=1, 3).$$

Nach Satz Ia darf man (11) mit einer beliebigen Konstanten k multiplizieren und ein beliebiges h addieren. Das Zahlenbeispiel gibt mit $k=2$ und $h=13$

$$9, 7, 23, 1, 23, 15 \overset{i}{=} 11, 3, 25, 3, 19, 17, \quad (i=1,...,4),$$

wo noch $9^2+7^2 = 11^2+3^2$.

Wählt man $k=2$ und $h=c$, so folgt

$$b-a, a-b, 3c, -a-b, 3c, a+b \overset{i}{=} 2c-a-b, -c, a+b+2c, -c, b+2c-a, a+2c-b,$$
$$(i=1,...,4).$$

Exempel: $a=3$, $b=4$, $c=5$ ergibt $1, -1, 15, -7, 15, 7 \overset{i}{=} 3, -5, 17, -5, 11, 9$, $(i=1,...,4)$.

g) Aus der Relation (7) $u^2+v^2=2c^2$ folgt:

$$u^4+(cv)^2+(cv)^2 = v^4+(cu)^2+(cu)^2 = s = (2c^2+uv)(2c^2-uv),$$
$$u^4\cdot(cv)^2\cdot(cv)^2 = v^4\cdot(cu)^2\cdot(cu)^2 = (uvc)^4.$$

Hieraus folgt nach einem allgemeinen Satz die Gleichung

$$(s-2u^4), (s-2c^2v^2), (s-2c^2v^2) \overset{i}{=} (s-2v^4), (s-2c^2u^2), (s-2c^2u^2), \quad (i=1, 3).$$

Da nun $s-2c^2v^2 = u^4$ und $s-2c^2u^2 = v^4$, so bekommen wir eine Lösung zu

(12) $q+u^4+u^4 = p+v^4+v^4$, $q^3+u^{12}+u^{12} = p^3+v^{12}+v^{12}$, in ganzen Zahlen.

Exempel: $(4-3)^2+(4+3)^2 = 2\cdot5^2$ ergibt $u=1$, $v=7$, $c=5$ und weiter

$$1^4+35^2+35^2 = 7^4+5^2+5^2=2451=s,\ 1^4\cdot35^2\cdot35^2 = 7^4\cdot5^2\cdot5^2 = 35^2,$$
$$2449+1^4+1^4 = (-2351)+7^4+7^4,\ 2449^3+1^{12}+1^{12} = (-2351)^3+7^{12}+7^{12}.$$

Das System (12) lässt sich zu einer gemischten Identität 16. Grades weiterführen; hier sei nur angegeben, was sich aus unserer numerischen Lösung ergibt:

$$1^4+2\cdot35^2+50+2\cdot2426 = 7^4+2\cdot5^2+2450+2\cdot1226,$$
$$1^8+2\cdot35^4+50^2+2\cdot2426^2 = 7^8+2\cdot5^4+2450^2+2\cdot1226^2,$$
$$1^{12}+2\cdot35^6+50^3+2\cdot2426^3 = 7^{12}+2\cdot5^6+2450^3+2\cdot1226^3,$$
$$1^{16}+2\cdot35^8+50^4+2\cdot2426^4 = 7^{16}+2\cdot5^8+2450^4+2\cdot1226^4.$$

D. a) Ist $a^2+b^2=c^2$, so gilt auch

$$a^4+b^4+c^4 = (b^2-a^2-ab)^2+(2ab)^2+(b^2-a^2+ab)^2,$$
$$a^8+b^8+c^8 = (b^2-a^2-ab)^4+(2ab)^4+(b^2-a^2+ab)^4.$$

Wir erhalten also Identitäten der Form

(13) $A^4+B^4+C^4 = D^2+E^2+F^2,\ A^8+B^8+C^8 = D^4+E^4+F^4.$

Exempel: $a=5,\ b=12,\ c=13$ ergibt

$$5^4+12^4+13^4 = 59^2+120^2+173^2 = 2\cdot(5^4+12^2\cdot 13^2),$$
$$5^8+12^8+13^8 = 59^4+120^4+179^4 = 2\cdot(5^4+12^2\cdot 13^2)^2.$$

Wendet man Satz Ib auf (13) an, so erhält man Lösungen zu dem System

$$\begin{aligned}
A^4+B^4+C^4+U+V+W &= D^2+E^2+F^2+X+Y+Z,\\
A^8+B^8+C^8+U^2+V^2+W^2 &= D^4+E^4+F^4+X^2+Y^2+Z^2,\\
A^{12}+B^{12}+C^{12}+U^3+V^3+W^3 &= D^6+E^6+F^6+X^3+Y^3+Z^3,\\
A^4+B^4+C^4 &= D^2+E^2+F^2,\\
U+V+W &= X+Y+Z,\\
A^8+B^8+C^8 &= D^4+E^4+F^4,\\
U^2+V^2+W^2 &= X^2+Y^2+Z^2,\\
A^2+B^2 = C^2 &\qquad D+E=F.
\end{aligned}$$

Exempel: $A=3,\ B=4,\ C=5,\ D=5,\ E=19,\ F=24;\ h=1;$
$U=26,\ V=362,\ W=577,\ X=82,\ Y=257,\ Z=626.$

b) Wendet man Satz III auf (13) an und setzt $S=\frac{2}{3}\cdot(A^4+B^4+C^4)$, $u=S-C^4$, $v=S-B^4$, $w=S-C^4$, $x=S-F^2$, $y=S-E^2$, $z=S-D^2$, so erhält man

$$\begin{aligned}
A^4+B^4+C^4+u+v+w &= D^2+E^2+F^2+x+y+z,\\
A^8+B^8+C^8+u^2+v^2+w^2 &= D^4+E^4+F^4+x^2+y^2+z^2,\\
A^{12}+B^{12}+C^{12}+u^3+v^3+w^3 &= D^6+E^6+F^6+x^3+y^3+z^3,\\
A^{16}+B^{16}+C^{16}+u^4+v^4+w^4 &= D^8+E^8+F^8+x^4+y^4+z^4,\\
A^{20}+B^{20}+C^{20}+u^5+v^5+w^5 &= D^{10}+E^{10}+F^{10}+x^5+y^5+z^5.
\end{aligned}$$

Exempel: $A=9,\ B=12,\ C=15$ ergibt $D=45,\ E=171,\ F=216$, also
$S=\frac{2}{3}\cdot(9^4+12^4+15^4)=51948$; wir bekommen folgendes Resultat:

$9^4,\ 12^4,\ 15^4,\ 1323,\ 31212,\ 45386 \overset{i}{=} 45^2,\ 171^2,\ 216^2,\ 5292,\ 22707,\ 49923,\ (i=1,\ldots,5).$

c) Ist $a^2+b^2=c^2$, so gilt auch $c^6=a^6+b^6+3\cdot(abc)^2$.
Exempel: $a=3,\ b=4,\ c=5$ ergibt $5^6=3^6+4^6+3\cdot 120^2$.
Ist $a^2+b^2=c^2$, so gilt auch $[(ac)^2+(bc)^2-(ab)^2]^2 = (ac)^4+(bc)^4+(ab)^4$.
Exempel: $a=3,\ b=4,\ c=5$ ergibt $(15^2+20^2-122)^2 = 15^4+20^4+12^4$.

E. a) Nun noch ein paar Beispiele für mehrgradige Identitäten, in denen pythagoräische Zahlentripel sowie deren Potenzen eingebaut sind. Ist $a^2+b^2=c^2$ und setzen wir $s=\frac{4}{3}c^2$, so gilt auf grund von Satz II:

$$a^2,\ b^2,\ c^2 \overset{i}{=} s-c^2,\ s-b^2,\ s-a^2,\quad (i=1,\ 2).$$

Exempel: $a=9,\ b=12,\ c=15$ ergibt $s=300$ und weiter

$$9^2,\ 12^2,\ 15^2 \overset{i}{=} 75,\ 156,\ 219,\quad (i=1,\ 2).$$

b) Stellen wir 2 pithagoräische Tripel zusammen, die zu flächengleichen Dreieken gehören, d.h. $a^2+b^2=c^2$, $A^2+B^2=C^2$, $ab=AB$, so gilt $a,\ b,\ C \overset{i}{=} A,\ B,\ c$ für $i=2,\ 4$.

In Parameterdarstellung ist $a=m^2-n^2$, $b=2mn$, $c=m^2+n^2$, $A=M^2-N^2$, $B=2MN$, $C=M^2+N^2$, $mn(m^2-n^2)=MN(M^2-N^2)$.
Exempel: $m=6,\ n=1,\ M=5,\ N=2$ ergibt die Lösung

$$35^2+12^2+29^2 = 21^2+20^2+37^2,$$
$$35^4+12^4+29^4 = 21^4+20^4+37^4,$$
$$53^2+12^2 = 37^2,$$
$$29^2 = 21^2+20^2.$$

c) Eine Identität 6. Grades mit eingebauter pythagoräischer Gleichung ist

$$7^2+24^2+25^2+34^2 = 14^2+15^2+31^2+32^2,$$
$$7^4+24^4+25^4+34^4 = 14^4+15^4+31^4+32^4,$$
$$7^6+24^6+25^6+34^6 = 14^6+15^6+31^6+32^6,$$
$$7^2+24^2=25^2.$$

Eine allgemeine Lösung für derartige Identitäten fang ich noch nicht.

IV. Hinweise und Probleme

Ich habe mir in vorstehenden Zeilen mit Rücksicht auf den Raum manche Beschränkungen auferlegt und nur einen Teil der Folgerungen gezogen, die sich aus den Titelgleichungen $A \cdot B = C \cdot D$ und $a^2+b^2 = c^2$ ergeben. Insbesondere wurde nicht berücksichtigt, dass die Gleichung $a^2+b^2 = c^2$ nur ein Sonderfall der Gleichung $a^2+b^2 = c^2+d^2$ für $d=0$ ist. Ferner bin ich nicht darauf eingegangen, ob die Gleichung $a, b \overset{i}{=} c$ auch für Exponenten $i>2$ rational möglich ist. Nach F e r m a t existiern hierzu keine Lösungen; hierfür liegen bereits eine ganze Reihe von Teilbeweisen vor. Es erhebt sich weiter die Frage, ob die Gleichung $C^n = A_1^n+\cdots+A_k^n$ bei $n>k>1$ erfüllbar ist. Das scheint nicht der Fall zu sein. Für $n=k=4$ kenne ich nur zwei numerische Lösungen, nämlich $354^4=30^4+120^4+272^4+315^4$ und $651^4 = 240^4+340^4+430^4+590^4$. Für $n=k=5$ kenne ich eine algebraische Lösung, unter welche das Resultat $107^5 = 7^5+43^5+57^5+80^5+100^5$ fällt. Eine weitere Verallgemeinerung der Fermatschen Gleichung führt zu der Vermutung, dass die Gleichung $A_1^n+\cdots+A_k^n = B_1^n+\cdots+B_k^n$ nur für $k \geqslant \frac{n}{2}$ in natürlichen Zahlen lösbar ist. Hierauf soll hier nicht weiter eingegangen werden. Interessant erscheinen in diesem Zusammenhang auch Gleichungen wie z. B. $3^x+10^y = 7^z$ für die noch keine allgemeinen Lösungsmethoden bekannt sind.

Eingegangen 4 III 1957

Mathematisches Institut,
Gunzenhausen, Bayern,
Deutsche Bundesrepublik

СЛЕДСТВИЯ ВЫТЕКАЮЩИЕ ИЗ УРАВНЕНИЙ $A.\ B=C.\ D$ и $a^2+b^2=c^2$

(Резюме)

Автор изучает роль заглавных уравнений в задачах разработки систем многостепенных уравнений соответствующих различным степеням i.

Статья заканчивается рядом замечаний и формулировок задач относящихся к этой богатой области ещё не решенных вопросов.

ASUPRA CONSECINȚELOR CE DECURG DIN ECUAȚIILE $A.B=C.D$ și $a^2+b^2=c^2$

(Rezumat)

Autorul expune rolul ecuațiilor menționate în titlu în problema elaborării sistemelor de ecuații multigrade corespunzătoare la diferiți exponenți i.

Articolul se încheie cu o serie de adnotări și formulări de probleme încă nerezolvate în acest domeniu deosebit de rodnic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

513, 873. 1

EXTREMALE KONVEXE ROTATIONSKÖRPER BEI AEQUATOR—UND MERIDIANNEBENBEDINGUNGEN

VON

H. HADWIGER

In der vorliegenden Note soll eine einfache Herleitung von vier Ungleichungen für Inhalt V und Oberfläche F eines konvexen Rotationskörpers A des gewöhnlichen Raumes gegeben werden, wobei sich die gestellten Nebenbedingungen auf Aequator—und Meridianschnitt von A beziehen. Ein Aequatorschnitt ist ein grösster Kreisbereich, der sich durch eine geeignete, auf der Rotationsachse von A orthogonal stehende Ebene aus A ausschneiden lässt; der Radius a dieses Kreises heisst Aequatorradius von A. Ein Meridianschnitt ist ein ebener, axialsymmetrischer, konvexer Bereich, der von einer durch die Rotationsachse von A hindurchgelegten Ebene aus A ausgeschnitten wird; Umfang l unde Flächeninhalt f dieses Bereiches nennen wir kurz Meridianlänge und Meridianfläche von A.

Es werden die beiden folgenden Probleme gestellt:

1) Welches sind die extremen Werte, welche die Oberfläche F annimmt, wenn Aequatorradius a und Meridianlänge l vorgegeben sind?

2) Welches sind die extremen Werte, welche der Inhalt V annimmt, wenn Aequatorradius a und Meridianfläche f vorgegeben sind?

Die beiden Fragen werden mit den angekündigten Ungleichungen vollständig beantwortet. Diese lauten:

$$\pi a l \leqslant 2F \leqslant 2\pi a l - 4\pi a^2, \quad (l \geqslant 4a), \tag{1}$$

$$2\pi a f \leqslant 6V \leqslant 3\pi a f. \tag{2}$$

In beiden Ungleichungen beansprucht der Zylinder auf der rechten Seite und der Kegel auf der linken Seite das Gleichheitszeichen. Diese elementaren Körper sind beide im Sinne unserer Fragestellungen extremal. Die bei (1) rechts stehende Nebenbedingung extremal. Die bei (1) rechts stehende Nebenbedingung ist in jedem realisierbaren Fall selbstverständlich.

Noch eine Bemerkung: Während der Zylinder al Extremalkörper mit den grösstmöglichen Masszahlen eindeutig bestimmt ist, stellt neben

dem einfachen Kegel auch jeder (symmetrische oder asymmetrische) Doppelkegel einen Extremalkörper mit den kleinstmöglichen Masszahlen dar. Die damit gegebene Mehrdeutigkeit hängt damit zusammen, dass alle Doppelkegel mit festem a und l oberflächengleich und alle Doppelkegel mit festem a und f inhaltsgleich sind.

Wir wollen jetzt zeigen—und das ist der eigentliche Zweck unserer Mitteilung—dass sich unsere beiden Extremal probleme, wie viele ähnliche, direkt und elementar lösen lassen, wen die passenden Hilfsmittel herangezogen werden. Es handelt sich hierbei um gewisse Integraldarstellungen der in Frage kommenden Masszahlen, wie sie vor einigen Jahren vom Verfasser für polygonale konvexe Rotationskörper [1] aufgestellt wurden. Ein konvexer Rotationskörper heisst hier polygonal, wenn sein Meridianschnitt ein ebenes Polygon ist; ein solcher lässt sich durch Schnitte orthogonal zur Rotationsachse in endlich viele Kegelstümpfe zerlegen, wobei Polsegmente auch Kegel sein können und als Aequatorsegment ein Zylinder in Frage kommt.

Vorbereitend noch eine Erklärung: Es bezeichne $r = r(\varphi)$ den Radius desjenigen Breitenkreises, der von einer Stützebene $E = E(\varphi)$ berührt wird, deren nach aussen weisende Normale mit der orientierten Rotationsachse den Winkel φ einschliesst. Dieser Berührungsradius $r(\varphi)$ ist für alle Winkel des Intervalls $0 < \varphi < \pi$ bis auf endlich viele Ausnahmewerte eindeutig definiert und kann durch eine willkürlich festgesetzte linksseitige Stetigkeit zu einer im ganzen Intervall $0 < \varphi \leqq \pi$ definierten Hilfsfunktion erweitert werden.

Für einen polygonalen konvexen Rotationskörper A_0 mit einem zylindrischen Aequatorsegment der Höhe h gelten die folgenden, übrigens leicht direkt verifizierbaren Integraldarstellungen:

$$l = 2h + 2\int_0^{\pi} \frac{a - r\sin\varphi}{\cos^2\varphi}\, d\varphi,$$

$$f = 2ah + \int_0^{\pi} \frac{a^2 - r^2}{\cos^2\varphi}\, d\varphi,$$

$$F = 2\pi ah + \pi\int_0^{\pi} \frac{a^2 - r^2\sin\varphi}{\cos^2\varphi}\, d\varphi,$$

$$V = \pi a^2 h + \frac{\pi}{3}\int_0^{\pi} \frac{a^3 - r^3}{\cos^2\varphi}\, d\varphi.$$

Mit Einsatz dieser Formeln rechnen wir die vier Defizite

$$P = 2\pi al - 4\pi a^2 - 2F,$$
$$Q = 3\pi af - 6V,$$
$$R = 2F - \pi al,$$
$$S = 6V - 2\pi af$$

direkt aus und gewinnen mit einfachsten Umformungen die Darstellungen:

$$P = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{(a-r)^2 \sin\varphi}{\cos^2\varphi}\, d\varphi \ ,$$

$$Q = \pi \int_0^{\pi} \frac{(a-r)^2 (a+2r)}{\cos^2\varphi}\, d\varphi \ ,$$

$$R = 2\pi a h + 2\pi \int_0^{\pi} \frac{r(a-r)\sin\varphi}{\cos^2\varphi}\, d\varphi \ ,$$

$$S = 2\pi a^2 h + 2\pi \int_0^{\pi} \frac{r^2(a-r)}{\cos^2\varphi}\, d\varphi \ ,$$

welche mit Rücksicht auf $a \geqslant r$ unmittelbar abzulesen gestatten, dass $P \geqslant 0$, $Q \geqslant 0$, $S \geqslant 0$ ausfällt.

Hierbei gilt, wie ersichtlich, $P = 0$ oder $Q = 0$ dann und nur dann wenn $r = r(\varphi) = a$, d. h. wenn A_0 ein Zylinder ist; ferner gilt $R = 0$ oder $S = 0$ dann und nur dann, wenn $h = 0$ und $r = r(\varphi) = 0$ oder a ist, d. h. wenn A_0 ein (beliebiger) Doppelkegel ist.

Damit sind die vier mit (1) und (2) ausgesagten Ungleichungen sowie die sich auf die Gültigkeit der Gleichheitszeichen beziehenden Aussagen bereits für polygonale konvexe Rotationskörper A_0 nachgewiesen. Da aber ein allgemein gestalteter konvexer Rotationskörper A sich durch passende A_0 beliebig genau approximieren lässt, und da die beteiligten Masszahlen stetig sind, gelten unsere Behauptungen allgemein.

Eingegangen 10 VII 1957

Mathematisches Institut,
Universität Bern, Schweiz

LITERATURVERZEICHNIS

1. Hadwiger H., Math. Nachr., 2, 1949, S. 114—123.

BIBLIOTECA MUZEULUI ECATERINA TEODORESCU 1843 TÂRGOVIȘTEA

ОБ ЭКСТРЕМАЛИЯХ ВЫПУКЛЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ В СЛУЧАЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ОТНОСЯЩИХСЯ К ЭКВАТОРИАЛЬНОМУ И МЕРИДИАННОМУ СЕЧЕНИЮ

(Резюме)

Устанавливается ряд неравенств относящихся к объёму V и площади F выпуклого вращающегося тела A обыкновенного пространства, учитывая ряд условий относящихся к экваториальному и меридианному сечению тела A.

ASUPRA EXTREMALELOR CORPURILOR DE ROTAŢIE CONVEXE ÎN CAZUL CONDIŢIILOR AUXILIARE RELATIVE LA SECŢIUNILE ECUATORIALĂ ŞI MERIDIANĂ

(Rezumat)

Se stabileşte o serie de inegalităţi relative la volumul V şi aria F a unui corp convex de rotaţie A din spaţiul ordinar, ţinîndu-se seamă de o serie de condiţii auxiliare relative la secţiunea ecuatorială şi meridiană a corpului A.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

513.814

OBSERVAŢII ASUPRA UNOR FORMULE DIN GEOMETRIA VARIETĂŢILOR NEOLONOME E_3^2

DE

RADU MIRON

Pentru varietăţile neolonome E_3^2 din S_8 euclidian au fost găsite de R. Intzinger [2] formule de tip Beltrami-Enneper. În cele ce urmează, ne propunem să găsim formule analoage celor obţinute de autorul citat, în care însă să se scoată în evidenţă semnificaţia lor geometrică. Vom extinde apoi, pentru varietăţile neolonome, două teoreme ale lui Bianchi [1].

1. Fie I_1, I_2, I_3 versorii unui reper mobil, cu originea în punctul M al varietăţii neolonome E_3^2 din spaţiul euclidian cu trei dimensiuni. Dacă ω^1, ω^2, ω^3 sînt componentele deplasării şi p, q, r coeficienţii de rotaţie ai reperului, atunci

$$d\bar{R} = \omega^1 I_1 + \omega^2 I_2 + \omega^3 I_3 = \omega^i I_i \,, \tag{1}$$

$$dI_1 = rI_2 - qI_3 \,,\quad dI_2 = pI_3 - rI_1 \,,\quad dI_3 = qI_1 - pI_2 \,. \tag{2}$$

Formele ω^1, ω^2, ω^3; p, q, r satisfac ecuaţiilor de structură pe care omitem să le mai scriem aici. Dacă produsul exterior $[\omega^1, \omega^2, \omega^3]$ este diferit de zero putem scrie:

$$p = p_i \omega^i \,,\quad q = q_i \omega^i \,,\quad r = r_i \omega^i \,. \tag{3}$$

Ecuaţia varietăţii neolonome, cînd I_3 este ales versorul normalei acestei varietăţi, este:

$$\omega^3 = 0 \,. \tag{4}$$

Este util să reamintim cîteva formule şi rezultate. Notăm Φ, ψ, χ formele I, II, III-a ale varietăţii. Curbura normală $\frac{1}{R}$ şi torsiunea geodezică $\frac{1}{T}$ sînt

$$\frac{1}{R} = \frac{\psi}{\Phi} \,, \tag{5}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\chi}{\Phi} \,. \tag{6}$$

De asemenea vom introduce notaţia $K_g = p_1 q_2 - p_2 q_1$ şi o vom numi curbura gaussiană a varietăţii. (Spre deosebire de notele precedente

[4], [5], din motive lesne de înţeles, vom interverti denumirile de curbură gaussiană şi curbură totală).

Avem totodată $M=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=p_2-q_1$ — curbura medie, $T_m=\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}=p_1+q_2$ — torsiunea medie, $K_t=\frac{1}{R_1}\cdot\frac{1}{R_2}=K_g-\frac{1}{4}T_m^2$ — curbura totală, iar $T_t=\frac{1}{T_1}\cdot\frac{1}{T_2}=K_g-\frac{1}{4}M^2$ — torsiunea totală a varietăţii în punctul considerat [4], $\frac{1}{R_1}$, $\frac{1}{R_2}$, $\frac{1}{T_1}$, $\frac{1}{T_2}$ fiind curburile şi torsiunile extreme.

Se ştie [2], [5], [6] că pătratul elementului de arc al imaginii sferice se exprimă liniar în cele trei forme fundamentale:

$$(dI_3)^2=M\psi+T_m\chi-K_t\Phi. \tag{7}$$

Pe varietate [5], în punctul considerat, are loc următoarea configuraţie de linii:

Liniile ce au valori extreme ale curburii normale (N_1, N_2) sînt reale şi ortogonale. Liniile ce au valori extreme ale torsiunii geodezice (T_1, T_2) sînt de asemenea reale şi ortogonale; ele bisectează liniile precedente. Liniile asimptotice, reale cînd $K_g<0$, sînt simetrice faţă de liniile (N_1, N_2). Liniile de curbură, reale cînd $T_t<0$, sînt simetrice faţă de liniile (T_1, T_2).

2. Vom studia valorile curburii normale şi ale torsiunii geodezice de-a lungul configuraţiei amintite mai sus. Pentru aceasta ne vom folosi de formula [4]

$$\frac{dI_3}{ds}=-\frac{\bar{t}}{R}-\frac{\bar{\xi}}{T}, \tag{8}$$

unde $\bar{t}$ şi $\bar{\xi}$ sînt doi vectori unitari ortogonali, tangenţi varietăţii, aleşi astfel ca triedrul $\bar{t}, \bar{\xi}, I_3$ să fie drept.

Folosind rezultatele (5), (6) şi (7) găsim, ridicînd (8) la pătrat

$$\frac{1}{R^2}+\frac{1}{T^2}-M\frac{1}{R}-T_m\frac{1}{T}+K_g=0. \tag{9}$$

Din formula (9) rezultă:

Pe liniile asimptotice ($\psi=0$) valorile curburii normale şi ale torsiunii geodezice sînt:

$$\text{(a)}\qquad \frac{1}{R}=0, \quad \left(\frac{1}{T}\right)_{1,2}=\frac{1}{2}T_m\pm\sqrt{-K_t}.$$

Aceste formule generalizează, pentru varietăţi, formulele cunoscute ale lui Beltrami-Enneper.

Pe liniile de curbură normală extremă [3]

(b) $$\frac{1}{R} = \text{extremum} \ , \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{2} T_m \ .$$

Într-adevăr, înlocuind în (9) $\frac{1}{R}$ cu $\frac{1}{R_1}$ sau cu $\frac{1}{R_2}$ și folosind expresia curburii totale, relația (9) se reduce la $\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{2} T_m\right)^2 = 0$.

Pe liniile de curbură ($\chi = 0$) avem

(c) $$\left(\frac{1}{R}\right)_{1,2} = \frac{1}{2} M \pm \sqrt{-T_t} \ , \quad \frac{1}{T} = 0 \ ,$$

iar pe liniile de torsiune geodezică extremă [3]

(d) $$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} M \ , \quad \frac{1}{T} = \text{extremum.}$$

Ultimul rezultat se obține punînd în (9) $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1}$ sau $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_2}$ și ținînd seamă de expresiile lui T_m, M, T_t.

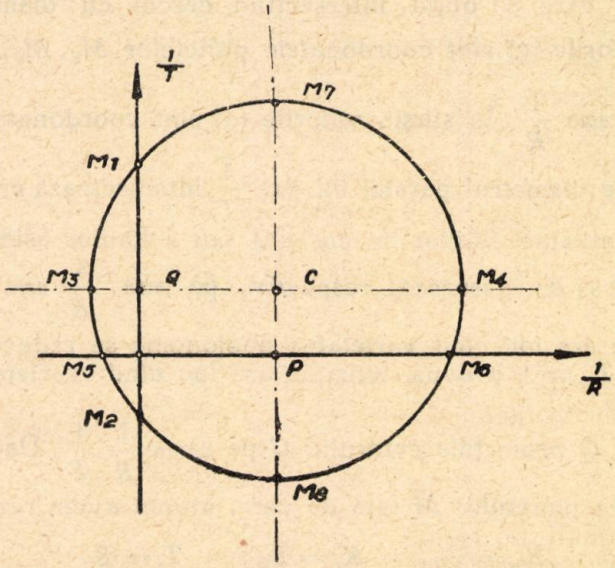


Fig. 1

3. Să considerăm în planul variabilelor $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$ un reper ortogonal $\frac{1}{R} O \frac{1}{T}$ și să interpretăm relația (9) considerînd $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$ drept coordonatele unui punct din acest plan.

Ecuația (9) este ecuația unui cerc cu centrul în punctul $C\left(\frac{M}{2}, \frac{T_m}{2}\right)$.

Acest cerc este totdeauna real. Într-adevăr raza lui este $\frac{1}{2}\sqrt{M^2+T_m^2-4K_g}$, or, invariantul $M^2+T_m^2-4K_g$ satisface relației

$$M^2+T_m^2-4K_g=\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)^2=\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)^2,$$

ceea ce justifică afirmația făcută.

Așadar raza cercului considerat este

$$\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \quad \text{sau} \quad \frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right),$$

ε fiind ± 1, ales astfel ca expresia razei să fie pozitivă.

Valorile (a) ale curburii normale și ale torsiunii geodezice pe liniile asimptotice sînt date de coordonatele punctelor M_1, M_2, obținute prin intersecția cercului cu axa $\frac{1}{T}$. Valorile (b) sînt coordonatele punctelor M_3, M_4 care se obțin intersectînd cercul cu diametrul paralel axei $\frac{1}{R}$. Valorile (c) sînt coordonatele punctelor M_5, M_6, unde cercul intersectează axa $\frac{1}{R}$. În sfîrșit, valorile (d) sînt coordonatele punctelor M_7, M_8, unde diametrul paralel cu axa $\frac{1}{T}$ intersectează cercul.

Ortogonalitatea liniilor de curbură sau a liniilor asimptotice cere ca punctul C să se găsească, respectiv, pe axa $\frac{1}{R}$ sau pe axa $\frac{1}{T}$; prima situație are loc cînd varietatea neolonomă se reduce la o familie de suprafețe $T_m=0$, a doua situație are loc cînd varietatea este minimă ($M=0$).

Fie P și Q proiecțiile centrului C pe axele $\frac{1}{R}, \frac{1}{T}$. Dacă însemnăm cu $\mathfrak{P}_M$ puterea punctului M față de cerc, atunci avem rezultatul:

$$K_g=\mathfrak{P}_O, \qquad K_t=\mathfrak{P}_Q, \qquad T_t=\mathfrak{P}_P$$

și deci $K_g \lesseqgtr 0$, după cum originea se află în interiorul cercului, în exteriorul lui sau pe cerc.

Pozițiilor particulare ale cercului le corespund puncte sau varietăți particulare; de exemplu, varietățile de curbură totală nulă au acest cerc tangent axei $\frac{1}{T}$.

Afirmațiile precedente au fost făcute în ipoteza că punctul M al varietății nu este un punct ombilical. Presupunem acum că M e un ombilic, în acest caz raza cercului considerat este nulă și deci, în domeniul real, ecuația (9) reprezintă punctul C. Invarianții K_g, K_t și T_t sînt pătratele segmentelor $\overline{OC}$, $\overline{QC}$, $\overline{PC}$. Cazul acesta se prezintă în fiecare punct al sferei neolonome și planului neolonom, cu observația că pentru planul neolonom punctul C se găsește pe axa $\frac{1}{T}$.

4. Vom demonstra pentru varietățile neolonome din S_3 euclidian, două teoreme ale lui Bianchi [1] din geometria suprafețelor:

A) *Dacă o linie de curbură este geodezică, atunci ea esta o curbă plană.*

B) *Dacă o linie geodezică este plană, atunci ea este o linia de curbură.*

Demonstrațiile sînt imediate dacă se folosește formula

$$\frac{1}{T}=\frac{d\omega}{ds}+\frac{1}{\tau}, \tag{10}$$

unde $\frac{1}{\tau}$ este torsiunea curbei considerate pe E_3^2, ω este unghiul dintre normala principală a curbei și vectorul I_3 normal varietății și $\frac{1}{T}$ este torsiunea geodezică [4]. În cazul teoremei A) vom pune în (10) $\frac{1}{T}=0$, $\omega=0$ și se obține $\frac{1}{\tau}=0$, teorema fiind astfel demonstrată. Teorema B) se demonstrează analog punînd în (10) $\omega=0$, $\frac{1}{\tau}=0$, rezultă $\frac{1}{T}=0$, deci o linie de curbură.

Mai general, utilizînd aceeași formulă (10) se poate demonstra cu ușurință afirmația: *dacă curbura C satisface două din următoarele trei condiții:*

a) *este o linie de curbură,* b) *este o curbă plană,* c) *normala principală a ei face un unghi constant cu normala varietății în punctul considerat, atunci ea satisface și a treia condiție.*

Primit la 18 III 1956

Seminarul Matematic „Al. Myller",
Universitatea „Al. I. Cuza", Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Bianchi L., *Lezioni di Geometria Differenziale*, Vol. I, p. I, p. 296.
2. Intzinger R., Monatshefte für Math. u. Physik, **45**, pp. 214—236.
3. Gheorghiev Gh., St. și Cerc. Șt. Acad. R.P.R., filiala Iași, 1951, **2**, *3—4*, pp. 1—21.
4. Miron R., St. și Cerc. Șt. Acad. R.P.R., filiala Iași, 1955, **6**, *1—2*, S. I, pp. 173—184.
5. — An. Șt. Univ. „Al. I. Cuza" Iași, 1955, **1**, *1—2*, S. I, pp. 43—52.
6. Sintzov D., Math. Ann., 1929, **101**, pp. 261—271.

О НЕКОТОРЫХ ФОРМУЛАХ ИЗ ГЕОМЕТРИИ НЕГОЛОНОМНЫХ МНОГООБРАЗИЙ E_3^2

(Резюме)

Величины нормальной кривизны $\frac{1}{R}$ и геодезического кручения $\frac{1}{T}$ вдоль следующих линий: асимптотических, экстремальной нормальной кривизны, экстремального геодезического кручения и кривизны даны для неголономных многообразий эвклидового пространства S_3 соответственно формулам (a), (b), (c), (d).

Формулы (a) и (d) были найдены иным путём и представлены Инцигером в особом виде [2].

Если отношения (9) интерпретируются в плоскости переменных $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$, то величины формул (a)—(d) являются координатами точек M_i фигуры.

В заключение две теоремы геометрии поверхностей распространены на неголономные многообразия.

QUELQUES OBSERVATIONS SUR CERTAINES FORMULES DE LA GÉOMÉTRIE DES VARIÉTÉS NON HOLONOMES

(Résumé)

Les valeurs de la courbure normale $\frac{1}{R}$ et de la torsion géodésique $\frac{1}{T}$ le long des lignes: asymptotiques, de courbure normale extrême, de courbure et de torsion géodésique extrême, sont données, pour les variétés non holonomes du S_3 euclidéen, respectivement par (a), (b), (c), (d).

Les formules (a) et (d) ont été trouvées en suivant une autre voie et mises sous une autre forme par R. Intzinger [2].

Si l'on interprète la relation (9) dans le plan des variables $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$, les valeurs (a)—(d) sont les coordonnées des points M_i de la figure.

On donne ensuite une extension, pour les variétés non holonomes, de deux théorèmes de la géométrie des surfaces.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

513.77

LA CORRESPONDANCE PAR PLANS TANGENTS COMPLÈTEMENT PARALLÈLES ENTRE DEUX SURFACES RÉGLÉES, DANS S_4

PAR

ŞTEFANIA RUSCIOR

Le problème de la correspondance par plans tangents parallèles a été formulé pour la première fois par Peterson [1]. Dans cette Note on étudie la correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées, à condition que les génératrices respectives se conservent dans un espace affine à quatre dimensions. Ce problème présente une analogie avec celui étudié dans l'espace à trois dimensions [2], [3], sauf le fait que dans S_3 on ne rencontre pas les notions de parallélisme complet et semi-parallélisme.

Dans un espace à quatre dimensions, deux plans sont complètement parallèles ou semi-parallèles selon qu'ils ont une droite commune ou un point commun, situées dans l'hyperplan à l'infini. Donc, dans S_4 la correspondance par plans tangents parallèles peut être une correspondance par plans tangents complètement parallèles ou une correspondance par plans tangents semi-parallèles.

Soient S et S^* les deux surfaces réglées déterminées par les courbes directrices γ et γ^* et dont les génératrices ont les directions données par les vecteurs $\bar{a}$ et $\bar{a}^*$. Admettons une correspondance des génératrices et choisissons les paramètres des surfaces tels que pour $v = \text{const.}$ corresponde la génératrice g sur la surface S et la génératrice g^* sur S^*. Ces génératrices constituent une paire de génératrices correspondantes. Les équations des surfaces pour lesquelles on établie une telle correspondance sont:

$$\bar{r} = \bar{\varrho}(v) + u\bar{a}(v), \quad \bar{r}^* = \bar{\varrho}^*(v) + u_1\bar{a}^*(v).$$

On obtient la correspondance par plans tangents complètement parallèles en considérant que les plans tangents, menés dans les points correspondants de ces deux surfaces, sont des plans complètement parallèles. Soient donc T_1 et T_2 les plans tangents menés à la surface réglée S dans deux points quelconques de la génératrice g. Soient de même T_1^* et T_2^* les plans tangents menés à la surface S^*, complète-

ment parallèles à T_1 et T_2. Ces plans contiennent la génératrice g^*. Puisque T_1 et T_1^* sont complètement parallèles, ils ont commune la droite d_1 située dans l'hyperplan à l'infini. De même, la droite d_2 commune aux plans T_2 et T_2^* est aussi située dans cet hyperplan. La génératrice g, contenue dans T_1 et T_2, passe par le point I, commun aux droites d_1 et d_2, situé dans l'hyperplan à l'infini. De même, la génératrice g^*, contenue dans T_1^* et T_2^*, passe aussi par le point I. Il en résulte que les deux génératrices correspondantes sont parallèles.

Réciproquement, admettons une correspondance entre les génératrices des deux surfaces réglées, telle que la paire correspondante soit parallèle. J'ai montré qu'on peut toujours établir dans S_4 une correspondance par plans tangents semi-parallèles entre deux surfaces réglées, dont les génératrices se conservent [4]. On arrive à conclure que les plans tangents T_1 et T_1^* sont des plans tangents semi-parallèles qui ont un point t_1 à l'infini. Puisque les génératrices g et g^* sont parallèles, elles passent par le même point I contenu dans l'hyperplan à l'infini. Par conséquence les plans T_1 et T_1^* contiendront aussi le point I, donc ils auront commune la droite $t_1 I$ dans l'hyperplan à l'infini et ils seront par la suite complètement parallèles.

Il en résulte que *la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées du S_4, dont les génératrices se conservent, c'est qu'il existe une correspondance entre les génératrices telle que la paire correspondante soit parallèle.*

En supposant remplie la condition $g \parallel g^*$ nous nous proposons de trouver la correspondance entre les points de ces génératrices, telle que les plans tangents correspondants soient complètement parallèles.

Les équations des plans tangents correspondants sont:

$$\bar{R} = \bar{r}(v) + \lambda \bar{r}_u + \mu \bar{r}_v \,, \quad \bar{R}^* = \bar{r}^*(v) + \lambda_1 \bar{r}^*_{u_1} + \mu_1 \bar{r}^*_v \,.$$

Leurs points d'intersection sont donnés par le système:

$$\lambda r_{iu} + \mu r_{iv} + \lambda_1 r^*_{iu_1} + \mu_1 r^*_{iv} + r_i - r^*_i = 0 \,, \quad i = 1, 2, 3, 4, \tag{1}$$

dans lequel r_i, r_i^* représentent les projections des vecteurs $\bar{r}, \bar{r}^*$ sur les axes. Le système (1) est incompatible parce que les plans considérés sont complètement parallèles. Par conséquence la matrice m constituée par les coefficients des inconnues doit être de rang 2, tandis que la matrice m' constituée par tous les coefficients du système, de rang 3. Dans ce cas la relation

$$Nu + Pu_1 + Q = 0 \tag{2}$$

doit être satisfaite. Ici, les coefficients N, P, Q sont donnés par

$$N = \Sigma \begin{vmatrix} a'_i & a'_j \\ \varrho^{*'}_i & \varrho^{*'}_j \end{vmatrix} a_k \,, \quad P = \Sigma \begin{vmatrix} a'_i & a'_j \\ \varrho'_i & \varrho'_j \end{vmatrix} a_k \,, \quad Q = \Sigma \begin{vmatrix} \varrho'_i & \varrho'_j \\ \varrho^{*'}_i & \varrho^{*'}_j \end{vmatrix} a_k \,,$$

où les indices $i, j, k = 1, 2, 3, 4$ sont disjoints dans l'addition.

La relation (2) nous montre que *la correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées qui conservent les génératrices, est une homothétie.*

Le centre d'homothétie est donné par l'équation:

$$R=\frac{1}{N+P}\,(N\bar{\varrho}+P\bar{\varrho}^{*}+Q\bar{a}).$$

Les plans asymptotiques correspondants aux deux génératrices g et g^* ont les équations:

$$\bar{R}=\bar{r}+\lambda\bar{a}+\mu\bar{a}'\,,\ \bar{R}^{*}=\bar{r}^{*}+\lambda_1\bar{a}+\mu_1\bar{a}'\,.$$

Les points communs à ces deux plans sont donnés par le système:

$$r_i-r_i^{*}+\lambda a_i+\mu a_i'+\lambda_1 a_i+\mu_1 a_i'=0\ ,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

On constate immédiatement que les rangs des matrices m et m' considérées plus haut sont respectivement 2 et 3. Donc *les plans asymptotiques le long des génératrices correspondantes sont complètement parallèles.* De même on démontre *que les plans centrales menés aux points correspondants sont complètement parallèles* et que *les lignes de striction des surfaces réglées se correspondent dans une correspondance par plans tangent complètement parallèles.*

Reçu le 25 VI 1957

Chaire de Mathématiques,
Institut Polytechnique de Jassy

BIBLIOGRAFIE

1. Петерсон К. М., Матем. сб., **1**, 1856 (Peterson K. M., Ann. Toulouse, 1905, traduit par E. Cosserat et H. Frenkel).
2. Creangă I., C. R. Acad. Sc. Roum., 1937, **1**, *4*, pp. 287—290.
3. Creangă I., Ruscior Şt., St. şi Cerc. Şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi,1952, **3**, *1—4* pp. 15—42
4. Ruscior Şt., An. St. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, 1957, **3**, *1—2*, (sous presse).
5. Myller Al., Bull. Sci. Math., 1928, **52**, pp. 259—265.
6. Vincesini M. P., Ann. Toulouse, 1933, **25** (III), vol. III.
7. Haimovici M., Popa I., Ann. Sci. de l'Univ. Jassy, 1933, **18**, pp. 215—233.

СООТВЕТСТВИЕ УСТАНАВЛИВАЕМОЕ ВПОЛНЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КАСАТЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ МЕЖДУ ДВУМЯ ЛИНЕЙЧАТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ЧЕТЫРЁХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА

(Резюме)

Устанавливаются следующие теоремы:

1. Необходимое и достаточное условие для существования искомого соответствия состоит в существовании соответствия между образующими при условии параллельности соответствующей пары.

2. Соответствие созданное вполне параллельными касательными плоскостями определяет, между соответствующими точками образующих, гомотетию данную (2) с центром (3).

3. Ассимптотические плоскости вдоль соответствующих образующих и центральные плоскости вполне параллельны; следовательно стрикционные линии двух указанных линейчатых поверхностей являются соответствующими в соответствии, устанавливаемом вполне параллельными кассательными плоскостями.

CORESPONDENŢA PRIN PLANE TANGENTE COMPLET PARALELE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFEŢE RIGLATE DIN S_4

(Rezumat)

Se stabilesc teoremele:

1) Condiţia necesară şi suficientă ca să existe o corespondenţă prin plane tangente complet paralele între două suprafeţe riglate este ca să existe o corespondenţă între generatoare, astfel ca perechea corespunzătoare să fie paralelă.

2) Corespondenţa prin plane tangente complet paralele determină între punctele generatoarelor corespunzătoare o omotetie dată de ecuaţia (2), cu centrul determinat de (3).

3) Planele asimptotice de-alungul generatoarelor corespunzătoare şi planele centrale sînt complet paralele, deci liniile de strictiune ale celor două suprafeţe riglate se corespund în corespondenţă prin plane tangente complet paralele.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

513.813

INVARIANŢII UNUI CÎMP TENSORIAL ÎN SPAŢII CU PARALELISM ABSOLUT

DE

VIOREL MURGESCU

1. Fie A_n un spaţiu n-dimensional cu conexiune afină, cu coeficienţii Γ^i_{jk} nesimetrici în indicii j şi k în general, în care este dat un cîmp tensorial τ_{jk}, dublu covariat şi nu neapărat simetric.

În cele ce urmează se caută o funcţie $\mathcal{F}(x^i, \tau_{jk})$ ce depinde de componentele tensorului şi de punct, invariantă la transportul paralel al tensorului τ_{ij} din punctul (x^i) în punctul (x^i+dx^i) şi se fac unele observaţii în legătură cu invarianţii găsiţi.

O problemă asemănătoare a fost tratată în [1], în cazul spaţiilor bidimensionale. Vom presupune în plus că spaţiul este fără curbură, adică

$$R^h_{ijk} = 0 \tag{1.1}$$

în tot spaţiul.

Invarianţa funcţiei $\mathcal{F}$,

$$\mathcal{F}\ (x^i,\ \tau_{jk}) = \mathcal{F}\ (x^i+dx^i,\ \tau_{jk}+d\tau_{jk}), \tag{1.2}$$

la transportul prin paralelism al tensorului τ_{jk},

$$\delta\tau_{jk} = d\tau_{jk} - (\Gamma^h_{jl}\,\tau_{hk} + \Gamma^h_{kl}\,\tau_{jh})\,dx^l = 0, \tag{1.3}$$

ne conduce, dezvoltînd taylorian relaţia (1.2) pînă la creşteri de ordinul al doilea, la relaţia:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^l}dx^l + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_{jk}}d\tau_{jk} = 0.$$

Ţinînd seamă de (1.3) şi de faptul că această ecuaţie trebuie să fie satisfăcută identic cu privire la deplasările dx^l, sîntem conduşi la sistemul liniar

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^l} + \left(\Gamma^h_{jl}\, \tau_{hk} + \Gamma^h_{kl}\, \tau_{jh} \right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_{jk}} = 0, \tag{1.4}$$

de n ecuații cu n variabile independente x^k și cel mult n^2 variabile independente τ_{jk}.

Consecințele Poisson ale sistemului (1.4)

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(R^h_{ipq}\, \tau_{hj} + R^h_{jpq}\, \tau_{ih} \right) \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_{ij}} = 0, \\ \left(R^h_{ipqr}\, \tau_{hj} + R^h_{jpqr}\, \tau_{ih} \right) \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_{ij}} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots, \end{array} \right. \tag{1.5}$$

fiind identic satisfăcute, datorită ipotezelor (1.1), sistemul (1.4) este complet și atunci admite cel puțin n^2 invarianți. Acest număr corespunde cazului cînd presupunem că cele n ecuații (1.4) sînt liniar independente.

Integrarea sistemului (1.4) o vom face, în cazul general, cu ajutorul unei transformări

$$\bar{\tau}_{pq} = \lambda^i_p\, \lambda^j_q\, \tau_{ij}, \tag{1.6}$$

cu inversa

$$\tau_{ij} = \mu^p_i\, \mu^q_j\, \bar{\tau}_{pq}, \tag{1.6'}$$

în care λ^α_β sînt funcții de punct ce trebuie determinate, iar

$$\mu^\alpha_\beta = \frac{\text{compl. alg. } \lambda^\beta_\alpha}{|\lambda^\alpha_\beta|}, \quad (|\lambda^\alpha_\beta| \neq 0).$$

Trebuie să remarcăm că în transformarea liniară (1.6) variabilele τ_{jk} sînt considerate independente în raport cu variabilele x^i, fapt ce este impus de completa arbitrarietate a tensorului și în special de însăși natura problemei în care nu considerăm $\mathcal{F}$ ca funcție de x^k decît direct și nu încă prin intermediul funcțiilor τ_{jk}.

Ținînd seamă că la o transformare (1.6) derivatele $\partial \mathcal{F}/\partial x^k$ și $\partial \mathcal{F}/\partial \tau_{jk}$, în urma celor remarcate, se transformă după legea

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} \to \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} + \mu^m_i\, \mu^n_j \left(\lambda^j_q \dfrac{\partial \lambda^i_p}{\partial x^k} + \lambda^i_p \dfrac{\partial \lambda^j_q}{\partial x^k} \right) \bar{\tau}_{mn} \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \bar{\tau}_{pq}}, \\ \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_{ij}} \to \lambda^i_p\, \lambda^j_q \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \bar{\tau}_{pq}}, \end{array} \right. \tag{1.7}$$

ecuațiile (1.4) devin

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} + \left[\mu_i^m \mu_i^n \left(\lambda_q^j \frac{\partial \lambda_p^i}{\partial x^k} + \lambda_p^i \frac{\partial \lambda_q^j}{\partial x^k} \right) + \lambda_p^i \lambda_q^j \left(\Gamma_{ik}^h \mu_h^m \mu_j^n + \Gamma_{jk}^h \mu_i^m \mu_h^n \right) \right] \bar{\tau}_{mn} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \bar{\tau}_{pq}} = 0.$$

Dar, cum $\lambda_q^\alpha \mu_\alpha^n = \delta_q^n$, aceste ecuații pot fi scrise sub forma

$$(1.8) \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} + \left[\mu_h^m \left(\frac{\partial \lambda_\alpha^h}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^h \lambda_\alpha^i \right) \bar{\tau}_{m\beta} + \mu_h^n \left(\frac{\partial \lambda_\beta^h}{\partial x^k} + \Gamma_{jk}^h \lambda_\beta^j \right) \bar{\tau}_{\alpha n} \right] \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \bar{\tau}_{\alpha\beta}} = 0.$$

Notînd

$$(1.9) \quad \begin{cases} \bar{\Gamma}_{\alpha k}^m = \mu_h^m \left(\dfrac{\partial \lambda_\alpha^h}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^h \lambda_\alpha^i \right), \\ \bar{\Gamma}_{\beta k}^n = \mu_h^n \left(\dfrac{\partial \lambda_\beta^h}{\partial x^k} + \Gamma_{jk}^h \lambda_\beta^j \right), \end{cases}$$

ecuațiile (1.8) devin

$$(1.8') \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} + \left(\bar{\Gamma}_{\alpha k}^m \bar{\tau}_{m\beta} + \bar{\Gamma}_{\beta k}^m \bar{\tau}_{\alpha m} \right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \bar{\tau}_{\alpha\beta}} = 0.$$

Comparînd (1.4) cu (1.8') se vede că sistemul este invariant ca formă la o transformare (1.6) arbitrară. Totul revine în fond la o transformare liniară a tensorului și în consecință la o schimbare (1.9) de conexiune.

Vom arăta acum că este totdeauna posibil să determinăm funcțiile λ_α^i de așa manieră încît $\bar{\Gamma}_{jk}^i \equiv 0$. Afirmația devine aproape evidentă dacă ținem seama de faptul că spațiul considerat este fără curbură. Aceasta este tocmai condiția necesară și suficientă de existență a n cîmpuri de vectori contravarianți liniar independenți [2, p. 19], care sînt n soluții ale sistemului

$$(1.10) \quad \frac{\partial \lambda^h}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^h \lambda^i = 0.$$

Fie λ_α^h ($\alpha = 1, 2, \ldots, n$), n soluții independente ale acestui sistem. Înlocuite în (1.9), anulează identic coeficienții $\bar{\Gamma}_{jk}^i$. Substituite în (1.6), transformarea astfel determinată, reduce sistemul (1.4) la

$$(1.11) \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^k} = 0,$$

și deci soluția găsită este

$$(1.12) \quad \mathcal{F} = \mathcal{F}(\bar{\tau}_{\alpha\beta}),$$

unde $\overline{\tau}_{\alpha\beta}$ formează sistemul complet de invarianți, în cauză.

În concluzie, *sistemul (1.4) admite n^2 invarianți fundamentali de forma*

$$\mathcal{J}_{\alpha\beta} = \lambda^i_\alpha \lambda^j_\beta \tau_{ij}, \tag{1.13}$$

în care τ_{ij} sînt componentele cîmpului tensorial ce se transportă prin paralelism, iar λ^i_α sînt componentele a n cîmpuri vectoriale bine determinate de conexiunea spațiului prin sistemul (1.10).

Forma invarianților (1.13), în condițiile problemei, ne arată că orice figură invariabil legată de reper se păstrează prin transportul paralel al tensorului dat τ_{jk}, din punctul (x^i) în punctul $(x^i + dx^i)$.

Fie, spre exemplu, cîmpul vectorial

$$v^i = c^\alpha \lambda^i_\alpha, \tag{1.14}$$

unde c^α sînt constante, nu toate nule. Să considerăm forma patratică

$$\mathcal{F} = \tau_{ij} v^i v^j, \tag{1.15}$$

care ar putea, bunăoară, să reprezinte patratul lungimii vectorului v^i. Înlocuind v^i și v^j și ținînd seamă de (1.13), ea capătă forma

$$\mathcal{F} = c^\alpha c^\beta \mathcal{J}_{\alpha\beta}$$

și în consecință (1.15) este o soluție a sistemului (1.4), dacă v^i satisface (1.14). În schimb, condiția de invarianță a formei $\Phi = \tau_{ij} X^i X^j$ unde X^i este un cîmp vectorial arbitrar, cu alte cuvinte, $X^i = \varphi^\alpha \lambda^i_\alpha$, unde φ^α sînt funcții de punct, revine la invarianța la transportul paralel a vectorului φ^α, adică $\varphi^\alpha_{|k} = 0$.

Să considerăm acum doi vectori $U^i = a^\alpha \lambda^i_\alpha$ și $V^i = b^\alpha \lambda^i_\alpha$, invariabil legați de reperul λ^i_α, a^α și b^α fiind constante, nu toate nule. Expresia

$$\mathfrak{F} = \tau_{ij} U^i V^j, \tag{1.16}$$

căreia i se poate da cu ușurință, în ipoteze adecvate, o interpretare geometrică, este un invariant la transportul prin paralelism al tensorului τ_{ij}, căci

$$\mathfrak{F} = a^\alpha b^\beta \tau_{ij} \lambda^i_\alpha \lambda^j_\beta = a^\alpha b^\beta \mathcal{J}_{\alpha\beta}$$

este o soluție a sistemului (1.4).

2. Un caz particular interesant, cînd integrarea se poate face direct, este acela cînd matricea $\| \tau_{jk} \|$ este diagonală. În acest caz sistemul (1.4) este cu variabile separate și are forma

$$(2.1)\qquad \frac{1}{2}\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^k}+\sum_{h=1}^{n}\varphi_k^h y_h\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial y_h}=0, \qquad (k=1,2,\ldots,n),$$

unde am notat $\Gamma_{jk}^{j}=\varphi_k^i$, $\tau_{jj}=y_j$, iar repetarea indicilor în monom nu semnifică însumare [1]).

Pentru prima ecuație ($k=1$), notînd constantele cu a_p, avem n integrale prime

$$(2.2)\qquad a_p=y_p\exp\left(-2\int\varphi_1^p\,dx^1\right), \qquad (p=1,2,\ldots,n).$$

Considerînd a_p drept noi variabile, sistemul devine

$$(2.3)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^1}=0, \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^k}+\displaystyle\sum_{h=1}^{n}\left(\varphi_k^h-\frac{\partial}{\partial x^k}\int\varphi_1^h dx^1\right)a_h\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial a_h}=0, \quad (k=2,3,\ldots,n). \end{cases}$$

Integrînd ecuația corespunzătoare pentru $k=2$, obținem integralele prime

$$(2.4)\qquad \beta_p=a_p\exp\left[-2\int\left(\varphi_2^p-\frac{\partial}{\partial x^2}\int\varphi_1^p\,dx^1\right)dx^2\right], \quad (p=1,2,\ldots,n),$$

iar sistemul (2.3) se reduce la

$$(2.5)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^1}=0, \quad \dfrac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^2}=0, \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x^k}+\displaystyle\sum_{h=1}^{n}\left[\varphi_k^h-\frac{\partial}{\partial x^k}\int\varphi_1^h dx^1-\right. \\ \left.-\dfrac{\partial}{\partial x^k}\int\left(\varphi_2^h-\dfrac{\partial}{\partial x^2}\int\varphi_1^h\,dx^1\right)dx^2\right]\beta_h\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \beta_h}=0, \quad (k=3,4,\ldots,n). \end{cases}$$

Procedînd în acest mod mai departe, sistemul se reduce la o singură ecuație semnificativă. Pentru a o exprima să observăm că în sistemele succesive, coeficienții se obțin după o anumită lege de recurență. Să notăm în sistemele succesive (2.1), (2.3), (2.5), ..., coeficienții de sub semnul sumă cu Φ_{pk}^{l}, în care indicele l arată locul coeficientului în ecuație, k este indicele ecuației din sistemul corespunzător, iar p indicele sistemului. Avem atunci

---

1) În cuprinsul întregului paragraf convenim că repetarea indicelui în monom nu semnifică însumare.

$$
(2.6)\quad \begin{cases} \Phi^l_{1k} = \varphi^l_k = \Gamma^l_{lk}, \quad (k = 1,2,\ldots,n), \\ \Phi^l_{2k} = \Phi^l_{1k} - \dfrac{\partial}{\partial x^k}\int \Phi^l_{12}\, dx^1, \quad (k = 2,3,\ldots,n) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Phi^l_{pk} = \Phi^l_{p-1,k} - \dfrac{\partial}{\partial x^k}\int \Phi^l_{p-1,p} dx^{p-1}, \quad (k = p, p+1,\ldots,n) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Phi^l_{nn} = \Phi^l_{n-1,n} - \dfrac{\partial}{\partial x^n}\int \Phi^l_{n-1,n}\, dx^{n-1}. \end{cases}
$$

Odată regula formării coeficienților stabilită, rezultă că după $n-1$ operații, sistemul capătă forma

$$
(2.7)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^p} = 0, \quad (p = 1,2,\ldots,n-1), \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^n} + \sum_{h=1}^{n} \Phi^h_{nn}\, \omega_h \dfrac{\partial \mathcal{F}}{\partial \omega_h} = 0, \end{cases}
$$

și are soluția

$$
(2.8)\quad \mathcal{F} = \mathcal{F}[\omega_k \exp(-2\int \Phi^k_{nn}\, dx^n)].
$$

Ținînd seamă de substituțiile succesive (2.2), (2.4), ...,

$$
(2.9)\quad \begin{cases} \alpha_p = \tau_{pp} \exp(-2\int \Phi^p_{11}\, dx^1), \\ \beta_p = \alpha_p \exp(-2\int \Phi^p_{22}\, dx^2), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \gamma_p = \beta_p \exp(-2\int \Phi^p_{33}\, dx^3), \\ \omega_p = \sigma_p \exp(-2\int \Phi^p_{n-1,n-1}\, dx^{n-1}), \end{cases}
$$

avem $\omega_p = \tau_{pp} \exp\left(-2\int \sum_{h=1}^{n-1} \Phi^p_{hh}\, dx^h\right)$.

Rezultă atunci că cei n invarianți fundamentali sînt

$$
(2.10)\quad \mathcal{J}_p = \tau_{pp} \exp\left(-2\int \sum_{h=1}^{n-1} \Phi^p_{hh}\, dx^h\right),
$$

unde Φ^p_{hh} sînt dați de (2.6), iar integrantul este o diferențială totală exactă în baza condițiilor (1.1).

Probleme referitoare la spații cu curbură și la cîmpuri tensoriale mixte sau contravariante de orice ordin sînt tratate într-o lucrare a prof. A. Haimovici, în curs de publicare [3].

Primit la 7 IX 1957

Catedra de Matematică,
Institutul Politehnic, Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Murgescu V., St. și Cerc. Șt., Matematică, Acad. R.P.R., filiala Iași, 1956, **7**, *1*, pp. 75—98.
2. Eisenhart L. P., *Non-riemannian geometry*, Princeton Univ., 1927.
3. Haimovici A., St. și Cerc. Șt., Matematică, Acad, R.P.R., filiala Iași, 1957, **8**, *2*, pp. 135—149.

ИНВАРИАНТЫ ТЕНЗОРНОГО ПОЛЯ В ПРОСТРАНСТВАХ С АБСОЛЮТНЫМ ПАРАЛЛЕЛИЗМОМ

(Резюме)

Пусть A_n будет пространство n измерений аффинной связности (вообще ассиметричное : $\Gamma^i_{jk} \neq \Gamma^i_{kj}$, и с нулевой кривизной ($R^h_{ijk} = 0$).

Пусть ещё будет τ_{jk} тензорное поле дважды ковариантное, также ассиметричное.

Задача состоит в нахождении функции $\mathcal{F}(x^i, \tau_{jk})$, сохраняющейся при параллельном переносе тензора τ_{ij} вдоль безконечномалой дуги.

Задача сводится к интегрированию системы (1.4), полностью интегрируемой в силу условий (1.1). Интеграция возможна посредством тензорного преобразования (1.6), где $\lambda^i_p - n$ векторных линейнонезависимых полей. Эти поля являются решениями системы (1.10), существование которых обеспечивается условиями (1.1). Инварианты системы (1.4) имеют форму (1.13), и, следовательно, её общее решение будет (1.12).

Затем рассматривается частный случай диагональной матрицы $\| \tau_{jk} \|$. Система (1.4) принимает вид (2.1), а искомые инварианты (2.10) выводятся рекурентно. Ясно, что общее решение в этом случае будет произвольной функцией от инвариантов (2.10).

В конце первого параграфа делаются некоторые очень элементарные замечания геометрического характера касательно инвариантов (1.13).

LES INVARIANTS D'UN CHAMP TENSORIEL DANS LES ESPACES À PARALLÉLISME ABSOLU

(Résumé)

Soit A_n un espace $n-$dimmensionnel à connexion affine (asymétrique en général : $\Gamma^i_{jk} \neq \Gamma^i_{kj}$) et à courbure nulle ($R^h_{ijk} = 0$). Soit encore τ_{ik} un champ tensoriel double covariant, asymétrique en général.

On cherche une fonction $\mathcal{F}\left(x^i, \tau_{j\overset{\cdot}{k}}\right)$ qui se conserve par le transport parallèle du tenseur τ_{rj} le long d'un arc infinitésimal, ce qui revient à l'intégration du système (1.4), qui est complet intégrable dû aux conditions (1.1). L'opération est possible par la transformation tensorielle (1.6), où λ_p^i sont n champs vectoriels linéairement indépendants (solutions de l'équation (1.10)) dont l'éxistence est assurée par les conditions (1.1).

Les invariants du système (1.4) ont la forme (1.13), donc sa solution générale a la forme (1.12).

Puis on considère le cas particulier quand la matrice $\| \tau_{jk} \|$ est diagonale. Le système (1.4) prend la forme (2.1) et les invariants cherchés (2.10) sont déduits par récurrence. Évidemment, la solution générale dans ce cas est une fonction arbitraire des invariants (2.10).

Au fin du premier paragraphe on fait encore quelques considérations géométriques très simples sur les invariants (1.13).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

517.53

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОДНОЛИСТНЫХ В КРУГЕ $|z|\leqslant 1/\sqrt{2}$ ФУНКЦИЙ

Л. Е. ДУНДУЧЕНКО

Рассматривается класс функций L. Tchakaloff'a [1], однолистных в круге $|z|\leqslant 1/\sqrt{2}$, структурная формула которого такова:

$$(1)\qquad w=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{z\,d\alpha(t)}{1-e^{-it}z},\quad \alpha(t)\uparrow,\quad \alpha(t)\in M[2],\quad 0\leqslant t\leqslant 2\pi.$$

В этом классе установлены такие теоремы:

Теорема 1. Если функция $w=z+a_2z^2+\cdots+a_\nu z^\nu+\cdots$ принадлежит классу (1), то имеют место точные неравенства:

$$\frac{|z|}{1+|z|}\leqslant|w|\leqslant\frac{z}{1-|z|},\quad |a_\nu|<1,\quad (\nu=2,3,\ldots),$$

$$|\arg w|\leqslant \arcsin|z|\leqslant\pi/4.$$

Оценки реализуются выпуклыми функциями

$$(2)\qquad w_0=z/(1\pm z).$$

Теорема 2. Если функция $w=f(z)$ принадлежит классу (1), то имеют место точные неравенства:

$$(A)\qquad \frac{1}{(1-|z|)^2}\geqslant w'|\geqslant\frac{1}{(1+|z|)^2},\quad 0\leqslant|z|\leqslant 1/2$$

$$(B)\qquad \frac{1-2|z|^2}{2(1-|z|^2)^2},\quad 1/2\leqslant|z|<1/\sqrt{2},$$

$$|\arg w'|\leqslant\arccos(1-2|z|^2)<\pi/2.$$

Все оценки, за исключением (B), реализуются функциями (2), а оценка (B) реализуется функцией класса (1):

$$w_1=\frac{\lambda z}{1-\varepsilon_1 z}+\frac{(1-\lambda)z}{1-\varepsilon_2 z},\quad 0<\lambda<1,\quad |\varepsilon_1|=|\varepsilon_2|=1,\quad \varepsilon_1\neq\varepsilon_2,$$

Теорема 3. Если функция $w = f(z)$ принадлежит классу (1), то колебание кривизны образа любой локально гладкой кривой γ, проходящей через точку $z_0 \in |z| \leqslant 1/\sqrt{2}$ (в том числе и линии уровня) удовлетворяет неравенствам:

$$w \leqslant \begin{cases} \dfrac{2(1+|z|)^4}{(1-|z|)^3}, & 0 \leqslant |z| \leqslant 1/2, \\ \dfrac{4(1+|z|)^2}{(1-|z|)(1-2|z|^2)}, & 1/2 \leqslant |z| \leqslant 1/\sqrt{2}. \end{cases}$$

Примечание. Пусть Γ — образ любой локально гладкой кривой γ, проходящий через точку $w_0 = f(z_0)$ в w — плоскости. Тогда колебанием кривизны (В. А. Зморович) Γ называется величина

$$\omega = \max K_{z_0}(f, \Gamma) - \min K_{z_0}(f, \Gamma),$$

где $w = f(z)$ — некоторая функция, реализующая отображение круга $|z| < R$ на G — область w — плоскости.

Поступило 7 VII 1957 г.

Киевский Политехнический
Институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Tchakaloff L., C. R. Acad. Sci., 1956, **242**, *4*, pp. 437—439.
2. Зморович В. А., Укр. Мат. Журн., 1952, **3**, *4*, стр. 276—298.

ÜBER DIE EINIGE KLASSE FUNKTIONEN, WELCHE IM KREISE $|z| \leqslant 1/\sqrt{2}$ SCHLICHT SIND

(Zusammenfassung)

Es wird die einige Klasse schlichten Functionen im Kreise $|z| \leqslant 1/\sqrt{2}$ studiert (L. Tchakaloff (1)):

$$w = z + a_2 z^2 + \cdots + a_\nu z^\nu + \cdots$$

Der Verfasser stellt hier die genaue Abschätzung fest für:

$$|w|, |w'|, |a_\nu|, (\nu = 2,3,\ldots), |\arg w|, |\arg w'|$$

und ausserdem stellt er auch die extremalen Funktionen fest:

$$w_0 = z/(1 \pm z),$$

ASUPRA UNEI CLASE DE FUNCȚII CU COMPORTARE NETEDĂ ÎN CERCUL $|z| \leqslant 1/\sqrt{2}$

(Rezumat)

Autorul, în ordinea de idei a lucrării [1] stabilește o serie de teoreme relative la unele clase de funcții cu comportare netedă în cercul $|z| \leqslant 1/\sqrt{2}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

519.241

A NOTE ON THE STANDARD DEVIATION

BY

SAMUEL J. JASPER

Textbooks on elementary statistics have a tendency to confuse the idea of standard deviation rather than to simplify it. Most of this confusion is caused, in the opinion of the writer, by the introduction of moments of various orders which are not necessary in an elementary course. A method of discussing standard deviation without reference to moments is indicated below.

Definition. Standard deviation, σ_x, measures the extent to which data are spread out „on the averape" on either side of $\bar{x}$, the arithmetic mean.

Algebraically the standard deviation is expressed by

$$\sigma_x = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2} \tag{1}$$

where N is the size of the sample, $\sum$ indicating the summation with respect to n the class intervals, f the frequency associated with each mid-value of the various class intervals, and $\bar{x}$ the arithmetic mean or average obtained by

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} f_i x_i . \tag{2}$$

The problem of computing the standard deviation by means of (1) is rather difficult depending, of course, upon the nature of $\bar{x}$. We shall now develop some theorems enabling us to compute standard deviation more readily.

Theorem 1. *The standard deviation σ_x can be expressed independent of $\bar{x}$ the arithmetic mean as*

$$\sigma_x = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N} \right)^2 \right]^{1/2} . \tag{3}$$

Proof. By squaring (1) and expanding we have

$$N^2 \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^{n} f_i x_i + \bar{x}^2 \sum_{i=1}^{n} f_i . \tag{4}$$

Substitution of (2) in (4) for $\bar{x}$ yields after simplification

$$N^2 \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - \frac{2\left(\sum_{i=1}^{n} f_i x_i\right)^2}{N} + \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} f_i . \tag{5}$$

Now making use of the fact that the sum of the frequency is the same as the sample, that is $\sum_{i=1}^{n} f_i = N$, we can further simplify (5) and solve for σ_x to obtain

$$\sigma_x = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}\right)^2\right]^{1/2} \tag{3}$$

which completes the proof.

Theorem 2. *If a constant c is substracted from each of the mid-x values in a frequency distribution, then the standard deviation σ_c of the new distribution is the same as for the original frequency distribution.*

Proof. Let us define

$$y_i = x_i - c, \tag{6}$$

then for our new unit the standard deviation by Theorem 1 becomes

$$\sigma_c = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i}{N}\right)^2\right]^{1/2} . \tag{7}$$

Squaring and simplifying (7) we obtain

$$N^2 \sigma_c^2 = N \sum_{i=1}^{n} f_i y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i y_i\right)^2 . \tag{8}$$

Replace y_i by its value from (6) then (8) simplifies to read

$$N^2 \sigma_c^2 = N \sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i x_i\right)^2 .$$

Solving (9) for σ_c gives

$$\sigma_c = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}\right)^2\right]^{1/2} \tag{10}$$

which we observe to be identical with (3).

Theorem 3. *If each of the mid-x values in a frequency distribution be divided by a constant $k \neq 0$, the standard deviation σ_u of the new distribution is*

$$\sigma_u = \frac{1}{k}\sigma_x. \tag{11}$$

Proof. We shall define as u_i the unit obtained when each of the x_i has been divided by $k \neq 0$. Thus in terms of this new unit the standard deviation can be written from Theorem 1 as

$$\sigma_u = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i}{N}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{12}$$

Squaring (12) and simplifying we find

$$N^2 \sigma_u^2 = N \sum_{i=1}^{n} f_i u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i u_i\right)^2. \tag{13}$$

Now since

$$u_i = \frac{x_i}{k} \tag{14}$$

we substitute for the u_i in (13) and find

$$N^2 \sigma_u^2 = N \sum_{i=1}^{n} f_i \left(\frac{x_i}{k}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i \left(\frac{x_i}{k}\right)\right)^2. \tag{15}$$

The equation above can be simplified to give

$$\sigma_u = \frac{1}{k}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}\right)^2\right]^{1/2} \tag{16}$$

which completes the proof.

It is mentioned that the theorems established here can be established in a similar manner for ungrouped statistical data. Theorem two amounts to a translation of axes, while Theorem three constitutes an elongation or compression of the chosen unit depending, of course, whether $k > 1$ or $k < 1$.

For the actual computation of the standard deviation a combination of Theorem 2 and Theorem 3 may be employed to an advantage. The method is to subtract a constant c from each mid-x value and then divide these resulting values by $k \neq 0$. This process by a careful choice of c and k result in a more desirable unit with which to work. Natu-

rally most problems in statistical work involve considerable numerical computation. The procedure indicated above is more desirable than that of using equation (1) for the computation of the standard deviation.

Kent State University,
U. S. A.

О СТАНДАРТНОЙ ДЕВИАДИИ

(Резюме)

Автор рассматривает стандартную девиацию, ссылаясь на введение моментов различных порядков, почеркивая этим проистекающие упрощения.

ASUPRA DEVIAŢIEI STANDARD

(Rezumat)

Autorul se ocupă de problema deviaţiei standard fără a se referi la introducerea momentelor de diferite ordine, subliniind astfel simplificările rezultate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

531.32

О ПРЕСЛЕДОВАНИИ ЦЕЛИ ПО КРИВОЙ ПОГОНИ[1])

А. С. КЕЛЬЗОН

Задача о преследовании прямолинейно и равномерно движущейся цели по кривой погони была впервые поставлена и решена в части нахождения траектории Буге [1] в 1732 году. В дальнейшем эта задача привлекала внимание ряда ученых. Наиболее существенные результаты получены Мопертюи [6], Лораном [4], Лораном и Штурмом [5], Кёре [9], Фиклин [3], Кайе [2], Морским [7]. Паккет [8] дал решение задачи в части определения траектории в векторной форме, пользуясь формулами Френе, в 1953 году.

В настоящей заметке выводится уравнение движения точки по кривой погони как для прямой, так и для обратной задачи.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

Цель A движется прямолинейно и равномерно согласно уравнению (рис. 1)

$$y_s = y_{s0} + v_s t . \tag{1}$$

Точка B преследует точку A с постоянной (по величине) скоростью v, направление которой проходит всегда через точку пространства, где в данный момент времени находится цель. Уравнения движения точки B будут

$$\dot{x} = -v \cos \psi , \tag{2}$$

$$\dot{y} = -v \sin \psi . \tag{3}$$

Интегрируя эту систему дифференциальных уравнений находим

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{v_s}{x_0}\left[\frac{\sec \psi_0 + \operatorname{tg} \psi_0}{\sec \psi + \operatorname{tg} \psi}\right] \cos^2 \psi , \tag{4}$$

[1]) Автор приносит глубокую благодарность доктору технических наук профессору А. И. Лурье и доктору физико-математических наук профессору Г. И. Джанелидзе за интерес, проявленный к этой работе.

где обозначено $k = \frac{v_s}{v}$. Значком „0“ отмечены начальные значения переменных.

Интегрируя уравнение (4), находим уравнение движения точки по кривой погони при $k \neq 1$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{k}{2(1+k)}\left[(\operatorname{tg}\psi+\sec\psi)^{1/k+1}-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k+1}\right]+\\ &+\frac{k}{2(1-k)}\left[(\operatorname{tg}\psi+\sec\psi)^{1/k-1}-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k-1}\right]=\\ &=-\frac{v_s}{x_0}\left[\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0\right]^{1/k}t\,. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

В случае $k = 1$ уравнение движения точки по кривой погони примет вид

$$\left\{\begin{aligned} &(\operatorname{tg}\psi+\sec\psi)^2-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^2+\ln\left(\frac{\operatorname{tg}\psi+\sec\psi}{\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0}\right)^2=\\ &=-4\frac{v_s}{x_0}(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)\,t\,. \end{aligned}\right. \tag{6}$$

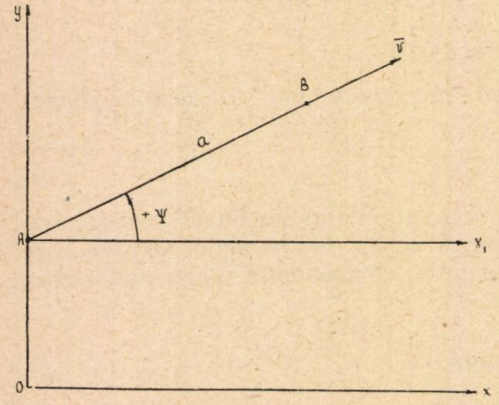


Рис. 1

Уравнение кривой погони в полярных координатах a, Ψ, центр которых совпадает с целью, будет при $k \neq 1$

$$\frac{a}{a_0} = \frac{\cos\psi_0}{\cos\psi}\left[\frac{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}\right]^{1/k}. \tag{7}$$

Здесь a — расстояние до цели. В случае $k = 1$ уравнение кривой погони будет

$$\frac{a}{a_0} = \frac{1-\sin\psi_0}{1-\sin\psi}. \tag{8}$$

Этот частный результат получен впервые Кайе [2].

Пользуясь равенством (7), представим уравнение движения точки по кривой погони (5) в следующем виде

$$\frac{1}{v(1-k^2)}\left[(a_0-a)-k(a_0\sin\psi_0-a\sin\psi)\right]=t\,. \tag{9}$$

Расстояние до цели a монотонно уменьшается от a_0 до нуля при $k < 1$.

Из уравнения (7) следует, что a обращается в нуль, только при $\Psi = -90^0$. Учитывая уравнение (4), можно заключить, что угол Ψ изменяется монотонно, уменьшаясь от своего начального значения Ψ_0 до -90^0. Пределы изменения угла Ψ: от $+90^0$ до -90^0.

Следовательно, преследование цели точно сзади $\left(\Psi_0 = -\frac{\pi}{2}\right)$ устойчиво в большом, преследование цели точно навстречу $\left(\Psi_0 = -\frac{\pi}{2}\right)$ неустойчиво в малом.

Полагая в уравнении (9) $a=0$, найдем полное время преследования и, соответственно, длину кривой погони

$$T = \frac{a_0}{v(1-k^2)}(1 - k\sin\psi_0), \tag{10}$$

$$L = \frac{a_0}{1-k^2}(1 - k\sin\psi_0). \tag{11}$$

Последний частный результат был получен впервые Фиклином [3]. Обозначая $\frac{vT}{a_0} = \tau$, где τ — безразмерное время, равное отношению времени преследования движущейся цели по кривой погони (T) ко времени преследования неподвижной цели, отстоящей на первоначальном расстоянии a_0 получим вместо (10)

$$\tau = \frac{1}{1-k^2}(1 - k\sin\psi_0), \tag{12}$$

откуда получаем тривиальные формулы:

а) при сближении точно навстречу

$$\tau = \frac{1}{1+k}; \tag{13}$$

б) при преследовании точно сзади

$$\tau = \frac{1}{1-k}; \tag{14}$$

в) при преследовании, начинающемся на взаимноперпендикулярных курсах

$$\tau = \frac{1}{1-k^2}. \tag{15}$$

Пользуясь значением радиуса кривизны линии погони

(16) $$\varrho = \frac{a}{k\cos\psi}.$$

Можно представить формулу (4) в виде

(17) $$\dot{\psi} = -\frac{v}{\varrho}$$

и уравнение движения точки по кривой погони (5) в виде

(18) $$\frac{k}{v(1-k^2)}\left[(\varrho_0\cos\psi_0 - \varrho\cos\psi) - k\left(\varrho_0\frac{\sin 2\psi_0}{2} - \varrho\frac{\sin 2\psi}{2}\right)\right] = t.$$

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

В этом случае точка B покидает точку A, движущуюся прямолинейно и равномерно, и движется далее так, что направление вектора ее скорости, постоянного по величине проходит через точку пространства, где находится в данный момент точка A. Уравнение движения точки A остается неизменным (1). Уравнение движения точки B будут (рис. 2)

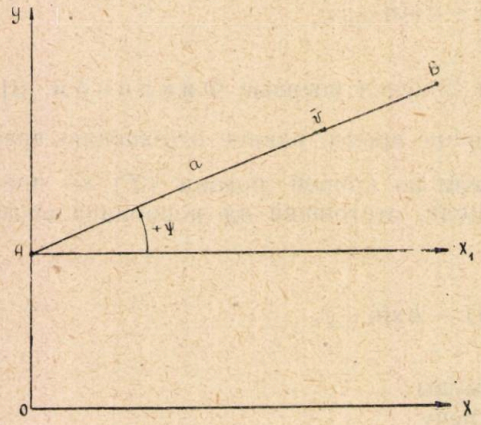


Рис. 2

(19) $$\dot{x} = v\cos\psi\ ,$$

(20) $$\dot{y} = v\sin\psi\ .$$

Интегрируя эту систему дифференциальных уравнений, находим

(21) $$\dot{\psi} = -\frac{v_s}{x_0}\left[\frac{\sec\psi + \operatorname{tg}\psi}{\sec\psi_0 + \operatorname{tg}\psi_0}\right]^{1/k}\cos^2\psi\ .$$

Уравнение движения точки по кривой бегства, так мы назовем эту кривую, найдем интегрируя (21). Получаем

(22) $$\begin{cases} \dfrac{k}{2(1-k)}\cdot\dfrac{1}{\operatorname{tg}\psi + \sec\psi)^{1/k-1}} + \dfrac{k}{2(1+k)}\cdot\dfrac{1}{(\operatorname{tg}\psi + \sec\psi)^{1/k+1}} - \\ -\dfrac{k}{2\ 1-k)}\cdot\dfrac{1}{(\operatorname{tg}\psi_0 + \sec\psi_0)^{1/k-1}} - \dfrac{k}{2(1+k)}\cdot\dfrac{1}{(\operatorname{tg}\psi_0 + \sec\psi_0)^{1/k+1}} \\ = \dfrac{v_s}{x_0}\cdot\dfrac{t}{(\operatorname{tg}\psi_0 + \sec\psi_0)^{1/k}}. \end{cases}$$

Уравнение кривой бегства будет

$$\frac{a}{a_0} = \frac{\cos\psi_0}{\cos\psi} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg}\psi_0 + \sec\psi_0}{\operatorname{tg}\psi + \sec\psi}\right]^{1/k}. \tag{23}$$

Пользуясь этим равенством, можно представить уравнение движения точки по кривой бегства в виде

$$\frac{1}{v(1-k^2)}\left[(a-a_0) + k(a\sin\psi - a_0\sin\psi_0)\right] = t. \tag{24}$$

Поступило 11 III 1957

Ленинградское Высшее Инженерно-Морское Училище имени адмирала С. О. Макарова, СССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bouguer P., Memoire de mathématique et de physique de l'Académie des Sciences, P. 1, 1732.
2. Cailler Ch., *Introduction Géometrique à la Mécanique Rationelle*, 1924.
3. Ficklin J., Proceedings of the American Association for the Advancement of Sciences, 1871, **20**, p. 63.
4. de Saint Th.-Laurent, Ann. de Mathématiques pures et appliquées, 1822—1823, **13**, p. 145.
5. de Saint Th.-Laurent et Ch. Sturm, Ann. de Mathématiques pures et appliquées 1822—1823, **13**, p. 289.
6. de Maupertuis P. L. M., Mémoire de mathématique et de physique de l'Académie des Sciences, 1732 p. 15.
7. Морской И. В., Известия Северо-Кавказского Индустриального Института в Новочеркаске, 1935 **1**, стр. 79.
8. Puckette C. C., The Mathematical Gazette, 1953, **37**, p. 256,
9. Querret J. J., Ann. de Mathématiques pures et appliquées, 1822—1823, **13**, p. 389.

ON THE MOTION OF A POINT ON A PURSUIT CURVE

(Summary)

The problem of the pursuit curve was taken into the consideration during the last years by many scientists, in connection with calculations of traectories, cinematics and dynamics of guided missiles.

Some of the missiles are guided in such a way, that the velocity vector of the centre of inertia is continuosly directed (in the ideal motion) toward the target.

The pursuit curve motion will also take place in the start from the artificial sattelite of the Earth and in the landing on it. The same curve arrives as a traectory of the single-seated fighter in attacking an enemy plane.

In this paper the equation is derived for the motion of a point on a pursuit curve, and also for the inverse problem, when the velocity is directed from the target along the line connecting the point and the target. The equations of motion are also derived in the relative coordinate system, where the origin is in the target. The paper gives also the angular velocity of the vise line.

ASUPRA REZOLVĂRII PROBLEMEI DE URMĂRIRE BAZATĂ PE CUNOAŞTEREA CURBEI DE URMĂRIRE

(Rezumat)

Autorul stabileşte ecuaţia mişcării punctului cunoscîndu-se curba de urmărire atît în problema directă cît şi acea inversă. Se subliniază rolul acestei probleme în problema lansării sateliţilor artificiali.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

517.946

О ЗАДАЧАХ ТИПА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В „ПОЛНЫХ“ ПРОИЗВОДНЫХ

Д. МАНЖЕРОН

Выдержка из доклада представленного на научной сессии Ясского Политехнического Института от 19–21 мая 1956 г.

1. В ряде заметок, как напр., [1], [2], [3], были решены некоторые граничные задачи для уравнений в „полных“ производных вида

$$(1)\qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^{mi}}{\partial x_1^i \, \partial x_2^i \ldots \partial x_m^i} \left(Q_i(x_1, x_2, .., x_m) \frac{\partial^{mi}}{\partial x_1^i \, \partial x_2^i \ldots \partial x_m^i} \right) + (\lambda A + p)\, u = 0,$$

где „полная“ производная определяется — по терминологии М. Пиконе — символом

$$(2)\qquad D \equiv \frac{\partial^m}{\partial x_1 \, \partial x_2 \ldots \partial x_m},$$

а λ — параметр и $A(X)$ и $p(X)$, $(X \equiv x_1, x_2, \ldots, x_m)$ — функции, удовлетворяющие некоторым условиям в „прямоугольнике“ R

$$(3)\qquad R \equiv (x_i' \leqslant x_i \leqslant x_i'') \ , \quad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

образованном характеристиками или же в более общих областях не окаймлённых характеристиками [7].

В виду большого интереса проявившегося в последнее время к задачам относящимся к уравнениям вида (1) (см., напр., [4], [5], [6]), ниже некоторые задачи типа Дирихле для уравнений в „полных“ производных приводятся к интегральным уравнениям Фредгольма, углубление же поставленных задач предполагается изложить в недалёком будущем.

2. Пусть

$$\frac{\partial^{2n} u}{\partial x^n \partial y^n} + \lambda (n-1)!^2 A(x,y)\, u = 0, \quad (n = 2, 3, \ldots) \tag{4}$$

и

$$\left\{\begin{array}{l} u(a,y) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y}\right)_{x=a} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(n-2)} u}{\partial x^{n-2}\, \partial y^{n-2}}\right)_{x=a} = 0, \\ u(x,b) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y}\right)_{y=b} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(n-2)} u}{\partial x^{n-2}\, \partial y^{n-2}}\right)_{y=b} = 0, \\ u(c,y) = 0\ ,\ u(x,d) = 0, \end{array}\right. \tag{5}$$

дифференциальная система, где $A(x,y)$ непрерывная функция определяемая в

$$R^* \equiv \left(\begin{array}{l} a \leqslant x \leqslant c \\ b \leqslant y \leqslant d \end{array}\right) \tag{6}$$

и λ — параметр.

Система (4), (5) приводится к линейному однородному интегральному уравнению Фредгольма вида

$$u(x,y) = \lambda \iint_R K(x,y;\ \xi,\eta)\, u(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta, \tag{7}$$

где ядро

$$K(x,y;\ \xi,\eta) = N(x,y;\ \xi,\eta)\, A(\xi,\eta) \tag{8}$$

определяется

$$N(x,y;\ \xi,\eta) = \tag{9}$$

$$= \left\{\begin{array}{l} \dfrac{(x-a)^{n-1}(c-\xi)^{n-1}}{(c-a)^{n-1}} \cdot \dfrac{(y-b)^{n-1}(d-\eta)^{n-1}}{(d-b)^{n-1}}, \qquad \xi \geqslant x,\ \eta \geqslant y \\ \left[\dfrac{(x-a)^{n-1}(c-\xi)^{n-1}}{(c-a)^{n-1}} - (x-\xi)^{n-1}\right] \cdot \dfrac{(y-b)^{n-1}(d-\eta)^{n-1}}{(d-b)^{n-1}}, \quad \xi \leqslant x, \eta \geqslant y \\ \dfrac{(x-a)^{n-1}(c-\xi)^{n-1}}{(c-a)^{n-1}} \cdot \left[\dfrac{(y-b)^{n-1}(d-\eta)^{n-1}}{(d-b)^{n-1}} - (y-\eta)^{n-1}\right], \quad \xi \geqslant x, \eta \leqslant y \\ \left[\dfrac{(x-a)^{n-1}(c-\xi)^{n-1}}{(c-a)^{n-1}} - (x-\xi)^{n-1}\right]\left[\dfrac{(y-b)^{n-1}(d-\eta)^{n-1}}{(d-b)^{n-1}} - (y-\eta)^{n-1}\right], \\ \qquad \xi \leqslant x, \eta \leqslant y. \end{array}\right.$$

3. Результаты относящиеся к спектрам системы (4), (5) или же несколько более общей системы (4), (10), (11),

$$(10)\quad \begin{cases} u(a,y) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\right)_{x=a} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(r-1)} u}{\partial x^{r-1}\,\partial y^{r-1}}\right)_{x=a} = 0, \\ u(x,b) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\right)_{y=b} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(r-1)} u}{\partial x^{r-1}\,\partial y^{r-1}}\right)_{y=b} = 0, \end{cases} \qquad s+r=n,$$

и

$$(11)\quad \begin{cases} u(c,x) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\right)_{x=c} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(s-1)} u}{\partial x^{s-1}\,\partial y^{s-1}}\right)_{x=c} = 0, \\ u(x,d) = \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\right)_{y=d} = \cdots = \left(\dfrac{\partial^{2(s-1)} u}{\partial x^{s-1}\,\partial y^{s-1}}\right)_{y=d} = 0, \end{cases}$$

а также сравнительные свойства соответствующих спектров и спектров исследованных ранее систем указывают на некоторую аналогию с соответствующими задачами типа Штурма-Лиувиля [12]. Обоснование подчёркнутой аналогии зиждится повидимому в современных исследованиях интегральных уравнений и гармонического анализа в топологической группе, включающих в себя теорию рядов и интегралов Фурье.

Кафедра Механики ЯПИ

ЛИТЕРАТУРА

1. Mangeron D., Rend. Accad. Sci. fis. mat. Napoli, (4), **2**, 1932, pp. 29—40.
2. — Mathematica, Cluj, **14**, 1938, pp. 31—35.
3. — Bull. Inst. Polyt. Jassy, **2**, 1947, pp. 372—374.
4. Manaresi F., Rend. Sem. Mat. Università Padova, **23**, 1954, pp. 163—213, 343—351.
5. Blondel J. M., C. R. Acad. Sci., Paris, **240**, 1955, pp. 1181—1183.
6. Huet Denise, C. R. Acad. Sci., Paris, **240**, 1955, pp. 1297—1298.
7. Mangeron D., C. R. Acad. Sci. Paris, **204**, 1937, pp. 544—547.
8. Sansone G., Annali di Mat., **24**, 1945, pp. 209—236.
9. Zlámal M., Spisy vyd. prirodov. fakult. Masarykovy Univ., nr. 3, 1953, pp. 91—99.
10. Delsarte J., *Colloque sur les équations aux dérivées partielles*, Centre belge de Recherches Math., 1954, Thone, Liège.
11. Dettmar H. K., Z. angew. Math. u. Mech., 1954, **34**, pp. 284—287.
12. Picone M., Math. Z., **28**, 1928, pp. 510—532.
13. Mangeron D., Giornale di Mat., **71**, 1933, pp. 1—51.

SOPRA I PROBLEMI DI DIRICHLET PER UNA CLASSE DI EQUAZIONI ALLE DERIVATE „TOTALI"

(Sunto)

In una serie di lavori (vedasi, ad esempio, [1], [2], [3]) si è data la risoluzione di vari problemi al contorno per le equazioni alle derivate „totali" di forma (1), ove —seguendo la denominazione proposta dal Picone—la derivata „totale" di primo or-

dine è definita in uno spazio $(X \equiv x_1, x_2, ..., x_m)$ dal simbolo (2), λ è un parametro e le funzioni $A(X)$ e $p(X)$ sono note nel „rettangolo" R (3) delle caratteristiche oppure in un dominio D di frontiera FD costituita anche dalle non caratteristiche [7].

Riservando per un altra raccolta lo studio comparativo degli spettri dei sistemi differenziali (4), (5); (4), (10), (11) oppure [3], [13], il problema al contorno (4), (5) si traduce in una equazione integrale del tipo Fredholm (7) con il nucleo dato dalle (8), (9).

Il calcolo degli autovalori e delle autofunzioni può essere eseguito mediante un metodo del Picone oppure tramite [13] ed i metodi escogitati dai suoi allievi, inseriti nel volume XL de gli *Annali di Matematica*, dedicato all'illustre analista nel suo 70-mo compleanno.

ASUPRA UNOR PROBLEME DE TIP DIRICHLET PENTRU O CLASĂ DE ECUAŢII CU DERIVATE „TOTALE"

(Rezumat)

Ca urmare a interesului mereu crescînd pentru ecuaţii de forma (1), sistemul diferenţial (4), (5) se traduce într-o ecuaţie integrală de tip Fredholm avînd nucleul definit prin (8), (9).

Calculul valorilor proprii şi acel al soluţiilor caracteristice corespunzătoare poate fi făcut cu ajutorul unei metode a lui Picone sau graţie metodelor [13] şi a procedeelor elaborate de G. Fichera, M. S. Roma ş. a., inserate în volumul XL, seria patra, din *Annali di Matematica*, dedicat prof. Picone cu ocazia împlinirii a 70 ani de la naştere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

530.145

NUCLEON-SURFACE INTERACTION AND THE (p,n) REACTIONS

BY

J. SAWICKI and Z. SZYMAŃSKI

1. Introduction

Recently [8] the angular distributions and the neutron polarization of the neutrons from (p,n) reactions were calculated under the assumption that a direct mechanism of the type as proposed by Austern et al. [1] is the primary mechanism operative in a (p, n) reaction. This mechanism dominates over the compound nucleus formation in a number of particular cases, when we are dealing with a reaction far away the pronounced resonances of the excitation curve and for nuclei containing one outer nucleon (or a few nucleons) the most loosely bound with a double magic (or with closed subshells) core. It applies, before all, to sufficiently small energies [1]) of the incident protons, when the only neutron that can be knocked out from the nucleus is the outer one.

Following [1] and similarly as in [8] we assume that the neutron which is initially the most loosely bound (with a spin-zero core) and which is in a state of total angular momentum j_i, orbital angular momentum l_i and z-component m_i, is knocked out from the surface of the nucleus by the incoming proton which is then captured in to a state of total angular momentum j_f, orbital angular momentum l_f and z-component m_f.

It was assumed in [8] that the knock-out mechanism is due to the interaction of the incident proton with the target neutron i. e. the potential V_{np}. It seems, therefore, interesting to investigate the contribution to the reaction from the interactions of both the nucleons with the surface of the core in the sense of the Bohr-Mottelson model.

In the case of target nuclei considered here (one or a few nucleons outside the core) the equilibrium deformations of the core are expected to be rather small (almost spherical nucleus). Only vibrational excitations of the surface should, therefore, contribute. That means that the rotational excitations of the target nucleus are to be

1) One must remember, however, that the energy has to be sufficiently high (~5—15 MeV) to neglect the compound nucleus formation important at small energies.

neglected. In this situation the weak coupling approximation for the nucleon-surface interaction is applicable. The contributions to the (p,n) transition operator due to these interactions consists then of an additional proton—neutron interaction via virtual phonon excitations of the surface plus similar proton (neutron) selfaction terms. These interactions are of the type of particle-core (surface)—particle couplings, i. e., interactions of the 2nd order in the coupling constant.

2. Calculations

The neutron and the proton are assumed to interact with the surface via the usual interactions (in the notation of Bohr [2], Bohr & Mottelson [3]):

$$H_{int}^{(p)}(\vec{r}_p, \alpha_\mu) = -V_0^{(p)} R_0 \delta(r_p - R_0) \sum_\mu \alpha_\mu Y_\mu(\vartheta, \Phi), \tag{1a}$$

$$H_{int}^{(n)}(\vec{r}_n, \alpha_\mu) = -V_0^{(n)} R_0 \delta(r_n - R_0) \sum_\mu \alpha_\mu Y_\mu(\vartheta, \Phi), \tag{1b}$$

$$H_{int} = H_{int}^{(p)} + H_{int}^{(n)}, \tag{2}$$

where $V_0^{(p)}$, $V_0^{(n)}$ are the square well depths appropriate to the bound proton and neutron [2]).

All the particle-core (surface) — particle couplings are to be written in the form of the (second order perturbation) operator:

$$\Delta V = \sum_{H_0', \alpha'} \frac{H_{int} \mid H_0' \alpha' > < \alpha' H_0' \mid H_{int}}{E_0 - H_0'}, \tag{3}$$

where E_0 is the total energy of the system in the initial and final states, and $\mid H_0' \alpha' >$ denotes an eingenket of the unperturbed hamiltonian:

$$H_0 = H_S + T_n + T_p + V_n + V_p, \tag{4}$$

where H_s is the hamiltonian of the free surface; $T_{p(n)}$ and $V_{p(n)}$ denote the kinetic and potential energies of the proton (neutron), respectively.

The energy H_0' of an intermediate state is the sum of the proton energy $H_0'^{(p)}$, the neutron energy $H_0'^{(n)}$ and the phonon energy $=\hbar\omega$ (there are only one phonon transitions involved).

On neglecting $H_0'^{(p)}$ and $H_0'^{(n)}$ as compared with $\hbar\omega$ one obtains (see e. g. [3], [5]) the simplified operator:

$$\Delta V \cong -\frac{H_{int}^2}{E_0 - \hbar\omega}. \tag{5}$$

However, our binary rearrangement collision is not the case and Eq. (5) is not valid.

2) This point is discussed below.

The (p, n) reaction amplitude is calculated according to [8] in the spirit of Tobocman's [9] theory with the only difference that the transition operator V_{np} is replaced by $V_{np}+\Delta V$.

For the sake of numerical computations we shal confine ourselves to the bound states S (i. e. $l_i=l_f=0$), where the spin–orbit coupling does not operate. To simplify computations the spin–orbit coupling will be neglected in the V_p and V_n potentials. The general case is discussed in Appendix I.

The initial state of the system corresponding to our scattering problem is:

$$|E_0;i\rangle = |000\rangle \Psi_i[\mu_i]\Psi_p[\mu_p] \tag{6}$$

where $|000\rangle \equiv |N=0, R=0, m_R=0\rangle$ denotes the unperturbed state of the surface and the wave function of the bound state of the neutron is assumed according to [8] in the form:

$$\Psi_i[\mu_i] = R_0^{-\varepsilon_i}(r_n)\, Y_{00}(\Omega_n)\, \chi_{\mu_i}(\sigma_n) \tag{7}$$

and the incident proton wave is:

$$\Psi_p[\mu_p] = \sum_{L_p, M_p} b^*(L_p, M_p)\, R_{L_p}^{E_0+\varepsilon_i}(r_p)\, Y_{L_p, M_p}(\Omega_p)\, \chi_{\mu_p}(\sigma_p). \tag{8}$$

The final state „equivalent" in the sense of Tobocman's theory may be written as:

$$\langle E_0; f| = \langle 000| \Psi_f^*[\mu_f]\Psi_n^*[\mu_n] \tag{9}$$

where

$$\Psi_f^*[\mu_f] = R_0^{*-\varepsilon_f}(r_p)\, Y_{00}(\Omega_p)\, \chi_{\mu_f}(\sigma_p) \tag{10}$$

denotes the bound state of the proton and

$$\Psi_n^*[\mu_n] = \begin{cases} 0 & r_n < R_0 \\ \sum_{L, M_L} a(L, M_L)\, R_L^{*E_0+\varepsilon_f}(r_n)\, Y_{L, M_L}^*(\Omega_n)\, \chi_{\mu_n}^*(\sigma_n) \end{cases} \tag{11}$$

is the outgoing neutron wave. The „Tobocman radius" is assumed to be the nuclear radius $R_0 = 1.45 A^{1/3} \times 10^{-13}$ cm.

The intermediate states are:

$$|H_0' \alpha'\rangle = |NRm_A\rangle \Psi[\mu_p'] \Psi[\mu_n'] \tag{12}$$

where

$$\Psi[\mu_p'] = R_{l_p'}^{H_0'(p)}(r_p)\, Y_{l_p', m_p'}(\Omega_p)\, \chi_{\mu_p'}(\sigma_p), \tag{13}$$

$$\Psi[\mu_n'] = R_{l_n'}^{H_0'(n)}(r_n)\, Y_{l_n', m_n'}(\Omega_n)\, \chi_{\mu_n'}(\sigma_n). \tag{14}$$

The summation over all the intermediate states $\sum_{\alpha', H_0'}$ is to be understood as the operator:

$$(15)\quad \int dH_0^{\prime(p)} \int dH_0^{\prime(n)} \int dH_0' \sum_{NRm_n} \sum_{\substack{l_p' m_p' \\ \mu_p'}} \left\{ \begin{matrix} l_p' m_p' \\ \mu_p' \end{matrix} \right\} \sum_{\substack{l_n' m_n' \\ \mu_n'}} \left\{ \begin{matrix} l_n' m_n' \\ \mu_n' \end{matrix} \right\} \delta(H_0' - H_0^{\prime(p)} - H_0^{\prime(n)} - N\hbar\omega) \cdot$$

After performing all the angular spin— and other integrations and summations, making use of the properties of the operators α_μ the well known formula for the products of two spherical harmonics, the properties of the vector addition coefficients and various orthogonality relations we finally obtain the correction to the reaction amplitude due to the operator ΔV in the form:

$$(16)\quad \begin{aligned} &< E_0, f \mid \Delta V \mid E_0, i > \equiv \Delta M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n) = \\ &= \delta_{\mu_p \mu_f} \delta_{\mu_i \mu_n} \{ \Gamma_{np}^2 (Z_{AD} + Z_{BC}) \Phi_1 + [\Gamma_p^2 Z_{AC} + \Gamma_n^2 Z_{BD}] \Phi_2 \} . \end{aligned}$$

Where $\Gamma_{np}^2 = \Gamma_n \Gamma_p$, $\Gamma_n = V_0^{(n)} R_0^3 \sqrt{\frac{\hbar}{8\pi B\omega}}$, $\Gamma = V_0^{(p)} R_0^3 \sqrt{\frac{\hbar}{8\pi B\omega}}$ ($B \equiv B_2$—the mass coefficient of the collective motion).

$$(17a)\quad \Phi_1 = \Phi_1(\vartheta) = \sum_{m_R=-2}^{2} a(2m_R)\, b^*(2m_R) = 5\pi(3\cos\vartheta + 1)$$

$$(17b)\quad \Phi_2 = 20\pi,$$

$$(18a)\quad Z_{AD} = \frac{R_0^{*-\varepsilon_f}(R_0) \cdot R_2^{H_0'(p) = E_0 + \varepsilon_i}(R_0) \cdot R_2^{H_0'(n) = E_0 + \varepsilon_f}(R_0) \cdot R_0^{\varepsilon_i}(R_0)}{-\hbar\omega - E_0 - \varepsilon_f - \varepsilon_i},$$

$$(18b)\quad Z_{BC} = \frac{R_2^{*E_0 + \varepsilon_f}(R_0) \cdot R_0^{H_0'(n) = -\varepsilon_i}(R_0) \cdot R_0^{H_0'(p) = -\varepsilon_f}(R_0) R_2^{E_0 + \varepsilon_i}(R_0)}{-\hbar\omega + E_0 + \varepsilon_f + \varepsilon_i},$$

$$(18c)\quad Z_{AC} = R_0^{*-\varepsilon_f}(R_0) \cdot R_0^{E_0 + \varepsilon_i}(R_0) \cdot \left[\int_0^\infty dr_n \cdot r_n^2 R_0^{*E_0 + \varepsilon_f}(r_n) \cdot R_0^{-\varepsilon_i}(r_n) \right] \times$$

$$\times \left[\int_0^\infty \frac{d H_0^{\prime(p)} \mid R_2^{H_0'(p)}(R_0) \mid^2}{E_0 - H_0^{\prime(p)} + \varepsilon_f - \hbar\omega} \right],$$

$$(18d)\quad Z_{BD} = R_0^{*E_0 + \varepsilon_f}(R_0) \cdot R_0^{-\varepsilon_i}(R_0) \left[\int_0^\infty dr_p \cdot r_p^2 R_0^{*-\varepsilon_f}(r_I) R_0^{E_0 + \varepsilon_i}(r_I) \right] \times$$

$$\times \left[\int_0^\infty \frac{dH_0^{\prime(n)} \cdot \mid R_0^{H_0'(n)}(R_0) \mid^2}{E_0 - H_0^{\prime(n)} + \varepsilon_f - \hbar\omega} \right].$$

On calculating Z_{AD} and Z_{BC} use has been made of approximate relations:

$$\int_0^\infty dr_n \cdot r_n^2 R_2^{*E_0+\varepsilon_f}(r_n) \cdot R_2^{H^{(n)}}(r_n) \backsim \delta(E_0 + \varepsilon_f - H^{(n)}), \tag{19a}$$

$$\int_0^\infty dr_p \cdot r_p^2 R_2^{*H^{(p)}}(r_p) \cdot R_2^{E_0+\varepsilon_i}(r_p) \backsim \delta(E_0 + \varepsilon_i - H^{(p)}). \tag{19b}$$

The justification of these approximations (the former (19a) being the more drastic one) is the assumption that if the waves $l=2$ being nearly free can be approximated by the spherical Bessel functions (or their Coulomb analogues).

From Eq. (18) one readily sees that Eq. (5) would be completely unreliable (different denominators in different terms). Due to the coupling by the spherical harmonics all the sums over L_p, M_p, L, M_L, l_n, m_n, l_p, m_p reduce to a finite number of terms.

3. Numerical Results and Calculations

The $^{29}\mathrm{Si}(p,n)^{29}\mathrm{P}$ reaction ($l_i=l_f=0$) is considered similarly as in [8]. The binding energies are $\varepsilon_i=8.194$ MeV, $\varepsilon_f=2.691$ MeV, $E_0=-2.194$ MeV corresponds to the energy of the incident protons $E_p=6$ MeV calculated according to Bohr [2]$=4.955$ MeV. The Coulomb wave function $R_0^{-\varepsilon_f}(r_p)$ was approximated as in [8] by an „equivalent neutron" fonction. For the sake of only a rough estimation the nuclear interactions (scattering terms) were neglected in the waves of free nucleons. The integrals occuring in Z_{BD} and Z_{AC} were computed, in part, numerically [3]).

The numerical computations were performed in two cases:

1) disregarding the Coulomb effect of the incident proton wave,
2) including Coulomb effect.

To estimate the relative contribution of the correction considered herein to the (p, n) process according to [8] the main part of the reaction amplitude was taken to be:

$$< E_0, f \mid V_{np} \mid E_0, i > = M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n), \tag{20}$$

V_{np} being of the form: $(V_1 + V_2 \vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_p)\, \delta(\vec{r}_n - \vec{r}_p)$.

For the numerical estimation V_{np} was taken to be:

$$V_{np} = \frac{4\pi\hbar^2}{M} \delta(\vec{r}_n - \vec{r}_p) \left[\frac{a_1 + a_0}{2} + \frac{a_1 - a_0}{2} P_\sigma \right] \tag{21}$$

where $a_1 = 4.31 \times 10^{-13}$ cm and $a_0 = -24.34 \times 10^{-13}$ cm are the triplet

3) This point will be discussed below.

and the singlet $n-p$ scattering lengths, respectively, and $P_\sigma = \frac{1}{2}(1+\vec{\sigma}_n\vec{\sigma}_p)$.

Hence:

$$M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n) = M_{00}\left\{\frac{a_1+a_0}{2}\delta_{\mu_f\mu_p}\delta_{\mu_i\mu_n} + \frac{a_1-a_0}{2}\delta_{\mu_i\mu_f}\delta_{\mu_p\mu_n}\right\} \tag{22}$$

where M_{00} is given in [8].

The angular distribution is given by:

$$a(\vartheta) = \sum_{\mu_n,\mu_i}\sum_{\mu_f,\mu_p} |M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n) + \Delta M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n)|^2 . \tag{23}$$

The numerical values of the relative contributions of the operator ΔV_{np} are given by:

$$x = \frac{a(\vartheta) - a_0(\vartheta)}{a_0(\vartheta)}, \tag{24}$$

where

$$a_0(\vartheta) = \sum_{\mu_n,\mu_i}\sum_{\mu_f,\mu_p} |M(\mu_p, \mu_i \to \mu_f, \mu_n)|^2 . \tag{25}$$

The Born approximation introduces larges overestimates of the selfaction terms Z_{AC} and Z_{BD}. In this approximation $x(\vartheta = 0°)$ for the cases 1) and 2) are 4.25% and 12.04%, respectively maximum x being $\sim 20\%$ at the minimum of $a_0(\vartheta)$. The correction $x\,a_0(\vartheta)$ due to ΔV is nearly isotropic.

If one used the more correct distorted wave method like that of Lamarsh & Feshbach [7], one would find Z_{AC} and Z_{BD} very small (due to the quasiorthogonality of the radial wave functions occuring in Z_{AC} and Z_{BD} corresponding to the shell model and optical model square wells). One would then have $x(\vartheta = 0°) \approx -0.2\%$ (in the case 1)), the correction $x\,a_0(\vartheta)$ due to ΔV being of the form: $\text{const}_1 + \text{const}_2 \cos 2\vartheta$.

The correction due to ΔV increases the diff. cross-section by a small amount. The numerical results are to be trusted only rather qualitatively because of great uncertainty in the numerical values of the constant coefficients in V_{np} and the values $V_0^{(p)}, V_0^{(n)}$. The latter were assumed to be the square well depths corresponding to the bound states of the outer nucleons, while Brink [4] an optical model square well for the neutron inelastically scattered from a heavy nucleus. On the other hand, Hayakawa & Yoshida [6] use square wells appropriate to bound states for the scattering of protons from ^{24}Mg.

It seems possible that the most reasonable choice would be to use bound state square wells for those terms of Eq. (16) where the respective H_{int} operate on bound states and to use optical model square wells when operating on free scattering states. This should increase the effect of ΔV.

The authors are indebted to Dr. M. Günther for a helpful discussion.

Appendix I

The Distortion of the Proton and Neutron Waves by a Spin-Orbit Potential

The effect of the introduction of an $\vec{L}\,\vec{\delta}$ coupling to the potentials V_p and V_n results in the replacement of $\Psi_p\,[\mu_p]$ (Eq. (8)) by:

$$\Psi_p\,[\mu_p]=\sum_{L_p,M_p}\sum_{J_p,M_{J_p}} b^{\star}\,(L_p,\,M_p)\,(L_p,\tfrac{1}{2};\,M_p,\mu_p\,|\,\mathcal{J}_p,M_{Jp})\,R^{E_0+\varepsilon_i}_{L_p,J_p}\,(r_p)\times \times\, Y^{M_{Jp}}_{J_p,\,L_p,\,1/2}\,(\Omega_p,\sigma_p) \tag{A_I1}$$

in the usual notation (see e. g. [8]) and $\Psi_n\,[\mu_n]$ for $r_n \geqslant R$:

$$\Psi_n\,[\mu_n]=\sum_{L,M_L}\sum_{J,M_J} a\,(L,\,M_L)\,(L,\tfrac{1}{2};\,M_L,\mu_n\,|\,\mathcal{J},M_J)\,R^{E_0+\varepsilon_f}_{LJ}\,(r_n)\times \times\, Y^{M_J}_{J,L,\,1/2}\,(\Omega_n,\sigma_n). \tag{A_I2}$$

Similarly the intermediate states to be substituted for $\Psi\,[\mu'_p]$, $\Psi\,[\mu'_n]$ are:

$$\Psi\,[\mu'_{J_p}]=R^{H'_0(p)}_{J'_p l'_p}\,(r_p)\;Y^{\mu'_{J_p}}_{J'_p,l'_p,\,1/2}\,(\Omega_p,\,\sigma_p) \tag{A_I3}$$

$$\Psi\,[\mu'_{J_n}]=R^{H'_0(n)}_{J'_n l'_n}\,(r_n)\;Y^{\mu'_{J_n}}_{J'_n,l'_n,\,1/2}\,(\Omega_n,\,\sigma_n). \tag{A_I4}$$

The results of the calculations are much more complicated, but the amplitude $\Delta M\,(\mu_p,\mu_i\to\mu_f,\,\mu_n)$ contains also only a finite number of terms. For example the analogue of the expression $Z_{BC}\;\Phi_1\;\delta_{\mu_p\,\mu_f}\;\delta_{\mu i\,\mu_n}$ is:

$$\frac{4\pi\,R_0^{-\varepsilon_i}(R_0)\cdot R_0^{*-\varepsilon_f}(R_0)}{-\hbar\omega+\varepsilon_i+\varepsilon_f+E_0}\sum_{L,J,L_p,J_p,M_p}\alpha^{*}_{J,L}\,\beta_{J_p,L_p}\,(-)^{\mu_f-M-\mu_p}\,b(L_t,\,M_p)\;\times$$

$$\times\,a\,(L,M-\mu_f-\mu_n+\mu_i)\cdot(L_p,\tfrac{1}{2},M;\mu_p\,|\,\mathcal{J}_p,M+\mu_p)\cdot(\mathcal{J}_p,2;M+\mu_p,\,\mu_f-M_p-\mu_p\,|\,\tfrac{1}{2},\mu_f)\times$$

$$\times(L,\tfrac{1}{2};\,M-\mu_f-\mu_n+\mu_i,\,\mu_n\,|\,\mathcal{J},\,M-\mu_f+\mu_i)\cdot(\tfrac{1}{2},\,2;\,\mu_i,\;M-\mu_f\,|\,\mathcal{J},\;M-\mu_f+\mu_i)$$

$$\alpha^{*}_{J,L}=R^{*\,E_0+\varepsilon_f}_{J,L}\,(R_0)\cdot\langle\mathcal{J},L,\tfrac{1}{2}\,\|\,Y_2\,\|\,\tfrac{1}{2},0,\tfrac{1}{2}\rangle,$$

$$\beta_{J_pL_p}=R^{E_0+\varepsilon_i}_{J_p,L_p}\,(R_0)\cdot\langle\tfrac{1}{2},0,\tfrac{1}{2}\,\|\,Y_2\,\|\,\mathcal{J}_p,L_p,\tfrac{1}{2}\rangle.$$

The last vector addition coefficient occuring in (A_I 5) admits $\mathcal{J}$ to be only 3/2 or 5/2. Hence $L=\mathcal{J}\pm\frac{1}{2}=1,2,2,3$. Similarly the summations over L_p, $\mathcal{J}_p$ are confined to four terms:

$$\left(L_p=1,\mathcal{J}_p=\tfrac{3}{2}\right),\;\left(L_p=2,\mathcal{J}_p=\tfrac{3}{2}\right),\;\left(L_p=2,\mathcal{J}_p=\tfrac{5}{2}\right),\;\left(L_p=3,\mathcal{J}_p=\tfrac{5}{2}\right).$$

To calculate (A_I 5) one has only to compute a finite number of terms.

Appendix II

The Neutron Polarization

The neutron polarization was calculated in [8] under the assumption that the final state neutron scatters in a spin-orbit potential. One would like to know how ΔV affects this polarization. Even if one, inconsistently, neglects the spin-orbit coupling in ΔM one can realise the order of magnitude and the sign of the correction to the polarization given by:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong \frac{3a_1 + a_0}{\left(\frac{3}{4}a_1^2 + \frac{1}{4}a_0^2\right)} \left\{ \frac{\mathrm{Re}\left\{\Delta M (M_{00}^{*}(+) - M_{00}^{*}(-)\right\}}{|M_{00}(+)|^2 - |M_{00}(-)|^2} - \right. \tag{A_{II} 1}$$

$$\left. - \frac{\mathrm{Re}\left\{\Delta M (M_{00}^{*}(+) - M_{00}^{*}(-))\right\}}{|M_{00}(+)|^2 + |M_{00}(-)|^2} \right\}.$$

The influence of ΔV on P was found very small.

Received the 20 V 1957

Institute of Physics, Polish Academy of Sciences
Warsaw, Poland

REFERENCES

1. Austern N., Butler S. T., McManus H., Phys. Rev., 1953, **92**, p. 350.
2. Bohr A., Kgl. Danske Vidensk. Selsk., 1952, **26**, *14*.
3. Bohr A., Mottelson B., Kgl. Danske Vidensk. Selsk., 1953, **27**, *16*.
4. Brink D. P., Proc. Phys. Soc., 1955, **A 68**, p. 944.
5. Ford K. W., Levinson C., Phys. Rev, 1955, **100**, p. 1.
6. Hayakawa S., Yoshida S., Proc. Phys. Soc., 1955, **A 68**, p. 656.
7. Lamarsh J. R., Feshbach H., Phys. Rev., 1956, **104**, p. 1632.
8. Sawicki J., Phys. Rev., 1956, **104**, p. 1441; Acta Phys. Pol., 1957, **16**, p. 95.
9. Tobocman W., Phys Rev., 1954, **64**, p. 1655.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ НУКЛОН-ПОВЕРХНОСТЬ И (p, n) РЕАКЦИЯМИ

(Резюме)

Анализируется влияние взаимодействия нуклон — поверхность, типа Бора-Моттельзона, в сечении (p, n) реакций, (рассчитанное в предположении n — прямого действия). Высчитывается эффективный внос к нейтронно—протонному потенциалу, созданный связью протон (поверхность) — нейтрон и связью протон (нейтрон)—самодействующая поверхность.

Эти поправки, будучи 2-го порядка в постоянной связи Бора-Моттельзона, являются как термин в полном (p, n) переходном операторе.

Принимается в внимание эффект Куломба созданный падающей волной протона. В случае реакции ^{29}Si (p, n) ^{29}P внос терминов поправки у различных сечений незначителен.

INTERACŢIUNEA NUCLEON-SUPRAFAŢĂ ŞI REACŢIILE (p, n)

(Rezumat)

Se analizează influenţa interacţiunii nucleon-suprafaţă de tip Bohr-Mottelson la secţiunea reacţiilor (p, n) (calculată în ipoteza acţiunii n-directe). Se calculează aportul efectiv la potenţialul neutrono-protonic, datorit cuplajului proton (suprafaţă) — neutron şi cuplajului proton (neutron) — suprafaţă de autoacţiune.

Aceste corecţii fiind de ordinul 2, în constanta de cuplaj Bohr-Mottelson, apar ca un termen în operatorul total de tranziţie (p, n).

Se ţine seama de efectul Coulomb datorit undei protonului incident. Contribuţia relativă a termenilor de corecţie la diverse secţiuni este redusă în cazul reacţiei ^{29}Si $(p, n)^{29}$P.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

530.12

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ ПСЕВДОСПИНОР?

Ю. М. ЛОМСАДЗЕ

Иногда в физической литературе можно встретить термин „псевдоспинор", введенный по аналогии с терминами „псевдоскаляр", „псевдовектор" и т. д. Эта небольшая заметка преследует цель показать, что, в отличие от понятий псевдоскаляра, псевдовектора и т. д., понятие псевдоспинора не является правомерным.

Для определенности рассмотрим конкретную группу, например группу преобразований Лоренца, которая, как известно, имеет важнейшее значение в современной теории элементарных частиц. Распространение рассуждений на другие группы не может представить каких-либо затруднений.

Напомним читателю, что группой преобразований Лоренца (или просто группой Лоренца) называется группа всех возможных однородных преобразований

$$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4) \tag{1}$$

четырех координат $x_1, x_2, x_3, x_4 \equiv ict$, оставляющих инвариантной квадратичную форму

$$ds^2 = dx_\mu\, dx_\mu \equiv$$
$$\equiv (dx_1)^2 + (dx_2)^2 + (dx_3)^2 + (dx_4)^2 \equiv (dx_i)^2 - c^2 (dt_i)^2 \ , \ (i = 1, 2, 3), \tag{2}$$

за исключением преобразований, меняющих направление времени. Каждое преобразование Лоренца (элемент группы Лоренца) может быть представлено как результат поворота координатных осей в четырехмерном пространстве-времени (x_1, x_2, x_3, x_4) и чисто пространственного отражения

$$x'_i = - x_i . \tag{3}$$

При этом детерминант преобразования поворота равен $+1$ и преобразования отражения равен -1.

Ковариантом группы Лоренца называется некоторая (конечная или бесконечная) упорядоченная совокупность величин $(A_1(x), A_2(x), \ldots, A_n(x))$, заданная в какой-либо системе (x) координат и преобразующаяся при преобразовании Лоренца в другую систему (x') координат: $x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$, по одному из представлений группы Лоренца:

(4) $$A'_l(x'_\mu) = \Lambda_{lk} A_k(x_\mu = x'_\nu a_{\nu\mu}) \ , \ (l, k = 1, \ldots, n),$$

где Λ — матрица соответствующего представления.

При этом, конечно, величины $A_1, \ldots, A_n$ могут быть не только функциями (одной) точки четырехмерного пространства-времени, но, например, функциями нескольких точек или области (см. [1]) или поверхности четырехмерного пространства-времени. Однако в настоящей заметке мы для простоты будем считать их функциями одной точки.

Известно, что только коварианты группы преобразований координат и времени—а в настоящее время считается бесспорным, что такой группой, реализуемой в природе, во всяком случае при отсутствии гравитационного поля, как раз и является группа Лоренца — могут иметь физический смысл, так как только они в каждой системе координат суть вполне определенные величины (см., например, [2,§ 20]).

К ковариантам группы (Лоренца) относятся тензоры и спиноры различных рангов, причем первые из них являются частным случаем вторых. К ковариантам же группы относятся и так называемые псевдотензоры. Например, псевдотензором первого ранга (псевдовектором) называется совокупность четырех функций $(A_1(x), A_2(x), A_3(x), A_4(x))$, заданных в некоторой системе (x) координат и преобразующихся при преобразовании Лоренца $x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$ по закону

(5) $$A'_\mu(x'_\delta) = \det(a) \ . \ a_{\mu\nu} A_\nu(x_\delta = x'_\gamma a_{\gamma\delta}).$$

Иными словами, псевдовектор при повороте осей в четырехмерном пространстве — времени преобразуется как обычный вектор:

(6) $$A'_\mu(x'_\delta) = a^{\text{пов.}}_{\mu\nu} A_\nu(x_\delta = x'_\gamma a^{\text{пов.}}_{\gamma\delta}),$$

а при пространственном отражении (3), кроме того, еще меняет знак:

(7) $$A'_\mu(x'_\delta) = -a^{\text{отр.}}_{\mu\nu} A_\nu(x_\delta = x'_\gamma a^{\text{отр.}}_{\gamma\delta}) \ .$$

При этом существенно, что в результате двухкратного отражения, когда система координат возвращается в исходное положение, псевдовектор также принимает свое исходное значение. Нетрудно непосредственной проверкой показать, что псевдовектор действительно является ковариантом группы Лоренца (это следует также из того, что четыре компоненты псевдовектора являются единственными не равными нулю и отличающимися более чем на знак компонентами полностью антисимметричного тензора третьего ранга). Аналогично обстоит дело и с псевдотензорами произвольного ранга.

Как известно, специфичность спинорных представлений группы Лоренца, отличающая их от тензорных представлений, состоит в их двузначности (тензорные представления являются однозначными). Рассмотрим для простоты спинор первого ранга, которым называется совокупность четырех функций $\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x)$, заданных в некоторой системе (x) координат и преобразующаяся 1) при повороте

на угол φ в плоскости (μ, ν) четырехмерного пространства-времени по закону

$$\psi'_\alpha(x'_\delta) = (\cos\varphi/2 + \gamma_\nu\gamma_\mu \sin\varphi/2)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta\,(x_\delta = x'_\gamma a^{\text{пов.}}_{\gamma\delta}), \tag{8}$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ — некоторые четырехрядные квадратные матрицы, удовлетворяющие антикоммутативному соотношению[1])

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \tag{9}$$

и 2) при пространственном отражении (3) по закону

$$\psi'_\alpha(x'_\delta) = (\gamma_4)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta\,(x_\delta = x'_\gamma a^{\text{отр}}_{\gamma\delta}). \tag{10}$$

При этом угол φ для поворота в чисто пространственной плоскости будет действительным, а для поворота в пространственно-временной — чисто мнимым.

Поскольку произвольное преобразование Лоренца может быть представлено как результат последовательных поворотов в шести координатных плоскостях четырехмерного пространства-времени и отражения (3), формулы (8) и (10) определяют закон преобразования спинора первого ранга при произвольном преобразовании Лоренца.

Из закона преобразования (8) следует, что после поворота на угол 2π в некоторой чисто пространственной плоскости, хотя система координат возвращается в исходное положение, спинор меняет свой знак на обратный. Это означает, что спинор (первого ранга) в каждой системе координат определен только с точностью до знака. Поэтому законы преобразования спинора (8) и (10) следует писать в более точном виде (аргументы спинора в дальнейшем будут опущены):

$$\psi'_\alpha = \pm(\cos\varphi/2 + \gamma_\nu\gamma_\mu \sin\varphi/2)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta \tag{11}$$

и

$$\psi'_\alpha = \pm(\gamma_4)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta, \tag{12}$$

соответственно. Именно в силу двузначности представления спинор при пространственном отражении (3) может преобразовываться не только по закону (12), но и по нижеследующему:

$$\psi'_\alpha = \pm i\,(\gamma_4)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta. \tag{13}$$

Из сказанного вытекает, что попытка по аналогии с псевдотензорами ввести понятие псевдоспинора, который, по идее, должен преобразовываться 1) при повороте осей как обычный спинор, т. е. по закону (8), а 2) при пространственном отражении (3) по закону

$$\psi'_\alpha = -(\gamma_4)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta, \tag{14}$$

не может быть состоятельной.

---

1. Мы будем, кроме того, предполагать уже из чисто физических соображений, что эти матрицы-эрмитовы.

Заметим попутно, что неопределенность знака у спиноров не является каким-либо препятствием для использования их в физической теории. Дело в том, что сами спиноры не являются непосредственно наблюдаемыми величинами. Последние же строятся как билинейные комбинации спиноров и имеют уже вполне определенный знак.

Заметим также, что высказанные в этой заметке соображения ни в коей мере не опровергают утверждения, что, например, выражение

$$\bar{\psi}\psi \equiv \bar{\psi}_\alpha \psi_\alpha , \tag{15}$$

($\bar{\psi} \equiv \psi^+ \gamma_4$, а значок + означает эрмитово-сопряженную величину) может преобразовываться при преобразованиях Лоренца и как скаляр и как псевдоскаляр. Утверждение это проще всего представлять себе как следствие возможности, заключающейся в том, что два спинора входящие в выражение (15), могут обладать как одинаковой, так и разной четностью. Если они обладают одинаковой четностью, т. е. если они при пространственном отражении (3) оба преобразуются по закону (12) выражение (15) будет вести себя как скаляр. Если же они обладают разной четностью, т. е. если при пространственном отражении (3) один из них преобразуется по закону (12), а другой по закону

$$\psi'_\alpha = \mp (\gamma_4)_{\alpha\beta} \psi_\beta , \tag{16}$$

то выражение (15) будет вести себя как псевдоскаляр. При этом следует иметь в виду, что если свойство преобразовываться как тензор или как псевдотензор есть свойство одной величины (тензора), то свойство обладать одинаковой или разной четностью есть свойство двух величин (двух спиноров). В этом смысле первое свойство абсолютно, второе—относительно, и, разумеется, ни одно из них не сводится к другому.

Поступило 5 III 1957

Ужгородский Государственный Университет, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Ломсадзе Ю. М., Науч. Зап. Ужгор. Универ., 1956, **18**, стр. 153; Сборн. **Некоторые проблемы современной физики ядра и элементарных частиц**, Изд. Львовского Универ., (в печати).
2. Эддингтон А. С., **Теория относительности**, ГТТИ, 1934.

ON PSEUDOSPINOR'S EXISTENCE

(Summary)

There are given thoughts proofing that differently from the terms pseudoscalar, pseudovector a. s. o., the term pseudospinor, some times met in the physical literature, has no rights for existence.

ASUPRA EXISTENŢEI PSEUDOSPINORULUI

(Rezumat)

Se expun consideraţii care justifică folosirea în literatura de specialitate a termenilor pseudoscalar, pseudovector ş. a, şi care în acelaşi timp aduc obiecţii utilizării termenului „pseudospinor".

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

513.814

IMMAGINI E OMBRE NELLA NUOVA „OTTICA ENERGETICA"

DE

VASCO RONCHI

1. Premessa

In questa nota non vengono esposti fatti sperimentali nuovi, ma alcune nozioni fondamentali vengono inquadrate con direttive teoriche molto più aderenti alla realtà, che non secondo i criteri classici. Crediamo che il conoscere queste nuove direttive possa riuscire non solo interessante, ma anche utile ai cultori dell'ottica, della fotografia e anche della radiografia.

2. L'immage ottica nella teoria classica e in quella energetica

Per il nostro scopo conviene esporre in forma riassuntiva i concetti che si sono affermati recentemente nel campo delle *immagini* ottiche, dette *reali*.

Se una sorgente puntiforme S_1 (fig. 1) manda i suoi raggi sopra una lente L (o sopra uno specchio concavo), questi da divergenti vengono resi convergenti verso un punto I_1, per tornare poi a divergere. Il punto I_1, che così considerato si comporta come una sorgente di radiazione, é chiamato immagine reale della sorgente S_1, data dalla lente L.

Se vicino ad S_1 si trova un'altra sorgente S_2, che pure manda raggi verso la lente L, questi pure da divergenti vengono resi convergenti in un punto I_2, che si dice l'immagine reale di S_2, data dalle lente L.

E se fra S_1 e S_2 si trova una successione di sorgenti formanti un segmento $S_1 S_2$, ciascuna di esse manda sulla lente un fascio di raggi divergenti, che vengono fatti convergere in punti compresi fra I_1 e I_2, per poi tornare a divergere. Così fra I_1 e I_2 si ha una successione di vertici di coni di raggi, successione che costituisce un segmento immagine reale der tratto $S_1 S_2$ data dalla lente L.

Se poi le sorgenti di radiazione sono più numerose ancora, in modo da constituire una superficie o un corpo radiante, ripetendo punto per punto il ragionamento precedente si viene a construire, punto per punto, il luogo dei vertici dei coni di raggi rifratti dalla lente; luogo che constituisce la cosiddetta immagine reale della superficie o del corpo radiante. Questi concetti si ripetono ormai in tutto il modo da tre secoli, come se fossero una verità acquisita e indiscutibile. Oggi invece essi

sono stati sottoposti ad una critica così serrata che ne ha rivelato varie deficienze e ne ha diminuito molto l'importanza.

Lasciando da parte le contraddizioni e le incongruenze a cui porta la costruzione suddetta, quando il fenomeno si esamini non così schematicamente, ma nella sua complessità, come risulta dall'esperienza, veniamo alla questione fondamentale, che riguarda il nostro argomento.

La costruzione esposta é di natura schiettamente *matematica*: se non ci proponessimo di passare poi al confronto con l'esperienza, potremmo sviluppare il ragionamento in forma deduttiva ed ipotetica e fare una teoria che dal punto di vista matematico potrebbe essere anche un capolavoro.

Ma se vogliamo uscire dal campo matematico per attenerci a quello sperimentale, siamn portati a porci necessariamente il quesito: come si fa a verificare praticamente se le cose vanno proprio come é descritto dalla teoria esposta?

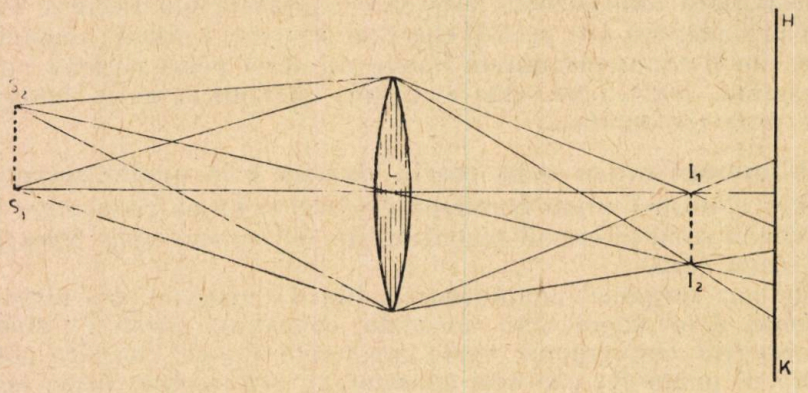


Fig. 1.

Finora questa domanda non era stata posta esplicitamente, perché la risposta si riteneva troppo ovvia: basta collocare uno schermo diffondente (o fluorescente) o una lastra fotografica in *HK* (fig. 1) o osservare gli effetti su questo schermo e su questa lastra. Esperienza eseguita un numero di volte così elevato, che sembra impossibile di potervi trovare qualche cosa da criticare.

Invece si deve riconoscere, oggi, che il preconcetto dominava troppo coloro che osservavano lo schermo o la lastra: fino al punto di non far rilevare la stranezza del loro modo di trarne delle conclusioni.

Perché chi pone una lastra in *HK* e dopo averla sviluppata e finissata la osserva, deve constatare un certo risultato; ma se ripete l'operazione deve constatare che il risultato é sempre diverso, specialmente se la qualità della seconde lastra é diversa da quella della prima, o se é cambiato lo sviluppo o se é cambiato il tempo di esposizione.

Nessuno ha mai rilevato il significato di questo fatto. Ovunque si faceva un ragionamento di questo tipo: in I_1 I_2 c'é l'immagine ot-

tica, quella che ora chiameremo *immagine eterea*, per indicare che è nell'etere e non sopra un supporto materiale. Che essa ci sia ce lo dice la teoria; come sia ce lo dicono i calcoli teorici. Quando nelle vicinanze di $I_1 I_2$ poniamo una lastra, i casi sono due: o quello che si trova sulla lastra alla fine delle operazzione è conforme a ciò che era previsto dalla teoria, e allora l'esperienza è fatta bene e, naturalmente, conferma la teoria; o non è conforme alla teoria, e allora l'esperienza è fatta male e non ha alcun valore; essa deve esser ripetuta, finché non viene come deve venire.

E' incredibile che ci sia voluto tanto tempo per accorgersi che questo ragionamento era assai strano!

Fra l'altro è da rilevarsi una frase entrata nell'uso corrente e non condannata da alcun teorico: se la figura osservata sulla lastra risulta nitida si usa dire che *l'immagine è a fuoco;* se invece risulta più o meno confusa, con orli sfumati, come quando la lastra viene posta in una posizione discosta da quella dell'immagine eterea, *l'immagine* si dice *sfocata*. Ora, chi avesse voluto parlare in modo ineccepibile, non avrebbe mai dovuto usare questa seconda frase, perché l'immagine eterea, secondo la definizione, è constituita da *vertici* dei coni di raggi emergenti dalla lente, e dove non ci sono i vertici non c'è immagine; quindi *immagine sfocata* vorrebbe dire *immagine non immagine*.

Ma questo è soltanto un modesto sintomo che fra le immagini teoriche e quelle pratiche non vi era un accordo perfetto. Perché, finché ci si è limitati a considerazioni grossolane, grandi inconvenienti non si sono incontrati; le difficoltà invece sono divenute molto serie quando si è intrapreso lo studio inteso a definire i particolari più fini dell'immagine eterea. Le innumerevoli prove eseguite nell'intento di definire questo limite, hanno dato risultati così vaghi e variabili da una volta all'altra, che non è stato possibile trarne alcuna conclusione. Anche a questo proposito, il comportamento è stato del solito tipo: si è fatto un certo ragionamento, basato sui fenomeni di diffrazione e se ne è dedotta una certa regola per calcolare tale limite. Il valore così calcolato fu detto *teorico*. Nelle determinazioni sperimentali a volte lo si trovava e a volte no. Nel primo caso si diceva che il sistema ottico sperimentato era „otticamente perfetto“, nel senso che dava tutto quello che poteva dare; nel secondo caso si concludeva o che il sistema ottico era difettoso, o che la determinazione era stata fatta male e doveva esser ripetuta modificando le condizioni dell'esperienza, finché non si trovava il risultato atteso.

C'è voluto più di mezzo secolo (durante il quale periodo sono state eseguite a milioni le determinazioni suddette) per rilevare che ragionare in questo modo voleva dire chiudere gli occhi di fronte all'esperienza, quando questa indicava che le cose andavano diversamente da ciò che si pretendeva.

Il fatto che con uno stesso sistema ottico e con radiazioni di una lunghezza d'onda costante si ottenevano dei risultati ora buoni, ora cattivi, voleva dire che questi risultati dipendevano da altri fattori non contemplati nel calcolo teorico sopra ricordato. Il rifare l'esperienza

quando si era ottenuto un risultato „cattivo", fino a trovare quello „buono", voleva dire appunto modificare (più o meno a caso o empiricamente) dei fattori sconosciuti, fino a portarli ad un valore opportuno.

Questo nostro rilievo é relativamente recente ed ancora la maggior parte degli ottici e specialmente dei fisici applica il vecchio modo di procedere, non avendone notati i punti deboli. Chi invece ha mutato modo di considerare le cose, ha cercato di individuare i fattori che influiscono sul risultato e ne sono venute fuori delle conclusioni interessanti,

L'immagine eterea é una concezione puramente ipotetica, geometricamente ben definita, ma fisicamente quasi inafferabile. Perché per dire che é definita anche fisicamente, bisognerebbe dire com'é e per dire com'é, bisogna *rivelarla*, cioé fotografarla o osservarla. Ebbene quando si compiono le operazione necessarie per osservare o per fotografare, quello che si ottiene non é un risultato costante, come dovrebbe essere se fosse la registrazione effetiva dell'immagine eterea ; ma é un qualche cosa che dipende inscindibilmente da tre fattori :

1) la struttura della sorgente e l'entità dell'energia da essa emanata ;

2) la struttura del sistema ottico, come distributore dell'energia suddetta ;

3) la struttura e le caratteristiche ricettive dello strato rivelatore.

In altre parole, il dato sperimentale é soltanto ciò che si ottiene sulla lastra o sullo schermo ; e questo non é la semplice e perfetta riproduzione dell'immagine eterea, ma un fenomeno coplesso, in cui intervengono oltre all'oggetto e al sistema ottico, due fattore essenziali : l'energia in gioco e la struttura del ricettore.

Queste considerazioni hanno un carattere generale, e trovano in pratica delle conferme immediate ed evidenti : cosi l'esperienza più comune dimostra che per ottenere una fotografia che possa dirsi buona non basta avere un obbiettivo anche sopraffino e metterlo bene a fuoco : occorre regolare con molta perizia l'apertura del diaframma e la durata della posa. Ora, invece, la teoria dell'immagine eterea pretendeva che l'immagine avesse sempre la stessa finezza, una volta fissato l'obbiettivo, e non si curava del fatto fondamentale che la finezza dell'immagine *sulla lastra* dipendeva sì dalla struttura dell'obbiettivo, ma anche dal diaframma e dal tempo di posa, e anche dalla qualità della lastra impiegata.

Nella nuova ottica, che é l'*ottica energetica* della Scuola di Arcetri, questi fattori vengono presi in considerazione tutti allo stesso tempo e sullo stesso piano.

Quindi la struttura *teorica* dell'immagine eterea ha perduta molto della sua importanza, mentre ne ha acquistata l'*immagine fotografica*, cioé quella che si ottiene sulla lastra : essa é stata definita „una distribuzione di effetti energetici sopra uno strato di emulsione sensibile". Però non bisogna pensare che questa immagine fotografica é una riproduzione perfetta e obbiettiva dell'immagine eterea data dalla lente

e tanto meno una riproduzione fedele e perfetta dell'oggetto radiante di cui la lente ha dato l'immagine eterea. Dal momento che i varii annerimenti sulla lastra (che constituiscono appunto gli „effetti energetici" contemplati nella definizione) dipendono anche dall'entità dell'energia in gioco e dalle caratteristiche specifiche dell'emulsione sensibile, essi vanno considerati come un insieme di „fenomeni da cui si deve cercare di dedurre il maggior numero possibile di *informazioni* circa la forma e le proprietà dell'oggeto"; ossia l'immagine fotografica ottenuta con uno stesso oggetto radiante e con una stessa lente può dare un numero maggiore o minore di informazioni circa l'immagine eterea e circa l'oggetto a seconda delle condizioni in cui si é operato; ma mai tutte.

Fra le numerose imagini fotografiche che uno può ottenere con un dato oggetto e con una data lente, variando l'esposizione, la messa a punto e le caratteristiche della lastra, ve ne sono di quelle che danno molte informazioni e di quelle che ne danno poche. In particolare quella che ne da di più, una volta fissata l'esposizione e la qualità della lastra, é quella che si dice *a fuoco*; le altre si dicono *sfocate*, e anzi tanto più sfocate quanto minore é il numero di informazioni che danno. E' il caso di definire con qualche particolare il contenuto di questo ragionamento.

E' noto che l'annerimento fotografico si misura mediante un numero detto „densità D" (che é il logaritmo decimale dell'opacità, ossia dell'inverso della transparenza). E' altresì noto che l'andamento della densità in funzione del logaritmo dell'„esposizione E" (ossia del logaritmo dell'energia raggiante che arriva sull'unità di superficie della lastra) é rappresentato da un diagramma del tipo di quello della fig. 2.

In questo é da notarsi una *soglia* S_m, che misura il valore minimo dell'esposizione capace di produrre un qualche annerimento sulla lastra; inoltre é da notarsi anche il valore della saturazione S_M, il cui significato é evidente quando si consideri che se in un elemento della lastra arriva tanta energia raggiante da transformare tutto il materiale sensibile ivi contenuto, un ulteriore arrivo di energia deve restare inattivo, per mancanza di materiale ricettivo.

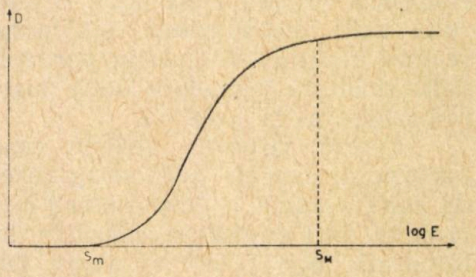


Fig. 2

Tra la soglia e la saturazione la densità aumenta al crescere della esposizione, ma con una legge assai complessa, che é lineare soltanto in un breve intervallo.

Orbene, quando poniamo una lastra in corrispondenza di una immagine eterea, data da una lente, si possono dare i casi seguenti:

1) la lastra, sviluppata e fissata, non presenta alcun annerimento;

2) la lastra, sviluppata e fissata, presenta delle zone con diverso annerimento;

3) la lastra, sviluppata e fissata, si presenta uniformemente annerita.

Nel primo caso, che cosa si può dedurre dall'esame della lastra? Che l'immagine eterea non c'era? Evidentemente no. Questa è una delle possibilità; ma può anche darsi che la radiazone formante l'immagine fosse stata così debole, che l'esposizione è rimasta al disotto della soglia. Magari perché il tempo di posa è stato troppo corto. Debolezza e brevità che non vanno intese in senso assoluto, e cioé non sono esprimibili in termini numerici o empirici, validi in generale, perché dipendono essenzialmente dalla „rapidità" dell'emulsione della lastra, e anche dalla natura chimica e dallo stato termico dello sviluppo. E ciò senza tener conto di eventuali incidenti occorsi durante le operazioni.

Analogamente nel terzo dei casi sopra elencati non si può concludere senz'altro che l'immagine eterea era uniforme: si può soltanto dire che l'immagine eterea era uniforme o aveva provocato sulla lastra una esposizione ovunque superiore alla saturazione. E anche ora si deve ripetere che questo limite é caratteristico della emulsione della lastra, e che eventuali incidenti occorsi durante le operazioni (come quando la lastra „prende luce") possono aver alterato i risultati.

Nel secondo caso sulla lastra si riscontrano zone annerite, zone grigie e zone trasparenti. Se ne può dedurre senz'altro che la loro distribuzione corrisponde perfettamente a quella dell'energia raggiante nell'immagine eterea? Evidentemente no: perché dove la lastra risulta completamente annerita può essersi verificato ciò che si é detto a proposito del 3) caso, e dove la lastra é completamente trasparente può essersi verificato ciò che si é rilevato a proposito del 1) caso; soltanto nelle zone dove si sono verificate esposizioni corrispondenti al tratto rettilineo obliquo della fig. 2 si può trovare una segnalazione assai corretta della distribuzione dell'energia raggiante nell'immagine eterea, sempre che non si entri in particolari troppo fini, cioé tali da risentire della struttura granulare della lastra e degli effetti di diffusione della radiazione nella gelatina.

Perciò salvo in qualche caso molto particolare, in cui la distribuzione di energia nell'immagine eterea presenta varizioni assai ridotte da zona a zona, e l'esposizione é accuratamente scelta, in rapporto alla rapidità dell'emulsione sensibile, in generale si deve dire che da *una* fotografia non possiamo avere l'indicazione sicura e completa di tale distribuzione; e si é molto di più sul sicuro quando ci si limita a dire che essa fotografia ci fornisce un certo numero di informazioni circa la distribuzione stessa.

Ne segue che il numero di informazioni utili può essere aumentato eseguendo una serie di fotografie, variando l'esposizione e eventualmente anche la qualità della emulsione sensibile. Nelle fotografie più esposte compariranno dei particolari delle zone meno annerite, che prima erano stati perduti; e analogamente nelle fotografie più chiare si potranno rilevare degli elementi che prima erano immersi nella zona di saturazione. Fatti questi ben noti agli operatori fotografici e agli specialisti del materiale fotografico; però essi erano considerati più una

questione di abilità manuale (per cui fare una *bella* fotografia dal punto di vista tecnico era considerata un'operazione da *maestro*) che elementi di una teoria generale. Il che portava a considerare le cose più con l'occhio del pratico che non col criterio di un ragionamento.

In altre parole, bisogna modificare un po' l'atteggiamento dell'osservatore di fronte a una lastra impressionata.

Quando uno fa una fotografia e a operazione terminate la trova tutta bianca o tutta nera, dice che *non é riuscita* e la getta via e si dispone a rifarla cambiando le condizioni, che secondo lui avevano portato a un risultato *falso;* e così arriva, dopo un certo numero di tentativi, a ottenere una lastra con qualche ombreggiatura: allora questa é *buona*; però é ancora un po' contrastata; forse cambiando marca o tipo di emulsione si può ottenere di più; un di più non definito, ma che si suol esprimere con la frase: una fotografia *migliore.* Così l'operatore si fa un bagaglio di esperienza, e quando deve eseguire una fotografia si ottiene scrupulosamente ai dati di intensità e di posa che nei casi precedenti lo avevano portato a buoni risultati, con un certo tipo di emulsione. Con questo egli é convinto di operare nella maniera giusta.

Ora invece si deve riconoscere che ogni fotografia é l'effetto della radiazione sull'emulsione e quindi qualche informazione la dà sempre: alcune ne danno di più, altre di meno. Per es.: una fotografia tutta bianca ci dice che (salvo incidenti di sviluppo) la radiazione giunta sulla lastra durante la posa data era, in ogni elemento di superficie, inferiore alla soglia di sensibilità dell'emulsione. Analogamente una fotografia tutta nera (se si possono escludere interventi radianti di altra origine, o incidenti di sviluppo) ci dice che la radiazione giunta su ogni elemento di lastra durante la posa data era superiore al limite di saturazione.

Ma anche una fotografia con chiari e scuri dà un numero limitato di informazioni: la fotografia perfetta, che ci dice tutto circa l'immagine eterea, non esiste, nel senso che per ogni fotografia si può sempre pensare che rifacendola con posa più lunga si sarebbero perse delle informazioni nelle zone più scure, ma se ne sarebbero guadagnate in quelle più chiare, e viceversa con una posa più breve. Se vogliamo possiamo anche chiamare *bella* o *buona* una fotografia che dà un numero cospicuo di informazioni, e possiamo anche dire che in un gruppo di fotografie *la più bella* é quella che dà il maggior numero di informazioni; possiamo anche dire che é molto abile un operatore che riesce a ottenere la fotografia più bella col minor numero di tentativi e col minor consumo di materiale e di tempo; però qualche volta avviene che la fotografia apparentemente più belle non é quella che dà il maggior numero di informazioni. E questo é il risultato che effettivamente conta, quando si lavora nell'ambito tecnico e professionale e non in quello artistico.

3. L'ombra nella teoria classica e in quella energetica

Nel linguaggio corrente della fisica si parla di *ombra.* A dire il vero il significato di questa parola, presa dal linguaggio comune, viene

considerato così ovvio, che non si é mai creduto opportuno definirlo. Il concetto é il seguente: Una sorgente S puntiforme (fig. 3) emette raggi tutt'intorno. Un corpo *opaco* C si trova in posizione tale da intercettarne alcuni, assorbendoli: quindi dietro di lui non vi sono più raggi provenienti da S. Questa regione di spazio senza raggi dicesi *zona d'ombra*, prodotta dal corpo C di fronte alla sorgente S; o anche *cono d'ombra*, o anche semplicemente *ombra*.

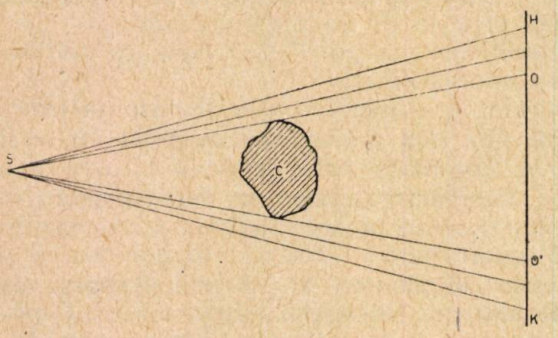


Fig. 3

Però questo ragionamento é del tutto ipotetico, perché la radiazione emanata da S non si vede direttamente. Per constatare l'esistenza della zona d'ombra é necesassario disporre uno schermo diffondente o una lastra fotografica HK dietro il corpo C; schermo o lastra capaci di rivelare la radiazione emessa da S. Limitando il ragionamento, par semplicità di linguaggio, al casso della lastra, questa ci rivela l'arrivo di radiazione in zone periferiche come OH e $O'K$, mentre nell'intervallo OO' non risulta pervenuta nessuna radiazione. Quest'intervallo si dice l'*ombra portata* dell'oggetto C sulla lastra e la sua forma é simile (in senso matematico) alla sezione dell'oggetto che intercetta i raggi della sorgente S. Le sue dimensioni stanno a quella della sezione suddetta come la distanza fra lo schermo e la sorgente sta alla distanza tra questa e l'oggetto.

Questo modo di considerare le cose però é molto schematico ed ha dovuto subire un'estensione per essere applicato a sorgenti dotate di dimensioni sensibili. E' ben noto che ciò porta al fenomeno della *penombra*. La sorgente $S_1 S_2$ (fig. 4) può esser considerata come un complesso di sorgenti puntiformi per ciascuna delle quali si può ripetere quanto é stato detto sopra: quindi sulla lastra HK si hanno tante ombre portate, ciascuna spostata rispetto alle altre, tanto più qanto maggiore é la distanza fra l'oggetto a la lastra.

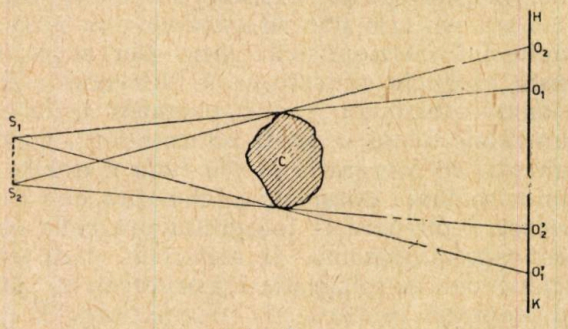


Fig. 4

Si tratta di nozioni elementari, per le quali non é il caso di entrare in particolari; é chiaro dalla fig. 4 stessa che l'estremo S_1 della sorgente $S_1 S_2$ proietta sulla lastra l'ombra $O_1 \tilde{O}_1$; l'estremo S_2 l'ombra

O_2O_2' e tutti gli altri punti della sorgente stessa proiettano ombre comprese fra queste due. Cosicché nel tratto O_2H e in quello $O_1'K$ la lastra risulta annerita ugualmente e uniformemente da tutti i punti della sorgente S_1S_2; nel tratto O_1O_2' lo schermo non riceve nulla da alcun punto della sorgente; nelle zone O_1O_2 e $O_2'O_1$ invece si ha un annerimento variabile, ossia tanto meno sensibile verso gli orli O_1 e O_2' e tanto più intenso verso gli orli O_2 e O_1'. Queste zone sono appunto qelle della penombra.

E'evidente che queste zone di penombra sono tanto più considerevoli, quanto più estesa è la sorgente e quanto maggiore é la distanza fra corpo e schermo.

Con ciò la *similitudine* (in senso matematico) fra l'ombra portata o oggetto svanisce: rimane una somiglianza non definibile matematicamente, che può esser resa tanto più stretta, quanto più lo schermo é vicino all'oggetto e quato più la sorgente viene resa sottile. E' ben noto che queste condizioni sono utilizzate su vasta scala nella stampa delle fotografie per contatto.

Un'ulteriore estensione del modo di considerare queste cose si é verificata quando si sono considerati non soltanto corpi *opachi*, cioé capaci di intercettare del tutto i raggi pervenutigli dalla sorgente usata, ma anche corpi più o meno trasparenti. Si é definito allora il *fattore di transmissione* τ, che indica la *percentuale* di radiazione che il corpo lascia passare, ma evidentemente non supera 100 per cento, perché non avviene mai che un corpo lasci passare più radiazione di quanta ne riceve.

Con questo sulla lastra *HK* non si hanno più soltanto zone chiare e zone scure, tutt'al più limitate da zone di penombra; ma veniamo ad avere zone più o meno chiare, la cui forma (quando non vi siano penombre sensibili) é simile a quella corrispondente delle parti più o meno trasparenti del corpo attraversato dai ragi.

Con ciò l'ombra portata sopra una lastra viene ad acquistare una complessità che merita di essere studiata con criterii assai diversi dal semplice schema geometrico generalmente usato. A questo proposito si prestano bene i criteri energetici già esposti a proposito delle immagini ottiche: cioé il dato sperimentale a nostra disposizione é ancora costituito dal complesso di annerimenti più o meno intensi che si osservano sulla lastra, al termine delle operazioni di sviluppo e di fissaggio. Ciò costituisce appunto „una distribuzione di effetti energetici sopra uno strato sensibile" da cui noi possiamo dedurre una quantità di informazioni circa la forma e la natura del corpo attraversato dai raggi.

Ma messe le cose in questi termini, veniamo immediatamente alla conclusione che immagini e ombra finiscono per essere sostanzialmente una stessa cosa. Non vi é quindi da meravigliarsi se oggi nell'ambiente dei radiologi una radiogragia si usa chiamare correntemente immagine, e é rarissimo trovare chi si ricorda che secondo il modo classico di considerare le cose si dovrebbe chiamare ombra.

E non si tratta soltanto di una modestissima questione di nomenclatura: il fatto importante è che essendo identica la definizione energetica di ombra e quella di immagine, come risulta da ciò che si è detto, è evidente che si possono ripetere a proposito delle ombre i ragionamenti fatti a proposito delle immagini.

In particolare, a proposito delle radiografie si può ripetere, come si è detto a proposito delle immagini, che ciascuna di esse dà sempre un numero limitato di informazioni, in conseguenza della legge che lega l'annerimento all'irraggiamento e in conseguenza della struttura granulare dello strato di emulsione. Si può ancora dire che una serie di radiografie dello stesso soggetto con esposizioni diverse può dare un numero di informazioni maggiore che non una radiografia unica, in cui dei particolari anche importanti si possono perdere nella zona della sottoesposizione o in quella della saturazione. Siccome fra tutte le radiografie possibili ve ne sono di quelle che danno un maggior numero di informazioni, l'addestramento professionale del radiografo, per ciò che riguarda la tecnica di esecuzione delle radiografie, consiste appunto nel determinare le condizioni sperimentali per cui si giunge a tale risultato col minimo numero di tentativi, ossia col maggior risparmio di tempo, di energia e di materiale.

Senza stare a ripetere integralmente le considerazioni che abbiamo fatto a proposito delle fotografie nelle pagine precedenti, rimandiamo senz'altro il lettore alle pagine stesse, tenendo presente che le considerazioni ivi fatte a proposito della fotografia delle immagini ottiche sono estensibili non solo alle „ombre" radiografiche, ma anche alle „ombre" che si osservano sopra uno schermo diffondente, naturalmente apportando al ragionamento alcune modificazioni formali evidenti, dovute al fatto che il processo di osservazione è diverso.

4. Considerazioni particolari per le radiografie

Riassumedo le considerazioni sopra esposte, perché le informazioni date da una radiografia siano le più numerose possibili, occorre scegliere accuratamente le condizioni di emissione della sorgente di raggi X, e la durata della posa, in relazione alla sensibilità dell'emulsione. E'noto che per facilitare l'azione dei raggi X sul emulsione stessa si sono construite pellicole apposite con doppio strato di gelatina e si è introdoto l'uso degli schermi di rinforzo.

Vi è poi il problema geometrico: per rivelare i particolari più fini, una volta applicata l'esposizione opportuna, occorre ridurre al minimo le zone di penombra: ossia occorre che la sorgente di radiazione sia la più sottile possibile e la lastra sia posta il più vicino possibile all'oggetto in esame. A questa seconda condizione sono spesso imposti dei limiti da circostanze particolari; come quando si tratta di eseguire la radiografia di uno scheletro immerso in un grosso strato di tessuto vivente. Circa la prima condizione, la riduzione della superficie radiante dell'anticatodo trova delle limitazioni nel meccanismo

stesso dell'emissione dei raggi X: un anticatodo troppo piccolo sotto un intenso bombardamento elettronico sarebbe ridotto ben presto allo stato liquido; e se il bombardamento elettronico fosse attenuato, l'irraggiamento sulla lastra risulterebbe così modesto da far scomparire molte, se non tutte, le informazioni nella zona della sottoesposizione.

E' compito della tecnica di trovare il miglior compromesso fra tutte queste difficoltà.

Il punto critico del problema è costituito dalla sensibilità del mezzo rivelatore; ossia, nel caso suddetto, dalle caratteristiche sensitive dell'emulsione radiografica. Se potessimo ridurre l'energia necessaria per ottenere da una lastra il maggior numero di informazioni, potremmo ridurre le dimensioni dell'anticatodo, aumentando così la finezza dei particolari rilevabili, e diminuendo il disagio del paziente in esame. Perché il problema dell'intensità della radiazione è tenuto d'occhio con molto interesse dai radiologi, dato che la radiazione, prima di giungere alla lastra, deve attraversare un corpo vivente, in generale ammalato e in condizioni di minor resistenza di fronte all'azione nociva dei raggi X. E' preoccupazione costante dei radiologi di sottoporre i pazienti al minimo irraggiamento possibile, anche quando questo sembra contenuto in limiti tollerabili.

L'argomento ha anche un riflesso economico, perché ogni tubo per raggi X ha una vita limitata, che può essere portata al massimo facendolo funzionare il più possibile a regime ridotto.

Perciò, per ragioni tecniche, per ragioni sanitarie e per ragioni economiche, si presenta costantemente il problema di ottenere le informazioni necessarie, per questa via, col minor flusso radiante possibile. Ma ormai sembra che da parte delle emulsioni fotografiche non si possa pretendere di più di ciò che esse già danno.

Invece delle buone speranze sono state offerte dai dispositivi di natura fotoelettrica, che oggi hanno avuto notevole incremento a proposito della televisione. Alcuni di essi raggiungono i limiti di sensibilità imposti dalla struttura stessa dell'atomo materiale. Di fronte ad essi la lastra fotografica è un revelatore assai lento e grossolano. Alcune prove già eseguite hanno permesso di ottenere delle informazioni con un radiazione circa 10.000 volte più debole di quella che sarebbe stata necessaria per ottenere effetti analoghi per via fotografica.

Un criterio è il seguente: la radiazione, invece di essere utilizzata per modificare la struttura di cristalli di bromuro d'argento, come avviene nelle emulsioni fotografiche, viene captata da opportuni fotocatodi in ambiente vuoto, e ne provoca l'emissione di elettroni. Questi vengono accelerati, mediante sorgenti esterne di energia, e mediante dispositivi amplificatori.

In altri dispositivi mediante la tecnica delle „linee" usate nella televisione, si „esplora" la distribuzione spaziale dell'energia dietro l'ostacolo irradiato dai raggi X. Con dispositivi di questa natura si arriva a sentire delle variazioni anche di uno o due quanti. Queste variazioni, influendo sul nuovo afflusso di energia immessa da parte

di un apparato amplificatore, si transformano in variazioni notevolmente maggiori (anche migliaia di volte) e quindi facilmente rivelabili o mediante l'azione su emulsione fotografiche, o anche mediante l'osservazione sopra uno schermo televisivo.

Per queste vie si é giunti a sentire la „fluttuazione quantica" ossia si é arrivati a sentire la irregolarità dell'emissione energetica, causata dalla natura granulare stessa della radiazione. Cioé si sarebbe così raggiunto il limite superiore della sensibilità, imposto dalla natura stessa della radiazione.

Anche senza arrivare a tanto, (e veramente sarebbe troppo, perché i risultati sarebbero disturbati dal cosidetto „rumore di fondo"), già sarebbe un risultato ricco di notevoli conseguenze pratiche realizzare dispositivi di rivelazione anche soltanto 10 o 100 volte più sensibili dell'attuale lastra folografica.

I tentativi fatti finora mostrano che ciò é possibile. I dispositivi studiati sono ancora allo stato sperimentale. Non vi é dubbio che quando essi diverranno di uso corrente, la radiografia e la radioscopia ne trarranno vantaggi di grande portata.

Ricevuto il 15 IV 1957

Istituto Nazionale di Ottica,
Firenze-Arcetri, Italia

ИЗОБРАЖЕНИЯ И ТЕНИ В НОВОЙ „ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ"

(Резюме)

Ряд фундаментальных понятий из области оптики, фотографии и радиографии ограничиваются автором работы более реальными теоретическими указаниями чем доныне существующих классические заключния.

IMAGINI ŞI UMBRE ÎN NOUA „OPTICĂ ENERGETICĂ"

(Rezumat)

Autorul încadrează cu directive teoretice mai apropiate de realitate decît considerentele clasice anterioare, o serie de noţiuni fundamentale interesînd optica, fotografia şi radiografia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

537.531

DETERMINAREA CONDIŢIILOR DE EFICACITATE MAXIMĂ A ECRANELOR FLUORESCENTE, UTILIZÎND FASCICULE DE RAZE X TRECUTE ÎN PREALABIL PRIN FILTRE DE PARAFINĂ

DE

EMIL LUCA, HORIA CHELARU, GHIDEON CHERN, GABRIELA MASTACAN
IURII MĂRGĂRINT şi GEORGETA TRIFAN

Comunicare prezentată la Conferinţa Cercurilor Ştiinţifice Studenţeşti, Bucureşti din 22—23 aprilie 1956

1. Consideraţii generale

Eficacitatea unui ecran fluorescent utilizat în tehnica razelor X, definită prin raportul $\varrho = \beta/I$ unde β — iluminarea substanţei fluorescente a ecranului supus acţiunii razelor X, iar I — intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X incident la ecran, a format obiectul unor cercetări teoretice şi experimentale, făcute de G. Destriau [1, p. 190] şi de unul din noi ([2], [3]).

În lucrările indicate, cercetîndu-se influenţa grosimii suportului absorbant al ecranului [1], cît şi influenţa filtrelor de Al şi Cu ([2], [3]) asupra eficacităţii unui ecran fluorescent, se ajunge la concluzia că eficacitatea unui ecran fluorescent prezintă un maxim pentru o anumită lungime de undă a fasciculului de raze X, deci o anumită tensiune aplicată tubului de raze X şi că acest maxim se deplasează spre lungimile de undă scurte, adică tensiuni mari, cînd grosimea suportului absorbant sau grosimea filtrului creşte.

Valoarea acestor maxime este funcţie de grosimea suportului absorbant al ecranului fluorescent sau de grosimea filtrului utilizat, ea scăzînd atunci cînd grosimea suportului creşte şi crescînd atunci cînd grosimea filtrului creşte.

În tehnica medicală (radioscopică şi radiografică), deci în condiţiile reale de lucru, la ecranul fluorescent nu ajunge niciodată direct fasciculul de raze X produs de tubul de raze X sau fasciculul trecut prin filtre de Al sau Cu, ci fasciculul de raze X care în prealabil a traversat corpul omenesc, deci un fascicul de raze X înbogăţit mult în raze difuze.

Pentru a cerceta comportarea unui ecran fluorescent în aceste condiţii reale de lucru, noi ne-am propus să utilizăm filtre de parafină care produc o difuzie a razelor X echivalentă cu cea produsă de corpul omenesc şi să trasăm curba de eficacitate a ecranului fluorescent atunci cînd pe el cade fasciculul de raze X, trecut în prealabil prin parafină şi deci bogat în raze difuze.

2. Procedeul experimental

Pentru efectuarea măsurărilor experimentale am utilizat instalaţia de raze X existentă în laboratorul de Măsuri Electrice al Institutului Politehnic din Iaşi, formată dintr-un transformator de înaltă tensiune de 100 kV, un tub de raze X Doglas cu două filamente şi un ecran fluorescent Super-Astral.

Schema instalaţiei utilizate este redată în fig. 1 unde T_1 — trans-

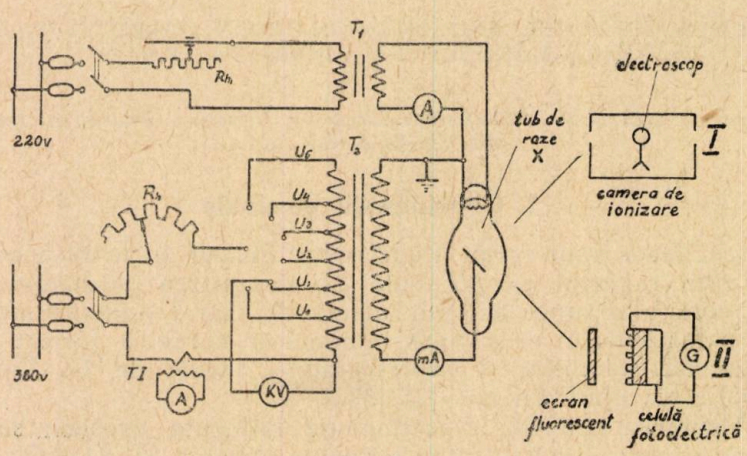


Fig. 1.

formator de încălzire a filamentului tubului de raze X, T_2 — transformator de înaltă tensiune, TI — transformator de intensitate şi Rh — reostate.

Din schemă se vede că:

a) Măsurarea înaltei tensiuni s-a făcut cu ajutorul unui voltmetru etalonat direct în kV, montat în primarul transformatorului de înaltă tensiune, prin cunoaşterea raportului de transformare al transformatorului. Variaţia acestei tensiuni s-a făcut prin schimbarea raportului de transformare.

Primarul avînd prize multiple, am putut căpăta astfel tensiuni înalte de 30, 34, 41, 49, 57, 66 şi 73 kV. Alimentarea acestui transformator se făcea de la reţeaua de 380 V.

b) Încălzirea filamentului s-a făcut cu un transformator special care să dea în secundar tensiunea de 11 V, avînd grijă ca intensitatea

de curent să se mențină în limitele admise de tub, acesta fiind alimentat de la rețeaua de 220 V. Curentul de încălzire a filamentului a a fost măsurat cu un ampermetru montat în secundarul transformatorului de încălzire a filamentului tubului, deci în serie cu filamentul.

c) Curentul electronic din tub a fost măsurat cu un miliampermetru montat în circuitul de înaltă tensiune.

d) Intensitatea ionometrică I a fasciculului de raze X, s-a măsurat prin curentul de ionizare j, produs de acest fascicul într-o cameră de ionizare Küstner. Acest lucru este posibil deoarece între intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X și curentul de ionizare produs de acesta există, după cum s-a arătat într-o lucrare anterioară [4], proporționalitatea $I=Kj$.

e) Iluminarea ecranului fluorescent supus acțiunii fasciculului de raze X s-a făcut cu ajutorul unei celule fotoelectrice. Am utilizat pentru aceasta o celulă fotoelectrică de categoria „cu strat de baraj", legată în serie cu un galvanometru de rezistență potrivită. Deci iluminarea ecranului fluorescent s-a măsurat prin curentul fotoelectric β, citit la galvanometrul legat în serie cu celula fotoelectrică.

Pentru măsurarea intensității ionometrice prin utilizarea camerei de ionizare Küstner, am utilizat dispozitivul I din fig. 1, iar pentru măsurarea iluminării ecranului fluorescent, prin utilizarea celulei fotoelectrice, am utilizat dispozitivul II din fig. 1.

În vederea luării datelor experimentale, am utilizat drept filtre, plăcuțe de parafină de diverse grosimi cu scopul de a avea la ecranul fluorescent fascicule de raze X de diverse compoziții spectrale.

Ținem să precizăm că toate măsurările au fost făcute în condițiile obișnuite ale unei radiografii sau radioscopii, adică utilizînd fascicule de raze X heterogene.

Pentru luarea datelor experimentale s-a procedat în felul următor:

Am plasat inițial camera de ionizare Küstner pentru măsurarea intensității ionometrice a fasciculului de raze X la distanța de 0,75 m, fixîndu-se o anumită tensiune de alimentare a tubului și un anumit curent de încălzire a filamentului. În aceste condiții, inițial fără nici un filtru de parafină în fața camerei de ionizare, am măsurat curentul de ionizare respectiv. S-a înlocuit apoi camera Küstner cu ansamblul ecran fluorescent — celulă fotoelectrică — galvanometru, plasate la aceeași distanță de 0,75 m și în aceleași condiții de alimentare a tubului (aceeași tensiune și același curent de încălzire a filamentului) și s-a măsurat iluminarea ecranului fluorescent prin curentul fotoelectric produs.

Menținîndu-se apoi tensiunea de alimentare a tubului constantă, s-a variat încălzirea filamentului și deci curentul electronic din tub, măsurîndu-se pentru fiecare valoare a acestuia atît curentul de ionizare cît și cel fotoelectric.

Aceste măsurări s-au efectuat pentru valori ale curentului electronic cuprinse între 18—56 mA.

S-a procedat în acest fel și pentru alte tensiuni de alimentare.

3. Rezultate experimentale

Lucrînd cu tensiuni de alimentare de 41, 49, 57, 66 şi 73 kV şi utilizînd filtre de parafină de grosime 1,2 mm, 2,5 mm şi 6 mm, curentul electronic fiind constant şi egal cu 56 mA, am obţinut rezultatele experimentale din tabelele 1, 2, 3 şi 4.

Tabelul 1

Fără filtru

Tens. apl. tub. U (kV)	Crt. fotoel. β (div.)	Crt. ionizare j (div.)	Raport $\varrho=\beta/j$
41	8,5	19	0,45
49	11	23	0,48
57	13	26	0,50
66	15	29,5	0,51
73	17,5	34,5	0,51

Tabelul 2

Filtru de parafină de 1,2 mm

Tens. apl. tub. U (kV)	Crt. fotoel. β (div.)	Crt. ionizare j (div.)	Raport $\varrho=\beta/j$
41	6	14,5	0,41
49	8	18	0,44
57	10,5	23,5	0,45
66	13	27,5	0,47
73	15	32,5	0,46

Tabelul 3

Filtru de parafină de 2,5 mm

Tens. apl. tub. U (kV)	Crt. fotoel. β (div.)	Crt. ionizare j (div.)	Raport $\varrho=\beta/j$
41	5	12,5	0,40
49	7	16	0,43
57	9	20	0,45
66	10,5	24	0,44
73	12	28,5	0,42

Tabelul 4

Filtru de parafină de 6 mm

Tens. apl. tub. U (kV)	Crt fotoel. β (div.)	Crt. ionizare j (div.)	Raport $\varrho=\beta/j$
41	3	8	0,38
49	4,5	11	0,41
57	6	15	0,40
66	7,5	20	0,38
73	8,5	24	0,35

Datele experimentale căpătate sînt reprezentate grafic în fig. 2 unde în ordonată s-a luat raportul $\varrho=\beta/j$ dintre iluminarea β a ecranului fluorescent şi curentul de ionizare j şi în abscisă potenţialele crescătoare U, aplicate tubului de raze X.

Analiza acestor curbe arată următoarele:

1) Raportul $\varrho=\beta/j$, care indică eficacitatea ecranelor fluorescente, variază funcţie de tensiunea aplicată tubului de raza X, prezentînd un maxim pentru o anumită tensiune (o anumită lungime de undă). Acest rezultat este în concordanţă cu cel stabilit de către G. Destriau [1] şi de către unul din noi ([2], [3]).

2) Maximele acestui raport se deplasează către tensiuni mai mici, deci lungimi de undă mai mari, cînd grosimea filtrului utilizat creşte.

3) Valoarea acestor maxime scade cînd grosimea filtrului de parafină creşte.

Acest lucru arată că filtrele de parafină au o acţiune diferită asupra unui ecran fluorescent, faţă de filtrele de Al şi Cu, de oarece în cazul acestora din urmă maximele raportului $\varrho = \beta/j$ cresc odată cu creşterea grosimii filtrului ([2], [3]). Acest fapt poate fi interpretat în modul următor :

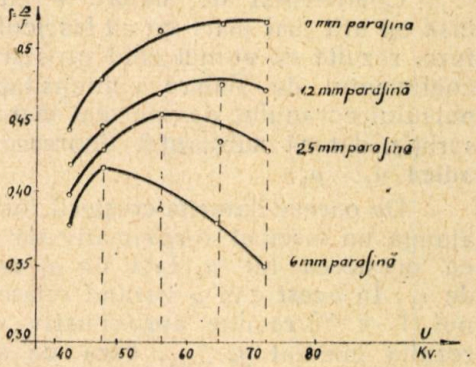


Fig. 2.

Conform celor arătate de Destriau [1, p. 190] eficacitatea unui ecran fluorescent este dată de raportul $\varrho = \beta/j$ unde β reprezintă iluminarea substanţei fluorescente de pe ecran şi este dată de relaţia : $\beta = I_1(1 - e^{-\mu b})$, I_1 fiind intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X ce ajunge pe substanţa fluorescentă şi care este dată de relaţia $I_1 = Ie^{-\tau a}$, unde I — intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X, incident la suportul ecranului fluorescent, a — grosimea suportului ecranului fluorescent, b — grosimea stratului substanţei fluorescente de pe ecran, τ — coeficient de slăbire a fasciculului de raze X datorită suportului de grosime a, iar μ — coeficient de absorbţie al razelor X datorită substanţei fluorescente.

În acest caz raportul $\varrho = \beta/I$ devine :

$$\varrho = \beta/I = e^{-\tau a}(1 - e^{-\mu b}),$$

sau, în cazul nostru înlocuind intensitatea ionometrică cu curentul de ionizare, relaţia devine :

$$\varrho = \beta/j = e^{-\tau a}(1 - e^{-\mu b}).$$

Să considerăm că fasciculul de raze X înainte de a ajunge la ecranul fluorescent, este filtrat prin parafină, întîi printr-un filtru de grosime x_1 şi apoi prin unul de grosime x_2 şi fie $x_2 > x_1$, în acest caz pe ecranul fluorescent vor ajunge fasciculele de raze X cu compoziţii spectrale diferite şi deci coeficienţii de slăbire τ şi de absorbţie μ datoriţi suportului şi substanţei fluorescente a ecranului vor fi diferiţi, adică pentru filtrul de parafină de grosime x_1 vom avea $\varrho_1 = \beta_1/j_1 = e^{-\tau_1 a}\left(1 - e^{-\mu_1 b}\right)$, iar pentru filtrul de grosime x_2 vom avea $\varrho_2 = \beta_2/j_2 = e^{-\tau_2 a}\left(1 - e^{-\mu_2 b}\right)$.

Tensiunea de alimentare şi curentul de încălzire a filamentului fiind constante, rezultă că fasciculul de raze X ce cade pe ecranul fluorescent va fi cu atît mai bogat în raze difuze, cu cît grosimea filtrului este mai mare.

Coeficientul de slăbire τ cît şi coeficientul de absorbţie μ fiind însă cu atît mai mari cu cît fasciculul de raze este mai bogat în raze difuze, rezultă că atunci cînd grosimea filtrului devine mai mare ($x_2 > x_1$) coeficientul de slăbire a intensităţii fasciculului de raze X datorit suportului ecranului devine mai mare, deci $\tau_2 > \tau_1$, iar coeficientul de absorbţie, datorit substanţei fluorescente devine de asemenea mai mare, adică $\mu_2 > \mu_1$.

De oarece datorită creşterii lui τ_2 faţă de τ_1 pe substanţa fluor escentă ajunge un fascicul aproximativ de aceeaşi compoziţie spectrală, rezultă că creşterea lui μ_2 faţă de μ_1 este mult mai mică decît a lui τ_2 faţă de τ_1. În acest caz μ variind relativ puţin, putem considera că termenul $(1-e^{-\mu b})$ rămîne aproximativ constant şi deci atunci cînd $\tau_2 > \tau_1$ rezultă imediat $\varrho_2 < \varrho_1$, ceea ce se observă şi pe curbele experimentale.

4. Concluzii

Din prezenta lucrare rezultă următoarele:

1) Intercalînd între tubul generator de raze X şi ecranul fluorescent filtre de parafină care să îmbogăţească fasciculul în raze X difuze (exact ca şi corpul omenesc) curba de eficacitate a ecranului fluoressent prezintă un maxim pentru o anumită tensiune de alimentare (o anumită lungime de undă).

2) Aceste maxime se deplasează spre lungimi de undă mari (potenţiale mici) atunci cînd grosimea filtrului de parafină creşte.

3) Valoarea acestor maxime scade, odată cu creşterea grosimii filtrului.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Fizică
Laboratorul de Fizică, fac. de Electrotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Destriau G., *Physique appliquée des installations à rayons X*, Ed. Dunod, Paris, 1944
2. Petrescu V. et Luca Emil, Bull. de l'Ec. Polyt. Jassy, 1947, **2**, *1*, p. 193.
3. Luca Emil, Iliescu Gh. şi Reus N., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1955, **1 (5)**, *1—2*, p. 32.
4. Emil Luca, Rev. Şt. V. Adamachi, Iaşi, 1947, **33**, Nr. 1, p. 58.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФЛЮОРЕСЦЕНТНЫХ ЭКРАНОВ, ИСПОЛЬЗУЯ ПУЧКИ ЛУЧЕЙ X, ФИЛЬТРИРОВАННЫХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ПАРАФИНОМ

(Краткое содержание)

Исходя из данного Г. Дестрио [1] определения эффективности светящегося экрана, а также и от вариации ея в зависимости от толщины подставки этого экрана было исследовано в двух предыдущих работах ([2] и [3]) влияние созданное фильтрами из Al и Cu на эффективность экрана при различных толщинах фильтра в зависимости от напряжения питания трубки или электронного тела в трубке.

В настоящей работе определяются условия максимальной эффективности флюоресцентных экранов, принимая во внимание реальные условия работы, встречаемыт в медицинской технике, условия при которых на флюоресцентный экран попадают всегда только пучки лучей X, прошедших предварительно через человеческое тело, следовательно пучки богатые диффузными лучами X.

Для получения пучков лучей X, обогащённых диффузными лучами, вставляются между генерирующей трубкой лучи X и флюоресцентным экраном парафиновые фильтры, различной толщины.

Кривая эффективности флюоресцентного экрана показывает и в этом случае один максимум для определённого напряжения, прилагаемого к трубке лучей X, как и в случае алюминиевых фильтров.

Эти максимумы перемещаются в сторону длинных волн (малые напряжения питания трубки лучей X) тогда толщина парафиного фильтра растёт.

Величина этих максимумов уменьшается одновременно с увеличением толщины парафинового фильтра в отличие от алюминиевых фильтров, когда величина максимумов растёт с увеличением толщины соответствующего фильтра.

LA DÉTERMINATION DES CONDITIONS D'EFFICACITÉ MAXIMA DES ÉCRANS FLUORESCENTS, EN UTILISANT LES FASCICULES DE RAYONS X. FILTRÉS PRÉALABLEMENT PAR LA PARAFFINE

(Résumé)

Dans deux Notes antérieures ([2], [3]), on a étudié l'influence qu'exercent les filtres de Al et de Cu sur l'efficacité de l'écran fluorescent, en utilisant la définition donnée par G. Destrian concernant l'efficacité d'un écran fluorescent et en tenant compte de la variation de celle-ci avec l'épaisseur de l'écran fluorescent.

On a trasé alors, les courbes de la variation de l'efficacité de l'écran pour diverses épaisseurs du filtre, en fonction de la tension d'alimentation du tube ou du courant électronique du tube.

Dans le présent travail on détermine les conditions d'efficacité maxima des écrans flùorescents, en tenant compte que dans les conditions de travail de la technique médicale, à l'ecran fluorescent n'arrivent que des fascicules de rayons X, qui préalablement ont traversé le corps humain, c'est à dire des fascicules riches en rayons X diffuses.

Pour obtenir des fascicules de rayons X riches en rayons diffuses, on a intercalé entre le tube générateur de rayons X et l'écran fluorescent, des filtres de paraffine d'épaisseurs diverses.

La courbe d'efficacité de l'écran fluorescent présente dans ce cas un maximum pour une certaine tension de travail comme dans le cas des filtres d'Al et Cu. Lorsque l'épaisseur du filtre de paraffine augmente, ces maximums se déplacent vers des grandes longueurs d'onde (vers des petites tensions d'alimentation du tube).

La valeur de ces maximums diminue quand l'épaisseur du filtre de paraffine s'accroît. Quant aux filtres d'Al et Cu, la valeur des maximums s'accroît avec l'épaisseur du filtre.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

541.27

РАСЩЕПЛЕНИЕ РАЗДЕЛЕННЫХ ИЗОТОПОВ МЕДИ ПРОТОНАМИ ЭНЕРГИИ 660 Мэв

И. А. ЮТЛАНДОВ[1])

1. ВВЕДЕНИЕ

Расщепление ядер среднего атомного веса частицами большой энергии явилось предметом многочисленных исследований [1] — [23]. Общим недостатком указанных работ является трудность интерпретации экспериментальных данных вследствие того, что облучению подвергались, как правило, природные смеси изотопов различных элементов.

Настоящая работа посвящена краткому описанию методики радиохимического изучения и результатам расщепления разделенных изотопов меди протонами энергии 660 Мэв.

2. ИСХОДНЫЙ МАТЕРИАЛ И ПРИГОТОВЛЕНИЕ МИШЕНЕЙ

В качестве исходного материала нами использовалась чистая природная медь[2]) и препараты разделенных изотопов меди следующего состава:

Cu^{63}		Cu^{65}	
Cu^{63}	Cu^{65}	Cu^{65}	Cu^{63}
93,2%	6,8%	93,7%	6,3%

Как Cu^{63}, так и Cu^{65} содержали примесь железа в количестве $\sim 0{,}06\%$.

Облучение мишеней производилось на внутреннем пучке синхроциклотрона Объединенного Института Ядерных Исследований в течение

1) Настоящее представляет собой краткое изложение методики и некоторых результатов диссертации автора, выполненной под руководством А. Н. Мурина.

2) Спектральный анализ показал наличие следующих загрязнений:
Ca — $2.10^{-4}\%$; Mn — $5.10^{-3}\%$; Ag — $2.10^{-4}\%$; Fe, Ni, Pb — $10^{-3}\%$ [20].

1... 2 часов. В случае природной меди мишень представляла собой пластинку металлической меди размером 20 мм×1,5 мм×10 мм (рис. 1 а) закрепленную на алюминиевой болванке. В случае разделенных изотопов порошок Cu^{63} (или Cu^{65}) тонким слоем насыпался на дно конвертика из алюминиевой фольги толщиной 100 μ (размер конвертика 4 мм×10 мм×15 мм) и прижимался алюминиевой пробкой (рис. 1 б).

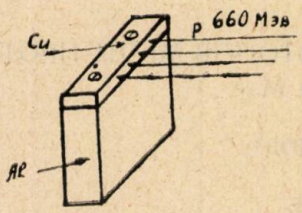
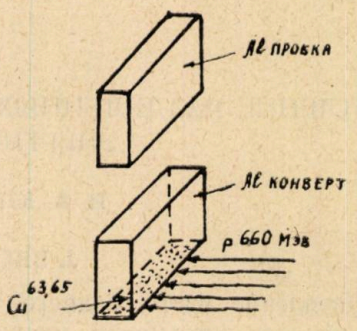


Рис. 1 а



в

Рис. 1 б

3. МЕТОДИКА РАДИОХИМИЧЕСКОГО ВЫДЕЛЕНИЯ

Для выделения продуктов реакции глубокого расщепления использовался метод изотопных носителей. Было выделено и идентифицировано 18 радиоактивных изотопов 10 элементов: Cu, Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Sc, Ca, K и P.

Облученная мишень растворялась в минимальном количестве HNO_3. Азотнокислый раствор переводился в солянокислый, и концентрация исходного раствора мишени по HCl устанавливалась равной $\sim 2N$. Рассмотрим теперь методики выделения и очистки отдельных радиоэлементов.

1. Медь [23]. К аликвотной части исходного раствора мишени прибавлялись носители на Zn, Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Ca, K и Na. Медь удалялась из раствора осаждением в виде CuS. Операция осаждения сульфида меди в присутствии удерживающих носителей повторялась еще один раз. Осадок CuS растворялся, Cu^{++} восстанавливалась до Cu^{+} сернистым газом, и медь осаждалась из 0,5 N по HCl раствора роданистым аммонием в виде CuCNS. Осадок CuCNS промывался и растворялся. К раствору прибавлялось ~5 мг Fe, после чего избытком NH_4OH осаждалась $Fe(OH)_3$. Фильтрат после удаления $Fe(OH)_3$ подкислялся HCl, Cu^{++} восстанавливалась до Cu^{+} с помощью SO_2 и осаждалась в виде CuCNS. Осадок роданида меди отфильтровывался на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку, высушивался при ~110°C и взвешивался.

2. Никель [6], [10], [11], [23]. В фильтрате после удаления меди сернистым аммонием (безугольным) осаждались элементы III аналитической группы. Осадок сульфидов и гидроокисей центрифугировался (раствор сохранялся для выделения Ca и K), промывался и растворялся в HCl. Железо удалялось двухкратным экстрагиро-

ванием диэтиловым эфиром из 6*N* по HCl раствора (эфирный экстракт сохранялся для выделения Fe). Из водного слоя никель осаждался диметилглиоксимом. Операция осаждения никеля диметилглиоксимом в присутствии удерживающих носителей на Cu, Co, Mn и Cr повторялась еще два раза. Осадок диметилглиоксимата никеля растворялся в HCl, и к раствору прибавлялось ~ 5 мг Fe, которое осаждалось аммиаком в виде $Fe(OH)_3$. В фильтрате после удаления $Fe(OH)_3$ никель осаждался диметилглиоксимом. Диметилглиоксимат никеля переосаждался один раз, после чего отфильтровывался на фильтр, помещенный на дно перфорированной алюминиевой тарелочки, промывался, высушивался при ~110°С и взвешивался.

3. Железо [6], [10]. К эфирному слою, содержащему Fe (см. выделение Ni), приливалось несколько миллилитров разбавленной HCl, и эфир удалялся выпариванием на водяной бане. Из оставшегося раствора аммиаком осаждалась $Fe(OH_3)$. Осадок гидроокиси железа растворялся в 6*N* HCl, к раствору прибавлялись удерживающие носители на Ni, Co, Mn и Cr, и железо снова дважды экстрагировалось диэтиловым эфиром. Описанный цикл операций повторялся еще один раз, но уже без добавления удерживающих носителей. К эфирному слою прибавлялось несколько миллилитров разбавленной HCl. Эфир удалялся выпариванием на водяной бане. Из оставшегося раствора железо осаждалось в виде $Fe(OH)_3$ с помощью аммиака. Осадок гидроокиси железа отфильтровывался, промывался, прокаливался до Fe_2O_3 и взвешивался.

4. Марганец [5], [11], [23]. Фильтрат после осаждения Ni упаривался до малого объема при добавлении концентрированной HNO_3. К полученному раствору прибавлялось несколько кристалликов $KClO_3$, и раствор кипятился 10...15 минут. Выпавший осадок MnO_2 центрифугировался, промывался концентрированной HNO_3 и растворялся в одной капле HCl и одной капле 30% H_2O_2. После прибавления к раствору удерживающих носителей на Ni, Co, Fe и Cr марганец снова осаждался в виде MnO_2. Описанный цикл операций повторялся еще один раз, после чего MnO_2 дважды переосаждалась без добавления удерживающих носителей. Конечный осадок MnO_2 промывался водой, наносился на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку, высушивался при ~ 110° С и взвешивался.

5. Хром [11]. Фильтрат после удаления MnO_2, содержащий шестивалентный хром (при окислении Mn происходило окисление Cr) упаривался почти досуха, разбавлялся водой, нейтрализовался аммиаком и подкислялся уксусной кислотой. Из полученного раствора осаждался хромат бария и некоторое количество сульфата бария (серная кислота образовалась при растворении сульфидов элементов III аналитической группы). Осадок $BaCrO_4$ — $BaSO_4$ центрифугировался, промывался и обрабатывался концентрированной HCl. При этом Cr^{+6} восстанавливался до Cr^{+3}. Нерастворившийся $BaSO_4$ отфильтровывался. В фильтрате Cr^{+3} снова окислялся до Cr^{+6} с помощью $KClO_3$. К полученному раствору прибавлялось ~5 мг Fe, которое осаждалось аммиаком в виде $Fe(OH)_3$. Осадок $Fe(OH)_3$ отфильтровывался. В фильтрате, после подкисления его уксусной кислотой, осаждался хромат бария. Осадок $BaCrO_4$ центрифугировался, промывался, наносился на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку, высушивался при~110°С и взвешивался.

6. Кобальт [32], [33]. В фильтрате после осаждения $BaCrO_4$ избыток бария удалялся осаждением в виде сульфата. Раствор нейтрализовался аммиаком, и кобальт осаждался в виде сульфида с помощью $(NH_4)_2S$. Осадок центрифугировался, промывался и растворялся в HCl при прибавлении нескольких капель HNO_3. К раствору прибавлялось ~5 мг Fe, и аммиаком осаждалась $Fe(OH)_3$. Фильтрат после удаления осадка гидроокиси железа подкислялся уксусной кислотой, и кобальт осаждался прибавлением 15 мл 1% раствора α-нитрзоо-β-нафтола в 50% уксусной кислоте. Осадок отфильтровывался, промывался и прокаливался. Прокаленный остаток растворялся в концентрированной HCl, и к раствору прибавлялось ~5 мг Fe. Железо осаждалось аммиаком. После удаления осадка $Fe(OH)_3$ фильтрат подкислялся уксусной кислотой, и кобальт снова осаждался α-нитрозо-β-нафтолом. Осадок отфильтровывался, промывался, прокаливался до Co_3O_4 и взвешивался.

В том случае, когда необходимо было произвести быстрое выделение кобальта с целью определения выхода Co^{61} (T=100 мин.), использовался метод выделения кобальта в виде гексанитрокобальтата калия [5],]6], [23]. При этом, после удаления меди в виде CuS и железа путем экстрагирования диэтиловым эфиром кобальт осаждался из уксуснокислого раствора в виде гексанитрокобальтата калия прибавлением несколь-

ких миллилитров насыщенного раствора KNO_2 .Осадок центрифугировался, промывался и растворялся в HCl. Операция осаждения гексанитрокобальтата калия в присутствии удерживаюших носителей на Zn, Ni, Mn и Cr повторялась еще 3 раза, и затем 2 раза без добавления удерживающих носителей. Конечный осадок промывался водой, наносился на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку высушивался при ~ 110° С и взвешивался.

7. Кальций [5], [6], [23]. К фильтрату после осаждения сульфидов и гидроокисей элементов III аналитической группы прибавлялись удерживающие носители на Ni, Co, Fe, Mn и Cr, и соответствующие сульфиды и гидроокиси осаждались снова. Эта операция повторялась еще один раз. В фильтрате кальций осаждался в виде оксалата. Осадок CaC_2O_4 центрифугировался, промывался и растворялся в концентрированной HNO_3 с небольшим количеством $KClO_3$. К полученному раствору прибавлялось ~5 мг Fe, и безугольным аммиаком осаждалась гидроокись железа. Осадок $Fe(OH)_3$ отфильтровывался, фильтрат подкислялся щавелевой кислотой, и кальций осаждался в виде оксалата прибавлением щавелевокислого аммония. Осадок CaC_2O_4 центрифугировался, промывался и переосаждался. Конечный осадок оксалата кальция промывался водой, наносился на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку, высушивался при ~ 110°С и взвешивался.

8. Калий [34]. В фильтрате после осаждения кальция разрушалась щавелевая кислота выпариванием с концентрированной HNO_3 : Нитраты переводились в хлориды, и раствор упаривался досуха. Сухой остаток растворялся в двух миллилитрах воды, к охлажденному раствору прибавлялось 3...4 мл $HClO_4$ и ~30 мл нормального бутилового спирта. Осадок $KClO_4$ центрифугировался, промывался и растворялся в минимальном количестве воды. Осаждение $KClO_4$ производилось еще один раз в присутствии Na и один раз без добавления удерживающего носителя на натрий. Конечный осадок промывался, наносился на фильтр, помещенный на перфорированную алюминиевую тарелочку, высушивался при ~ 125°С и взвешивался.

9. Скандий [6], [23]. К аликвотной части исходного раствора мишени прибавлялись носители на Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Ti, Sc и Ca. Медь удалялась из раствора осаждением в виде CuS. В фильтрате с помощью безугольного NH_4OH осаждались гидроокиси Fe, Ti и Sc. Осадок центрифугировался, промывался и растворялся в HCl. Из 0,5 *N* по HCl раствора добавлением нескольких капель 27 NHF осаждался фторид скандия. Осадок ScF_3 переводился в сульфат и растворялся в воде. Процесс осаждения фторида скандия и переведения его в сульфат повторялся еще один раз. Сульфат скандия растворялся в воде, и из полученного раствора скандий осаждался в виде $Sc(OH)_3$ с помощью NH_4OH. Осадок гидроокиси скандия отфильтровывался, промывался, прокаливался до Sc_2O_3 и взвешивался.

10. Фосфор [5]. К аликвотной части исходного раствора мишени прибавлялись носители на Zn, Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Ca и P. Медь удалялась из раствора в виде CuS. Фосфор осаждался в виде фосфоромолибдата аммония из 1*N* по HNO_3 раствора. Осадок промывался и растворялся в аммиаке, содержащем ион лимонной кислоты (для связывания в комплекс Ti). Раствор подкислялся и к нему прибавлялись удерживающие носители на V и Ti. После этого через раствор пропускался ток SO_2 для восстановления ванадия до состояния ванадила. Из полученного раствора фосфор осаждался магнезиальной смесью в виде двойного фосфата магния и аммония. Осадок центрифугировался, промывался и растворялся в 1*N* HNO_3 . Описанный цикл очистки повторялся еще один раз. Осадок $MgNH_4PO_4$ промывался и переосаждался. Окончательно двойной фосфат магния и аммония отфильтровывался, промывался, прокаливался до $Mg_2P_2O_7$ и взвешивался.

Определение периодов полураспада, вида и энергии излучения показало, что во всех случаях была достигнута радиохимическая чистота выделенных препаратов.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫХОДОВ

Активности выделенных препаратов измерялись на стандартном торцовом счетчике типа ТМ—20. Для определения знака заряда и энергии заряженных частиц (β^- и β^+) использовался грубый магнитный β - спектрометр.

Проблема определения абсолютных активностей в случае β— излучателей достаточно хорошо разработана [24]. Однако, в данном случае эта задача представляла известные трудности, т. к. помимо β^--излучателей имелся ряд изотопов с разветвленной схемой распада (β^+ и захват орбитального электрона), а также и изотопы, целиком распадающиеся путем электронного захвата. Калибровка торцового счетчика по 4π-ному счетчику для изотопов с разветвленной схемой распада остается до настоящего времени неразработанной.

При определении абсолютных активностей β^- и β^+-излучателей вводились следующие поправки в полученную скорость счета: 1) на телесный угол, 2) на поглощение в воздухе, 3) на поглощение в окне счетчика, 4) на рассеяние и поглощение в образце, 5) на отражение от подложки. Поправки на просчеты не было необходимости вводить. Во всех случаях предполагалось, что рассеяние от воздуха и от стенок счетного устройства невелико.

Телесный угол рассчитывался по формуле К. А. Петржака и М. А. Бака [25]. Поправки на поглощение и рассеяние в образце и на отражение от подложки брались по данным работ [26], [27]. При этом, в соответствии с данными работы [19] отражение позитронов от подложки принималось на 8% меньше, чем для электронов той же энергии.

Выходы изотопов с разветвленной схемой распада определялись по счету β^- и β^+-частиц с введением поправки на счет рентгеновских лучей для чего необходимо было оценить эффективность счета рентгеновских K-квантов[3]). С этой целью путем комбинирования измерений с Be и Al фильтрами определялась скорость счета, обусловленная характеристическим рентгеновским излучением. Выход данного изотопа рассчитывался по счету как рентгеновского, так и корпускулярного излучения; эффективность счета рентгеновских K-квантов подбиралась методом последовательных приближений таким образом, чтобы указанные выходы совпадали. Произведенная оценка эффективности счета K-квантов позволила также определить выходы изотопов, распадающихся исключительно путем захвата орбитального электрона (Fe^{55}, Mn^{54}, Cr^{51}).

Таким путем были рассчитаны относительные выходы различных изотопов, выраженные в числе образовавшихся радиоактивных атомов. Для сравнения относительных выходов, полученных в различных облучениях, во всех опытах производилось выделение внутреннего репера, в качестве которого служил Ca^{45}. Чтобы перейти к абсолютным выходам, выраженным в поперечных сечениях образования, необходимо сравнить относительный выход внутреннего репера с выходом какой-либо ядерной реакции с известным сечением. Такой реакцией является Al^{27} $(p,3pn)$ Na^{24}.

Для проведения такого сравнения был поставлен специальный опыт, схема которого заключалась в следующем. Поверхности медной мишени (в случае природной меди), перпендикулярные направлению

3) L—лучи практически полностью поглощались в воздухе и в окне счетчика.

пучка протонов, закрывались системами алюминиевых фольг (снаружи две фольги по 100 μ и между ними три фольги по 25 μ) (рис. 2). Фольги толщиной 100 μ придавали системе необходимую жесткость. Фольг толщиной 25 μ бралось три, чтобы скомпенсировать возможные потери Na^{24} за счет ядер отдачи. Таким образом, алюминиевые фольги и медная мишень подвергались облучению потоком протонов одинаковой интенсивности. После облучения от алюминиевых фольг отрезался край, точно соответствующий линейным размерам мишени (рис. 2, линия AB). Активности средних из трех фольг по 25 μ, одна из которых находилась перед, а другая за мишенью, измерялись на счетчике для определения числа образовавшихся атомов Na^{24}. Из медной мишени выделялся кальций, и определялось число образовавшихся атомов Ca^{45}. Абсолютное сечение образования Ca^{45} рассчитывалось по формуле :

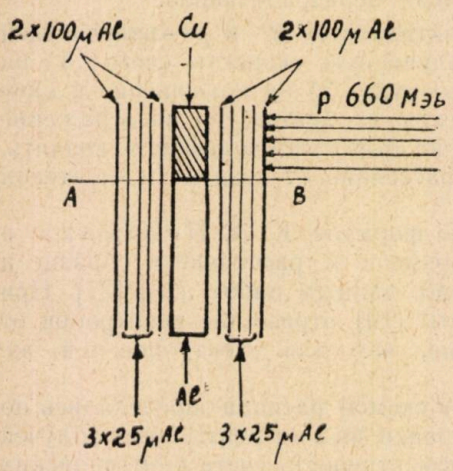


Рис. 2

$$(1)\quad \frac{\text{Число образов. атом. } Na^{24}}{\text{Число образов. атом. } Ca^{45}} = \frac{\sigma(Na^{24})\,\frac{m(Al)}{A_{Al}}}{\sigma(Ca^{45})\,\frac{m(Cu)}{A_{Cu}}},$$

где $\sigma\,(Na^{24})$ — сечение реакции Al^{27} $(p, 3pn)$ Na^{24}, равное 11 mb [28], $\sigma\,(Ca^{45})$ — искомое сечение образования Ca^{45}, $m\,(Al)$ и $m\,(Cu)$ — веса алюминиевых фольг и медной мишени, A_{Al} и A_{Cu} — атомные веса алюминия и меди.

Исходя из полученного значения $\sigma\,(Ca^{45})$ были рассчитаны сечения образования остальных выделенных из природной меди изотопов.

В случае бомбардировки разделенных изотопов меди подобная абсолютизация выходов не могла быть осуществлена из-за невозможности создания необходимых геометрических условий (малые количества порошкообразных материалов). Однако известно, что Cu^{64} может образовываться только из Cu^{65}, так как реакция $Cu^{63}\,(p, \pi^+)$ Cu^{64} не идет со скольнибудь заметным выходом [29]. Зная сечение образования Cu^{64} из природной меди нетрудно рассчитать сечение образования Cu^{64} из одной Cu^{65}. Отсюда легко вычислить сечения образования для остальных выделенных из Cu^{65} радиоизотопов.

Вычисление абсолютных выходов радиоизотопов, выделенных из Cu^{63} производилось следующим образом. С одной стороны, для каждого изотопа, выделенного из природной меди и из Cu^{65}, можно рассчитать сечение образования из Cu^{63} по уравнению:

$$(2)\qquad \sigma\,(Cu) = 0{,}309\,\sigma\,(Cu^{65}) + 0{,}691\,\sigma\,(Cu^{63}),$$

где $\sigma\,(Cu)$ — сечение образования из природной меди, $\sigma\,(Cu^{65})$ — сечение образования из Cu^{65}, $\sigma\,(Cu^{63})$ — искомое сечение образования из Cu^{63}.

Численные коэффициенты обозначают содержание Cu^{65} и Cu^{63} в природной смеси изотопов.

С другой стороны, известны экспериментально определенные относительные выходы изотопов, выделенных из Cu^{63} (обозначим их B). Абсолютные значения их можно обозначить — αB, где α — постоянный коэффициент. Для наилучшего согласования рассчитанных по формуле (2) и измеренных выходов — αB, другими словами для нахождения „наилучшего" коэффициента α, использовался метод наименьших квадратов; коэффициент α определялся из следующего условия:

$$f(\alpha) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \alpha B - \frac{\sigma(Cu) - 0{,}309\ \sigma(Cu^{65})}{0{,}691} \right\}^2 = \min . \tag{3}$$

Умножением измеренных относительных выходов радиоизотопов, выделенных из Cu^{63} — B, на α были получены абсолютные сечения их образования.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты определения выходов сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Выход mb / Изотоп	σ (Cu прир.)	σ (Cu^{65})	σ (Cu^{63})	σ (Cu прир.) рассчитан. по σ (Cu^{65}) и σ (Cu^{63})
Cu^{64}	9,7 (11,9)*)	31,4	0,36	
Ni^{57}	0,85	0,38	0,78	0,66
Co^{61}	—	4,8	—	—
Co^{58}	14,0	15,2	14,1	14,4
Co^{56}	8,3	7,8	9,6	9,0
Co^{55}	—	1,14	—	—
Fe^{59}	0,56	1,54	0,25	0,65
Fe^{55}	14,3	18,5	12,4	14,3
Mn^{54}	18,0	23,6	20,4	21,4
Mn^{52}	16,3	14,6	16,1	15,6
Cr^{51}	17,7	11,7	12,6	12,3
Sc^{47}	—	—	2,2	—
Sc^{46}	5,1	4,9	2,6	3,3
Ca^{47}	0,038 (0,05)*)	0,063	0,017	0,031
Ca^{45}	0,90 (0,79) **)	1,05	0,48	0,66
K^{43}	—	—	0,40	—
K^{42}	—	—	0,84	—
P^{32}	0,67 (0,63) **)	0,72	0,79	0,77

Примечания. *) Результаты, указанные в скобках, получены дипломантом Б. Кузнецовым, причем абсолютная активность Na^{24}, образующегося по реакции Al^{27} (p,3pn) Na^{24}, была определена с помощью „4π—ного" пропорционального счетчика.

**) В этих двух случаях активности Na^{24}, Ca^{45} и P^{32} были определены методом „4π" с точностью в 5 ··· 10%.

Точность определения выходов составляет ~25...30% за исключением изотопов, распадающихся исключительно путем захвата орбитального электрона, где она может достигать ~50%.

При рассмотрении таблицы обращает на себя внимание следующее обстоятельство. Определены выходы трех пар „соответственных" ядер, т. е. ядер, получающихся из разных изотопов меди по одной и той же реакции: Co^{58} (из Cu^{65}) и Co^{56} (из Cu^{63}), Mn^{54} (из Cu^{65}) и Mn^{52} (из Cu^{63}), Ca^{47} (из Cu^{65}) и Ca^{45} (из Cu^{63}). Если учесть, что ядра Cu^{65} и Cu^{63} близки по массе и обладают одинаковой степенью четности, то можно полагать что каскадно-ядерный процесс и последующее испарение нуклонов (или групп нуклонов типа α-частиц) из „нагретого" ядра должны протекать аналогичным образом. Другими словами, выходы соответственных ядер должны быть близки по величине. Это и имеет место для $Co^{56,58}$ и $Mn^{52,54}$. Иная картина наблюдается в случае пары $Ca^{47,45}$: сечение образования Ca^{47} (из Cu^{65}) примерно в 8 раз меньше сечения образования Ca^{45} (из Cu^{63})[4]). Этот факт может быть объяснен оболочечным эффектом. Действительно, образование Ca^{47} должно идти преимущественно, или по крайней мере в значительной части, через образование промежуточного, сравнительно слабо возбужденного ядра Ca^{48}. Слабо возбужденное ядро Sc^{48} будет скорее испарять нейтрон, нежели протон, как из-за наличия кулоновского барьера, так и потому, что ядро Sc^{47} ($A-Z=26$, $Z=21$) не является „магическим" в то время как ядро Ca^{47} — „магическое" ($Z=20$) и, следовательно, имеет аномально низкую плотность энергетических уровней. Но ядро $_{20}Ca^{48}$ — дважды „магическое" ($A-Z=28$, $Z=20$) и, следовательно, имеет весьма малую плотность энергетических уровней и, тем самым, малую вероятность образования за счет испарения нуклонов из ядер $_{20}Ca^{49}$ и $_{21}Sc^{49}$. Кроме того, вылет нейтрона из ядра $_{20}Ca^{48}$ при малых энергиях возбуждения затруднен значительной энергией связи („магичность", чет-четность, большое значение ядерного момента $_{20}Ca^{47}$ ($j=7/2$)), так что процесс испускания γ-квантов из возбужденного Ca^{48} возможно удачно конкурирует с процессом снятия возбуждения за счет испарения одного из нейтронов. Заметим, что в случае Ca^{45} влияние Ca^{48}, как промежуточного ядра, несущественно, так как в этом случае ядро Ca^{48} должно находиться в сильно возбужденном состоянии, и оболочечные эффекты сказаться не могут.

Следует указать, что аналогичная попытка обнаружения влияния структуры ядерных оболочек на выходы продуктов реакции глубокого расщепления была сделана в работе [19]. Мы не останавливаемся на дальнейшем обсуждении результатов работы т. к. это выполнено в сообщении, опубликованном в Известиях АН СССР ОХН [31]. Последнее не содержит, однако, изложения вопросов методики химического эксперимента.

В заключение автор выражает глубокую благодарность профессору А. Н. Мурину за помощь в работе и обсуждении результатов.

Поступило 25 II 1957 Радиевый Институт АН СССР

4) Впервые на это обстоятельство было указано в работе [30].

ЛИТЕРАТУРА

1. Cunningham B. B., Hopkins H. H., Lindner M., Miller D. R., O'Connor P. R., Perlman I., Seaborg G. T. a. Thompson R. C., Phys. Rev., 1947, **72**, p. 739.
2. Rudstam S. G., Phil. Mag., 1954, **45**, p. 1131.
3. Andersson G., Phil. Mag., 1954, **45**, p. 621.
4. Heininger C. G. a. Wiig E. O., Phys. Rev., 1956, **101**, p. 1074.
5. Rudstam G., Stevenson P. C., a. Folger R. L., Phys. Rev., 1952, **87**, p. 358.
6. Wagner G. a. Wiig E. O., J. Am. Chem. Soc., 1952, **74**, p. 1101.
7. Belmont E. a. Miller I. M., Phys. Rev., 1954, **95**, p. 1554.
8. Wagner G. a. Wiig E. O., Phys. Rev., 1954, **96**, p. 1100.
9. Miller D. R., Thompson R. C. a. Cunningham B., Phys. Rev., 1948, **74**, p. 347.
10. Bartell F. O., Helmolz A. C., Softky S. D. a. Stewart D. B., Phys. Rev., 1950, **80**, p. 1006.
11. Marquez L., Phys. Rev., 1952, **88**, p. 225.
12. Meadows J. M., Phys. Rev., 1953, **91**, p. 885.
13. Carleson G., Acta Chem. Scandin., 1954, **8**, p. 1697.
14. Si-Chang Fung a. Turkevich A., Phys. Rev., 1954, **95**, p. 376.
15. Friedlander G., Miller J. M., Wolfgang R., Hudis I. a. Baker E., Phys. Rev., 1954, **94**, p. 727.
16. Turkevich A. a. Sugarman N., Phys. Rev., 1954, **94**, p. 728.
17. Coleman G. H. a. Tewes H. A., Phys. Rev., 1954, **99**, p. 288.
18. Miskel J. A., Perlman M. L. a. Friedlander G., Phys. Rev., 1955, **98**, p. 1197.
19. Sharp R. A., Diamond R. M. a. Wilkinson G., Phys. Rev., 1956, **101**, p. 1493.
20. Виноградов А. П., Алимарин И. П., Баранов В. И., Лаврухина А. К., Баранова Т. В., Павлоцкая Ф. И., **Труды Сессии АН СССР, 1-5 июля** 1955 г., ОХН, стр. 132.
21. *** Сборник статей **Ядерные реакции при больших энергиях**, ч. II, ИИЛ, Москва, 1954 г., стр. 5.
22. Hopkins H. H. Jr., Phys. Rev., 1950, **77**, p. 717.
23. Batzel R. E., Miler D. R. a. Seaborg G. T., Phys. Rev., 1951, **84**, p. 671.
24. Сорокина А. В., Труды Радиевого института им. В. Г. Хлопина, АН СССР, 1956 г., **7**, *1*, стр. 130.
25. Петржак К. А. и Бак М. А., ЖТФ, 1955, **25**, стр. 630.
26. Nerwik W. E. a. Stevenson P. C., Nucleonics, 1952, **10**, p. 18.
27. Burtt B. P., Nucleonics, 1949, **5**, p. 28.
28. Мурин А. Н., Преображенский Б. К., Титов Н. Е., Изв. АН СССР, ОХН 1955, *4*, стр. 577.
29. Ютландов И. А., Диссертация, 1956 г.
30. Мурин А. Н., Преображенский Б. К., Ютландов И. А. и Якимов М. А., **Труды Сессии АН СССР, 1-5 июля** 1955 г., ОХН, стр. 160.
31. Мурин А. Н., Ютландов И. А., Изв. АН СССР, ОХН, 1957, *4*, стр. 408.
32. Курчатов Б. В., Мехедов В. Н., Борисова Н. И., Кузнецова М. Я., Курчатова Л. Н., Чистяков Л. В., **Труды Сессии АН СССР, 1-5 июля** 1955 г., ОХН, стр. 178.
33. Debs R. J., Eisinger J. T., Fairhall A. W., Halpern I. a. Richter H. G., Phys. Rev., 1955, **97**, p. 1325.
34. Гиллебранд В. Ф. и Лендель Г. Э., **Практическое руководство по неорганическому анализу**, ОНТИ, Москва, 1935 г.

SPALLATION OF THE SEPARATED ISOTOPS OF COPPER BY THE PROTONS OF 660 MeV ENERGY

(Summary)

The article describes the methods of isolating and cleaning the radioactive isotops of ten elements — Cu, Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Sc, Ca, K and P — from the mixture of products spallation of copper by protons of high energy.

The work contains the brief account of the technic of measuring and determination of cross-section of forming nucleus-products. The author gives a table of yields of the products of copper spallation and its separated isotops. The results of determination of yields show the presence of thin structure of yields surface in the range Ca^{47}, which, apparently can be explained by the double „magnetism" of the intermediate nucleus-product Ca^{48}

DISOCIEREA IZOTOPILOR SEPARAŢI AI CUPRULUI PRIN PROTONI DE ENERGIE DE 660 MeV

(Rezumat)

Articolul descrie metode de izolare şi curăţire a izotopilor radioactivi pentru următoarele zece elemente: Cu, Ni, Co, Fe, Mn, Cr, Sc, Ca, K şi P, extrase cu ajutorul protonilor de mare energie dintr-un amestec de produse de disociere a cuprului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

541.13

CONTRIBUŢIUNI NOI REFERITOARE LA MĂRIREA INDICELUI DE PRODUCTIVITATE ŞI SUPRIMAREA COROZIUNII CHIMICE ŞI ELECTROCHIMICE INTR-O FABRICĂ DE ZAHĂR

DE

I. CIOCHINĂ, VIRGIL MOŢOC şi SERGIU ASLAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Substanţele chimice, neeliminabile prin operaţia defecării, carbonatării şi sulfitării sînt: elementele din grupa alcalină, acidul sulfuric, clorul, aminoacizii, betaina şi acizii organici neazotaţi. Toate acestea sînt dăunătoare instalaţiilor metalice prin care circulă. Deosebit de dăunători sînt ionii SO_4^{--} şi Cl^- care rezultă din hidroliza $CaCl_2$ şi a $CaSO_4$ la temperaturi mai înalte ca 90°C.

Din cauza sărurilor hidrolizabile, zeama zaharată are caracter alcalin la temperaturi joase, iar la temperaturi ridicate, dacă mai intervine şi vidul, aşa cum este cazul în industria zahărului, rezultă mase cu caracter chimico-fizic eterogen, [1], [2].

După Pachlopnik, sărurile alcaline saturate, la neutralitate, au caracter alcalin în proporţia de mai jos:

Sărurile de potasiu ale acidului	oxalic	100%
	fosforic	96,8%
	citric	82,7%
	malic	78%
	sulfuric	60%
	aspartic	34,1%
	glutamic	21,8%

În aceeaşi proporţie, aceşti compuşi sînt periculoşi, cînd materialul din care este construită conducta, are un conţinut nepermis de mare în sulf (peste 0,05% S). Un conţinut în sulf sub această limită nu se poate obţine decît prin rafinarea materialului pentru ţevi, la cuptorul electric, sau la cuptorul Martin, dacă se porneşte de la fontă obţinută cu cărbuni de lemn (Hunedoara).

În nici un caz nu este recomandabil fierul (oţelul) obţinut din şarje rapide.

KOH şi NaOH ce rezultă din excesul de $Ca(OH)_2$ adăugat la defecare atacă energic conductele ce conţin sulfuri. La temperatura de 350°C această reacţie este atît de violentă încît, în cazul piritei (sulfură de fier), se produce cu efervescenţă. În afară de aceasta, în zeama de sfeclă există $Ca(OH)_2$, NH_4OH, carbonaţi, sulfaţi, sulfiţi şi fosfaţi, toţi cu reacţie alcalină sub temperatură de 90°C. Zaharoza şi compuşii săi de descompunere, acizii organici liberi (care formează cu varul săruri de calciu solubile), acizii legaţi de alcaliile slabe ca: Mg, Fe, Al şi a căror săruri de calciu sînt solubile, aminoacizii şi amidele, nu reuşesc, decît în cazuri excepţionale (sfeclă de secetă) să anuleze complet alcalinitatea întregului flux tehnologic, mai ales că intervine şi o puternică hidroliză a sărurilor constituite din acizi puternici şi baze slabe sau din acizi slabi şi baze puternice, conţinute în zeama de sfeclă. Cînd zeama de sfeclă conţine mari cantităţi de săruri ale acizilor puternici (sulfuric şi clorhidric) precum şi mari cantităţi de acid aspartic (sfeclă de secetă), se măreşte pericolul coroziunii chimice şi electrochimice [3], [7].

Aceste considerente dovedesc că, pentru prevenirea coroziunii în întreaga instalaţie prin care circulă zeama de sfeclă, se impune un control riguros, potenţiometric, al pH-ului acesteia.

Pentru a da o idee de conţinutul zemii de sfeclă în asemenea ioni periculoşi, dăm datele din tabelul 1.

Tabelul 1

100 părţi de cenuşe de zeamă de sfeclă									
K_2O	Na_2O	CaO	MgO	$Fe_2O_3+Al_2O_3$	Insol. în HCl	P_2O_5	SO_2	Cl	CO_2 în cenuşă
46,0	9,0	3,5	10,8	2,4	2,09	16,4	7,4	2,5	restul

Dacă se face o suprasaturare, adică se depăşeşte punctul primei carbonatări, atunci acidul fosforic poate trece din nou în soluţie. Acidul sulfuric nu este nici defecat şi nici eliminat, decît foarte puţin prin carbonatare.

O soluţie apoasă de 0,25 g asparagină, în care este cu atît mai bogată sfecla cu cît anotimpul a fost mai secetos, poate coroda peste 0,035 g fier, la temperatura de 100°C.

Dacă se fierbe o soluţie de Ca, Cl_2 se constată o puternică degajare de HCl şi o tulbureală care constă din $Ca(OH)_2$. Deci la 100°C, clorul, din zeamă de sfeclă, este deosebit de periculos. Există o singură şansă împotriva acestei calamităţi: culturile de sfeclă să primească cantităţi suficiente de îngrăşăminte bogate în potasiu. În acest caz, clorul se leagă în cea mai mare parte sub formă de KCl nehidrolizabilă şi deci necorodabilă.

Astfel, e necesar să se analizeze conținutul în potasiu, acid sulfuric, clor și aspargin și să se adauge chiar la defecare KOH în cantități astfel dozate, încît pericolul coroziunii să fie eliminat.

Toate considerentele de mai sus privesc preîntîmpinarea coroziuni „normale" și „anormale".

Coroziunea anormală produce mari dificultăți în funcționarea unei fabrici de zahăr. Aceasta se produce, în mod evident, la corpul III de concentrare a zemei de sfeclă și poate avea următoarele cauze speciale, pe lîngă cele enumerate mai sus. În acest caz zahărul invertit formează acizi care cu varul dau săruri solubile. Acestea, printr-o dublă descompunere, cu carbonați alcalini, în cursul carbonatării, sau cu sulfații alcalini, în cursul sulfitării, formează $CaCO_3$ și $CaSO_3$ și reduc alcalinitatea, uneori, peste limita acceptată. Nici defecarea, nici carbonatarea, nici sulfitarea nu pot elimina acești acizi organici. Singura soluție este ca ei să fie legați printr-un exces de var. Pe de altă parte, un exces de var adoptat ca normă de lucru nu este rațional, pentrucă varul eliberează mari cantități de alcalii cu acțiune corosivă, puternică. De asemenea, un adaos insuficient de var mărește pericolul coroziunii prin aceea că sărurile de calciu ale acidului clorhidric și sulfuric din zeamă, prin hidroliză, dau naștere la ioni de SO_4^{--} și Cl^- care sînt extrem de corosivi.

Un caz special de coroziune survine la corpurile de concentrare a zemei de sfeclă, astfel:

a) Placa de încastrare a țevilor încălzitoare are, actualmente, o compoziție chimică diferită de aceea a țevilor care sînt făcute cu material indigen. La origine, această placă și țevile însăși au fost construite din același material.

Este suficientă cea mai mică diferență de compoziție a celor două aliaje din placă și țevi, pentru ca să rezulte un cuplu galvanic [4], [5], [6] și, în zona respectivă, să apară o puternică coroziune electrochimică. În acest caz, placa de încastrare constituie un pol, iar țeava (sau țevile) celălalt pol al elementului galvanic a cărui tensiune este condiționată numai de potențialul normal al celor două aliaje, care sînt diferite, adică:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{0_1} + \frac{RT}{nF} \ln C_1 \text{ și } \varepsilon_2 = \varepsilon_{0_2} + \frac{RT}{nF} \ln C_2,$$

de unde forța electromotoare a componentului $E = \varepsilon_{0_1} - \varepsilon_{0_2}$, deoarece ambele lucrează într-un mediu, unde concentrația se poate considera omogenă, în zona încastrării.

b) A. N. Frumkin și I. M. Kolotîrkin [3], [7], au arătat că pot exista sectoare anodice și catodice, pe suprafața unuia și aceluiași metal, dacă există condiții de contact neomogene.

În corpul III de concentrare, la suprafața concentratului, datorită unui vid prea avansat, se produce o scădere a alcalinității, prin evacuarea amoniacului și evident o răcire puternică, pe cînd la bază, din cauza marei viscozități, zeama circulatoare nu reușește să se concen-

treze în egală măsură şi rezultă o diferenţă de temperatură, de concentraţie, precum şi o mai mare alcalinitate.

În limbaj electrochimic această neomogenitate se traduce astfel:

α) La suprafaţa concentratului, în corpul III de concentrare (care a fost de fapt un evaporator), metalul este supus la acţiunea unui electrolit concentrat în proprii săi ioni. Trimiterea de ioni în soluţie, conform teoriei lui Nernst, este mai limitată. La baza concentratului (la baza corpului III) soluţia este mai diluată şi trimiterea de ioni metalici în soluţie este mai energică şi de aceea se corodează atît de puternic în această zonă. Zona este anodică; zona de la suprafaţa concentratului este catodică şi nu se atacă.

β) Din formula potenţialului electrolitic a lui Nernst:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{RT}{nF} \ln C,$$

se constată că diferenţa de potenţial este cu atît mai mare cu cît temperatura este mai mare. Diferenţa de temperaturi, între suprafaţa şi baza concentratului, provoacă încărcări electrice diferite între aceste zone, care se soldează cu formarea unui element galvanic, cu acţiune corodantă. Efectul temperaturii se suprapune peste efectul electrochimic al concentraţiei şi intensitatea curentului de electroliză creşte.

γ) Prin faptul că, la suprafaţa concentratului avem un pH diferit de cel de la bază, se naşte de asemenea posibilitatea creerii unui element galvanic în corpul III, deoarece se ştie că pH-ul crează o polarizaţie aci-alcalină şi deci o diferenţă de potenţial. Această cauză se suprapune peste cele două cauze expuse mai sus. Astfel se explică puternica coroziune la baza ţevilor din corpul III de concentrare.

Remediul constă deci într-o omogenizare a concentraţiei, temperaturii şi pH-ului pe întreaga coloană concentrată, precum şi o protecţie a materialului feros. De aceea, pe lîngă recomandaţiile de mai sus care privesc coroziunea chimică, recomandăm pentru coroziunea electrochimică următoarele:

1) *Zeama de sfeclă se va introduce în corpul III pe la partea superioară, cu un control riguros al vidului, şi eventual, cu adaus de antispumanţi, pentru a evita impurificarea concentratului.*

2) *Atît placa de încastrare cît şi ţevile vor fi bonderizate sau brunate.*

3) *Recepţia plăcilor de incastrare şi a ţevilor nu se va face, dacă procentul de sulf depăşeşte 0,05%.*

La terminarea campaniei de fabricaţie 1954 am constatat, la demontarea concentratorului, foarte multe ţevi sparte şi corodate. Acest fenomen, care în afară de paguba materială, periclita şi indicele de productivitate al fabricii, ne-a impus a cerceta cauzele, în scopul evitării în viitor, a repetării defectării concentratorului.

Studiind fluxul tehnologic, am constatat că aparatul concentrator nu este prevăzut cu ţeavă centrală de circulaţie în corpul încălzitor şi atît intrarea zemei cît şi evacuarea siropului se fac prin partea interioară a aparatului.

Aşa cum se vede din fig. 1, se produc în aparat două curente contrarii: zeama care intră în partea de jos, fiind mai puţin densă şi mai caldă, deci cu o greutate specific mai mică, tinde să se ridice, iar siropul îngroşat, prin evaporare, din partea de sus a aparatului, tinde a coborî, prin acelaşi fascicul de ţevi. Ca atare în aparat se produc următoarele fenomene:

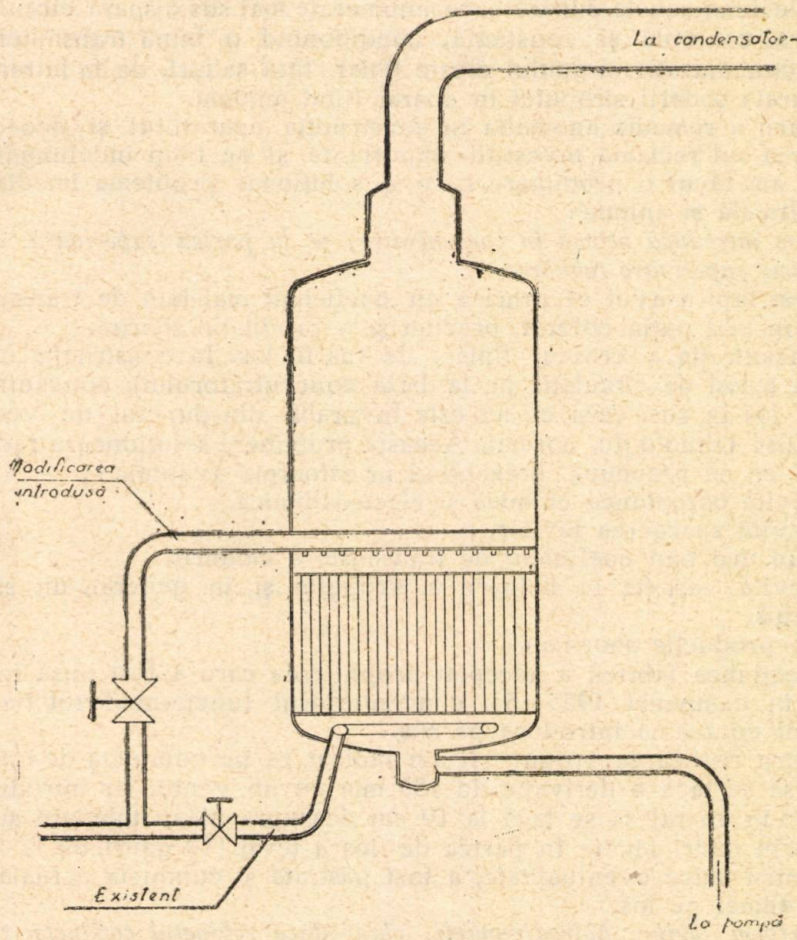


Fig. 1

Pe de-oparte, zeama, fiind împiedicată a se ridica în sus, este atrasă prin aspiraţia pompei şi deci părăseşte aparatul, imediat, fără evaporare. Se produc ciocniri între zeama care urcă şi siropul care coboară, cu stagnări în circulaţie. Deci, siropul care iese este un amestec din zeama intrată şi din siropul reţinut în aparat, împiedicat în circulaţia lui. Concentraţia medie în spaţiul ţevilor este mai mare decît concentraţia medie a siropului evacuat. Se produce o diferenţă sensibilă între

concentraţia de la partea inferioară şi cea de la partea superioară a aparatului şi anume: concentraţia mai mare-sus şi mai mică-jos.

Cu totul altfel s-ar prezenta situaţia, dacă aparatul ar avea o ţeavă centrală de circulaţie. În acest caz, aşa cum este construcţia normală, zeama mai uşoară, care intră pe jos în dreptul fasciculelor de ţevi, se ridică prin acestea, se îngroaşă prin evaporare şi coboară prin conducta centrală, de unde siropul este evacuat.

Toate fenomenele supărătoare enumerate mai sus dispar: circulaţia este liberă, continuă şi constantă, condiţionînd o bună transmitere a căldurii, concentraţia siropului creşte liniar, fără salturi, de la intrare la ieşire, durata şederii siropului în aparat fiind minimă.

Pentru a remedia anomalia în construcţia aparatului şi deoarece modificarea lui reclamă investiţii importante şi un timp îndelungat de execuţie, am făcut o propunere care a soluţionat problema imediat şi fără cheltuială şi anume:

Să se introducă zeama în concentrator, pe la partea superioară, deasupra plăcii superioare tubulare.

Acest fapt a avut ca urmare un coeficient mai bun de transmisie şi un sirop mai puţin colorat, precum şi o producţie sporită.

Concentraţia a crescut liniar, de sus în jos. În construcţia obişnuită (cu ţeavă de circulaţie pe la baza concentratorului), concentraţia creşte de jos în sus, ceea ce nu este favorabil din punctul de vedere al unui flux tehnologic, normal. Această propunere soluţionează radical problema ce ne preocupă, prezentînd următoarele avantaje:

a) evită coroziunea chimică şi electrochimică,

b) evită spargerea ţevilor,

c) un mai bun coeficient de transmisie a căldurii,

d) evită variaţia în culoare a siropului şi, în general, un sirop mai deschis,

e) o producţie sporită.

Direcţiunea fabricii a acceptat propunerea care a fost pusă în aplicare, în campania 1955—56, concentratorul funcţionînd tot timpul campaniei cu zeama introdusă pe sus.

Pentru realizarea propunerii am indicat ca pe conducta de intrare a zemei să se facă o derivaţie de 150 mm cu un ventil, iar introducerea zemei în aparat să se facă la 10 cm deasupra plăcii tubulare superioare, prin găuri făcute în partea de jos a ţevii (10 găuri, de la 5—8 mm). Pentru orice eventualitate, a fost păstrată şi conducta actuală, cu intrarea zemei pe jos.

Conform legilor hidrodinamicii, chiar dacă robinetul conductei vechi este deschis, circulaţia zemei pe această ramură nu se poate face.

După o funcţionare neîntreruptă de 115 zile, am constatat următoarele:

1) În ce priveşte funcţionarea întregii instalaţii, ea a fost absolut normală: zeama a circulat normal de la corpul anterior şi nu am constatat scăpare de sirop la prinzător. În ce priveşte calitatea lucrului, s-au realizat în întregime toate îmbunătăţirile scontate.

2) Nu s-a spart şi nu s-a corodat nici o porţiune de instalaţie,

Atît la întreruperile concentratorului, pentru curăţiri, în timpul campaniei, cît şi la terminarea campaniei, nu s-au constatat nici ţevi sparte şi nici urmă de coroziune cu găurirea ţevilor de la zeamă la aburi, aşa cum se întîmplase în campania anterioară (mai scurtă). Aceasta se explică, prin evitarea şocurilor, eliminarea stagnării şi pendulării siropului în aparat şi prin evitarea curenţilor galvanici.

3) Ca efect al circulaţiei optime, dirijate şi a micşorării concentraţiei medii din aparat, transmisia căldurii a fost mai bună, crescînd eficienţa concentratorului, ca urmare a unei perfecte evaporaţii. În situaţia anterioară concentraţia zemei din aparat era mai mare decît cea a siropului, deci peste 65 Bx. În situaţia nouă, concentraţia era media între brixul zemei şi a siropului, deci $\frac{45+65}{2} = 55$ Bx.

Creşterea productivităţii evaporaţiei se dovedeşte, luînd datele din campaniile 1953 şi 1955 cînd s-a lucrat în condiţii identice (în trei corpuri) şi anume de la 21...30-a zi a campaniei, în prima campanie cu intrarea zemei pe jos şi în campania din 1955, cu intrarea zemei pe sus.

Tabelul 2

Anul	zile	Sfecla prelucrată în medie	Bx. zeamă uşoară	Bx. sirop gros
1953	21—30	2182	15.09	62.50
1955	21—30	2405	13.77	64.23

În ambele cazuri, au fost în funcţiune 5 aparate Kestner (3 la corpul I, 2 la corpul II) şi concentratorul.

Evaporarea în cele două cazuri:

1953 $21810 \times 1{,}023 = 22300$ t apă/24 ore
1955 $24050 \times 1{,}010 = 24310$ t apă/24 ore

sau *cu 9% mai mult.*

Lucrînd în trei corpuri, fiecare a produs cu 3% mai mult şi deci concentratorul a evaporat cu cca 25% mai mult ca în trecut.

4) Variaţia mai mică a concentraţiei. În campaniile precedente, siropul fiind un amestec, concentraţia lui varia în limite largi, şi anume, în funcţie de acest amestec şi de variaţia debitului zemii. În situaţia nouă, concentraţia a variat mai puţin şi fără salturi, în funcţie numai de variaţia debitului zemii.

Am calculat abaterea medie patratică în a 30-a zi a campaniilor 1953 şi 1955 şi anume:

1953 $4{,}64^{0}$Bx $\therefore$ 1955 $3{,}27^{0}$Bx

În această campanie (1955/56) s-a observat faptul că culoarea siropului nu a variat şi, în general, siropul a fost mai deschis, *caramelizarea fiind minimă*, datorită faptului că siropul a circulat cu o viteză mai mare prin concentrator.

Concluzii. Ca urmare a îmbunătăţirilor arătate mai sus, s-au obţinut însemnate foloase economice şi anume, crescînd productivitatea evaporaţiei şi brixul siropului, s-a realizat:

a) prelungirea eficienţei evaporaţiei şi după încrustare, deci menţinerea capacităţii de prelucrare a fabricii,

b) economie de abur şi combustibil, plusul de apă evaporată făcîndu-se în triplu efect, iar nu în efect simplu,

c) uşurarea lucrului rafinăriei, datorită brixului mai bun şi a siropului mai deschis,

d) evitarea spargerii ţevilor nu reprezintă numai evitarea unei mari pagube materiale, care este totuşi importantă, dar mai ales evitarea scoaterii din funcţiune a concentratorului pentru reparaţie.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Chimie Fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Томашов Н. Д., **Теория коррозии металлов**, Металлургиздат, М., 1952.
2. — **Коррозия металлов с кислородной деполяризацией**, Изд. АН СССР, М., 1947
3. Фрумкин А. Н., Богоцкий В. С., Жоффа З. А. и Кабанов Б. Н., **Кинетика электродных процессов**, М., 1952.
4. Акимов Г. В., **Теория и методы исследования коррозии металлов**, Изд. АН СССР, М., 1945.
5. — **Основы учения коррозии и защиты металлов**, Металлургиздат, М., 1946.
6. Акимов Г. В. и сотр., **Исследование в области электрохимического и коррозионого поведения металлов и сплавов**, Оборонгиз, М., 1950.
7. Акимов Г. В., **Электрохимическая теория корозии**, Сб. ГОНТИ, 1938, стр. 133.
8. Изгаршев Н. А., **Элекгохимическая теория разрушения металлов**, М., 1946.
9. Колотыркин И. М. и Фрумкин А. Н., ЖФХ, 1941, **15**, стр. 346.
10. Колотыркин И. М., ЖФХ, 1951, **5**, стр. 248.
11. Кистяковский В. А., **Электрохимические реакции и электродные потенциалы иекоторых металлов**, Бюлл. Полит. Инст., Петербург, 1910.

К ИЗУЧЕНИЮ НЕКОТОРЫХ КОРРОЗИОННЫХ ВОПРОСОВ В СВЯЗИ С УЛУЧШЕНИЕМ ПРОДУКТИВНОСТИ САХАРНОГО ЗАВОДА

(Резюме)

Имея ввиду электрохимические воздействия, приводящие к разности концентрации в испарителе, благодаря чему возникают коррозионные процессы, авторы изменяют установку испарителя. Таким образом коррозионные процессы были устранены, улучшая тем самым показатель продуктивности всего производства.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE LA MAJORATION DE L'INDICE DE PRODUCTIVITÉ ET DE LA SUPPRESSION DE LA CORROSION CHIMIQUE DANS UNE FABRIQUE DE SUCRE

(Résumé)

En considérant les effets électrochimiques dues à la différence de concentration dans les évaporateurs, qui se manifestent par l'apparition d'une pile de concentration à effet anodique, les Auteurs ont modifié le dispositif d'évaporation. La corrosion a été ainsi evitée et l'indice de productivité et la qualité du produit ont été améliorés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

547.21

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЯТИ- И ШЕСТИЧЛЕННЫХ ЦИКЛАНОВ В БЕНЗИНО-ЛИГРОИНОВЫХ ФРАКЦИЯХ НОРИЙСКОЙ НЕФТИ ПО СКВАЖИНАМ

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. М. БЕНАШВИЛИ

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение содержания пяти- и шестичленных цикланов в бензино-лигроиновых фракциях нефтей имеет не только теоретический интерес, но и практическое значение.

А. В. Фрост [1], основываясь на количественном соотношении циклогексана и метилциклопентана в нефтях, считает возможным приближенно определить температуру, которая имеет место в процессе нефтеобразования.

С. Н. Обрядчиков [2] делает попытку по химическому составу нефтей и по константам равновесия отдельных реакций превращения углеводородов определить порядковое значение температур, при которых происходило превращение исходного органического вещества в нефть.

Количественное определение пяти- и шестичленных цикланов в бензино-лигроиновых фракциях нефтей является полезным для правильного выбора путей рациональной переработки нефти.

Для количественного определения пяти- и шестичленных цикланов был применен метод избирательного дегидрогенизационного катализа Н. Д. Зелинского [3], который широко используется многими авторами [4]—[12] для этих целей.

Открытие новых реакций на платиновом катализаторе-реакции гидрогенолиза циклопентановых углеводородов Н. Д. Зелинским, Б. А. Казанским и А. Ф. Платэ [13], реакции дегидроциклизации парафиновых углеводородов Б. А. Казанским и А. Ф. Платэ [14] и дальнейшее плодотворное развитие этих реакций в исследованиях Б. А. Казанского и его учеников [15], [16] дали повод для критического подхода к изучению химического состава бензинов методом дегидрогенизационного катализа. Так, например, этилбензол и ксилолы могут образовываться не только из соответствующих гидроароматических углеводородов, но и из 2,5-диметилгексана и н-октана контактированием этих углеводородов с платинированным углем при 305...310°.

Вышеупомянутые превращения циклопентановых и парафиновых углеводородов не могут оказать существенного влияния на те результаты, которые получаются при исследовании бензинов методом избирательного дегидрогенизационного катализа.

Ю. К. Юрьев и П. И. Журавлев [17], исследуя искусственные смеси углеводородов, установили, что в условиях дегидрогенизационного катализа количество образовавшихся ароматических углеводородов соответствует количеству гексагидроароматических углеводородов, находящихся в искусственных смесях. В случае частичного гидрогенолиза циклопентановых углеводородов и частичной дегидроциклизации парафиновых углеводородов, содержание циклопентановых углеводородов в катализате должно было уменьшиться, а содержание ароматических углеводородов—увеличиться (чего не наблюдали авторы [17]), по сравнению с составом исходной смеси. На самом деле, для дегидрогенизации гексагидроароматических углеводородов и количественного

превращения их в ароматические углеводороды достаточно однократного их проведения над катализатором, тогда как в случае дегидроциклизации н-октана, как показали Б. А. Казанский и А. Ф. Платэ [14], даже трехкратное проведение этого углеводорода в атмосфере азота, дает лишь 12% ароматических углеводородов.

П. С. Панютин и Е. Н. Фирсанова [18] при исследовании химического состава сураханского бензина заметили, что при пропускании смеси циклопентановых и парафиновых углеводородов над платинированным углем при 300...310° не происходит заметного изменения в смеси. Это служит доказательством того, что в смесях в условиях дегидрогенизационного катализа сведены к минимуму гидрогенолиз циклопентановых и дегидроциклизация парафиновых углеводородов.

М. В. Волькенштейн и П. П. Шорыгин [19] исследовали одни и те же образцы бензина методом комбинационного рассеяния и дегидрогенизационного катализа Н. Д. Зелинского [3]. Данные, полученные при помощи обоих методов, дали хорошие совпадения.

С помощью дегидрогенизационного катализа одним из нас [20] было определено количество гексагидроароматических углеводородов во фракции 60...95° мирзаанского бензина, которое оказалось равным 12%. Количество гексагидроароматических углеводородов той же фракции мирзаанского бензина, определенное методом комбинационного рассеяния П. П. Шорыгиным, оказалось равным 13%. Указанные выше данные совпадают в пределах ошибок опыта.

Г. Д. Гальперн [21] показал, что в процессе дегидрирования сураханского бензина (фракции 185...195°) над платиновым катализатором при 300...310° не происходит ни дегидроциклизация алканов, ни гидрогенолиз пятичленных цикланов. Побочные реакции, искажающие конечные результаты, не имеют места в случае дегидрогенизации лигроиновых фракций.

Б. А. Казанский и Т. Ф. Буланова [22] исследовали поведение смеси циклогексана и циклопентана в условиях дегидрогенизационого катализа над платинированным углем при 300...310°. Оказалось, что вначале реакции имеет место гидрогенолиз циклопентана (за счет водорода, отщепляющегося от циклогексана), но катализатор быстро теряет активность по отношению к гидрогенолизу циклопентана, сохраняя прежнюю активность по отношению к дегидрогенизации циклогексана. Таким образом платиновый катализатор, находящийся в соприкосновении с углеводородной смесью, содержащей циклопентан, настолько теряет активность по отношению к гидрогенолизу циклопентановых углеводородов, что даже циклопентан, размыкающийся легче всех остальных пятичленных цикланов, остается в дальнейшем нетронутым. Так как платиновый катализатор, применяемый нами для исследования химического состава норийской нефти, находился в работе длительное время, то нужно полагать, что в условиях наших опытов гидрогенолиз циклопентановых-и дегидроциклизация парафиновых углеводородов были сведены к минимуму.

Как видно из нижеприведенного экспериментального материала, бензиновые фракции скважин №№31,27 и 25 характеризуются очень низким содержанием ароматических углеводородов (1,2...2,9%), в отличие от бензина скважин №№22,23, где их содержание повышается, достигая максимума (14,7...15,6%) в лигроиновой фракции. Из нафтеновых углеводородов в норийской нефти значительно преобладают пятичленные цикланы, за исключением фракции 95...122° для нефтей из скважин №№22,23, где пяти- и шестичленные цикланы представлены почти в равных количествах. Высоким содержанием пятичленных цикланов (64,3...67,3%) отличаются лигроиновые фракции нефтей из скважин №№ 31,27.

Норийская нефть очень богата парафиновыми углеводородами. В легких фракциях бензина их содержание достигает 64,0...70,6%.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Материал для исследования получался нами фракционированием норийской нефти из скважин №№ 22 23, 25, 27 и 31. Выделенные фракции 60...95°, 95...122°, 122...150° и 150...200° давали отрицательную

Таьлица 1

Количественное распределение пяти-и шестичленных цикланов в бензино-лигроиновых фракция норийской нефти

№№ скважин	Удельный вес при 16°C	Темрература кипения фракции в °C	% фр. на нефть		d_4^{20}				n^{20}				Максим. анилин. точка °C				Проц. содержания во фракции углеводородов (весовой)				
					До катализа		После катализа		До катализа		После катализа		До катализа		После катализа						
			Объемный	Весовой	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	До удаления ароматических углеводородов	После удаления ароматических углеводородов	Ароматическйих	Гексагидроароматических	Прочих цикланов	Парафиновых	% гексагидроароматических углеводородов от овщево к-ва цикланов
22	0,904	60... 95	0,3	0,2	0,7382	—	0,7470	0,7281	1,4147	—	1,4174	1,4061	58,9	—	51,5	64,2	14,7		17,0	68,3	—
		95...122	0,6	0,5	0,7575	0,7516	0,7680	0,7465	1,4200	1,4169	1,4277	1,4135	58,2	61,3	48,8	64,9	3,7	19,8	17,3	59,2	53,3
		122...150	3,9	3,3	0,7722	0,7652	0,7669	0,7533	1,4282	1,4238	1,4329	1,4185	57,1	61,7	49,0	65,4	6,0	21,2	24,0	48,8	46,9
		150...200	14,6	12,8	0,8097	0,7924	0,8003	0,7858	1,4480	1,4350	1,4435	1,4328	54,3	64,7	56,4	66,9	15,6	13,9	49,8	20,7	21,8
23	0,888	60... 95	1,8	1,4	0,7131	0,7110	0,7281	0,7107	1,4053	1,4003	1,4084	1,3985	58,5	60,4	51,3	63,3	2,2	14,6	19,2	64,0	43,2
		95...122	2,9	2,4	0,7362	0,7301	0,7470	0,7263	1,4110	1,4088	1,4184	1,4052	57,4	60,5	48,6	64,2	3,7	19,2	19,9	57,2	49,1
		122...150	5,8	5,0	0,7634	0,7552	0,7675	0,7468	1,4241	1,4191	1,4280	1,4146	56,7	61,5	49,8	63,9	6,2	18,2	30,0	45,6	37,7
		150...200	14,5	13,1	0,7979	0,7827	0,7859	0,7768	1,4425	1,4324	1,4390	1,4290	55,4	65,2	55,7	66,2	14,7	14,0	54,2	17,1	20,6
27	0,888	60... 95	1,6	1,3	0,7130	0,7100	0,7176	0,7130	1,4021	1,4011	1,4045	1,3993	60,6	61,6	58,6	62,7	1,2	5,1	23,2	70,5	18,0
		95...122	3,3	2,6	0,7330	0,7395	0,7487	0,7350	1,4120	1,4110	1,4199	1,4085	59,4	61,5	52,1	62,6	2,5	13,1	26,6	57,8	32,8
		122...150	5,3	4,4	0,7623	0,7600	0,7644	0,7565	1,4232	1,4210	1,4257	1,4187	59,1	61,2	57,5	62,0	2,7	6,0	43,3	48,0	12,2
		150...200	15,6	13,8	0,7935	0,7819	0,7864	0,7765	1,4395	1,4314	1,4364	1,4293	57,2	64,7	60,2	65,2	11,3	7,0	67,3	24,4	9,4
31	0,894	60... 95	0,5	0,4	0,6972	0,6948	0,7237	0,7117	1,3985	1,3940	1,4095	1,3992	62,8	63,9	55,5	63,9	1,3	10,4	18,7	70,6	35,6
		95...122	1,5	1,4	0,7316	0,7293	0,7381	0,7191	1,4087	1,4058	1,4125	1,4041	59,8	61,6	54,9	63,8	2,2	11,1	23,9	62,8	31,7
		122...150	4,3	3,6	0,7571	0,7777	0,7626	0,7513	1,4215	1,4165	1,4320	1,4170	59,6	61,6	55,5	62,8	2,6	9,7	38,8	48,9	20,0
		150...200	14,8	13,2	0,7795	4,6057	0,7865	0,7742	1,4375	1,4315	1,4435	1,4280	58,8	64,5	57,3	65,5	8,6	11,8	64,3	15,3	15,5
25	0,896	60... 95	—	—	0,7198	0,7175	0,7221	0,7196	1,4025	1,4001	—	1,4020	58,1	60,2	53,7	62,4	2,4	10,6	22,2	64,8	32,3
		95...122	—	—	0,7352	0,7326	0,7462	0,7313	1,4106	1,4079	1,4168	1,4078	57,8	59,9	52,0	64,1	2,5	15,1	21,4	61,0	41,6
		122...155	—	—	0,7604	0,7542	0,7670	0,7552	1,4214	1,4190	1,4259	1,4179	59,6	61,8	54,2	65,3	2,9	14,8	27,4	54,9	34,9
		155...200	—	—	0,7951	0,7888	0,7943	0,7806	1,4383	1,4333	1,4385	1,4299	59,8	64,5	57,6	66,4	7,0	12,9	59,5	20,6	17,6

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
1848

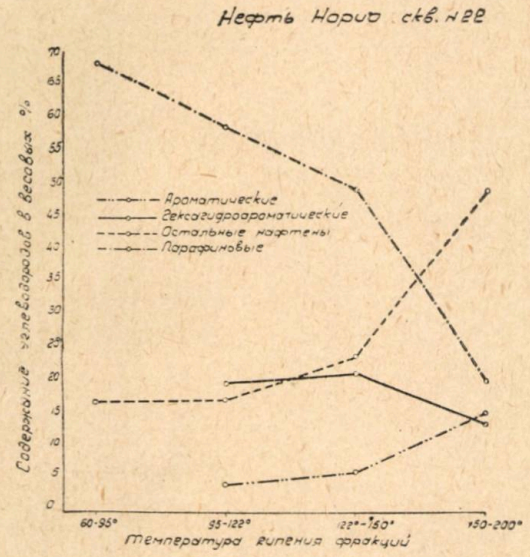


Рис. 1

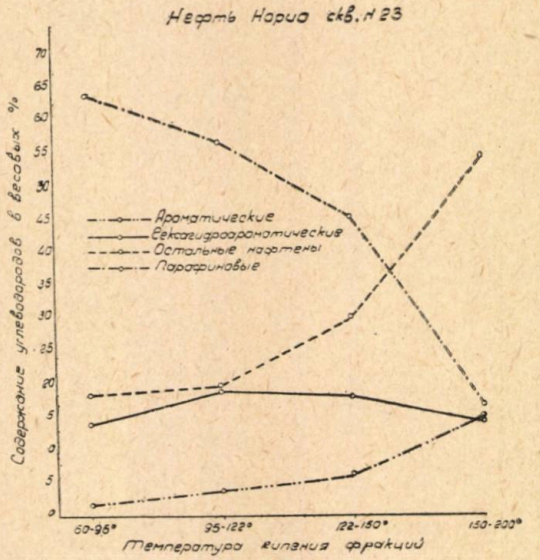


Рис. 2

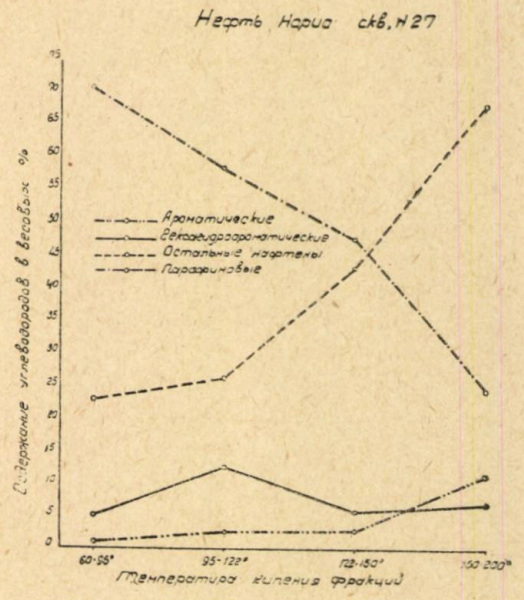


Рис. 3

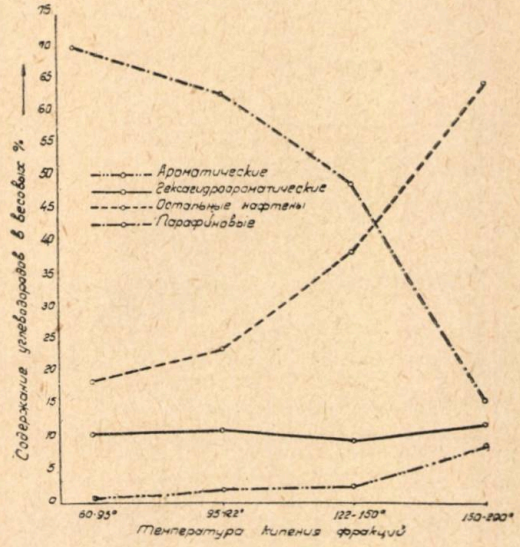


Рис. 4

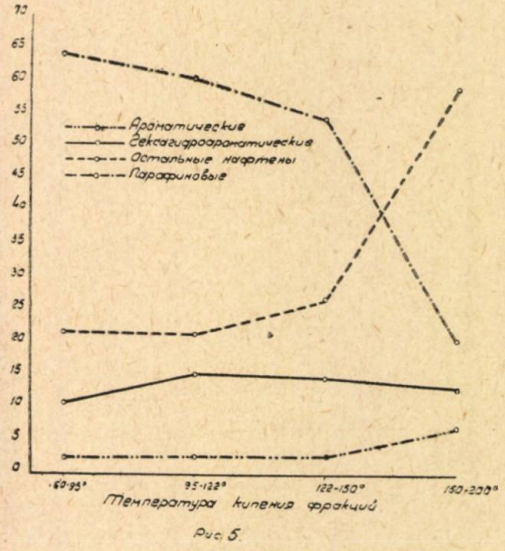


Рис. 5

реакцию на непредельные углеводороды. С целью удаления некоторых сернистых, азотистых и кислородных соединений, присутствующих в качестве примесей в исследуемых фракциях, они подвергались обработке 73% серной кислотой, 10% раствором щелочи и водой, сушились над хлористым кальцием, а затем перегонялись в присутствии металлического натрия.

Если бензино-лигроиновые фракции не подвергаются предварительно такой обработке, тогда вышеуказанные неуглеводородные компоненты будут удаляться в процессе деароматизации фракций и перегонки их в присутствии металлического натрия. В таком случае, депрессия анилиновых точек и других физических свойств бензинов, на основании которых вычисляется их групповой состав, будет вызвана удалением не только ароматических углеводородов, но и неуглеводородных примесей, что будет влиять на точность вычисления группового состава бензинов.

Так как коэффициенты, применяемые для вычисления группового состава установлены на искусственных углеводородных смесях, поэтому предварительная обработка бензина с целью удаления неуглеводородных компонентов нам кажется необходимой.

В. В. Марковников и В. Оглоблин [23] указывают на то, что перегонка бензинов над металлическим натрием, частично освобождает нефтяные дестиллаты от кислородных соединений. На примере норийского бензина было показано, что высушенный над хлористым кальцием и перегнанный над металлическим натрием бензин (фракции 150...200°) имел максимальную анилиновую точку 58,2°, та же самая фракция норийского бензина, но предварительно промытая 73% серной кислотой, 10% раствором соды и водой, после сушки над хлористым кальцием и перегонки в присутствии металлического натрия имела максимальную анилиновую точку, равную 58,9°.

Анилиновая точка деароматизированной бензольной (60...95°) фракции иногда может лежать в пределах температуры кипения фракции, поэтому для предотвращения испарения фракции нами, при определении анилиновой точки, применялся аппарат, имеющий в пробирке боковое ответвление с краном и воронкой для приливания анилина. Пробирка герметично закрывалась корковой пробкой, через которую проходил термометр с десятичными делениями, перемешивание анилина с бензином происходило при помощи автоматической мешалки. Анилин применялся высушенный и свежеперегнанный с температурой замерзания —6,3°. После определения максимальной анилиновой точки показателя лучепреломления и удельного веса, исследуемые фракции подвергались деароматизации 98% серной кислотой. Полное удаление ароматических углеводородов контролировалось по А. М. Настюкову [24].

После деароматизации фракции промывались, сушились и перегонялись в присутствии металлического натрия, затем для них были определены те-же физические показатели, что и до удаления ароматических углеводородов, значение которых приведено в табл. 1; там же даны физические свойства исходных фракций.

По депрессии максимальных анилиновых точек, применяя соответствующие коэффициенты, приведенные в трудах ГрозНИИ [25], высчитывалось количественное содержание ароматических углеводородов в исследуемых фракциях.

Следующей стадией исследования являлась дегидрогенизация гидроароматических углеводородов, входящих в состав деароматизированных фракций над платинированным углем. Катализатор был приготовлен по методике Н. Д. Зелинского и М. Б. Туровой-Поляк [26], он содержал 7,8% платины и находился ранее в употреблении.

Дегидрирующая способность катализатора определялась по Г. С. Павлову [27]. Катализатор почти нацело дегидрировал циклогексан до бензола.

Исследуемые фракции проводились над катализатором с объемной скоростью, равной 1. Полное дегидрирование гидроароматических углеводородов контролировалось измерением показателя лучепреломления катализатов. После завершения дегидрогенизации каждой из фракций активность катализатора проверялась, она оставалась почти неизмененной.

Катализаты высушивались и перегонялись над металлическим натрием, физические свойства этих катализатов приведены в табл. 1.

Ароматические углеводороды, образовавшиеся в результате катализа удалялись также, как ароматические углеводороды бензина прямой гонки. Деароматизированные катализаты после промывки и сушки перегонялись над металлическим натрием и для них определялись те же физические показатели, т. е. максимальная анилиновая точка, удельный вес и показатель лучепреломления, что и до деароматизации катализатов (см. табл. 1). По депрессии анилиновых точек методом ГрозНИИ [25] вычислялось количество образовавшихся ароматических углеводородов, которое пересчитывалось на гидроароматические углеводороды, а затем на исходную фракцию бензина.

Количественное содержание пятичленных цикланов в исследуемых образцах вычислялось на основании анилиновых точек деароматизированных катализатов, так как этим путем получаются более точные результаты, как это показано Ю. К. Юрьевым [17].

Парафиновые углеводороды определялись по разности. Групповой состав исследуемых фракций приведен в табл. 1 и на рис. 1...5.

3. ВЫВОДЫ

1. Методом избирательного дегидрогенизационного катализа Н. Д. Зелинского исследовано количественное содержание пяти- и шестичленных цикланов в бензино-лигроиновых фракциях норийской нефти по скважинам.

2. Исследуемые фракции норийской нефти характеризуются малым содержанием ароматических углеводородов и имеют резко выраженный метановый характер.

3. Количество пятичленных цикланов непрерывно возрастает по мере повышения температуры кипения фракций, чему соответствует уменьшение содержания парафиновых углеводородов.

4. Содержание гидроароматических углеводородов возрастает от фракции 60...95° к фракции 95... 122°, где достигает максимума, а затем понижается и замечается резкое преобладание пятичленных цикланов; исключение составляет скважина № 22, где абсолютный максимум гидроароматических углеводородов падает на фракцию 122.,. 150°.

5. Количественное соотношение циклогексана и метилциклопентана соответствует равновесной температуре 114...188° для различных скважин. Можно предполагать, что превращение исходного органического вещества в нефть происходило при температуре вышеуказанного порядка

Поступило 2 VI 1957

Институт химии им. П. Г. Меликишвили
АН Грузинской ССР

ЛИТЕРАТУРА

1 Фрост А. В., Нефт. хоз., 1946, № 3—4, стр. 36.
2. Обрядчиков С. Н., Нефт. хоз. 1946, № 3—4, стр. 39.
3. Зелинский Н. Д., ЖРХО, 1911, **43,** стр. 1220; 1912, **44,** стр. 275; 1913, **45,** стр. 52.
4. Зелинский Н. Д. и Юрьев Ю. К., О химической природе уральской нефти Изд. АН СССР, 1913; Изв. АН СССР, 1934, стр. 135.
5. Юрьев Ю. К., Уч. зап. МГУ, 1934, **3,** стр. 251.
6. Рубинштейн А. М. Уч. зап. МГУ, 1934, *3,* стр. 255.
7. Юрьев Ю. К. и Мусаев И. А., Уч. зап. МГУ, 1936, *6,* стр. 273.
8. Юрьев Ю. К. и Котельников В. М., Нефт. хоз., 1937, № 8, стр. 47.
9. Доладугин А. И. и Егорова Г. М., Химический состав нефтей и нефтяных продуктов. Труды ГрозНИИ, ГОНТИ, М.—Л., 1953, стр. 171.
9а. Маслов П., Там.-же, стр. 177.
10. Dănăila N. u. Stoenescu V., Chem. Zbl., 1927, **11,** S. 1527.
11. Юрьев Ю. К. с сотр., Уч. зап., МГУ, 1941, стр. 71, 174, 177, 180.
12 Арешидзе Х. И. и Бенашвили Е. М., Нефт. хоз., 1947, № 11, стр. 54.
13. Зелинский Н. Д., Казанский Б. А. и Платэ А. Ф., ЖОХ, 1934 **4** стр. 168.
14. Казанский Б. А. и Платэ А. Ф., ЖОХ, 1937, **7,** стр. 328.
15. Казанский Б. А., Усп. химии, 1948, **17,** стр. 641.
16. Платэ А. Ф., Каталитическая ароматизация парафиновых углеводородов, М.—Л., 1948.
17. Юрьев Ю. К. и Журалев П. И., Нефт. хоз., 1936, № 6, стр. 62.
18. Панютин П. С. и Фирсанова Е. Н., Хим. тв. топл., 1935, **6,** стр. 801.
19. Волькенштейн М. В. и Шорыгин П. П., ЖФХ, 1939, **23,** стр. 1512.
20. Арешидзе Х. И., ДАН СССР, 1945, **50,** стр. 193.
21. Гальперн Г. А., Докторская диссертация, Москва, 1950 г.
22. Казанский Б. А. и Буланова Т. Ф., Изв. АН СССР, ОХН, 1948, стр. 406.
23. Марковников В. В. и Оглоблин В., ЖРХО, 1883, **15,** стр. 237.
24. Настюков А. М., ЖРХО, 1904, **36,** стр. 881.
25. * * * Химический состав нефтей и нефтяных продуктов, Труды ГрозНИИ, ОНТИ, М.—Л., 1935, стр. 53.
26. Зелинский Н. Д. и Турова-Поляк М. Б., Акад. Н. Д. Зелинский, Собр. трудов, III, Изд. АН СССР, М., 1955, стр. 271.
27. Павлов Г. С., ЖРХО, 1926, **58,** стр. 1309.

THE PERCENTAGE OF FIVE- AND SIX-MEMBERED RING CYCLANES IN THE GASOLINE-LIGROIN FRACTIONS OF THE NORIO CRUDES FROM DIFFERENT OILWELLS

(Summary)

The percentage of five- and six-membered ring cyclanes in the gasoline-ligroin fractions of the Norio crudes from different oilwells has been determined by the N. D. Zelinski method of selective dehydrogenation catalysis.

The temperature of the process of formation of the petroleum crude may be approximately determined from the quantitative ratios between cyclohexane and methylcyclopentane in the oils.

Determination of the percentage of five- and six-membered ring cyclanaes in the gasoline-ligroin fractions of the crudes is useful for a correct choice of the methods of rational treating of petroleums.

The Norio crude fractions investigated are characterized by low percentage of aromatic hydrocarbons and a pronounced methanic nature.

The percentage of cyclopentanes continuously increases with increasing boiling points of the fractions with a corresponding drop in the content of paraffinic hydrocarbons.

The percentage of hydroaromatic hydrocarbons increases from the 60... 95° fraction up to the 95...122° fraction where it comes to a maximum and then decreases with a simultaneous predominance of cyclopentanes. The only exception is the oil-well Nr. 22 where the absolute maximum of the percentage of hydroaromatic hydrocarbons is observed in the 122...150° fraction.

The ratio between the percentages of cyclohexane and methylcyclopentane corresponds to the thermodynamic equilibrium temperatures from 144 to 148°C for different oil-wells. It may be assumed that the conversion of the original organic material to petroleum occured within the range of temperatures mentioned.

DETERMINAREA CANTITATIVĂ PE SONDE A PENTA- ŞI HEXA-CICLANELOR ÎN FRACŢIILE DE BENZINĂ-LIGROINĂ ALE ŢIŢEIULUI NORIAN

(Rezumat)

În vederea unei juste alegeri a căilor de prelucrare raţională a ţiţeiului, autorii determină cantitativ penta- şi hexa-ciclanele în fracţiile de benzină-ligroină ale ţiţeiului norian.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

675.024

CONTRIBUŢIUNI LA STUDIUL VALORIFICĂRII COAJEI DE SALCIE DIN R. P. R. CA MATERIAL TANANT

NOTA I

STUDIUL CHIMICO-ANALITIC AL COAJEI DE *SALIX CAPREA*

DE

GH. ALEXA şi AGLAIA CHIRIŢĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Introducere

Coaja de salcie ca material tanant a fost folosită de ruşi de mult timp, în obţinerea pieilor denumite *iuft*. Iuftul rusesc era mult căutat pe piaţa mondială şi nu putea fi imitat (produs) în alte ţări ale Europei. Partea originală de fabricaţie a iuftului rusesc o constituia utilizarea coajei de salcie la tăbăcire şi a gudronului de fag la gresare [1].

A. N. Mihailov arată că în a doua jumătate a secolului al 18-lea, în Rusia, coaja de salcie era unul din principalele materiale tanante întrebuinţate în fabricile de pielărie. În Rusia ţaristă se utiliza anual o cantitate de 70000 t coajă de salcie ; în 1929 consumul era de 200000 t, iar astăzi în U. R. S. S. coaja de salcie constituie aproape 50% din totalul cojilor tanante prelucrate la extract [2].

Coaja de salcie mai este utilizată în Danemarca, Norvegia, Suedia, Finlanda, în unele regiuni din Germania şi Austria [3].

După Revoluţia Socialistă din Octombrie 1917, în Rusia Sovietică s-au făcut cercetări asupra tuturor materialelor tanante din întreaga Uniune şi în ceea ce priveşte coaja de salcie s-au făcut şi plantaţii speciale care să aprovizioneze fabricile de extracte cu un material tanant de bună calitate. Astfel, suprafaţa ocupată de salcie în 1919 era de 1000000 ha [4], iar astăzi în Uniunea Sovietică această suprafaţă se evaluează la 2000000 ha [5].

Sălciile îşi găsesc o largă şi variată întrebuinţare în economia naţională, ca nuiele de împletit coşuri, ambalaje şi mobilier pentru grădini de vară, nuiele pentru cercuri de lăzi şi butoaie, nuiele pentru garduri de împrejmuit, araci de vie şi grădini de zarzavat [6], lemn pentru construcţii rurale, pentru industria chibriturilor [7], furnirului şi cherestelei [8], pentru mobilier de bucătărie.

Lemnul de salcie poate fi folosit la distilarea uscată, degajînd fagul spre alte industrii [9], la obţinerea celulozei [10], iar lemnul strîmb şi cu defecte este folosit la ars.

Coaja de salcie este folosită şi mult apreciată în alte ţări ca material tanant, ca material pentru legat (în special în viticultură şi horticultură) pentru obţinerea salicinei deoarece conţine 3—5% salicină, pentru obţinerea coloranţilor [2] (*Salix Caprea*

—colorant negru, *Salix Triandra*—colorant galben), a fibrelor [10] şi a îngrăşămintelor utilizate în răchitării şi chiar în agricultură [2].

La noi în ţară sălciile dau hrană turmelor de oi din regiunea de munte ce sînt duse la iernat în luncile Dunării (mugurit), iar sălciile ce înfloresc timpuriu, sînt mult apreciate în apicultură [6].

Pădurile de salcie aduc servicii preţioase pentru fixarea malurilor cursurilor de apă şi fac posibilă valorificarea terenurilor inundabile şi degradate din luncile rîurilor şi din deltă.

Salcia este o plantă puţin pretenţioasă care creşte pe cursul tuturor apelor, în zăvoaiele Dunării şi în deltă ; ca altitudine se ridică pînă în etajul montan la 2000—2200 m, de exemplu : *Salix hastata* şi *Salix bicolor* [11].

Genul *Salix* face parte din familia *Salicaceae*, clasa angiosperme şi este unul din cele mai bogate în specii dintre toate foioasele. Există peste 200 specii şi cîteva sute de hibrizi [5]. La noi în ţară s-au identificat 22 specii cu 41 forme şi un număr de 29 hibrizi cu 7 forme [11].

Suprafaţa ocupată de culturile de salcie în R. P. R., după o statistică din 1952 şi publicată în 1954 [12], este de 73,4 ha ceea ce reprezintă o cifră infimă faţă de posibilităţile reale. În lunca Dunării şi a marilor ei afluenţi : Siret, Prut, Ialomiţa, Argeş, Olt, Jiu, precum şi în lunca Mureşului, Crişurilor şi a altor rîuri, se găsesc zeci de mii de hectare de teren inundabile şi degradate, care întrunesc totuşi condiţii admirabile pentru extinderea culturilor de salcie.

Coaja de salcie ca material tanant nu este folosită la noi decît sporadic ; în prezent, regiunea silvică Iaşi, de exemplu, colectează coajă de salcie (amestec de specii) şi o trimite fabricii „Ianoş Herbak", dar recoltarea, şi mai ales prelucrarea coajei de salcie la extract, nu constituie preocupări sistematice bazate pe considerente stiinţifice, tocmai datorită lipsei unui studiu al coajei de salcie din R. P. R.

Dintre toate speciile genului *Salix*, noi am ales pentru studiu *Salix Caprea*, deoarece literatura [2], apreciază coaja acestei specii ca fiind cel mai bun material tanant dintre toate sălciile Europei şi pentrucă în R. P. R. este răspîndită în toată ţara cu excepţia Dobrogei unde se găseşte mai rar [11].

Salix Caprea cunoscută popular sub denumirea de „salcie căprească" [12], sau „iovă", „lozâ", „răchită moale" sau „salcă moale" [12], [13], este frecventă în regiunea de coline şi comună în etajul montan (pînă la 1500 m), rar coboară la cîmpie [14].

Creşte prin păduri, rarişti şi margini de pădure, fîneţe, vîlcele, pe marginea pîraielor ; de obicei invadantă în tăieturile de pădure [11]. La noi în ţară această salcie este întrebuinţată în momentul de faţă pentru araci de vii şi grădini de zarzavat, pari de gard şi traverse de cale ferată îngustă.

Salix Caprea este arbust, rar arbore pînă la 9 m înălţime. Lujerii brun-roşcaţi sau verzi-gălbui în tinereţe, apoi cenuşii. Frunzele peţiolate, lat-eliptice, de 4—10 cm lungime şi 2—5 cm lăţime ; culoarea frunzelor este verde întunecat, nelucitoare şi cu nervuri proeminente. Coaja recoltată şi uscată la aer, este netedă, mată, de culoare verde cenuşie pe partea exterioară şi galben-brun pe partea interioară a coajei. Structura coajei este fibroasă, grosolană şi tare, iar gustul astringent şi amar.

În acest studiu ne-am ocupat de :

1) Definirea coajei de *Salix Caprea* ca material tanant.
2) Condiţiile optime de extracţie ale taninului :
   a) temperatura de extracţie,
   b) durata optimă de extracţie.
3) Condiţiile optime de recoltare a coajei :
   a) perioada de recoltare,
   b) vîrsta de recoltare,
4) Caracterizarea chimică a taninului din coaja de *Salix Caprea* :
   a) analiza chimică calitativă,
   b) determinarea constantelor chimice.

2. Definirea coajei de Salix Caprea ca material tanant

Pentru analize am recoltat 150 kg coajă la 16 iunie 1955, din pădurea Drăguşeni, cantonul 4, ocolul silvic Paşcani. Aici a fost defrişată pădurea în 1945—1946 şi salcia căprească a invadat tăietura de pădure.

Coaja a fost uscată în aer liber, la adăpost de razele directe ale soarelui, precum şi de ploaie şi umezeală.

Soluţia analitică a fost obţinută supunînd extracţiei, în extractoare „Koch", 40 g de coajă (tăiată pe o direcţie transversală lungimii coajei de dimensiunea 2...4 mm) şi colectînd 1 l de soluţie timp de 2 ore. Soluţia obţinută a fost clară şi a rămas clară chiar şi după 24 ore.

Datele analitice [15] ale coajei de *Salix Caprea* de 6...10 ani recoltată la 16 iunie 1955 din pădurea Drăguşeni, sînt:

Tabelul 1

Umiditate	0%
Neextractibile şi insolubile	82,83%
Tanin	9,70%
Netaninuri	7,47%
substanţe zaharoase	2,90%
glucoză	2,37%
zaharoză	0,53%
la 100 părţi tanin revin	29,94 părţi subst. zaharoase
	24,43 părţi glucoză
	5,50 părţi zaharoză
Cifra de puritate	56,49%

Analizînd acest tabel vedem că cifra de puritate şi conţinutul procentual de tanin al coajei de salcie căprească sînt suficient de mari pentru a fi valorificată industrial ca material tanant; apoi este important faptul că în coaja de salcie se găseşte o mare cantitate de substanţe zaharoase. Dacă facem o clasificare [3] a materiilor tanante după conţinutul de substanţe zaharoase raportat la 100 părţi de tanin, coaja de salcie stă alături de coaja de stejar:

Materialul tanant	Părţi zaharoase ce revin la 100 părţi tanin
coajă de molid	43
coajă de stejar	26—29
coajă de salcie	29,94
canaigre	22
divi-divi	20,2
sumac	19
algarobila	18,5
mirobolanum	16

3. Condiţii optime de extracţie

Se ştie că factorii care intervin în procesul de extracţie cu acţiune specifică asupra fiecărui material tanant, sînt: temperatura de extracţie şi durata de extracţie.

a) *Temperatura optimă de extracţie*

Este temperatura la care procentul de tanin extras este maximum şi cifra de puritate cea mai ridicată.

Despre temperatura optimă de extracţie a coajei de salcie, literatura dă următoarele date: după Paessler [16] temperatura optimă este 60°C, după Pawlowitsch [17]—60°...70°C, iar după Schepeleansky [18] şi Grosnopulo [19]—90°...100°C fără a se indica nici specia, nici regiunea de recoltare şi nici condiţiile climaterice ale coajei asupra căreia s-au obţinut datele de mai sus, încît a fost nevoie să cercetăm temperatura optimă de extracţie a coajei de salcie din R. P. R.

Am lucrat asupra coajei de *Salix Caprea* recoltată la 16 iunie 1955, în amestec de vîrste. Extracţiile le-am făcut în următoarele condiţii: am variat temperatura de extracţie începînd de la 20°C, din 10 în 10 grade pînă la 100°C inclusiv, menţinînd-o constantă în timpul unei extracţii.

Durata de extracţie: 2 ore. Rezultatele sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Variaţia conţinutului de tanin extras, funcţie de temperatura de extracţie
(calculat la 0% umiditate)

		Temperatura de extracţie în °C								
		20	30	40	50	60	70	80	90	100
Durata de extracţie	ore	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neextractibile şi insolubile	%	85,79	85,90	85,98	85,41	86,02	85,71	84,98	84,79	83,93
Tanin	%	6,39	6,41	6,45	7,13	7,15	7,30	7,51	7,92	8,40
Netaninuri	%	7,82	7,69	7,57	7,46	6,83	6,99	7,51	7,29	7,67
Cifra de puritate	%	45,03	45,46	46,00	48,87	51,14	51,08	50,00	52,07	52,27

Examinînd datele acestui tabel vedem că procentul de tanin extras creşte cu temperatura; netaninurile descresc pînă la 60°C, apoi cresc, totuşi nu afectează simţitor cifra de puritate care este cea mai ridicată la 100°C.

Temperatura optimă de extracţie a taninului din coaja de *Salix Caprea* de la noi, este de 90...100°C.

Dacă considerăm egală cu 100 cantitatea de tanin ce se extrage la temperatura de 100°C, atunci la temperatura de:

60° C se extrage 85% tanin
70° C se extrage 87% tanin
80° C se extrage 89% tanin
90° C se extrage 94% tanin
100° C se extrage 100% tanin

b) *Durata optimă de extracție*

Pe același material am făcut analize pentru a stabili durata optimă de extracție, durată în care trece în soluție cea mai mare cantitate de tanin și respectiv, o mai mică cantitate de netaninuri, așa încît cifra de puritate să fie cea mai ridicată.

În aceste analize am variat durata de extracție de la 2 ore, la 3, 4, 5 și 6 ore inclusiv. Temperatura am menținut-o constantă în tot timpul unei extracții și aceeași la toate extracțiile. De fiecare dată am cules 1 l de soluție. Rezultatele sînt înscrise în tabelul 3.

Tabelul 3

Variația conținutului de tanin extras, funcție de durata de extracție
(calculat la 0% umiditate)

		Durata de extracție în ore				
		2	3	4	5	6
Temperatura de extracție	°C	100	100	100	100	100
Neextractibile și insolubile	%	83,93	81,23	81,69	80,60	80,91
Tanin	%	8,40	10,01	10,80	10,68	10,43
Netaninuri	%	7,67	8,76	7,51	8,72	8,66
Cifra de puritate	%	52,27	53,32	58,98	55,05	54,63

Din acest tabel observăm că procentul de tanin extras crește cu durata de extracție atingînd un maximum la o durată de extracție de 4 ore, apoi descrește.

Procentul de neextractibile și insolubile descrește cu mărirea duratei de extracție, iar cifra de puritate crește atingînd un maximum la o durată de 4 ore, apoi descrește. Considerînd cantitatea de tanin extras în 2 ore ca fiind egală cu 100, atunci creșterile de tanin funcție de durata de extracție sînt:

pentru 3 ore o creștere de 19,16%
pentru 4 ore o creștere de 28,57%
pentru 5 ore o creștere de 27,14%
pentru 6 ore o creștere de 24,16%

În concluzie, extracția coajei de *Salix Caprea* nu trebuie să depășească o durată mai mare de 4 ore, căci o durată mai mare scade taninul extras ca și cifra de puritate, prin creșterea netaninurilor.

4. Condițiile optime de recoltare a coajei

Recoltarea materialelor tanante [10], [20], [21], [22], [23], se face atunci cînd conținutul de tanin este maxim sau cînd cifra de puritate este cea mai ridicată.

a) *Perioada optimă de recoltare a coajei*

Pentru a stabili perioada optimă de recoltare a coajei de *Salix Caprea* am recoltat cîte 5 kg coajă de 4, 5 şi 6 ani din pădurea Drăguşeni, la următoarele date : 25 aprilie, 28 mai, 16 iunie, 8 iulie, 29 iulie, 25 august şi 15 septembrie.

Recoltarea coajei s-a făcut uşor în luna aprilie cînd începe perioada de circulaţie a sevei în plante ; în lunile mai, iunie şi începutul lunii iulie, cojirea s-a făcut foarte uşor, apoi la sfîrşitul lunii iulie şi în luna august recoltarea a devenit mai grea, iar în septembrie recoltarea coajei prin metoda obişnuită de tăiere inelară, perpendiculară pe axa arborelui şi apoi cojirea, este imposibilă. Începînd perioada de circulaţie a sevei, coaja este puternic aderentă la lemn şi poate fi recoltată numai după cioplire. Probele luate, uscate în aer liber şi analizate, au dat rezultatele înscrise în tabelul 4.

Examinînd datele acestui tabel, se vede că : a) conţinutul maxim de tanin este în coaja recoltată la 16 iunie ; b) coaja recoltată la 28 mai şi 8 iulie, are un conţinut în tanin destul de bun şi cifra de puritate ridicată încît convin foarte bine recoltării.

Perioada optimă de recoltare a coajei de *Salix Caprea* este 20 mai —15 iulie ; atît înainte cît şi după această perioadă, conţinutul de tanin descreşte iar netaninurile cresc foarte mult, încît cifrele de puritate sînt scăzute.

Această perioadă de recoltare prezintă avantajul că coincide cu perioada de recoltare foarte uşoară a coajei.

b) *Vîrsta de recoltare*

Pentru recoltarea unui material tanant prezintă importanţă şi vîrsta materialului [2], [9], [20], [23], [24], [25], deoarece s-a observat că procentul de tanin creşte cu vîrsta materialului (în lemn sau în coajă), atinge un maximum la o vîrstă specifică fiecărui material tanant, apoi descreşte.

Pentru coaja de salcie Iakimov şi Dimenstein [26], arată că vîrsta la care coaja are un conţinut maxim de tanin este 6...8 ani ; Cernov dă vîrsta de 5...6 ani pentru arbuşti de salcie şi spune că pentru sălciile lemnoase, coaja poate fi recoltată pînă la 30 ani, deşi peste vîrsta de 10 ani procentul de tanin scade.

Pentru a vedea vîrsta cu un conţinut maximum de tanin la *Salix Caprea*, am recoltat coajă începînd de la vîrsta de 2 ani pînă la 12 ani inclusiv, am analizat-o conform metodelor oficiale internaţionale de analiză. Rezultatele sînt date în tabelul 5.

Aceste analize arată că procentul de tanin în general, creşte cu vîrsta coajei şi este maximum la 12 ani. Este interesant de ştiut dacă peste această vîrstă cantitatea de tanin din coajă creşte sau descreşte, dar în pădurea Drăguşeni nu am mai găsit sălcii cu o vîrstă mai mare de 12 ani. Din punct de vedere al calităţii coajei ca material tanant, ea poate fi recoltată începînd de la vîrsta de 5...6 ani, deoarece în coaja de 2, 3 şi 4 ani, conţinutul de netaninuri este mult mai mare faţă de tanin, ceea ce ar da un extract cu cifră de puritate joasă. În coaja

Tabelul 4

Variația conținutului de tanin, funcție de perioada de recoltare a coajei (calculat la 0% umiditate)

		Perioada de recoltare																				
		25 aprilie			28 mai			16 iunie			8 iulie			29 iulie			25 august			15 septembrie		
Vîrsta în ani		4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6
Neextractibile și insolubile	%	80,62	81,21	80,71	82,97	83,39	82,47	82,04	81,97	83,02	84,53	82,26	83,31	87,31	86,91	86,54	—	83,05	82,60	83,43	82,71	80,98
Tanin	%	6,56	7,18	7,92	8,03	8,28	9,31	8,93	9,20	9,27	7,85	8,33	9,18	6,09	6,34	6,98	—	8,19	8,38	7,49	7,85	8,95
Netaninuri	%	12,82	11,61	11,37	9,00	8,33	8,22	9,03	8,83	7,71	7,62	7,11	7,51	6,60	6,75	6,48	—	8,76	9,02	9,08	9,44	10,07
Cifra de puritate	%	33,87	38,25	41,05	47,15	49,99	53,10	49,16	51,03	54,58	50,01	52,92	55,00	47,99	48,42	51,85	—	48,31	48,16	45,14	45,40	47,05

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
1848

Tabelul 6

EXTRACTE TANANTE			CARACTERIZAREA GRUPELOR								Caract. tanin. pirogalice în subgrupe		CARACTERIZAREA INDIVIDUALĂ				
			Reacţia cu H_2CO		Reacţia cu apă de brom	Reacţia cu acetat neutru de Pb; tratarea filtratului cu soluţie NaOH	Reacţia cu acid acetic şi acetat Pb		Reacţia cu $S(NH_4)_2$	Reacţia cu alaun de fier	Reacţia cobaltului	Reacţia cu cromat	Reacţia cobaltică a lui Schell	Reacţia cu acetat Pb urmată de un exces de NaOH	Reacţia cu aşchii de brad şi HCl	Culoarea liniei cromate	Culoarea pe bandă mordansată de Mulhouse
			Prin 1/2 h fierbere	Prin tratarea filtratului cu alaun Fe şi acetat sodiu			Prin tratarea directă	Prin tratarea filtratului cu alaun de fier									
Taninuri catehinice	Quebracho-brut		precipitat	nici o coloraţie	precipitat	coloraţie gălbuie	nici un precipitat	coloraţie verde	nici un precipitat	lac verde	—	—	lac gris-verzui	coloraţie galbenă-slab	—	coloraţie brună	nuanţă roşietică
	Quebracho-sulf		„	„	uneori pp alteori nu	„	pp SO_4Pb	„	„	„	—	—	„	„	—	„	„
	Mangrove		„	„	precipitat	incolor	nici un precipitat	„	„	„	—	—	lac violet	nici o coloraţie	—	„	„
	Gambir		„	„	„	„	„	„	„	„	—	—	—	„	coloraţie violet-roş	—	„
	Mimosa		„	„	„	„	„	coloraţie albastru închis-violet	precipitat	lac gris-violet	—	—	slab albastru-gris	„	—	coloraţie brună	„
	Coajă de *Salix Caprea*		„	„	„	coloraţie gălbuie	„	coloraţie verzuie	nici un precipitat	lac verde-gris	coloraţie oranj	—	lac albastru cu reflexe gris	coloraţie gălbuie	violaceu	color. brună întunecat	„
Taninuri amestecate	Coajă de stejar		„	coloraţie violet	„	incolor	precipitat	incolor	nu precipită	lac verde-negru	color. oranj-roşietică	color. brun înt.-oranj	lac albastru-verzui	nici o coloraţie	roş-violaceu intens	brun intens	nuanţă roşietică
	Kermek		pp abund. roşu cărămiziu	„	nici un precipitat	precipitat alb	pp galben slab-violet	culoare albastru gris-roziu	pp. galben brun	lac negru-violet	„	color. brun-oranj	lac cachi-verzui	precipitat alb	roş-violaceu spre brun	brun	„
Taninuri pirogalice	Subgrupa I	Lemn de stejar	nici un precipitat	albastru închis-violet	nici un precipitat	incolor	precipitat	incolor	precipitat	lac albastru-negru	culoare purpurie	color. purpur. sau roşu viu	—	nici o coloraţie	—	—	nuanţă verzuie
		Lemn castan	„	„	„	„	„	coloraţie slab violet	„	„	„	„	lac verde-oliv	„	„	coloraţie gălbuie	„
		Valoneea	tulbureală	„	„	„	„	incolor	„	„	„	„	lac verde închis	—	—	—	„
	Subgrupa II	Sumac	precipitat particular specific	albastru închis-violet	nici un precipitat	coloraţie galbenă	precipitat	coloraţie violet	precipitat	„	coloraţie oranj	color. roşu sînge sau oranj	lac cachi	coloraţie galben dist.	—	coloraţie gălbuie	„
		Mirobolam	„	„	„	incolor	„	„	„	„	„	„	—	nici o coloraţie	—	coloraţie	„
		Divi-divi	tulbureală	„	„	„	„	„	„	„	„	„	lac verde-cenuşiu	„	—	—	„

BUDAPESTI
EGYETEM

de 12 ani, taninul a crescut față de coaja de 2 ani, cu 73%, iar cifra de puritate s-a ridicat cu 14,17%.

Tabelul 5

Variația conținutului în tanin funcție de vîrsta coajei recoltate
(calculat la 0% umiditate)

		Vîrsta în ani										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Neextractibile și insolubile	%	85,31	83,76	87,31	86,91	86,54	84,32	83,82	83,88	84,63	81,90	81,55
Tanin	%	6,20	7,24	6,09	6,34	6,93	7,34	7,99	9,14	8,82	10,50	10,72
Netanin	%	8,49	9,00	6,60	6,75	6,48	8,34	8,19	6,98	6,55	7,60	7,73
Cifra de puritate	%	42,20	44,58	47,99	48,42	51,58	46,81	49,38	56,70	57,44	58,00	58,18

5. Caracterizarea chimică a taninului din coaja de salcie

a) *Analiza chimică calitativă*

Literatura [2], [16], [19], [24], [25] afirmă că taninul din coaja de salcie face parte din grupa taninurilor de condensare.

Făcînd analiza chimică calitativă de caracterizare a grupelor de taninuri (pirogalice și pirocatehinice), de caracterizare a taninurilor pirogalice în subgrupe și de caracterizare individuală a taninurilor, am găsit o serie de reacții care confirmă natura catehinică a taninului coajei de *Salix Caprea*. Aceste reacții sînt date în tabelele 6a, 6b și 6c.

Tabelul 6 a

Reacții de caracterizare a taninurilor în subgrupe

1) Reacții cu formaldehida	
a) prin fierbere 30'	pp. abundent roș-cărămiziu intens
b) tratarea filtratului cu alaun de fier și acetat de plumb	—
2) Reacția cu apa de brom	precipitat
3) Reacția cu acetat neutru de plumb și tratarea filtratului cu soluție de hidroxid de sodiu	pp. alb floconos, solubil în exces de hidrat de sodiu; soluția rămîne colorată slab galbenă
4) Reacția cu acid acetic și acetat de plumb	
a) prin tratare directă	—
b) prin tratarea filtratului cu alaun de fier	coloratie verzuie
5) Reacția cu sulfură de amoniu	nu precipită
6) Reacția cu alaun de fier	lac verde-gris

Pentru a realiza o imagine comparativă a reacțiilor caracteristice ale taninului din coaja de salcie în raport cu reacțiile altor taninuri deja cunoscute în literatura de specialitate, noi am sistematizat aceste reacții în tabelul 6.

Tabelul 6 b

Reacţii de caracterizare a taninurilor în subgrupe

1. Reacţia cobaltului	coloraţie oranj, care devine în timp roşie-brun
2. Reacţia cu cromat	

Tabelul 6 c

Reacţii de caracterizare individuală a taninurilor

1 Reacţia cobaltică a lui Schell	lac albastru cu reflexe gris-verzui
2. Reacţia cu acetat de plumb, urmată de un exces de hidroxid de sodiu	pp., alb floconos, solubil în exces de hidroxid de sodiu; soluţia rămîne colorată slab galbenă
3. Reacţia cu aşchii de brad şi acid clorhidric	coloraţie violacee
4. Colorarea lînei cromate	coloraţie brun întunecat
5. Culoarea pe bandă Mulhouse	nuanţă roşietică

Din examinarea tabelului se vede că taninul din coaja de *Salix Caprea* este de tip catehinic, deoarece precipită cu apa de brom, precipită cu aldehida formică şi acidul clorhidric la fierbere, nu precipită cu sulfura de amoniu, iar cu alaun de fier dă lac verde-gris.

Datorită faptului că la reacţia cobaltului am obţinut o coloraţie oranj care devine în timp roşie-brună, caracteristică taninurilor amestecate (pirogalol şi pirocatehină), se pune problema posibilităţii ca în taninul de salcie să existe şi urme de taninuri pirogalice.

Pentru a avea toată certitudinea asupra naturii catehinice a taninului de salcie, am făcut o distilare uscată [16], [27], asupra reziduului soluţiei de tanin de salcie, după metoda lui Procter şi Paessler.

Distilarea uscată după Procter şi Paessler se face în felul următor:

1 g material tanant, amestecat cu 5 cc glicerină pură şi încălzit la 160°C, apoi se urcă temperatura încet la 200...210°C. În această temperatură se menţine 20...30 minute. După răcire, se adaugă 20 cc de apă şi se agită amestecul fără o prealabilă filtrare, cu un volum egal de eter.

Stratul eteric poate conţine: pirogalol, pirocatehină sau floraglucină şi este separat de soluţia apoasă, evaporat la sec şi reziduul este solvit în 50 cc apă.

Asupra soluţiei obţinute, am făcut reacţiile specifice pentru pirogalol, pirocatehină şi floroglucină; am găsit numai reacţiile pirocatehinei iar pentru pirogalol niciun fel de urme.

Reactivi	*Pirocatehină*
alaun de fier	verde închis
apă de var	nici o reacţie evidentă
reacţia cu aşchii de brad	nici o culoare
apă de brom	niciun precipitat

b) *Determinarea constantelor chimice*

În afară de caracterizarea prin reacţii chimice calitative de recunoaştere, taninurile pot fi caracterizate şi prin constante chimice cantitative (cifre sau indici). Indicii caracteristici ai taninurilor [24], [25], sînt :

a) Indicele de acetat de etil, care exprimă în procente cantitatea de substanţe solubile în acetat de etil, în raport cu totalul de substanţe solubile din tanantul analizat.

b) Indicele de alcool, care exprimă în procente, cantitatea de substanţe precipitate în alcool absolut, în raport cu solubilele totale din tanantul analizat.

c) Indicele de precipitare care prin formaldehidă exprimă, în procente, cantitatea de substanţe precipitate cu formaldehidă, în raport cu solubilele totale din taninul analizat.

d) Indicele de precipitare cu furfurol, care exprimă, în procente, cantitatea de substanţe precipitate cu furfurolul, în raport cu solubilele totale.

e) Indicele de molibden, care exprimă, în procente, cantitatea de substanţe precipitate cu amestec de soluţii de molibdat de amoniu şi clorură de amoniu, în raport cu taninul soluţiei respective.

În tabelul 7 sînt daţi indicii caracteristici ai taninului de salcie stabiliţi de noi, în comparaţie cu indicii altor taninuri deja cunoscuţi.

R. P. R.

Tabelul 7

Taninul de	Indice de acetat de etil	Indice de alcool	Indice de formaldehidă	Indice de furfurol	Indice de molibden
Quebracho nesulfitat	60—81	0—5	90—100	76—112	0—37
Gambir	50—60	5—10	80—84	101—109	11—13
Mimoza	30—50	0—5	74—95	100—112	62—96
Mangrovă	0—18	0—5	70—90	79	89—118
Valoneea	3—19	20—40	0—9	13—27	104—168
Sumac	38—60	5—20	3—27	12—14	57—106
Lemn de stejar	0—20	20—30	0,4—20	17—21	112—183
Coajă de stejar	1—19	15—19	40—65	41—53	65—81
Coajă de molid	10—28	—	25—52	37—49	23—156
Coajă de *Sal.Caprea*	39	9—19	67—75	70—75	59

În afară de coaja de *Salix Caprea* noi am început studiul speciei *Salix Fragilis* şi o serie de definiri a altor varietăţi de salcie din

În cadrul unei lucrări viitoare, vom indica speciile de salcie proprii culturilor de salcie, care să dea coajă de bună calitate fabricilor de extracte tanante.

O cultură de salcie poate da anual o cantitate de 1,5 t de coajă la ha.

Dacă în R. P. R. ar fi o suprafaţă de 50000 ha cultivată cu sălcii din a căror coajă să extragem numai 8% tanin, ar rezulta următorul calcul economic:

a) producţia anuală de coajă:

50000. 1,5 = 75000 t coajă,

b) producţia anuală de tanin de salcie:

$$\frac{75000000 . 8}{1000} = 6000000 \text{ kg} = 6000 \text{ t tanin pur.}$$

6. Concluzii

1) Coaja de *Salix Caprea* poate fi utilizată ca material tanant, avînd în vedere pe de o parte, conţinutul de 9,70% tanin şi cifra de puritate de 56,49% şi pe de altă parte, posibilităţile de recoltare a cojei şi regenerare rapidă a culturilor de salcie.

2) Temperatura optimă de extracţie a cojei de *Salix Caprea* este de 90...100°C.

3) Durata optimă de extracţie este de 4 ore.

4) Perioada optimă de recoltare a cojei este cuprinsă între 20 mai şi 15 iulie.

5) Procentul de tanin în coaja de salcie creşte cu vîrsta arborelui, atingînd un maximum in coaja de 12 ani.

6) Analizele chimice calitative făcute asupra soluţiilor de tanin din coaja de salcie, arată că acest tanin face parte din clasa taninurilor catehinice.

Institutul Politehnic Iaşi
Catedra de Tehnologia Pielei, Extractelor tanante şi a Confecţiunilor din piele

BIBLIOGRAFIE

1. Михайлов А. Н., Легкая промышленность, 1949, *12*.
2. Морозов И. Р., Ивы СССР, их использование и применение в защитном лесоразведении, 1950, М.—Л., Гослесбумиздат, стр. 72, 16—17 и 77.
3. Meunier L. et Vaney Cl., *La tannerie*, Gauthier-Villars, Paris, 1936, pp. 301, 516.
4. Pawlowitsch P., *Die Gerbextrakte*, Julius Springer, Wien, 1929, S. 240, 126, 16.
5. Vasecikin V. S., *Tehnologia substanţelor extrase din lemn*, I. D. T., 1953, p. 325, (trad. din l. rusă).
6. *** *Recoltarea, manipularea şi valorificarea mlădiţelor de răchită.*, Dosar I D.T.
7. Rădulescu M., *Specii forestiere repede crescătoare*, Dosar I.D.T., 1952.
8. STAS 3302—52, *Buştenii de foioase moi pentru industrializare.*
9. Marinescu M., Botez Gh., Vălu Fl., St. şi Cerc. şt., Acad. R.P.R., Filiala Iaşi, 1952, 3, *1—4*, pp. 213—224.
10. Правдин Л. Ф., Ива, её культура и использование, Изд. АН СССР, Москва 1952, стр. 7, 104, 119.
11. *** *Flora R.P.R.*, Edit. Acad. R.P.R., Buc., vol. 1, pp. 277, 289.
12. Dămăcianu C., *Cultura răchitei*, Edit. Agro-silvică de stat, Buc., 1954, pp. 19, 12, 72, 6, 26.
13. Zacharia P., *Plantele cunoscute de poporul romîn*, Edit. Minerva, Buc., 1906, P. 1, vol. 1,, p. 214.
14. Prodan I., *Flora pentru determinarea şi descrierea plantelor ce cresc în Romînia*, Edit. Cartea Romînească, Cluj, 1939, P. 1, vol. 1, p. 214.
15. *** *Métodes officielles d'analyse de la Société Internationale des Chimistes des Industries du Cuir*, 1938.

16. Gnamm H., *Handbuch der Gerbereichemie und Lederfabrikation*, Julius Springer, Wien, 1931, Bd. 1, S. 205, 306, 220, 222.
17. Pawlowitsch P., Collegium, 1926, p. 570.
18. Щепелянский и Гроснопуло, Вестник кожевенной промышленности и торговли, 1929, стр. 600, (цит. по [16, S. 306]).
19. Ianicki I. şi Zurakovski M., Przeglad skorzany, 1950, *12*.
20. Otin Gh. et Huidovici Gh., Journal de la Société Interationale des Industries du Cuir, 1931, pp. 264—273.
21. Alexa Gh., Strub C., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1948, **3**, *1*, pp. 431—434.
22. — Bulet Inst. Polit. Iaşi, 1948, **3**, *1*, pp. 426—430.
23. Alexa Gh., Strub C., Simionescu Cr., Maga C., Iaroşinschi-Drabic I., St. şi Cerc. şt., Acad R.P.R., filiala Iaşi, 1950, **1**, *1*, p. 230.
24. Cernov N. V., Aronina I. N., Gaidarov L. P., Golovteeva A. A. şi colab., *Tehnologia pielii*, Edit. tehn.. Buc., 1956, pp. 391, 390, 361, (trad. din l. rusă).
25. Stather F., *Gerbereichemie und Gerbereitechnologie*, Akademie-Verlag, Berlin, 1951, S. 199.
26. Якимов П. А. и Дименштейн Ф. И., Биохимия культивируемых растений (цит. по [1]).
27. Alexa Gh, Strub C., Maga C., Iaroşinschi-Drabic I. St. şi Cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1952, **3**, *1—4*, pp. 191—203.
28. Kuntzel A., *Gerbereichemisches Taschenbuch*, 1943.
29. Grasser G., *Handbuch für gerbereichemische Laboratorien*, 1929, pp. 220—226.

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ИВОВОЙ КОРЫ, В РНР, В КАЧЕСТВЕ ДУБИЛЬНОГО МАТЕРИАЛА (I)

(Резюме)

Ивовую кору уже давно применяют в качестве дубильного материала в ряде стран: СССР, Финляндии, Швеции, Норвегии, Дании, а также в некоторых районах Германии и Австрии. В Румынии только в настоящее время её начинают применять в дублении, однако никакого исследования различных видов ив в отношении их дубильнойценности не проведено.

В РНР известны 22 вида ив с 41 формой и разновидностью и 29 гибридов с 7 формами. В настоящей работе выбрали иву *Salix Caprea* L. распространенной почти во всех областях страны. По литературным данным этот сорт является наиболее подходящим для дубильных целей. Авторы дают полную качественную и количественную характеристику и указывают оптимальные условия экстрагирования таннидных материалов коры, а также оптимальные условия окорки в зависимости от возраста и времени уборки.

Качественный анализ показал катехинную принадлежность таннидов *Salix Caprea*. Количественный анализ (методом перемешивания) показал следующие данные:

неэкстрагируемые и нерастворимые вещества	82,83%
танниды	9,70%
нетанниды	7,47%
доброкачественность	56,49%
сахарные вещества	2,90%

Оптимальная температура экстракции коры козьей ивы 90...100 °С; продолжительность экстракции 4 часа (см. табл. 3); оптимальный период урожая нашли в интервале от 20-го мая по 11 июля (см. табл. 4); содержание таннидов повышается с возрастом, достигая максимума (10,72%) в 12-летнем возрасте. Сбор коры могут начинать уже с возраста 6 лет (см. табл. 5).

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE L'ÉCORCE DE SAULE DE ROUMANIE, COMME MATIÈRE TANNANTE (I)

(Résumé)

L'écorce de saule est employée depuis longtemps, comme matière tannante surtout en U. R. S. S., en Finlande, en Suède, en Norvège, au Danemark et dans certaines régions de l'Allemagne et de l'Autriche. En Roumanie, elle commence à peine à être employée dans les tanneries, mais une étude sur les différentes espèces de saules — en ce qui concerne leur valeur tannante — n'a pas été faite jusqu'à présent.

On connait en Roumanie plus de 22 espèces de saules avec 41 formes et 29 hybrides avec 7 formes.

Dans cette étude on a choisi l'espèce *Salix Caprea* L., très répandue dans presque tout le pays, excepté la Dobroudja ou on la trouve moins. Sur cette espèce de *Salix* que la littérature de specialité indique comme étant la plus riche en tanin, les Auteurs, après avoir fait une analyse complète qualitative et quantitative, ont étudié les conditions optimes d'extraction de l'écorce, à savoir : la température d'extraction et la durée d'extraction de l'écorce.

Ensuite, on a étudié les conditions optimes de la récolte de l'écorce en fonction de son âge et de l'époque de la récolte.

L'analyse qualitative confirme que le tanin de *Salix Caprea* est de nature catéchique. L'analyse quantitative (métode par agitation) a donné les résultats suivants calculés à 0% d'humidité

Non-extractibles et insolubles	82,83%
Tanin	9,70%
Non-tanin	7,47%
Chiffre de pureté	56,49%
Substance sucrées	2,90%
glucose	2,38%
saccharose	0,53%

La température optime d'extraction de l'écorce de *Salix Caprea* est de 90°... 100°C ; la durée optime d'extraction est de 4 heures (tabl. 3) ; la période optime de la récolte de l'écorce est comprise entre 20 Mai et 15 Jouillet (tabl. 4) ; le taux de tanin croit avec l'âge de l'écorce, atteignant un maximum de 10,72% à l'âge de 12 ans, l'écorce pouvant être récoltée en commencant dès l'âge de six ans (tabl. 5).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

677.21

CONTRIBUŢII LA CUNOAŞTEREA MECANISMULUI VOPSIRII LÎNII CU COLORANŢI ACIZI DE PROASTĂ EGALIZARE

DE

MIŞILIM GRINDEA, LYDIA COMAN, I. BUCURENCIU, RITTA ZEIDMAN şi TANIA FORST

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Introducere

Cu toate că în cercetarea fenomenelor tinctoriale, la fibrele proteice, în special la lînă, s-a adunat un material experimental vast şi deci au fost stabilite o serie de generalizări teoretice aproape unanim acceptate, sînt încă multe aspecte ale procesului de vopsire, insuficient studiate sau incomplet cunoscute.

Trebuie subliniată dificultatea cercetărilor privitoare la lînă, care este un material deosebit de neomogen.

Încă din ultimile două decenii ale secolului trecut, au fost enunţate unele elemente ale teoriei chimice a legării coloranţilor acizi de către lînă, prin stabilirea caracterului amfoter al lînii şi mătăsii (Knecht 1888 şi Vignon 1891) [1].

Totuşi au trecut peste trei decenii, în care timp nu au fost făcute mari progrese, pentru fundamentarea teoriei chimice. Se poate aprecia chiar ca o cădere în desuetudine a teoriei, în această epocă [2].

Începînd cu lucrările lui Speakman (1924) şi apoi ale prof. Elöd, teoria chimică a fost dezvoltată din ce în ce mai mult. O contribuţie hotărîtoare în fundamentarea teoriei chimice a vopsirii lînii a fost adusă de acad. A. I. Porai Koşiţ [3].

Astăzi în vopsirea lînii cu coloranţi acizi de bună egalizare se admite formarea combinaţiei tip sare $HOOC—R—NH_3^+ \; ^-O_3S—R$ în care $HOOC—R—NH_3^+$ reprezintă cheratina în mediu acid şi $^-O_3S—R$ reprezintă anionul unui colorant acid.

Formarea legăturii electrovalente între grupele bazice ale cheratinei şi anionul acidului colorant, reprezintă însă un aspect al legării colorantului acid în genere, de cheratină. Acest aspect este fără îndoială, cel central în vopsirea cu coloranţi acizi de bună egalizare. Aceşti coloranţi nu vopsesc lîna decît în soluţii acide (pH=2...2,5) unii dinte ei, în soluţii neutre, lăsînd lîna aproape necolorată. Hidroliza sării colorant — lînă, se face relativ uşor (în termeni tehnologici : proastă rezistenţă la tratamente umede). Aceste fapte decurg din însăşi natura legăturii electrovalente, dintre colorant şi suportul fibros. Labilitatea acestei legături explică — şi acest lucru în primul rînd — marea lor capacitate de egalizare, de uniformizare a vopsirii.

În cazul coloranţilor de proastă egalizare, lucrurile se prezintă, într-o oarecare măsură, diferit.

Afinitatea acestor coloranţi pentru fibre de lînă, este mult mai mare. Nu mai este nevoie de concentraţie mare de ioni de H, pentru a determina trecerea colorantului din soluţie pe fibră. Dacă la coloranţii acizi de bună egalizare, în multe cazuri trecerea colorantului din soluţie pe fibră este determinată de afinitatea acesteia din urmă pentru proton (formarea ionului macromolecular $^+H_3N—R—COOH$ din $^+H_3N—R—COO^-$ în prezenţa ionilor de H) în cazul coloranţilor de proastă egalizare trebuie acceptată şi stabilirea altor legături pe lîngă cele electrovalente.

Afinitatea mare a acestor coloranţi pentru fibră se concretizează în primul rînd prin viteza mare de trecere a colorantului din soluţie pe fibră, chiar în mediu neutru sau slab acid.

Hidroliza combinaţiei colorant-fibră se produce mult mai greu, tocmai datorită legăturilor suplimentare. Legăturile suplimentare explică şi fenomenul vopsirii în mediu neutru.

La coloranţii acizi de bună egalizare, care vopsesc lîna în mediu puternic acid, vopsirea se face prin combinarea anionului colorant cu grupele bazice încărcate negativ iar numărul locurilor disponibile în fibră pentru colorant, corespunde tocmai cu numărul grupelor bazice ionizate.

În cazul coloranţilor care vopsesc şi în baie neutră, trebuie acceptată posibilitatea unei interacţiuni între grupele —CO—NH— şi restul neionic al moleculei de colorant [4].

Lucrările lui Meggi şi cercetări noi [5] atribuie o importanţă mare legăturilor nepolare care s-ar stabili între părţile neionice ale colorantului şi fibră.

Dacă cinetica fenomenului tinctorial a format obiectul a numeroase cercetări şi se dispune astăzi de suficiente date asupra vitezei de adsorbire a coloranţilor din soluţie de către fibră, mult mai puţine sînt datele referitoare la difuzia colorantului în fibră.

Încercări de a lega viteza de migrare a colorantului în fibră, de viteza lui de difuzie în soluţie, respectiv de gradul de agregare, au fost făcute de A. N. Serebriakov [6] dar lucrările lui trebuie considerate ca unilaterale şi insuficient documentate [7].

O serie de cercetări s-au ocupat de influenţa structurii fizice a fibrei (solzii) asupra difuziei colorantului în fibră. Watkins, Royer şi Millson [8] au studiat difuzia în fibră, funcţie de natura colorantului, folosind metoda secţiunilor microscopice. Ei au studiat patru coloranţi cu capacitate de egalizare diferită. Urmărind în timp vopsirea făcută în condiţii tehnologice (ridicarea treptată a temperaturii, adaos de sulfat de sodiu şi acid sulfuric) ei au găsit vopsiri-inel (superficiale) în toate cazurile la începutul vopsirii, iar pentru colorantul roşu calco-acid piuă 2*B* conc. au găsit aceeaşi vopsire superficială şi la finele vopsirii. Autorii acestei lucrări, prezintă capacitatea de difuzie ca depinzînd numai de colorant.

Nu a fost cercetată pînă în prezent, influenţa pe care ar avea-o schimbarea reacţiei băii, respectiv coborîrea pH-ului, asupra mişcării colorantului în fibră. Este cunoscut faptul că o aşa zisă epuizare acidă îmbunătăţeşte vopsirea făcută în baie neutră, în ceea ce priveşte rezistenţa la tratamentele umede. Dar acesta este un fapt stabilit empiric şi nu a foat explicat pînă în prezent.

Pe de altă parte, în problema egalizării vopsirii s-a preconizat [9] renunţarea la pH-uri coborîte şi cu adaosuri de Na_2SO_4, şi stabilirea de pH-uri optime (mai mari decît acelea de care e necesar adaosul de Na_2SO_4 pentru egalizare), identificîndu-se viteza de epuizare a băii cu capacitatea de egalizare.

Trebuie să menţionăm de asemenea că, în genere, în literatură, capacitatea de difuzare a colorantului în fibră e identificată cu capacitatea de migrare, în sensul posibilităţii trecerii colorantului dintr-un loc al materialului textil, într-altul, ceea ce practic trebuie să corespundă unui mecanism dupa schema :

adsorbţie 1—desorbţie 1—adsorbţie 2

adică particulele adsorbite la locul 1, trebuie să fie desorbite de pe acest loc şi apoi adsorbite la locul 2. Deci particula „migrată" trebuie să treacă prin baia de vopsire înainte de a ocupa locul 2.

Ţinînd seama de cele de mai sus în lucrarea de faţă, ne-am propus : să studiem :

a) Cercetarea difuziei în fibră a colorantului de proastă egalizare, în condiţiile vopsirii neutre urmată de tratamente acide.

b) Influenţa gradului de difuzie în fibră asupra hidrolizei vopsirii şi a capacităţii de migrare în condiţii tehnologice.

c) Influenţa mediului de vopsire, respectiv tratare, asupra supracontracţiei fibrei de lînă în fenol.

d) Deoarece atît difuzia în fibră cît şi hidroliza vopsirii, capacitatea de migrare şi supracontracţia fibrei, sînt dependente de afinitatea dintre colorant şi fibră, ne-am aşteptat şi la posibilitatea unor aprecieri calitative asupra naturii legăturilor colorant-fibră.

e) Stabilirea corelaţiei dintre difuzia colorantului în fibră şi migrarea lui în sensul tehnologic.

f) Pentru verificarea clasificării coloranţilor folosiţi, am întocmit curbele Speakman-Clegg.

2. Partea experimentală

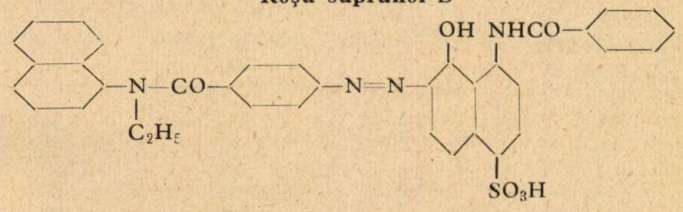
Ne-am propus de la început să lucrăm pe coloranţi tehnici, pentru uşurarea transpunerii lucrării în condiţiile industriale. Totuşi, pentru verificarea influenţei adausurilor de tipizare asupra comportării colorantului în condiţiile studiate de noi, o serie de probe au fost efectuate cu unul din coloranţi (roşu polar *G*) purificat. S-a dovedit influenţa neesenţială a acestor adausuri.

Din coloranţi acizi de proastă egalizare, uzuali, s-au ales, după încercări preliminare, coloranţi unitari, verificarea făcîndu-se prin cromatografie, pe hîrtie.

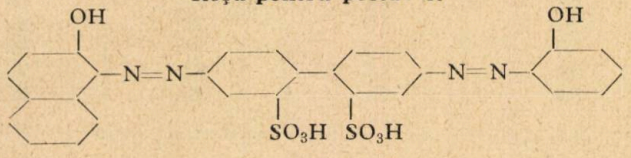
Tot pe bază de încercări preliminare, s-au eliminat şi coloranţii cu epuizare prea mică în mediu neutral, la o durată de vopsire de 30′ (orange II).

Lucrarea s-a efectuat în cele din urmă, pe următorii 3 coloranţi:

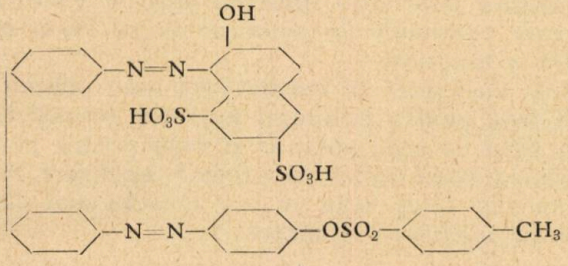
Roşu supranol *B*



Roşu pentru postav *R*



Roşu polar *G*



În ceea ce priveşte suportul fibros s-au ales fibre de lînă ţurcană indigenă ; pentru omogenitatea fibrelor s-a lucrat numai pe mijlocul acestora, îndepărtîndu-se vîrful şi baza.

Materialul brut a fost spălat în modul următor :

a) S-a spălat cu apă distilată la 40° pentru îndepărtarea sărurilor solubile.

b) Pentru degresare s-a folosit un detergent cu reacţie neutră (un alcool gras sulfonat) după care s-a spălat intens cu apă distilată.

Acest material a fost folosit în special pentru urmărirea difuziei prin secţiuni şi pentru determinarea supracontracţiei. În rest s-au folosit fibre de lînă ţigaie.

a) *Determinarea curbelor de epuizare*

Vopsirile au fost făcute la temperatura de fierbere, în băi neutre, *M* 1 : 50, cu 3% colorant, la timpii de : 1', 2', 5', 10', 15', 20', 25', 30', 40' şi 50'.

Cantităţile de colorant trecute din soluţie pe fibră au fost determinate, prin diferenţă, pe cale colorimetrică (fotoelectrocolorimetru FM). Rezultatele obţinute sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

Epuizarea băilor de vopsire în funcţie de timp
(în % din cantitatea iniţială)

Durata de vopsire (în minute)	Roşu supranol *B*	Roşu pt. postav *R*	Roşu polar *G*
1	10	16	24
2	14	23	33
5	22	37	52
10	32	54	76
15	38	65	81
20	45	71	85
25	50	75	88
30	54	78	89
40	63	82	90
50	70	85	90

Pe baza acestor date s-au întocmit curbele Speakman-Clegg din fig. 1, în care cantităţile de colorant de pe fibră, sînt raportate la rădăcina pătrată a timpului.

Din curbele din figură se constată că s-au obţinut alurile indicate de Speakman-Clegg pentru coloranţi puri din aceeaşi categorie.

Totuşi, în timp ce roşu polar *G* şi roşu pentru postav *R* prezintă panta caracteristică coloranţilor de proastă egalizare, roşu supranol *B* prezintă o pantă mai mică, ceea ce l-ar încadra mai curînd în categoria coloranţilor de mediocră egalizare.

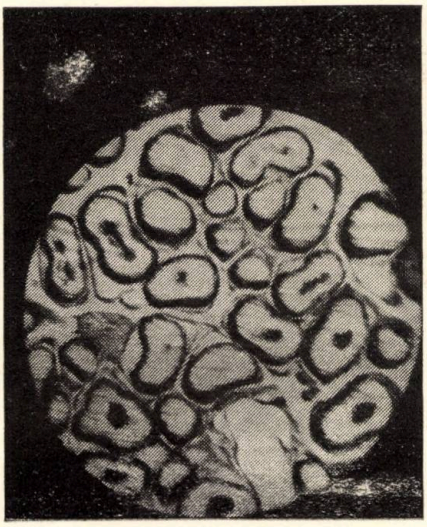


Fig. 2. Roşu Supranol *B*,
Vopsire neutră 30′

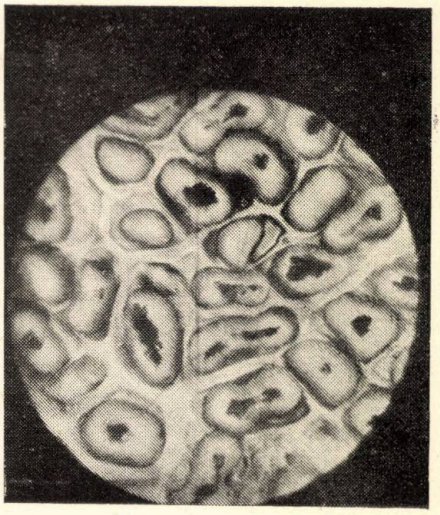


Fig. 3. Roşu Supranol *B*,
Vopsire neutră 50′

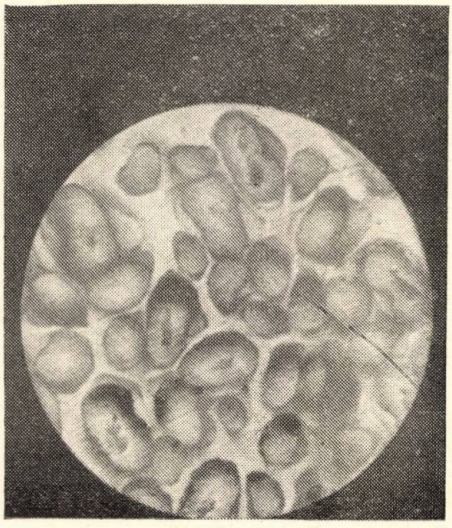


Fig. 4. Roşu Supranol *B*,
Vopsire neutră 30′,
Retratare acidă 20′

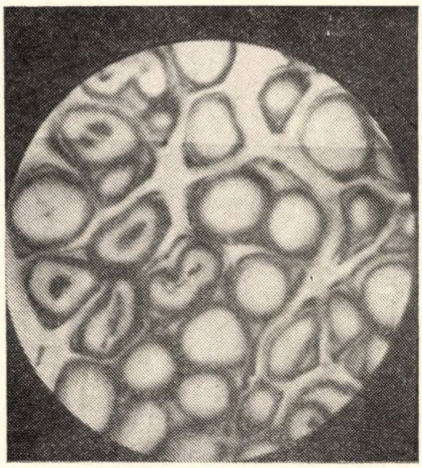


Fig. 5. Roşu pentru Postav *R*,
Vopsire neutră 30′

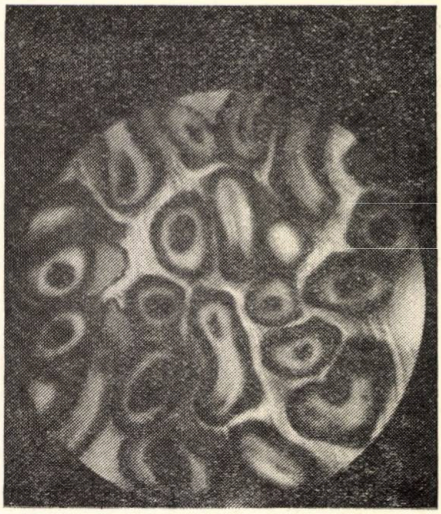


Fig. 6. Roşu pentru Postav *R*,
Vopsire neutră 50′

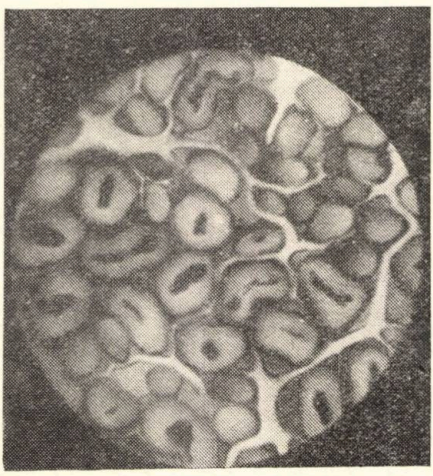


Fig. 7. Roşu pentru postav *R*,
Vopsire neutră 30′,
Retratare acidă 20′

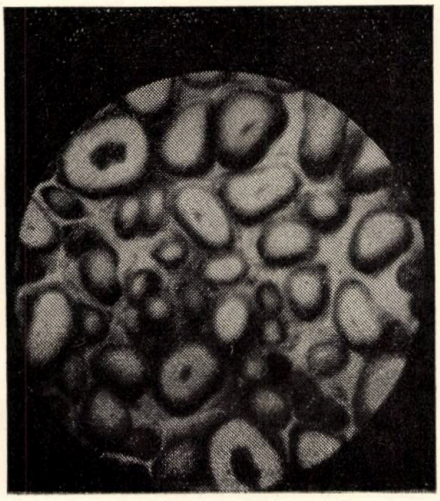


Fig. 8. Roşu Polar *G*,
Vopsire neutră 30′

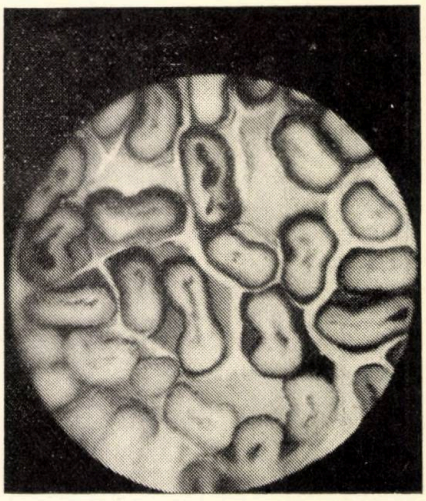
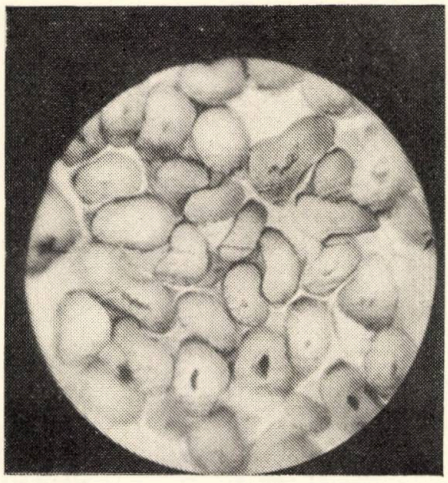


Fig. 9. Roşu Polar *G*,
Vopsire neutră 50′



Fig, 10. Roşu Polar *G*,
Vopsire neutră 30′,
Retratare acidă 20′

b) *Difuzia în fibră*

Vopsirile au fost făcute cu același *M* 1 : 50, 3% colorant la $t = 95°$ și 100°, timp de 30′ respectiv 50′, în baie neutră.

Au fost efectuate vopsiri, în aceleași condiții timp de 30′ după care materialul a fost trecut timp de 20′ într-o baie ce conținea 2% H_2SO_4 raportat la greutatea materialului.

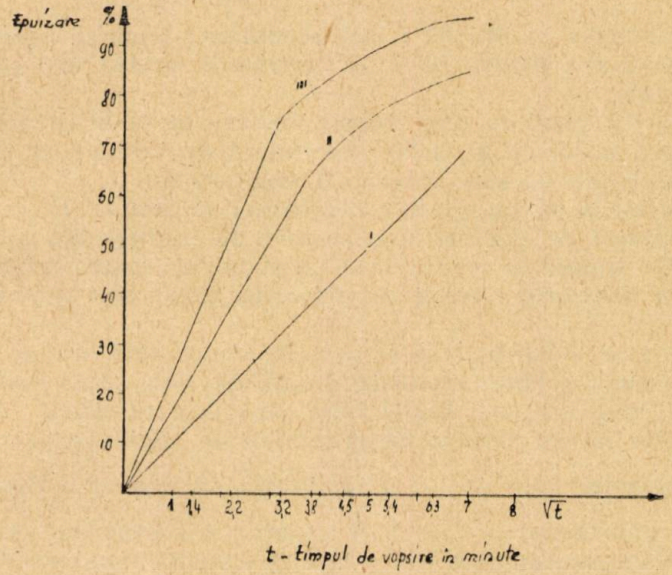


Fig. 1. — Curbe Speakman-Clegg :
I. Roșu supranol *B*
II. Roșu pentru postav *R*
III. Roșu polar *G*

Din fibrele de lînă vopsite, au fost făcute secțiuni transversale. Secțiunile au fost efectuate în plută—folosindu-se ca liant, colodiul — cu ajutorul microtomului manual. Secțiunile obținute au fost microfotografiate și sînt reprezentate în fig. 2—10.

Din secțiunile microscopice, ca și din fotografii, se constată următoarele :

Roșu supranol *B* (fig. 2, 3, 4)

1) La vopsirea neutră 30′ : inel subțire, cu contur vizibil, interiorul foarte slab vopsit.

2) La vopsirea neutră 50′ : inel mai pronunțat ; secțiune ușor colorată.

3) La vopsirea neutră 30′ + 20′ retratare acidă : inel slab vizibil ; secțiunea colorată.

Roșu pentru postav *R* (fig. 5, 6, 7)

1) La vopsirea neutră 30′ : inel accentuat ; secțiune nevopsită.

2) La vopsirea neutră 50' : inel mai accentuat ; secţiune foarte uşor colorată.

3) La vopsirea neutră 30' + 20' retratare acidă : inel şters ; secţiunea colorată.

Roşu polar *G* (fig. 8, 9, 10)

1) La vopsirea neutră 30' : inel puternic accentuat : secţiune nevopsită.

2) La vopsirea neutră 50' : inel accentuat ; secţiune uşor colorată.

3) La vopsirea neutră 30' + 20' retratare acidă : inel şters ; secţiunea colorată.

Fotografiile prezintă deci vopsiri inelare în toate cazurile vopsirii neutre, atît la 30' cît şi la 50'. La durata de vopsire de 50' se observă o uşoară difuzie spre interior a colorantului.

Se precizează că fotografiile reprezintă vopsiri la 95°, aceasta fiind mai apropiată de aşa zisa temperatură de fierbere din fabrică.

Vopsirile tratate în mediu acid prezintă în toate cazurile o difuzie netă în interiorul fibrelor cu dispariţia totală sau aproape totală a inelului.

Pentru a se verifica dacă difuzia în mediu acid nu se datoreşte umflării mai mari a fibrei (datorită mediului) s-au făcut umflări acide preliminare, după care s-a spălat fibra pînă la neutralitate. Aceste fibre, vopsite în mediu neutru, au prezentat de asemenea, vopsiri-inel.

c) *Determinarea hidrolizei şi a capacităţii de migrare a vopsirilor*

Pentru determinarea hidrolizei vopsirii, s-a procedat astfel:

Fibrele vopsite au fost fierte în apă distilată timp de 30' împreună cu o cantitate egală de fibre nevopsite. Hidroliza vopsirii s-a apreciat prin decolorarea mostrei vopsite, precum şi prin colorarea mostrei însoţitoare, ceea ce ar constitui deci şi o apreciere a migrării în mediu neutru.

S-a socotit că această probă constituie şi o indicaţie a rezistenţei la tratamentele umede. În fierberea în apă distilată, desorbţiei — determinată de mişcarea termică — i se opun toate forţele de legătură.

Capacitatea de migrare în sensul tehnologic, s-a determinat prin probe similare în soluţii de: Na_2SO_4: 10%, H_2SO_4: 1%, H_2SO_4: 1% + Na_2SO_4 10%.

În afara vopsirilor efectuate ca la pct. b) s-au efectuat şi vopsiri cu epuizare acidă, adică după vopsirea neutră timp de 30' s-a adăugat H_2SO_4 1%, respectiv CH_3COOH 3% (raportate la greutatea fibrei). Şi asupra acestor vopsiri au fost efectuate probele de mai sus.

Etaloanele de comparaţie au fost alcătuite pe acelaşi principiu al scărilor A şi B din STAS 1806/50.

Aprecierile au fost notate şi cu valori intermediare, exprimate în fracţii zecimale. Se precizează, că în unele cazuri, nefiind suficientă scara propriului colorant s-a recurs la comparaţii inter-coloranţi, lucru facilitat de faptul că coloranţii au nuanţe asemănătoare. Rezultatele sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Capacitatea de migrare a coloranților studiați

(aprecierea pe scara conform STAS 1806/50)

Modul de vopsire	Mediile de migrare											
	Apă distilată			H_2SO_4			Na_2SO_4			$H_2SO_4 + Na_2SO_4$		
	Roşu polar *G*	Roşu pt. postav *R*	Roşu supranol *B*	Roşu polar *G*	Roşu pt. postav *R*	Roşu supranol *B*	Roşu polar *G*	Roşu pt. postav *R*	Roşu supranol *B*	Roşu polar *G*	Roşu pt. postav *R*	Roşu supranol *B*
30′ neutru	1,4	1,5	1	3,7	3	3,5	1,4	1,4	1	3,5	2,8	2,8
30′ neutru + 20′ retratare cu H_2SO_4	1,7	2	1,3	3,9	3	4	1,4	1,4	1	3,5	3	2,8
30′ neutru + 20′ epuizare cu CH_3COOH	1,4	2	1,4	4,3	2,9	4	1,6	1,8	1,4	3,3	2,6	3,5
30′ neutru + 20′ epuizare cu H_2SO_4	1,9	2,7	1,5	4,3	3	4	1,5	2	1,5	3,2	2,5	3

d) Modificarea supracontracţiei

Supracontracţia fibrelor a fost determinată în fenol 50% (proaspăt distilat) pH = 5,5. Eprubetele conţinînd fenolul şi fibrele de o lungime în prealabil determinată, au fost menţinute pe baie de apă, la fierbere timp de 20'. După o spălare cu apă, 24 ore, urmată de uscare în aer, s-a determinat, sub tensiune constantă (ca şi în prima măsurătoare), dimensiunea finală a fibrelor.

Probele au fost efectuate pe fibre vopsite cu cei trei coloranţi ca şi la secţiuni, în baie neutră 30' şi 50' şi în baie neutră 30', urmată de tratament acid 20'.

De asemenea au fost efectuate o serie de determinări pe fibre de lînă, vopsite după ultimul regim (30' neutru + 20' acid) şi apoi spălate în apă 2 ore şi vaporizate 20'. Aceasta s-a făcut cu scopul dezacidulării cît mai avansate a fibrelor şi pentru crearea posibilităţii de revenire, a eventualelor legături labilizate în mediu acid.

S-au efectuat de asemenea determinări asupra unor fibre, tratate în mod analog însă în băi oarbe (fără colorant). Rezultatele-medii a 30 determinări, sînt redate în tabelul 3.

Tabelul 3

Modificarea supracontracţiei

(în % faţă de lungimea iniţială)

Clorant	Condiţiile vopsirii			Fibra retratată
	neutru 30'	neutru 50'	neutru 30' + 20' acid	2 ore apă + 20' vaporizare
Roşu supranol *B*	26,4	23,78	26	24,3
Roşu pentru postav *R*	24,5	20,7	24	20,1
Roşu polar *G*	26,5	24,6	25,46	22,7
Fibra nevopsită (proba oarbă)	30	27,7	30	—

3. Interpretarea rezultatelor

a) Dintre cei trei coloranţi studiaţi, indicaţi în prospectele caselor furnizoare drept coloranţi de proastă egalizare, numai roşu polar *G* şi roşu pentru postav *R* verifică curbele Speakman-Clegg adică dreapta care reprezintă epuizarea în primii timpi ai vopsirii, are pantă mare faţă de abscisă.

Pe de altă parte panta mai mică a colorantului supranol corespunde cu faptul că vopsirile respective reprezintă difuzii relativ mai bune ; chiar în mediu neutru şi timp scurt se observă o uşoară difuzie ; aceasta în concordanţă cu ipoteza autorilor citaţi, privitoare la corelaţia dintre mărimea pantei şi coeficientul de difuzie.

b) Secţiunile transversale examinate la microscop ca şi microfotografiile arată clar în toate cazurile, difuzie relativ rapidă în fibră, în mediu acid. Acest fapt ne îndreptăţeşte să apreciem că în mediu acid

afinitatea colorantului pentru fibră este mai mică, colorantul nu este împiedecat în mișcarea lui decît de o parte numai din legăturile capabile să se stabilească între el și fibre.

Desigur că aceste legături sînt cele de tipul electrovalent, în conformitate cu teoria chimică. Legăturile „suplimentare" care pot fi legături de hidrogen, legături van der Waals, eventual legături coordinative par să fie labilizate în mediu acid.

Dacă lucrările anterioare au arătat vopsirea inel ca o însușire intrinsecă a colorantului sau specifică primelor etape ale vopsirii, mai cu seamă la temperaturi joase, lucrarea de față arată că ea este specifică vopsirii neutre și puțin dependentă de timp sau temperatură

E de subliniat că în toate cazurile s-a luat o durată destul de lungă (50') tratamentul făcîndu-se la 95° și fierbere la care se mai adaugă și un modul relativ mare (1 : 50) față de cel uzual în practică.

Nu am considerat necesară o durată mai mare pentru a evita eventuale degradări ale fibrei.

c) Din examinarea datelor referitoare la hidroliză și capacitate de migrare, rezultă că un tratament ulterior acid sau o epuizare acidă măresc stabilitatea colorantului pe fibră.

Aceste concluzii apar la prima vedere în contradicție cu cele de la punctul b).

În ceea ce privește hidroliza în apa distilată, ea ar trebui să fie mare, deci vopsirea mai puțin stabilă, în urma tratamentului acid care labilizează — după cum s-a arătat — legăturile colorant-fibră. Trebuie considerat însă faptul că după vopsire fibrele au fost bine spălate în apă pentru a se îndepărta pe cît posibil resturile de acid. Pe de altă parte în fierberea în mediu neutru e de presupus că cel puțin în parte se restabilesc legăturile suplimentare.

Indicii mai mari de stabilitate ai vopsirilor cu tratamente acide față de cele vopsite numai neutru, se explică prin faptul că la primele, colorantul a difuzat în fibră în timp ce la ultimile este fixat superficial (inel).

În ceea ce privește migrările în prezența sulfatului de sodiu, faptul că ele indică o stabilitate ceva mai mică decît în cazul apei, trebuie explicat prin interacțiunea sulfat-vopsire după schema

$$HOOC—R—NH_3^+ \; ^-O_3SR + 1/2\ Na_2SO_4 \rightleftarrows HOOC—R—NH_3^+ \; ^-{}_4OS/_2 + RSO_3Na$$

Fenomenul poate fi explicat și prin considerarea echilibrului de membrană după Donan, creșterea concentrației de electrolit în soluția exterioară determinînd micșorarea coeficientului de repartiție a acidului colorant între exterior și interior.

Trebuie subliniat că comparativ, vopsirile cu tratamente acide dau și în acest caz stabilitate mai mare.

Migrările în mediu acid, cu și fără sulfat de sodiu, după cum era și de așteptat, sînt mult mai reduse. Încărcarea pozitivă a fibrei în mediu acid împiedică desorbția anionului colorant, dași în interiorul fibrei el se mișcă mult mai ușor, după cum s-a dovedit în lucrarea de

faţă. Prezenţa sulfatului măreşte desorbţia, respectiv migrarea colorantului. Explicaţiile sînt cunoscute: diferenţa de potenţial fibră-soluţie este micşorată, deci forţele de atracţie colorant-fibră sînt şi ele diminuate, sau pe baza echilibrului de membrană după Donan, micşorarea coeficientului de repartiţie a anionului colorant între soluţie şi fibră, prin creşterea concentraţiei de electrolit. Dar în amîndouă cazurile, cu şi fără sulfat în mediu acid, desorbţia este micşorată.

Fără îndoială că aceste fapte sînt cunoscute şi orice vopsitor, aflat într-un impas în ceea ce priveşte egalizarea unei vopsiri ştie că problema e cu atît mai dificilă de rezolvat, cu cît baia de vopsire este mai acidă.

Este însă de semnalat neconcordanţa — care rezultă din lucrarea de faţă — dintre capacitatea de difuzie în fibră şi capacitatea de migrare care este luată precum se ştie ca o măsură a capacităţii de egalizare.

Dacă migrarea colorantului se face după schema indicată de noi mai sus, adică prin intermediul băii de vopsire, desigur că nimic nu justifică — cel puţin în cazul vopsirii acide a lînii — concepţia că difuzibilitatea mai bună a colorantului în fibră înseamnă şi o capacitate de egalizare mai bună.

Fibra umflată în baia de vopsire reprezintă un volum echipotenţial. Mişcarea anionului în soluţia cu care e îmbibată fibra nu este influenţată decît de afinitatea lui faţă de aceasta din urmă. Labilizînd o parte din legături în mediu acid, anionul se mişcă mult mai uşor în fibră. Diferenţa de potenţial electrocinetic care se stabileşte între fibră şi soluţie trebuie considerată între suprafaţa exterioară a fibrei şi soluţie.

Această diferenţă de potenţial intervine prin mărimea ei în accelerarea adsorbţiei colorantului, respectiv în încetinirea desorbţiei. Din această cauză, cu toate că difuzibilitatea colorantului în fibră, în mediu acid, este mai bună, ea nu poate contribui la o mai bună capacitate de migrare.

d) Din examinarea datelor referitoare la supracontracţie rezultă următoarele:

Legăturile stabilite între lanţurile polipeptidice — neinfluenţate de fenol — explică modificarea supracontracţiei. Vopsirea neutră dă scăderi de supracontracţie în funcţie de timp, aceasta din cauză că şi în mediu neutru are loc o oarecare difuzie cu timpul, şi deci legăturile suplimentare se stabilesc pe o grosime mai mare a fibrei.

În mediu acid deşi repartiţia colorantului în fibră este mult mai bună, supracontracţia scade mult mai puţin. Acest fapt este în bună concordanţă cu premiza că în mediu acid o parte din legăturile colorant-fibră sînt labilizate.

Deosebit de interesant este faptul că după spălare intensă cu apă (2 ore) şi o scurtă vaporizare de 20', supracontracţia fibrelor vopsite cu tratamente acide recapătă valorile vopsirii neutre şi după cum era de aşteptat, valori chiar mai mici în două din cele trei cazuri studiate.

Rezultă că labilizarea legăturilor colorant-fibră, specifică mediului acid încetează după îndepărtarea acidului. Totuşi simpla spălare cu apă, nu ne-a dat modificări sensibile de supracontracţie. Acestea au apărut abia după vaporizare. Acest lucru trebuie explicat prin mărirea energiei cinetice a moleculelor de colorant în fibră la temperatura vaporizării, ceea ce favorizează eventualele deplasări necesare stabilirii noilor legături.

Faptul că pentru cei doi coloranţi tipici de proastă egalizare, valorile supracontracţiei sînt mai mici după vaporizare decît în cazul vopsirii neutre la 50' arată încăodată influenţa mai bunei repartizări a colorantului în fibră.

e) Revenind la unele aspecte tehnologice amintite mai sus, trebuie să recunoaştem justeţea procedeului epuizării acide şi sub aspectul îmbunătăţirii calităţii vopsirii nu numai sub cel economic.

De asemenea nu socotim justă propunerea rezultată din lucrarea citată [9] de a se renunţa la vopsirea în băi cu pH-uri mai mici — egalizarea fiind ajutată de sulfatul de sodiu — în favoarea pH-urilor mai mari fără sulfat.

Atunci cînd comportarea colorantului în băi acide nu prejudiciază prea mult egalizării, este recomandabilă vopsirea la pH-uri cît mai coborîte în funcţie bineînţeles de colorant. Cînd colorantul epuizează destul de bine şi în baie neutră — cazul coloranţilor roşu polar şi roşu pentru postav şi din necesităţile egalizării, pH-ul este ţinut mai ridicat, este recomandabilă o epuizare sau retratare acidă.

f) Este interesant de reţinut amănuntul că în condiţiile lucrării de faţă, epuizarea cu acid sulfuric a dat în majoritatea cazurilor stabilităţi mai bune decît vopsirea retratată cu aceeaşi cantitate de acid. Trebuie precizat că vopsirile au fost astfel făcute, încît în ambele cazuri să fie pe fibră aceeaşi cantitate de colorant. Deosebirea între cele două cazuri pare să fie următoarea ;

Cantitatea de colorant în cazul vopsirii neutre este depusă toată inelar la terminarea celor 30'. Sub influenţa acidului de retratare difuzia se face din acest strat inelar în fibră.

În cazul epuizării acide baia de vopsire a avut iniţial o cantitate de colorant egală cu aceea luată în 30' în baia neutră în cazul 1 (care a avut bineînţeles o concentraţie iniţială mai mare nefiind epuizată complet).

Din această cantitate, în vopsirea neutră timp de 30', numai o parte s-a depus inelar pe fibră, restul a trecut pe fibră în mediu acid pînă la epuizare completă. E de presupus că în acest al doilea caz difuzia s-a făcut mai uşor dintr-un şi printr-un inel mai subţire. Noi nu am verificat deocamdată acest lucru mai în de-aproape,

4. Concluzii

a) Vopsirea inelară indicată de cercetările anterioare ca însuşire intrinsecă a colorantului sau ca specifică primelor etape ale vopsirii şi

mai cu seamă temperaturii joase, s-a dovedit în lucrarea de faţă — pentru coloranţii acizi de proastă egalizare — specifică vopsirii neutre şi puţin dependentă de timp şi temperatură.

b) Deşi prospectele fabricilor de coloranţi indică toţi trei coloranţii studiaţi de noi drept coloranţi de proastă egalizare, curbele Speakman-Clegg întocmite în lucrarea de faţă arată că roşu supranol *B* s-ar încadra mai degrabă în categoria celor de egalizare mediocră. Dealtfel şi stabilitatea vopsirii este mai mică.

c) Mediul acid favorizează difuzia în interiorul fibrei a colorantului aglomerat în inel probabil în urma labilizării legăturilor van der Waals şi de hidrogen între colorant şi fibră.

d) Vopsirile neutre urmate de tratamente acide (retratare sau epuizare) sînt mai stabile pe fibră; aceasta în urma mai bunei repartiţii a colorantului în fibră.

e) Modificarea supracontracţiei fibrei vopsite verifică presupunerea labilizării legăturilor van der Waals şi de hidrogen în urma tratamentului acid. Îndepărtarea acidului urmată de vaporizare determină restabilirea acestor legături.

f) Pentru practica industrială, în cazul vopsirii neutre, este indicată folosirea retratării acide sau a epuizării acide.

g) Este de aşteptat ca pe plan industrial, printr-o atentă alegere a coloranţilor de proastă egalizare şi folosirea indicaţiilor din prezenta lucrare, să se obţină rezistenţe satisfăcătoare ale vopsirilor pentru o serie de cazuri în care astăzi se folosesc coloranţi cromatabili, realizîndu-se o economie însemnată de bicromat de sodiu.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Tehnologie Chimică Textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Садов Ф. И. и др., **Химическая технология волокнистых материалов**, Москва, Гизлегпром, 1952, стр. 356.
2. Bird C. L, *The theory and practice of woll dyeing*, Bradford, The Society of Dyers and Colourist, 1951, p. 27.
3. Порай Кошиц А. Е., **Избранные труды**, Изд. АН СССР, Москва, 1949, стр. 331—343.
4. Vickerstaff T., *The Physical Chemistry of Dyeing*, London, Oliver and Boyd, 1952.
5. Derbyshire A. N. and Peters R. H, Journal of the Society of Dyers and Colourist, 1951, p. 71.
6. Серебряков А. М., К **теории крашения шерсти кислотными красителями**, Н. исслед. труды, Гизлегпром, 1948, стр. 93.
7. Садов Ф. И., Корчягин М. В., Сиканова И. А., Текст. пром., 1951, стр. 10.
8. Watkins, Royer and Millson, American Dyerstuff Repporter, 1944, p. 33.
9. Lister G. H., Journal of the Society of Dyers and Colourist, 1949, p. 65.

К ИССЛЕДОВАНИЮ МЕХАНИЗМА КРАШЕНИЯ ШЕРСТИ С ПЛОХО ВЫРАВНИВАЮЩИМИСЯ КИСЛОТНЫМИ КРАСИТЕЛЯМИ

(Резюме)

Электровалентные связи краситель-волокно, установленные акад. Порай-Кошицем для кислотного крашения шерсти, сопровождаются, в случае плохо выравнивающихся красителей, дополнительными ван дер-ваальсовыми связями.

В настоящей работе установили, что эти дополнительные связи в нейтральном крашении мешают диффузии красителя в волокно с образованием „кольцевых" крашений—даже в случае значительной продолжительности крашения (50 мин.).

Доказывается лобильность этих связей в кислой среде, диффузия будучи, очевидно ускоренной. Последующая нейтральная обработка восстанавливает эти дополнительные связи, что доказывают изменением сверхконтракции волокна в феноле.

В работе уточняются конфузные термины, как-то диффузия в волокно и миграция кислотных красителей.

Данные работы могут быть использованы в промышленности для улучшения сопротивления к мокрой обработке с плохо выравнивающимися кислотными красителями, давая возможность применения хромировочных красителей.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Кривые Спикмэн-Клегг :
I. супранол *B* красный,
II. суконный красный *R*,
III. красный полярный *G*,

Рис. 2. Супранол *B* красный. Нейтральное крашение 30 мин.

Рис. 3. Супранол *B* красный. Нейтральное крашение 50 мин.

Рис. 4. Супранол *B* красный. Нейтральное крашение 30 мин. Повторная кислотная обработка 20 мин.,

Рис. 5. Суконный красный *R*. Нейтральное крашение 30 мин.

Рис. 6. Суконный красный *R*. Нейтральное крашение 5) мин.

Рис. 7. Суконный красный *R*. Нейтральное крашение 30 мин. Повторная кислотная обработка 20 мин.,

Рис. 8. Красный полярный *G*. Нейтральное крашение 30 мин.

Рис. 9. Красный полярный *G*. Нейтральное крашение 50 мин.

Фиг. 10. Красный полярный *G*. Нейтральное крашение 30 мин. Повторная кислотная обработка 20 мин.

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DER WOLLFÄRBUNG MIT SCHLECHT-EGALISIERENDE SÄUREFARBSTOFFE

(Zusammenfassung)

Die vom Akademiemitglied P o r a i – K o s c h i t z festgestellte elektrovalente Farbstoff-Faser-Bindungen für die säure Färbung der Wolle werden im Falle der schlecht-egalisierenden Farbstoffe von van der Waals-Bindungen begleitet.

Die Arbeit stellt fest dass diese Bindungen, bei neutraler Färbung, die Farbstoff-diffusion in der Faser hindern, indem man Ringfärbungen erhält, sogar bei verhältnis-mässig grosser Färbezeit (50').

Es wird die Labilisierung dieser Bindungen in saueren Lösungen durch unstrittbare Beschleunigung der Diffusion bewiesen. Neutrale Nachbehandlungen stellen die Bindungen wieder her, was durch Veränderung der Fasserüberkontraktion in Phenol bewiesen wird.

Die Arbeit klärt die Missverständnisse der Literatur über die Begriffe Diffusion in der Faser und Wanderung der Säurefarbstoffe auf.

Die Schlussfolgerungen der Arbeit können in der Industrie für die Verbesserung der Nassechtheiten benützt werden.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. Speakman-Clegg Kurven:
I. Supranolrot *B*,
II. Tuchechtrot *R*,
III. Polarrot *G*.

Abb. 2. Supranolrot *B*,
Neutrale Färbung 30′.

Abb. 3. Supranolrot *B*,
Neutrale Färbung 50′.

Abb. 4. Supranolrot *B*,
Neutrale Färbung 30′
Säure Nachbehandlung 20′.

Abb. 5. Tuchechtrot *R*,
Neutrale Färbung 30′.

Abb. 6. Tuchechtrot *R*,
Neutrale Färbung 50′.

Abb. 7. Tuchechtrot *R*,
Neutrale Färbung 30′.

Abb. 8. Polarrot *G*.

Abb, 9. Polarrot *G*,
Neutrale Färbung 50′.

Ahb. 10. Polarrot *G*,
Neutrale Färbung 30′,
Säure Nachbehandlung 20′.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

621.313.32

INFLUENŢA PARAMETRILOR MAGNETICI ŞI A COEFICIENŢILOR REDUŞI DE DISIPARE A ENERGIEI ELECTRICE, ASUPRA ROTAŢIEI FLUXURILOR MAGNETICE, ÎN CAZUL SCURTCIRCUITULUI TRIFAZAT LA BORNELE GENERATORULUI SINCRON

DE

TRAIAN GIOSAN şi D. VASILIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

Disiparea inerentă a energiei în circuitele electrice ale maşinilor sincrone reale, imprimă un caracter specific desfăşurării proceselor tranzitorii în perioada de scurtcircuit. Disiparea energiei electrice este cu atît mai mare cu cît este mai mare şi rezistenţa activă din circuitele electrice a fazelor şi a circuitelor considerate în axa longitudinală, respectiv transversală a rotorului. Coeficienţii de cuplaj magnetic din axa longitudinală şi transversală contribuie în mod direct la accentuarea efectului de disipare a energiei electrice în perioada de scurtcircuit.

Rotaţia fluxurilor depinde de coeficienţii de disipare şi de coeficienţii de cuplaj magnetic din circuitele maşinii sincrone.

În cele ce urmează se vor arăta cauzele care determină rotirea fluxurilor, precum şi măsura în care rotirea este influenţată de către coeficienţii susamintiţi.

Am considerat cazul scurtcircuitului trifazat, produs la bornele generatorului sincron.

Sistemul de ecuaţii care caracterizează regimul de funcţionare anterior scurtcircuitului este: [1])

---

1) Pentru semnificaţia notaţiilor utilizate în lucrare, precum şi detalii privind modul de rezolvare a ecuaţiilor, a se vedea [1].

$$(1)\quad \begin{cases} (\varrho_d + p)u_d + pu_r + pu_{rd} + u_q + u_{rq} = -e_d, \\ \mu_d pu_d + (\varrho_r + p)u_r + g_1 pu_{rd} = \varrho_r e_r, \\ \mu'_d pu_d + g_2 pu_r + (\varrho_{rd} + p)u_{rd} = 0, \\ -u_d - u_r - u_{rd} + (\varrho_q + p)u_q + pu_{rq} = -e_q, \\ \mu_q pu_q + (\varrho_{rq} + p)u_{rq} = 0. \end{cases}$$

În scurtcircuit, sistemul de ecuaţii devine:

$$(2)\quad \begin{cases} (\varrho_d + p)u_d + pu_r + pu_{rd} + u_q + u_{rq} = 0, \\ \mu_d pu_d + (\varrho_r + p)u_r + g_1 pu_{rd} = \varrho_r e_r, \\ \mu'_d pu_d + g_2 pu_r + (\varrho_{rd} + p)u_{rd} = 0, \\ -u_d - u_r - u_{rd} + (\varrho_q + p)u_q + pu_{rq} = 0, \\ \mu_q pu_q + (\varrho_{rq} + p)u_{rq} = 0. \end{cases}$$

Acest sistem de ecuaţii se poate pune sub forma:

$$(3)\quad \|G\|\|u\| = \|e\|,$$

unde

$$(4)\quad \|G\| = \|A\|p + \|B\| = \begin{Vmatrix} p + \varrho_d & p & p & 1 & 1 \\ \mu_d p & p + \varrho_r & g_1 p & 0 & 0 \\ \mu'_d p & g_2 p & p + \varrho_{rd} & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & p + \varrho_q & p \\ 0 & 0 & 0 & \mu_q p & p + \varrho_{rq} \end{Vmatrix}.$$

Pentru regimul anterior scurtcircuitului ($t < 0, p = 0$)

$$(5)\quad \|B\|\|u_0\| = \|e_0\| \text{ sau } \|u_0\| = \|B\|^{-1}\|e_0\|.$$

În regim stabilizat ($t \gg 0, p = 0$) relaţia $\|G\| = \|A\|p + \|B\|$ devine

$$(6)\quad \|G\| = \|B\|$$

iar

$$(7)\quad \|u_y\| = \|B\|^{-1}\|e\|$$

Făcînd diferenţa $\|\xi\| = \|u\| - \|u_y\|$, rezultă

$$(8)\quad \|u\| = \|\xi\| + \|u_y\|$$

care introdusă în ecuaţia (3) dă:

$$(9)\quad \|G\|\|\xi\| + \|B\|\|u_y\| = \|e\|.$$

Ținînd seama de (7), relația (9) devine:

$$\|G\|\|\xi\| = 0. \tag{10}$$

În cazul regimului anterior scurtcircuitului, avem

$$\|\xi_0\| = \|u_0\| - \|B\|^{-1}\|e\|. \tag{11}$$

În aceste ecuații avem:

$$\|u_0\| = \begin{Vmatrix} u_{d0} \\ e_r \\ 0 \\ u_{q0} \\ 0 \end{Vmatrix}, \|e\| = \begin{Vmatrix} 0 \\ \varrho_r e_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}, \|u_y\| = \|B\|^{-1}\|e\| = \begin{Vmatrix} -e_r \\ e_r \\ 0 \\ \varrho_d e_r \\ 0 \end{Vmatrix}, \|\xi_0\| = \begin{Vmatrix} u_{d0}+e_r \\ 0 \\ 0 \\ u_{q0}-\varrho_d e_r \\ 0 \end{Vmatrix}. \tag{12}$$

Trecînd de la variabilele

$$\|\xi\| = \sum_{k=1}^{n} \frac{\|\tilde{m}(p_k)\|\|\xi_0\|}{\frac{d}{dp}|m(p)|_{p=p_k}} \varepsilon^{p_k\tau} \tag{13}$$

la variabilele $\|u\|$, prin intermediul relațiilor (7) și (11), obținem:

$$u_r = e_r + (u_{d0}+e_r)\left\{\frac{\mu_d}{\sigma_d}\varepsilon^{\alpha\tau} - \left[\left(\frac{\mu_d}{\sigma_d} - R_d\right)\cos\nu\tau + \varrho''_{rd} R_d \sin\nu\tau\right]\varepsilon^{\beta\tau} - R_d\,\varepsilon^{p_4\tau}\right\}$$
$$-(u_{q0}-\varrho_d e_r)\left\{\left[\varrho''_{rd} R_d\cos\nu\tau - \left(\frac{\mu_d}{\sigma_d} - R_d\right)\sin\nu\tau\right]\varepsilon^{\beta\tau} - \varrho''_{rd} R_d\,\varepsilon^{p_4\tau}\right\},$$

$$u_d = -e_r + (u_{d0}+e_r)\left\{-\frac{\mu_d}{\sigma_d}\varepsilon^{\alpha\tau} + \left[\left(\frac{1}{\sigma_d}+s_d\right)\cos\nu\tau - \varrho''_{rd} s_d \sin\nu\tau\right]\varepsilon^{\beta\tau} - s_d\,\varepsilon^{p_4\tau}\right\} +$$
$$+(u_{q0}-\varrho_d e_r)\left\{\left[-\varrho''_{rd} s_d\cos\nu\tau - \left(\frac{1}{\sigma_d}+s_d\right)\sin\nu\tau\right]\varepsilon^{\beta\tau} + \varrho''_{rd} s_d\,\varepsilon^{p_4\tau}\right\},$$

$$u_{rd} = (u_{d0}+e_r)\frac{a_{13}}{1+\varrho''^2_{rd}}\{[\cos\nu\tau - \varrho''_{rd}\sin\nu\tau]\varepsilon^{\beta\tau} - \varepsilon^{p_4\tau}\} -$$
$$-(u_{q0}-\varrho_d e_r)\frac{a_{13}}{1+\varrho''^2_{rd}}\{[\rho''_{rd}\cos\nu\tau + \sin\nu\tau]\varepsilon^{\beta\tau} - \varrho''\,\varepsilon^{p_4\tau}\}, \tag{14}$$

$$u_q = \varrho_d e_r + (u_{d0}+e_r)\{[s_d\varrho''_{rq}\cos\nu\tau + (1+s_q)\sin\nu\tau]\varepsilon^{\beta\tau} - q''_{rq} s_q\,\varepsilon^{p_5\tau}\} +$$
$$+(u_{q0}-\varrho_d e_r)\{[(1+s_q)\cos\nu\tau - \varrho''_{rq} s_q\sin\nu_\tau]\varepsilon^{\beta\tau} - s_q\,\varepsilon^{p_5\tau}\},$$

$$u_{rq} = -(u_{d0}+e_r)s_q[(\varrho''_{rq}\cos\nu\tau + \sin\nu\tau)\varepsilon^{\beta\tau} - \varrho''_{rq}\,e^{p_5\tau}] -$$
$$-(u_{q0}-\varrho_d e_r)s_q[(\cos\nu\tau - \varrho''_{rq}\sin\nu\tau)\varepsilon^{\beta\tau} - \varepsilon^{p_5\tau}].$$

Cu aceste relații putem determina fluxurile care străbat circuitele mașinii

$$\begin{aligned} &\Psi_d = u_d + u_r + u_{rd}, \quad \Psi_q = u_q + u_{rq}, \\ &\Psi_r = \mu_d u_d + u_r + g_1 u_{rd}, \quad \Psi_{rq} = \mu_q u_q + u_{rq}, \\ &\Psi_{rd} = \mu'_d u_d + g_2 u_r + u_{rd}. \end{aligned} \tag{15}$$

Introducînd relațiile (13) în (14), rezultă

$$\begin{aligned} \Psi_d &= [(u_{d0} + e_r)\cos \nu\tau - u_{q0} \sin \nu\tau]\, \varepsilon^{\beta\tau}, \\ \Psi_q &= [(u_{d0} + e_r)\sin \nu\tau + u_{q0} \cos \nu\tau]\, \varepsilon^{\beta\tau}, \\ \Psi_r &= \sigma_d e_r + \mu_d (u_{d0} + e_r)\, \varepsilon^{\alpha\tau}, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\Psi_{rd} = (g_2 - \mu'_d)\, e_r + (g_2 - \mu'_d)\, \frac{\mu_d}{\sigma_d}(u_{d0} + e_r)\, \varepsilon^{\alpha\tau} -$$

$$- \frac{a_{13}\Delta}{\sigma_d} \frac{1}{1 + \varrho''^2_{rd}} \{ \varrho''_{rd} [(u_{d0} + e_r)(\varrho''_{rd} \cos \nu\tau + \sin \nu\tau) +$$

$$+ u_{q0} (\cos \nu\tau - \varrho''_{rd} \sin \nu\tau)]\, \varepsilon^{\beta\tau} + [(u_{d0} + e_r) - \varrho''_{rd} u_{q0}]\, \varepsilon^{p_4\tau} \},$$

$$\Psi_{rq} = - \frac{\mu_q \varrho_{rq}}{1 + \varrho''^2_{rq}} [(u_{d0} + e_r)\cos \nu\tau - \varrho''_{rq} \sin \nu\tau] -$$

$$- \mu_q (\varrho''_{rq} \cos \nu\tau + \sin \nu\tau)]\, \varepsilon^{\beta\tau} + \frac{\mu_q}{1 + \varrho''^2_{rq}} [\varrho''_{rq}(u_{d0} + e_r) + u_{q0}]\, \varepsilon^{p_5\tau}.$$

Fluxul Ψ_s care străbate circuitele statorului poate fi dat prin componentele sale după cele două direcții $\bar{d}$ și $\bar{q}$

$$\bar{\Psi}_s = \Psi_d \bar{d} + \Psi_q \bar{q} \tag{17}$$

sau sub formă complexă

$$\bar{\Psi}_s = \Psi_{s0}\, \varepsilon^{\beta\omega_s\tau}\, \varepsilon^{-j\nu\omega_s\tau}.$$

Această relație exprimă rotația unui vector de lungime $\Psi_{s0}\, \varepsilon^{\beta\omega_s\tau}$ cu viteza $\nu\omega_s$ în sens negativ. Mișcarea absolută a vectorului $\bar{\Psi}_s$ este o rotație uniformă cu viteza $(1-\nu)\ \omega_s$. Mărimea $(1-\nu)$ în cazul considerat este egală cu:

$$1 - \nu = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu'_d \varrho''_d \varrho''_{rd}}{1 + \varrho''^2_{rd}} + \frac{\mu_q \varrho''_q \varrho''_{rq}}{1 + \varrho''^2_{rq}} \right). \tag{19}$$

Pentru mașinile fără circuite amortizoare

$$1-\nu=\frac{1}{2}\left[\mu\varrho'_r\varrho'_d+\left(\frac{\varrho'_d-\varrho_q}{2}\right)^2\right], \tag{20}$$

adică mult mai mică decît în cazul precedent.

Efectul de rotație a fluxului poate fi exprimat prin raportul

$$\left|\frac{1-\nu}{2\pi\beta}\right|=\frac{1}{2\pi}\frac{\dfrac{\mu'_d\varrho''_d\varrho''_{rd}}{1+\varrho''^2_{rd}}+\dfrac{\mu_q\varrho''_q\varrho''_{rq}}{1+\varrho''^2_{rq}}}{\varrho''_d+\varrho''_q-\dfrac{\mu'_d\varrho''_d\varrho''_{rd}}{1+\varrho''^2_{rd}}-\dfrac{\mu_q\varrho''_q\varrho''_{rq}}{1+\varrho''^2_{rq}}}, \tag{21}$$

care arată cu cît s-a rotit vectorul $\overline{\Psi}_s$ în timp ce s-a amortizat pînă la 1/2 din valoarea inițială. Rotația depinde în mod special de coeficienții reduși de disipare a energiei în circuitele de amortizare ϱ''_{rd} și ϱ''_{rq}, precum și de parametrii magnetici ai acestor circuite μ'_d zi μ_q. Fluxul din circuitul de excitație este dat de relația:

$$\Psi_r=\sigma_d e_r+\mu_e(u_{d0}+e_r)\varepsilon^{\alpha\tau}. \tag{22}$$

Dacă $\varrho_r=0$, fluxul care străbate circuitul de excitație rămîne constant tot timpul cît durează scurtcircuitul. Dacă $\varrho_r\neq 0$ fluxul va fi amortizat.

Fluxul care străbate circuitul longitudinal de amortizare, are în afară de o componentă constantă, încă trei componente care se amortizează cu diferite constante de timp.

Fluxul care se amortizează cu constanta de timp a statorului este dat de expresia

$$\Psi'_{rd}=-\frac{a_{13}\Delta}{\sigma_d}\frac{\varrho''_{rd}}{1+\varrho''^2_{rd}}\Psi_{s0}\left[\cos(\delta-\nu\tau)+\varrho''_{rd}\sin(\delta-\nu\tau)\right]\varepsilon^{\beta\tau}, \tag{23}$$

unde

$$\Psi_{s0}=\sqrt{\Psi^2_{d0}+\Psi^2_{q0}}=\sqrt{(u_{q0}+e_r)^2+u^2_{q0}},\ \operatorname{tg}\delta=\frac{\Psi_{d0}}{\Psi_{q0}}. \tag{24}$$

Punînd $\varrho''_{rd}=\operatorname{tg}\varphi_d$, $\delta_d=\delta-\dfrac{\pi}{2}$

obținem pentru (22) expresia:

$$\Psi'_{rd}=-\frac{1}{2}\frac{a_{13}\Delta}{\varrho_d}\frac{\varrho''_{rd}\Psi_{s0}}{\sqrt{1+\varrho''^2_{rd}}}\left[\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{2}+\delta_d-\varphi_d-\nu\tau\right)}+\varepsilon^{-j\left(\frac{\pi}{2}+\delta_d-\varphi_d-\nu\tau\right)}\right]\varepsilon^{\beta\tau}. \tag{25}$$

Acest flux, care pulsează dealungul axei longitudinale, poate fi descompus în două componente ψ_{rd_1} şi ψ_{rd_2} care se rotesc faţă de rotor unul în sens pozitiv, altul în sens negativ, cu viteza νw_s, fiind simetrici totdeauna faţă de axa longitudinală (fig. 1).

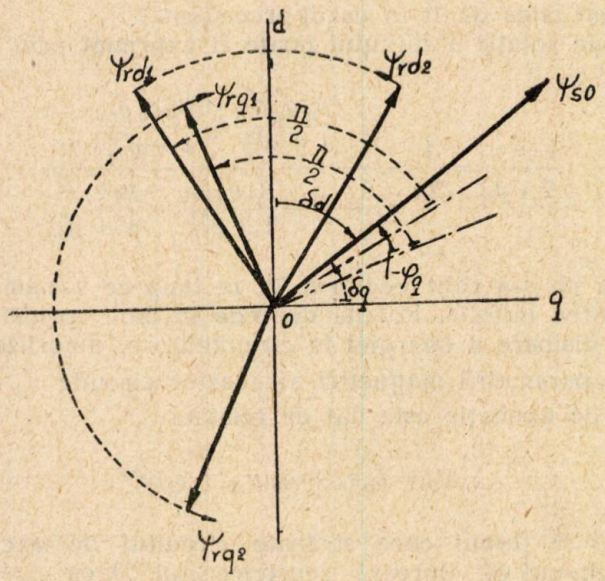


Fig. 1

Vitezele absolute ale acestor vectori sînt $(1-\nu)\omega_s$ şi $(1+\nu)\omega_s$ adică o viteză foarte mică pentru primul vector şi o viteză aproape dublă (şi în sens pozitiv faţă de cea sincronă) pentru cel de al doilea vector. Fluxul de frecvenţă aproape dublă induce în stator f. e. m. de frecvenţă dublă, care dau naştere în circuite la curenţii respectivi.

Fluxul de regim

$$\psi_{rdy}=(g_2-\mu'_d)\,e_r \tag{26}$$

corespunde curenţilor de regim din circuitele fazelor şi a circuitului de excitaţie.

Fluxul determinat de curentul tranzitoriu care ia naştere în circuitul de excitaţie este egal cu:

$$(\mu_{do}+e_r)(g_2-\mu'_d)\frac{\mu_d}{\sigma_d}\varepsilon^{\alpha\tau} \tag{27}$$

şi se amortizează cu constanta de timp

$$T'_d=\frac{1}{\omega_s \varrho'_r}\cdot \tag{28}$$

Fluxul datorit curentului din circuitul înfășurării de amortizare longitudinală este

$$(29) \qquad -\frac{a_{13}\Delta}{\sigma_d}\,\frac{1}{1+\varrho''^2_{rd}}\,[(u_{d0}+e_r)-\varrho''_{rd}u_{q0}]\,\varepsilon^{p_4\tau}$$

și se amortizează după constanta de timp a acestui circuit

$$(30) \qquad T''_d=\frac{1}{\omega_s p_4}\,.$$

Fluxul care străbate circuitul transversal de amortizare, este format din două componente și poate fi adus la o formă similară cu aceea a fluxului din axa longitudinală și anume:

$$(31) \qquad \frac{1}{2}\,\frac{\mu_q\varrho''_{rq}}{\sqrt{1+\varrho''^2_{rq}}}\,\psi_{s0}\left[\varepsilon^{\,j\left(\frac{\pi}{2}+\delta_q+\varphi_q-\nu\tau\right)}+\varepsilon^{\,-j\left(\frac{\pi}{2}+\delta_q-\varphi_q-\nu\tau\right)}\right]\varepsilon^{\beta\tau},$$

unde $\operatorname{tg}\varphi_q=\varrho''_{rq}$ și $\delta_q=\delta$.

Aceste componente (ψ_{rq_1} și ψ_{rq_2}), simetrice față de axa transversală, se rotesc în sensuri opuse, prima cu viteza absolută $(1-\nu)\omega_s$ iar a doua cu viteza $(1+\nu)\omega_s$. Componenta fluxului de frecvență aproape dublă din axa transversală, dă naștere în circuitele fazelor la curenții respectivi (fig. 1).

Suprapunînd efectul acestor patru fluxuri, rezultate din descompunerea fluxurilor pulsatorii din axa longitudinală și transversală, rezultă că fluxurile ψ_{rd_1} și ψ_{rq_1} aproape coincid și sînt aproximativ imobile față de stator, iar celelalte două componente ψ_{rd_2} și ψ_{rq_2} care dau naștere la curenți de frecvență dublă în fazele statorului, vor fi aproape opuse (fig. 1).

În cazul parametrilor identici ai circuitelor de amortizare, fluxurile ψ_{rd_1} și ψ_{rq_1} vor coincide iar fluxurile ψ_{rd_2} și ψ_{rq_2} se vor anula reciproc. Acest fapt explică lipsa componentelor de frecvență dublă a curenților din fazele statorului la generatorul cu rotorul simetric și care posedă circuite de amortizare în ambele axe.

La apariția scurtcircuitului poziția inițială a vectorului $\bar{\psi}_s$ depinde de caracteristicile generatorului și în special de coeficienții reduși de disipare a energiei, precum și de coeficienții de cuplaj magnetic. Pe măsură ce se desfășoară în timp procesul de scurtcircuit, fluxul ψ_s se rotește și se amortizează cu constanta de timp a înfășurării statorului.

Condițiile inițiale în care se petrece scurtcircuitul, au o influență hotărîtoare asupra rotirii fluxului ψ_s. Momentul producerii scurtcircuitului are influență în special asupra componentelor fluxului de frecvență dublă. Componenta fluxului de frecvență aproape dublă este strîns legată de componenta curentului aperiodic din înfășurarea statorului.

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Utilizări Electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Горев А. А., Переходные процессы синхронной машины, ГЭИ, М.-Л., 1950.
2. Ульянов С. А., Короткие замыкания в электрических системах, ГЭИ, М.-Л, 1952.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И КОЭФФИЦИЕНТОВ РАССЕЯНИЯ НА ВРАЩЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ, В СЛУЧАЕ ТРЁХФАЗНОГО КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ НА ЗАЖИМАХ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

(Резюме)

В работе установлены отношения между магнитными параметрами и коэффициентами рассеяния электрической энергии из цепей машины, характеризующих явление вращения магнитных потоков, в случае трёхфазного к. з. на зажимах синхронного генератора.

Указываются причины определяющие вращение потоков, а также степень влияния этих коэффициентов, выявляя значение момента когда имеет место к. з. над созданием двойной частоты магнитного поля.

L'INFLUENCE DES PARAMÈTRES MAGNÉTIQUES ET DES COEFFICIENTS RÉDUITS DE DISSIPATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUES SUR LA ROTATION DES FLUXES MAGNÉTIQVES, DANS LE CAS DU COURT CIRCUIT AUX BORNES D'UNE GÉNÉRATRICE SYNCHRONE

(Résumé)

On donne tout d'abord les relations entre les paramètres magnétiques et les coefficients réduits de dissipation de l'énergie électrique dans les circuits d'une génératrice synchrone fonctionnant en court circuit.

On discute ensuite l'influence de ces paramètres sur la rotation des fluxes.

Enfin, on relève l'influence qu'exerce le moment dans lequel se produit le court circuit, sur les composantes à frequence double, des champs magnétiques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

621.396.677

ASUPRA TRANSMISIEI GHIDATE A UNDELOR ELECTROMAGNETICE

DE

HUGO ROSMAN ŞI ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19-21 mai 1956

1. Scopul acestei Note este de a releva posibilitatea ca un ghid de undă să păstreze proprietatea de filtru trece-sus şi în cazul cînd mediul în care se produce fenomenul de propagare nu este un dielectric perfect ([1]-[3]); anume, vom considera că mediul, omogen şi izotrop, posedă viscozitate electrică, magnetică şi ohmică. Semnalăm faptul că tehnica modernă a undelor foarte scurte face apel la ghiduri de undă umplute cu diverse substanţe [4] şi studiul propagării undelor electromagnetice în astfel de ghiduri este în plină desfăşurare. Cît priveşte studiile privind propagarea undelor electromagnetice prin ghiduri umplute cu substanţe „viscoase" (din punct de vedere electromagnetic), ele se reduc în mod uzual la cercetarea mediilor avînd numai viscozitate magnetică (de ex. [5]) şi mai rar, electrică [1]).

De asemenea, vom indica şi un procedeu de calcul al puterilor medii transportate prin secţiunea transversală a ghidului; procedeul permite în acelaşi timp şi determinarea puterii absorbite de pereţii ghidului.

2. Vom considera un ghid de unde, avînd peretele continuu şi perfect conductor, umplut cu un mediu, avînd constantele de material:

$$\gamma = \gamma_1 - j\gamma_2\,,\quad \mu = \mu_1 - j\mu_2\,,\quad \varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2\,. \tag{1}$$

Cîmpul electromagnetic variind armonic în timp, vectorii cîmpului verifică ecuaţia undelor:

$$\Delta \dot{\mathbf{F}} + k^2 \dot{\mathbf{F}} = O\,,\quad (k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu - j\omega\gamma\mu). \tag{2}$$

1) O bibliografie amplă a lucrărilor privind această problemă este dată în [6].

În cele ce urmează, vom conduce calculul utilizînd vectorul lui Hertz (electric şi magnetic), deoarece în procesul de evaluare a bilanţului energetic vom putea găsi deosebit de uşor energia radiată, existînd posibilitatea de a exprima vectorul lui Umov-Poynting numai în funcţie de vectorul lui Hertz.

Vom considera modul de propagare TM; concluziile la care se ajunge sînt cu totul analoage modului de propagare TE.

Vectorul lui Hertz (electric) $\dot{\mathbf{Z}}_e$, satisfăcînd ecuaţia (1), se poate scrie sub forma [3]:

$$\dot{\mathbf{Z}}_e = \mathbf{k} Z_e \exp j(\omega t - a_e z) \tag{3}$$

propagarea efectuîndu-se în lungul axului Oz (axul ghidului).

Impunînd lui $\dot{\mathbf{Z}}_e$ dat de (3) să verifice ecuaţia (2), se obţin ecuaţiile:

$$\Delta Z_e + \{\omega[\mu_1(\omega\varepsilon_1 - \gamma_2) - \mu_2(\omega\varepsilon_2 + \gamma_1)] - a_e^2\} Z_e = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial Z_e}{\partial z} + \frac{\omega[\mu_1(\omega\varepsilon_2 + \gamma_1) + \mu_2(\omega\varepsilon_1 - \gamma_2)]}{2a_e} Z_e = 0 \tag{5}$$

unde s-a avut în vedere (1).

Din (5) rezultă

$$Z_e = \zeta_e \exp\left\{-\frac{\omega z}{2a_e}\left[\omega(\varepsilon_2\mu_1 + \varepsilon_1\mu_2) + \gamma_1\mu_1 - \gamma_2\mu_2\right]\right\}, \tag{6}$$

funcţia $\zeta_e(x, y)$ satisfăcînd ecuaţia

$$\frac{\partial^2\zeta_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\zeta_e}{\partial y^2} + \left\{\frac{\omega^2}{4a_e^2}\left[\omega(\varepsilon_2\mu_1 + \varepsilon_1\mu_2) + \gamma_1\mu_1 - \gamma_2\mu_2\right]^2 + \right. \tag{7}$$

$$\left. + \omega[\omega(\varepsilon_1\mu_1 - \varepsilon_2\mu_2) - \gamma_1\mu_2 - \gamma_2\mu_1] - a_e^2\right\}\zeta_e = 0$$

cu condiţia la limită

$$\zeta_e|_\Sigma = 0 \tag{8}$$

Σ fiind suprafaţa secţiunii transversale a ghidului.

Ţinînd seama de (6), expresia (3) capătă forma:

$$\dot{\mathbf{Z}}_e = \mathbf{k}\zeta_e \exp\left\{-\frac{\omega z}{2a_e}[\omega(\varepsilon_2\mu_1 + \varepsilon_1\mu_2) + \gamma_1\mu_1 - \gamma_2\mu_2] + j(\omega t - a_e z)\right\}. \tag{9}$$

3. În general, constata a_e fiind reală sau imaginară, propagarea în lungul axei ghidului este însoţită de atenuare, deci ghidul de unde în acest caz nu are proprietăţi de filtru.

O condiţie necesară pentru ca propagarea undelor prin ghid să se facă fără atenuare, este ca:

$$\omega(\varepsilon_2\mu_1+\varepsilon_1\mu_2)+\gamma_1\mu_1-\gamma_2\mu_2=0. \tag{10}$$

În acest caz ecuația (7) capătă forma:

$$\frac{\partial^2\zeta_e}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta_e}{\partial y^2}+[(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)\omega^2-(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)\omega-\alpha_e^2]\zeta_e=0. \tag{11}$$

Analizînd relația (11) se poate face observația că $\zeta_e(x, y)$ reprezintă o funcție proprie a problemei vibrațiilor unei membrane fixate pe contur [2]. Fie $\{\lambda\}$ sistemul de valori proprii ale acestei probleme; avem

$$(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)\omega^2-(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)\omega-\alpha_e^2=\lambda \tag{12}$$

de unde se deduce

$$\alpha_e^2=(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)\omega^2-(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)\omega-\lambda. \tag{13}$$

Pentru ca ghidul de unde să aibă proprietăți de filtru ($\alpha_e^2>0$) este necesar și suficient ca pentru valori ale frecvențelor de lucru care satisfac relația (10) trinomul din (13) să fie pozitiv.

Oricare ar fi constantele de material ale mediului, se observă că pentru pulsația

$$\omega=\frac{\gamma_2\mu_2-\gamma_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_1+\varepsilon_1\mu_2} \tag{14}$$

relația (10) e satisfăcută. Rezultă că la această frecvență propagarea undelor prin ghid se face fără atenuare dacă:

$$\frac{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1-\sqrt{(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)^2+4\lambda(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}}{2(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}\leqslant\frac{\gamma_2\mu_2-\gamma_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_1+\varepsilon_1\mu_2}\leqslant \tag{15$_1$}$$
$$\leqslant\frac{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1+\sqrt{(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)^2+4\lambda(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}}{2(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}$$

pentru $\varepsilon_1\mu_1<\varepsilon_2\mu_2$, $(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)^2+4\lambda(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)>0$ și $\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1<0$.

$$\frac{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1+\sqrt{(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)^2+4\lambda(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}}{2(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}\leqslant\frac{\gamma_2\mu_2-\gamma_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_1+\varepsilon_1\mu_2}\leqslant \tag{15$_2$}$$
$$\leqslant\frac{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1-\sqrt{(\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1)^2+4\lambda(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}}{2(\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2)}$$

pentru $\varepsilon_1\mu_1>\varepsilon_2\mu_2$.

În aceste condiții ghidul de unde se comportă ca un circuit rezonant (v. Anexa)

Pentru pulsaţii diferite de (14), condiţia necesară (10) de transmisie a undelor fără atenuare este satisfăcută, dacă constantele de material verifică relaţiile:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}. \tag{16}$$

În acest caz ecuaţia (13) devine

$$\alpha_e^2 = -(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}\omega^2 - (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)\frac{\mu_2}{\gamma_1}\omega - \lambda. \tag{17}$$

În [7], unul din autori a arătat că în orice mediu cu viscozitate electromagnetică avem $\mu_2 > 0, \varepsilon_2 > 0, \gamma_1 > 0$. În această situaţie este uşor de văzut că $\alpha_e^2 < 0$ şi ghidul de unde nu are proprietăţi de filtru. Excepţie face cazul:

$$\mu_2 = \varepsilon_2 = \gamma_1 = 0 \tag{18}$$

cînd ghidul de unde se comportă ca un filtru trece-sus, pulsaţia limită fiind[1])

$$\omega = \frac{\gamma_2}{2\varepsilon_1} + \sqrt{\frac{\gamma_2^2}{4\varepsilon_1^2} + \frac{\lambda}{\varepsilon_1 \mu_1}}. \tag{19}$$

Aşadar un ghid de unde îşi păstrează proprietăţile de filtru trece-sus doar în cazul cînd mediul are numai viscozitate ohmică şi anume, cînd $\gamma = -j\gamma_2$. Faţă de ghidul de unde umplut cu o substanţă neconductoare şi lipsită de viscozitate electromagnetică, în cazul cînd $\gamma_2 > 0$ se realizează un filtru avînd pentru pulsaţia limită o valoare mai ridicată, ceea ce considerăm că poate constitui un avantaj în transmisia ghidată a undelor de înaltă frecvenţă.

Este interesant de observat că în timp ce un ghid de unde umplut cu o substanţă neconductoare, lipsită de viscozitate electromagnetică are proprietăţi de filtru (trece-sus), în cazul cînd substanţa este neconductoare ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) are viscozitate electromagnetică, ghidul pierde proprietăţile de filtru.

4. Pentru a evalua puterea medie transportată axial prin secţiunea transversală a ghidului vom utiliza vectorul lui Umov-Poynting:

$$\dot{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{E}} \times \overset{*}{\dot{\mathbf{H}}} \tag{20}$$

şi vom exprima vectorii $\dot{\mathbf{E}}$ şi $\dot{\mathbf{H}}$ în funcţie de vectorul lui Hertz $\mathbf{Z}_e$, utilizînd relaţiile cunoscute [8]:

---

1) În acest caz, în mod evident $\varepsilon_1 > 0, \mu_1 > 0$.

$$\dot{\mathbf{E}} = \nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{Z}}_e \quad ; \quad \dot{\mathbf{H}} = (\gamma + j\omega\varepsilon)\, \nabla \times \dot{\mathbf{Z}}_e \,. \tag{21}$$

Ţinînd seama de (1), avem:

$$\dot{\mathbf{H}} = [\gamma_1 + \omega\varepsilon_2 - j(\omega\varepsilon_1 - \gamma_2)]\, \nabla \times \dot{\mathbf{Z}}_e \tag{22}$$

şi relaţia (20) devine:

$$\dot{s} = [\gamma_1 + \omega\varepsilon_2 - j(\omega\varepsilon_1 - \gamma_2)]\, [(\nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{Z}}_e) \times (\nabla \times \dot{\mathbf{Z}}_e)] \,. \tag{23}$$

Ţinînd seama de expresia (9), relaţia (23) permite calculul puterii medii transportate axial prin secţiunea transversală a ghidului, a puterii absorbite de pereţii ghidului, a constantei de atenuare, etc., utilizînd procedeele uzuale de calcul [9], [10].

Anexa

Pentru ca ghidul de unde să se comporte ca un circuit rezonant este necesar ca:
a) expresia (14) să fie pozitivă.
b) limitele inegalităţilor (15_1), (15_2) să fie de asemenea pozitive.
În aceste condiţii inegalităţile (15_1) au loc oridecîteori sînt satisfăcute şi inegalităţile suplimentare.

(A1) $\varepsilon_1 > 0,\ \mu_1 < 0,\ \gamma_2 > 0$ cu $\varepsilon_2\mu_1 + \varepsilon_1\mu_2 > 0$

sau

(A2) $\varepsilon_1 > 0,\ \mu_1 > 0,\ \gamma_2 < 0$ cu $\varepsilon_2\mu_1 + \varepsilon_1\mu_2 < 0.$

De asemenea, inegalităţile (15_2) au loc oridecîteori sînt satisfăcute şi inegalităţile suplimentare:

(A3) $\varepsilon_1 < 0,\ \mu_1 < 0,\ \gamma_2 < 0$ cu $\gamma_2\mu_2 - \gamma_1\mu_1 < 0$

sau

(A4) $\varepsilon_1 > 0,\ \mu_1 > 0,\ \gamma_2 > 0$ cu $\gamma_2\mu_2 - \gamma_1\mu_1 > 0$

Inst tutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Bazele Electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Крылов Н. Н., Теоретические основы радиотехники, Изд. Морской Транспорт, М. Л., 1953, стр. 206.
2. Тихонов А. Н. и Самарский А. А., Уравнения математической физики, ГИТТЛ, М., 1953.
3. Nicolau Edm., St. şi Cerc. de Fizică, Acad. R.P.R., Buc., 1955, **6**, *4*, pp. 759-768.
4. Сул Г. и Уокер Л., Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах, И Л., М. 1955.
5. Kittel Ch., Phys. Rev., 1946, **70**, pp 281-290; ibid., 1948, **73**, pp. 155-161.
6. Southworth G. C., *Principles and Applications of Waveguide Transmission*, N. Y., 1950.
7. Rosman H. şi Cramariuc R., Bulet. Instit. Polit. Iaşi, 1956, **2 (6)**, *3-4*, pp. 49-52.
8. Novacu V., *Introducere în Electrodinamică*, Buc., Edit. Acad. R. P. R., 1955, t. I, p. 258.
9. de Broglie L., *Problèmes de propagation guidée des ondes électromagnétiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1950,
10. Marcuvitz N., *Waveguide Handbook*, Mc Graw-Hill, N. Y., 1951.

О ПЕРЕДАЧЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПО ВОЛНОВОДАМ

(Резюме)

Волновод, наполненый средой электрической, магнитной и омической вязкости, функционирует как высокочастотный фильтр только в случае, когда постоянные материала удовлетворяют условиям (18) ; предельная частота дана выражением (19).

Если постоянные материала удовлетворяют условиям (15_1) и (15_2), волновод ведёт себя как резонанская цепь тока; частота резонанса дана выражением (14).

SUR LA TRANSMSSION GUIDÉE DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

(Résumé)

Un guide d'ondes électromagnétiques, pourvu d'un milieu de propagation ayant de la viscozité électrique, magnétique et ohmique, agit comme un filtre passe-haut seulement si les constantes de matériel satisfont à la condition (18) ; la fréquence de coupure est donné par (19).

Si les constantes de matériel satisfont aux relations (15_1) où (15_2), le guide d'ondes agit comme un circuit „bouchon"; la fréquence de résonance est donnée par (14).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621.316.722

REALIZAREA UNOR REZISTENŢE NELINIARE PENTRU STABILIZATORI DE TENSIUNE

DE

EMIL HANGANU, MARCEL IŢICOVICI şi D. BĂRBULESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

În tehnica actuală, de multe ori este necesar a avea o tensiune cît mai stabilă chiar la variaţii mari de tensiune ale reţelei.

Colectivul a căutat să realizeze o serie de rezistenţe neliniare folosind materiale indigene uşor de procurat şi utilizînd o tehnologie cît mai simplă. Cu rezistenţele obţinute s-a construit un stabilizator de tensiune cu rezultate satisfăcătoare.

Rezistenţele neliniare realizate se prezintă sub formă de discuri avînd diametrul de 50 mm şi grosimea de 15 mm, cele două feţe plane fiind metalizate cu cupru.

Compoziţia elementelor este în general următoarea: 70% carbură de siliciu-Carbochim, 25% ciment P. 400, 5% grafit (a se vedea tabelul 1).

Utilizarea cimentului drept liant, înlătură necesitatea tratamentului termic la temperaturi ridicate a elementelor de rezistenţă, ceea ce prezintă un avantaj în comparaţie cu utilizarea argilei drept liant.

Elementele componente se amestecă întîi în stare uscată pentru omogenizare, apoi se adaugă apă pînă se obţine o pastă. Pasta se introduce într-o matriţă şi se presează cu 1000 kg/cm^2 timp de 3 minute. După presare probele au fost lăsate timp de 7 zile pentru a se face priza cimentului, după care au fost uscate la temperatura de 105°C, timp de 24 ore.

Probele obţinute în acest fel sînt suficient de rezistente din punct de vedere mecanic, stabile din punct de vedere termic, nehigroscopice.

Caracteristica volt-amper a elementelor este de forma $I = AU^n$. În fig. 1 se dă caracteristica volt-amper pentru elementul III-700. Constantele A şi n sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. crt.	Indicativul element.	Dimensiuni geometrice		Rezistenţa pentru $U=0$ (ohmi)	Tensiunea maximă de lucru (volţi)	Curent la tens. maximă (mA)	Compoziţie	Granulaţia carburii	Coeficienţi caracteristici	
		l (mm)	D (mm)						A	n
1	I_A	14	50	700	100	540	C_1—70% G_1— 5% L —25%	0,3—0,5		
2	I_B	14	50	7000	150	185	idem			
3	II_A	14	50	20	20	900	C_1—70% G_2— 5% L —25%	0,3—0,5		
4	II_B	16	50	40	30	950	idem			
5	III_A	13	50	700	100	620	C_1—80% G_1— 5% L —15%	0,3—0,5	0,74	1,45
6	III_B	13	50	1700	120	500	idem			
7	IV	12	50	25000	120	184	C_1—70% G_1— 5% L —25%	0,15—0,3	0,00363	2,24
8	V_A	14,5	50	1MΩ	> 220	la 220 V 9 mA	C_2—70% G_1— 5% L —25%	0,3—0,5		
9	V_B	14,5	50	1,8MΩ	> 220	la 220 V 4,3 mA	idem			
10	VI_A	15	50	700	120	520	C_3—70% G_1— 5% L —25%	0,15—0,3		
11	VI_B	15	50	1300	150	420	idem			

Notaţii

C_1 — carbură romînească — Carbochim (producţie 1954),
C_2 — carbură străină,
C_3 — carbură romînească — lot diferit (producţie 1955),
G_1 — grafit natural,
G_2 — electrografit — Carbochim,
L — ciment P. 400.

Stabilizatorul construit are schema din fig. 2.

Întrebuințînd diverse rezistențe neliniare cu caracteristici diferite și variind valoarea rezistențelor liniare s-au obținut tensiuni stabilizate cu-

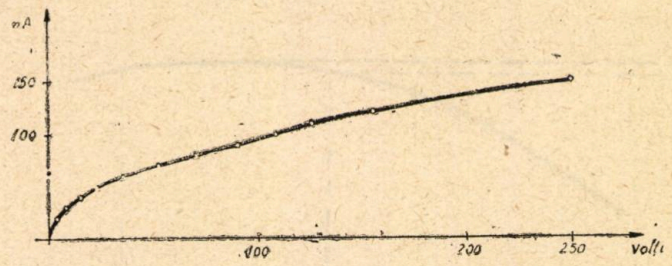


Fig. 1

prinse între 6 V și 110 V, folosind ca tensiune primară tensiunea de la rețea.

Menționăm că elementele se pot monta în serie sau în paralel, după necesitate, pentru a obține tensiunile stabilizate dorite.

Pentru exemplificare se dă în fig. 3 una din curbele de stabilizare de tensiune, obținute.

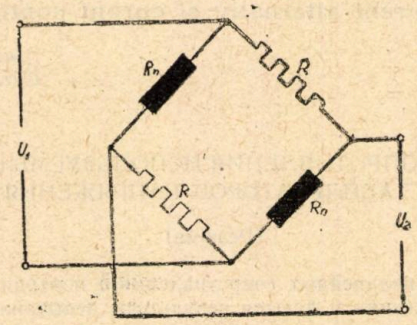


Fig. 2

Se observă că pentru o variație a tensiunii primare U_1 de la 275 V la 400 V, corespunde o variație a tensiunii stabilizate U_2 de la 86 V la 88 V.

Factorul de stabilizare obținut este $K = \frac{\Delta U_1}{U_1} : \frac{\Delta U_2}{U_2} = 15$. Aceasta înseamnă că o variație de 15% a tensiunii primare produce o variație de 1% a tensiunii stabilizate.

În concluzie se poate realiza pe această cale o stabilizare de tensiune cu mijloace simple şi cu rezultate satisfăcătoare. Stabilizatorul cu rezistenţe neliniare, în comparaţie cu cele cu tuburi electronice, este

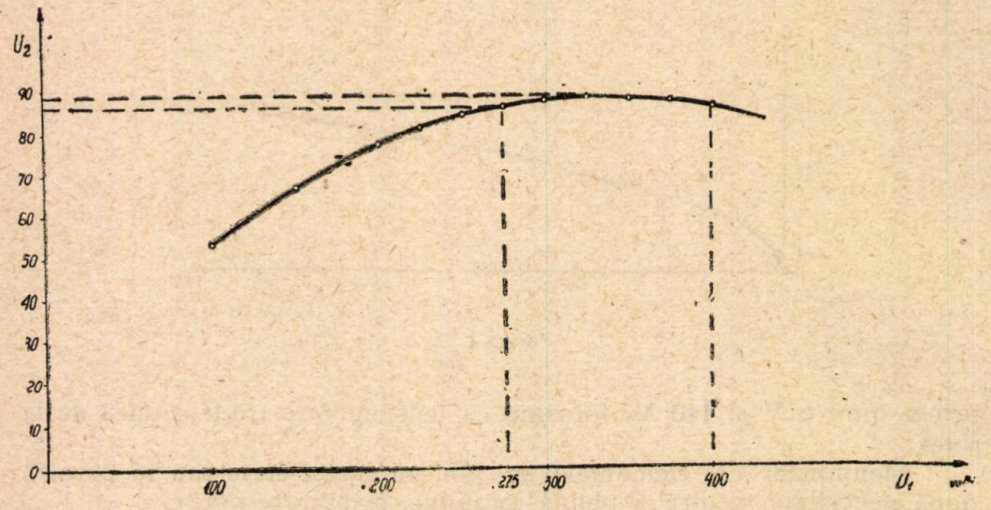


Fig. 3

mai ieftin, se poate construi cu materiale indigene, practic nu are uzură, se poate utiliza în curent alternativ şi curent continuu.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Maşini Electrice

НЕЛИНЕЙНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПОСТРОЙКЕ СТАБИЛИЗАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЯ

(Резюме)

Предлагается ряд нелинейных сопротивлений с подходящими характеристиками для стабилизации напряжения и даются результаты испытаний.

Устанавливается возможность стабилизации напряжения с непосредственными практическими применениями.

RÉSISTENCES NONLINÉAIRES UTILISÉES DANS LA CONSTRUCTION DES STABILISEURS DE TENSION

(Résumé)

On présente une série de résistances nonlinéaires ayant des caractéristiques convenables pour les stabiliseurs de tension. On donne les résultats des épreuves effectuées et il en resulte la possibilité d'utiliser ces résistences dans la construction des stabiliseurs de tension.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

621.314.235

RANDAMENTUL MAXIM AL TRANSFORMATOARELOR FĂRĂ MIEZ DE FIER

DE

HUGO ROSMAN, ALFRED BRAIER ŞI EMIL DAMACHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 12–13 februarie 1955

§ 1. Introducere

1. În mod obişnuit, transformatoarele fără miez de fier, utilizate frecvent în tehnica curenţilor slabi, sînt calculate pentru funcţionarea în regimuri apropiate de cel corespunzător transmisiei puterii active maxime. Acest regim se obţine prin procedeele uzuale de acordare a circuitelor [1]. Randamentul transmisiei puterii active maxime este însă scăzut, neputînd depăşi $50^0/_0$ [2].

În ultimii ani s-a extins utilizarea transformatoarelor fără miez de fier în domeniul tensiunilor înalte, pentru alimentarea circuitelor de utilizare cu capacitate de absorbţie limitată, cum sînt : alimentatorii circuitelor de sarcină ale instalaţiilor generatoare de impulsuri de tensiune, redresorii care furnizează tensiunile înalte necesare acceleratorilor de particule, instalaţiile de energie folosite pentru terapia cu raze X, etc.

Transformatoarele utilizate în acest scop lucrează la frecvenţe de ordinul lui 50...1000 Hz, pe principiul transformatorului rezonant [3]. Dar, aşa cum se va vedea mai departe, rezonanţa pe circuitul secundar al transformatorului constituie una din condiţiile necesare pentru transmisia cu randament maxim a puterii active. Aceasta clarifică principiul transformatorului rezonant şi subliniază necesitatea studiului regimului de randament maxim al unui transformator.

2. Lucrarea de faţă este consacrată acestui studiu. Ea cuprinde două părţi. În prima parte se determină regimul de funcţionare cu randament maxim, calculîndu-se elementele sale caracteristice. Studiul se efectuează prin particularizarea la cazul transformatoarelor fără miez de fier, a rezultatelor generale stabilite anterior [4], [5], [6][1]) pentru cuadripolii reciproci.

1) În toate rezultatele din [6] trebuie luat $|\delta| = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$ (cuadripol reciproc).

În partea a doua a lucrării, pe baza relaţiilor stabilite în prima parte, se rezolvă o problemă inversă şi anume, determinarea parametrilor unui transformator fără miez de fier, care transmite cu randament maxim impus o putere activă dată.

§ 2. Regimul de randament maxim

3. Se consideră transformatorul fără miez de fier (fig. 1), funcţionînd în regim permanent şi avînd ecuaţiile de funcţionare:

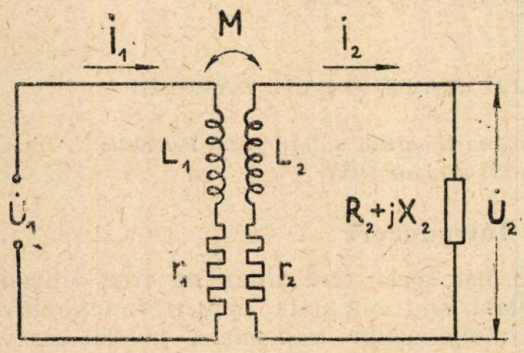


Fig. 1.

$$(1)\quad \begin{aligned} \dot{U}_1 &= (r_1+j\omega L_1)\dot{I}_1+j\omega M\dot{I}_2, \\ -\dot{U}_2 &= (r_2+j\omega L_2)\dot{I}_2+j\omega M\dot{I}_1, \end{aligned}$$

în care

$$\dot{U}_1=(R_1+jX_1)\dot{I}_1$$

şi

$$\dot{U}_2=(R_2+jX_2)\dot{I}_2,$$

r_1, r_2 fiind rezistenţele active, L_1, L_2 -inductanţele înfăşurărilor transformatorului, iar M -coeficientul de inducţie mutuală. Prin R_1, R_2 s-au notat rezistenţele active iar prin X_1, X_2 - reactanţele la bornele de intrare, respectiv de ieşire ale transformatorului, ω fiind pulsaţia. Rezolvînd sistemul (1) în raport cu $\dot{U}_1$ şi $\dot{I}_1$, se pot aduce ecuaţiile (1) la forma:

$$(2)\quad \dot{U}_1=A\dot{U}_2+B\dot{I}_2,\quad \dot{I}_1=C\dot{U}_2+D\dot{I}_2,$$

în care

$$(3)\quad \begin{cases} A=\dfrac{-\omega L_1+jr_1}{\omega M}, & B=\dfrac{-\omega(r_1L_2+r_2L_1)+j(r_1r_2-\omega^2L_1L_2+\omega^2M^2)}{\omega M}, \\ C=\dfrac{j}{\omega M}, & D=\dfrac{-\omega L_2+jr_2}{\omega M}, \end{cases}$$

sînt coeficienţii cuadripolului reciproc echivalent transformatorului fără miez de fier (evident că aici $AD-BC=1$).

Astfel, rezultă că [5] fiind cuadripol reciproc, *transformatorul fără miez de fier este capabil să transmită energia activă cu randament maxim.*

Impedanţele de maxim, corespunzînd transmisiei energiei în sens direct, precum şi valoarea randamentului maxim se obţin din [4] (formulele (9), (10), (15), (16) şi (17)):

$$Z_{1\eta}=R_{1\eta}+jX_{1\eta}=r_1\sqrt{1+\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}+j\omega L_1, \tag{4}$$

$$Z_{2\eta}=R_{2\eta}+jX_{2\eta}=r_2\sqrt{1+\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}-j\omega L_2, \tag{5}$$

$$\eta_m=\frac{\sqrt{1+\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}-1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}+1}. \tag{6}$$

Din (5) rezultă că rezonanța pe circuitul secundar al transformatorului fără miez de fier, constituie o condiție necesară pentru transferul energiei active cu randament maxim. Acest fapt cunoscut din experiența exploatării transformatoarelor se utilizează, așa cum s-a indicat în introducere, în tehnica obținerii tensiunilor înalte [3].

Din expresia (6) rezultă că valoarea randamentului maxim depinde numai de raportul $\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}$, η_m ridicat rezultînd atunci cînd produsul r_1r_2 este mic în raport cu ω^2M^2 (cuplaj strîns între circuitul primar și secundar și pierderi active reduse). Calitativ, concluzia era evidentă din considerente fizice.

4. Să calculăm acum cîteva mărimi care permit construcția diagramei de funcționare a transformatorului fără miez de fier, în regim de randament maxim.

a) *Raportul curenților.* Folosind a doua ecuație din (2), scrisă sub forma $\frac{\dot I_1}{\dot I_2}=CZ_2+D$, precum și (5), se obține:

$$\frac{\dot I_{1\eta}}{\dot I_{2\eta}}=j\frac{r_2}{\omega M}\left(1+\sqrt{1+\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}\right). \tag{7}$$

Deci, la transmisia cu randament maxim, ca și în cazul oricărui transformator rezonant [3], curentul din secundar este decalat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma celui din primar. Cînd randamentul maxim este apropiat de unitate $\left(\frac{\omega^2M^2}{r_1r_2}\gg 1\right)$, raportul mărimilor curenților devine practic egal cu

$$\frac{I_{1\eta}}{I_{2\eta}}\cong\sqrt{\frac{r}{r_1}}. \tag{7'}$$

b) *Raportul tensiunilor.* Ținînd seama că $\dot U_{1\eta}=Z_{1\eta}\dot I_{1\eta}$, $\dot U_{2\eta}=Z_{2\eta}\dot I_{2\eta}$ precum și de relațiile (4), (5), și (7) rezultă:

$$(8)\qquad \frac{\dot U_{2\eta}}{\dot U_{1\eta}}=\frac{-\omega\left(r_1L_2+r_2L_1\right)\sqrt{1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}+j\left[\omega^2L_1L_2-r_1r_2\left(1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}\right)\right]}{\dfrac{r_2}{\omega M}\left[r_1^2\left(1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}\right)+\omega^2L_1^2\right]\left(1+\sqrt{1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}\right)}.$$

Este uşor de observat că la cuplaje strînse ($M^2\omega^2\gg r_1r_2$), partea imaginară a raportului, proporţională cu coeficientul de scăpări σ[1]) (care în acest caz este apropiat de zero) devine neglijabilă şi deci tensiunile sînt practic în opoziţie. În acest caz, raportul mărimilor tensiunilor devine practic egal cu

$$(8')\qquad \frac{U_{2\eta}}{U_{1\eta}}\cong\sqrt{\frac{L_2}{L_1}},$$

căci $M^2\cong L_1L_2$.

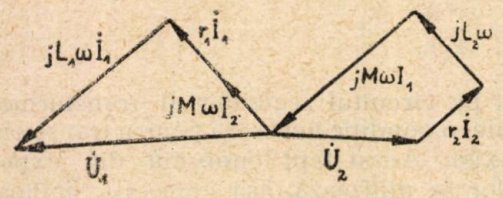


Fig. 1.

Diagrama de funcţionare a transformatorului la transmisia puterii active cu randament maxim este dată în fig. 2.

5. De asemenea se mai pot calcula cîteva mărimi importante pentru studiul regimului energetic al transformatorului fără miez de fier.

a) *Puterea activă furnizată receptorului cînd randamentul este maxim* se obţine utilizînd formula (28) din [6], care dă pentru transformatorul fără miez de fier:

$$(9)\qquad P_{2\eta}=\frac{U_1^2}{r_1}\cdot\frac{\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}{1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}+\dfrac{\omega^2L_1^2}{r_1^2}}\cdot\frac{\sqrt{1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}}{\left(1+\sqrt{1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}}\right)^2},$$

sau la cuplaje foarte strînse:

$$(9')\qquad P_{2\eta}\cong\frac{U_1^2}{\omega L_1}\cdot\frac{1}{\sqrt{\dfrac{L_1r_2}{L_2r_1}}+\sqrt{\dfrac{L_2r_1}{L_1r_2}}}.$$

b) *Puterea reactivă pe care o furnizează receptorul transformatorului* cînd randamentul este maxim se obţine acum direct din $Q_{2\eta}=P_{2\eta}\operatorname{tg}\varphi_{2\eta}$, $\operatorname{tg}\varphi_{2\eta}$ fiind determinat de (5). La cuplaje strînse devine

---

1) În adevăr, atunci $\omega^2L_1L_2-r_1r_2\left(1+\dfrac{\omega^2M^2}{r_1r_2}\right)\cong\omega^2L_1L_2-\omega^2M^2=\dfrac{\omega^2}{L_1L_2}\sigma$.

$$(10) \qquad Q_{2\eta} \cong -\frac{U_1^2}{\omega L_1} \cdot \frac{1}{1+\frac{L_1 r_2}{L_2 r_1}}.$$

c) *Raportul dintre puterea transmisă la randament maxim şi puterea maximă*, obţinut folosind expresia (29) din [6], este :

$$(11) \qquad p = 4 \frac{\sqrt{1+\frac{\omega^2 M^2}{r_1 r_2}}}{\left(1+\sqrt{1+\frac{\omega^2 M^2}{r_1 r_2}}\right)^2}.$$

Ca şi η_m, p depinde numai de raportul $\frac{\omega^2 M^2}{r_1 r_2}$, iar la cuplaje strînse, în condiţiile de randament maxim ridicat al transmisiei, puterea activă

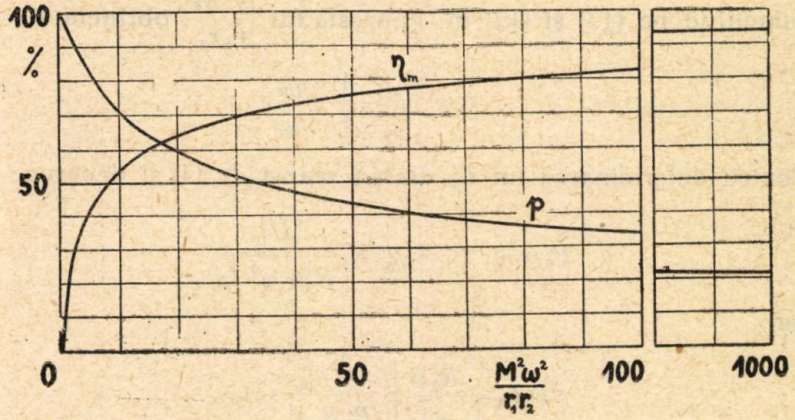


Fig. 3.

ce se transportă este mult mai mică decît puterea maximă (v. şi [6]). Acest lucru se poate urmări uşor pe fig. 3.

§ 3. Problema inversă

6. Această problemă constă în *determinarea parametrilor unui transformator fără miez de fier care transmite o putere dată cu randament maxim impus* şi poate fi rezolvată cu ajutorul relaţiilor care au fost stabilite în § **2.** Problema interesează proiectarea transformatoarelor şi se reduce la determinarea lui r_1, r_2, L_1, L_2 şi M. Evident, rezolvarea nu este unică, depinzînd de elementele care se impun.

Ne propunem să determinăm parametrii unui transformator fără miez de fier, astfel încît fiind alimentat cu o tensiune de valoare eficace U_1, să fie capabil să transmită consumului $Z_2 = R_2 + jX_2$ o putere activă P_2 cu randamentul η, impus a fi maxim. Analizînd relaţiile de care dispunem, constatăm că mai este necesar de dat o condiţie, de exemplu se mai poate alege raportul mărimilor curenţilor $\frac{I_2}{I_1} = i$.

Observăm din (6) că $\frac{\omega^2 M^2}{r_1 r_2} = \frac{4\,\eta_m}{(1-\eta_m)^2}$ şi introducînd în (5) obţinem:

$$r_2 = R_2 \frac{1-\eta_m}{1+\eta_m}, \tag{12}$$

iar prin înlocuire în (7) rezultă:

$$\omega M = \frac{2R_2 i}{1+\eta_m}. \tag{13}$$

Înlocuind pe (13) şi (12) în expresia lui $\frac{\omega^2 M^2}{r_1 r_2}$ obţinem şi:

$$r_1 = \frac{R_2 i^2}{\eta_m} \cdot \frac{1-\eta_m}{1+\eta_m}. \tag{14}$$

Pentru determinarea lui L_1, ţinînd seama de (4) şi deoarece

$$P_2 = \eta_m\, P_1 = \eta_m\, R_1 \frac{U_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$$

obţinem

$$\omega L_1 = \frac{R_2 i^2}{\eta_m} \sqrt{\frac{U_1^2 \eta_m^2}{P_2 R_2 i^2} - 1}, \tag{15}$$

de unde rezultă că mărimile impuse trebuie să satisfacă condiţia

$$U_1^2 \eta_m^2 \geqslant P_2 R_2 i^2 \tag{16}$$

evidentă din punct de vedere fizic.

În sfîrşit, pentru determinarea lui L_2, din (5) rezultă că în general este necesar de introdus o capacitate C în serie cu consumul şi atunci

$$\omega L_2 = \frac{1}{\omega C} - X_2, \tag{17}$$

care permite alegerea lui C astfel ca mărimea ce rezultă pentru L_2 să fie convenabilă.

Menţionăm că în locul raportului mărimilor curenţilor se poate alege o altă mărime, de pildă factorul de putere la intrarea în transformator. De asemenea se pot impune alte elemente iniţiale decît cele din exemplul descris.

Rezultatele obţinute în această Notă pot constitui o bază de plecare pentru ameliorarea performanţelor transformatoarelor fără miez de fier, în ce priveşte transferul optim de energie activă.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Bazele Electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Aseev B. P., *Bazele radiotehnicii*, EES, Buc., 1952, pp. 155-166, (trad. din l. rusă).
2. Rosman H. şi Braier A., Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. Polit. Iaşi, 1954, **1**, *1-2*, pp. 141-144.
3. de Fassi Giovani, Tecnica Italiana, Trieste, 1947, **2**, *3*.
4. Rosman H. şi Braier A., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., Filiala Iaşi, 1952, **3**, *1-4*, pp 57-70.
5. — Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. Polit. Iaşi, 1955, **2**, *1-2*, pp. 247-252.
6. — Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1955, **1 (5)**, *1-2*, pp. 159-172.

МАКСИМАЛЬНЫЙ К. П. Д. ТРАНСФОРМАТОРОВ БЕЗ ЖЕЛЕЗНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ

(Резюме)

Исследуется режим максимального к.п.д. трансформатора без железного сердечника и устанавливается, что необходимое условие существования состоит в том, что трансформатор должен быть резонансен.

Рассматриваются также различные величины характеризующие режим максимального к.п.д., а именно: входной (4) и выходной (5) импедансы, выражение максимального к.п.д. (6), отношение токов (7) и отношение напряжений (8).

Рассчитываются также некоторые величины необходимые для охарактеризования энергетического режима передачи активной энергии с максимальным к.п.д.: активная мощность переданная расходом (9), реактивная мощность выходного зажима (10) и отношение между активной мощностью переданной максимальному к.п.д. и максимальной активной мощностью (11).

Решается также обратная задача состоящая в определении параметров трансформатора без железного сердечника, способного передать данную активную мощность с заданным максимальным к.п.д.

LE RENDEMENT MAXIMUM DES TRANSFORMATEURS SANS NOYAV DE FER

(Résumé)

Les Auteurs étudient la régime de la transmission de l'énergie active par un transformateur sans noyau de fer avec un rendement maximum et aboutissent à la conclusion que le transformateur doit être du type „résonant" pour qu'un tel régime existe.

On analyse ensuite diverses grandeurs qui caractérisent ce régime, à savoir: les impédances d'entrée (4) et de sortie (5), le rendement maximum (6), le rapport des

courants (7), le rapport des tensions (8). Toutefois on donne les expressions de quelques grandeurs utiles pour caractériser le régime énergétique de la transmission de l'énergie active avec un rendement maximum : la puissance active fournie au récepteur (9), la puisance réactive aux bornes de sortie (10) et le rapport de la puissance active transmise avec le rendement maximum et la puissance active maxima (11).

Enfin, on donne la résolution d'un problème inverse, à savoir, on détermine les paramètres d'un transformateur sans noyau de fer, qui doit fournir au récepteur une puissance active donnée, avec un rendement maximum donné.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

621.231

EINE NEUE GRAPHISCH-ANALYTISCHE BEHANDLUNG DES PROBLEMS DER VERTEILUNG VON BESCHLEUNIGUNGEN BELIEBIGER ORDNUNG

VON

D. MANGERON und CORNELIU DRĂGAN

1. Grundlagen

In [1] wurde eine Reihe von Formeln festgesetzt, durch welche die Reihe der bekannten Resultate [3], [4], [5] ergänzt und die Gruppe eleganter Formeln gebildet wird, die die Formeln von Somov verallgemeinern, mit Bezug auf Beschleunigungen verschiedener Ordnung in mehrdimensionalen Räumen, in verschiedenen nichteuklidischen Räumen, welche von Interesse für die Einsteinsche Relativitätstheorie sind (zum Beispiel, Räume von Cayley) oder auf Beschleunigungen verschiedener Ordnung in relativer Bewegung.

Indem wir uns in dem das folgt auf Beschleunigungsproblemen in zwei Dimensionen begrenzen, sei $\vec{a}_M^{(m)}$ die Beschleunigung m-ter Ordnung eines auf einem starren festen Körper, der eine parallele Bewegung zu einer fixen Ebene ausführt, gelegenen Punktes M, durch die erweiterten Somowschen Formeln ausgedrückt und in Matrizenbezeichnung umgeschrieben [1])

$$\begin{Bmatrix} x_1^{(m+1)} \\ x_2^{(m+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{10}^{(m+1)} \\ x_{20}^{(m+1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -A_m & -B_m \\ B_m & -A_m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 & -x_{10} \\ x_2 & -x_{20} \end{Bmatrix}, \tag{1.1}$$

in welchen $A_m = A_m(t)$ und $B_m = B_m(t)$ durch Rekurrenzformeln

$$A_{m+1} = \dot{A}_m + \dot{\theta} B_m \,,\; B_{m+1} = \dot{B}_m - \dot{\theta} A_m \,,\; A_1 = \dot{\theta}^2 \,,\; B_1 = \ddot{\theta} \,,\; \left(\dot{} \equiv \frac{d}{dt} \right),\; (m = 1, 2, \ldots) \tag{1.2}$$

bestimmt werden und $\theta = \theta(t)$ der Drehungswinkel des betrachteten Organes ist.

Es gelten folgende Sätze:

I. Satz der Isoklinen. *Der geometrische Ort von Punkten M' die durch die Vektorialgleichung*

$$\vec{r}_{M'} = \vec{r}_M + \lambda_m \vec{a}_M^{(m)} \tag{1.3}$$

1) Vgl. etwa die *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, Bd. IV. 1, wo sich im Artikel „Kinematik" von Schönflies-Grübler (1902) auf S. 217 die klassischen Beschleunigungsformeln und Ähnlichkeitssätze finden.

bestimmt werden, in welcher M ein auf einer Geraden, die sich in paralleler Bewegung mit einer festen Ebene befindet, liegender Erzeugungspunkt ist, ist eine Gerade, welche mit der von dem Punkte M beschriebenen Geraden den Winkel φ_m bildet der durch die Beziehung

$$\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{\lambda_m B_m}{1 - \lambda_m A_m} \tag{1.4}$$

gegeben ist.

Es ist evident, dass der Winkel φ_m nur von dem Bewegungszustande in einem gegebenen Momente der Geraden abhängt und von dem gewählten Werte für den Parameter λ_m.

II. Satz des Extremums bezüglich der reduzierten Beschleunigungen. *Die reduzierten Beschleunigungen m-ter Ordnung die in* [2] *eingesetzt und durch das Verhältnis*

$$\vec{a}^{(m)}_{Mr} = \frac{\vec{a}^{m)}_M}{A_m}, \quad \vec{a}^{(1)}_{Mr} = \frac{\vec{a}^{(1)}_M}{A_1} \equiv \frac{\vec{a}_M}{A_1}, \quad \vec{a}^{(m)}_{M} = \frac{d}{dt}\vec{a}^{(m-1)}_M \tag{1.5}$$

definiert werden, in welchem A_m und B_m durch die Rekurrenz formeln (1.2) *ausgedrückt werden, sind durch die Eigenschaft von einen Extremum der Winkelfunktion* (1.4) *charakterisiert.*

III. Satz in Bezug auf die Verteilung der Beschleunigungen beliebiger Ordnung, von Interesse für die Theorie der Mechanismen und Maschinen. *Der geometrische Ort der Endpunkte der reduzierten Beschleunigungen m-ter Ordnung von den Punkten einer Geraden, die auf einem starren Organ gelegen ist der sich in einer mit einer fixen Ebene parallelen Bewegung befindet, ist eine zur ersten senkrechte Gerade.*

IV. Verallgemeinerung des Kotelnikowschen Satzes [6]. *Kreise welche als Durchmesser die reduzierten Beschleunigungen m-ter Ordnung der Punkte eines in paralleler Bewegung zu einer festen Ebene befindlichen Organes haben, gehen durch das momentane Zentrum der Beschleunigungen derselben Ordung $P_m(x_{1P_m}, x_{2P_m})$ umgeschrieben in Matrizenbezeichnung*

$$\begin{Vmatrix} x_{1P_m} \\ x_{2P_m} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{Vmatrix} + \frac{1}{A_m^2 + B_m^2} \begin{Vmatrix} A_m & -B_m \\ B_m & A_m \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} x_{10}^{(m+1)} \\ x_{20}^{(m+1)} \end{Vmatrix}, \quad m = 1, 2 \ldots \tag{1.6}$$

V. Verallgemeinerter Ähnlichkeitssatz. *Die Endpunkte der Beschleunigungen m-ter Ordnung des in einem Mechanismus befindlichen Organes, der eine mit einer festen Ebene parallele Bewegung ausführt, falls man die Beschleunigungen vom selben Punkte (Pol der Beschleunigungen m-ter Ordnung) konstruiert, bilden eine zur Figur der entsprechenden Punkte des betrachteten Organes ähnliche Figur, die mit den Winkel*

$$\vartheta_m = \operatorname{arctg} \frac{B_m}{A_m}, \tag{1.7}$$

in welchem A_m und B_m durch die Beziehungen (1.2) bestimmt werden, rotiert ist.

Obwohl das kürzlich erschienene Buch von W. Blaschke und H. R. Müller *Ebene Kinematik* bringt auf S. 67ff. die einschlägigen Grundlagen in der für die ebene Kinematik besonders empfehlenswerten komplexen Darstellung, die obigen Sätze führen zu einer neuen Methode, benannt als die *Methode der reduzierten Beschleunigungen*, von uns in [7], [8], [10] ausgearbeitet [2]).

Diese Methode von den bekannten Klassifizierungen der ebenen Mechanismen ausgehend [11], [12], [13], gestattet das verhältnismässig einfache (graphisch-analytische), systematische und einheitliche Studium des klassischen Problems der Verteilung von Beschleunigungen erster Ordnung, was von Interesse für die Theorie der Mechanismen und Maschinen ist [3]) und erlaubt die Erörterung sowie die Vertiefung des Verteilungsproblemes der Beschleunigungen höherer Ordnung [4]), welche von einer immer augenscheinlichen Bedeutung auf dem Gebiete der modernen Technik, der Automatisierung und der Atomphysik [5]) ist.

2. Das Problem der Beschleunigungsverteilung beliebiger Ordnung

Im folgendem wird zuerst die Verteilung der Beschleunigungen *m*-ter Ordnung und die der reduzierten Beschleunigungen *m*-ter Ordnung, der Punkte die einem zu einer fixen Ebene in paralleler Bewegung befindlichen starren, festen Körpers entsprechen, studiert werden, wo *m* eine beliebige positive ganze Zahl ist.

Wenn *C* und *D* zwei beliebige Punkte des Organes sind, kann man das Verhältnis

$$\bar{a}_D^{(m)} = \bar{a}_C^{(m)} + l_{CD} A_m \bar{j} + l_{CD} B_m \bar{i}, \tag{2.1}$$

schreiben wo $\bar{a}_C^{(m)}$ und $\bar{a}_D^{(m)}$ die Beschleunigungen *m*-ter Ordnung der Punkte *C* und *D* sind, $\bar{j}$ der Versor der Geraden *CD* im Sinne von *D* gegen *C*, $\bar{i}$ aber der Versor einer Perpendikuläre zur Geraden *CD* und l_{CD} die Entfernung zwischen *C* und *D* ist.

---

2) Neuerdings I. S. Silberman [14], [15] hat eine Menge Anwendungen der Methode der reduzierten Beschleunigungen an verschiedene Mechanismen ausgearbeitet und J. L. Gueronimus und L. G. Loitzianski eine Zahl wichtiger Beispiele die die Anwendung der Beschleunigungen höherer Ordnung interessieren gegeben hatten.

3) Vergl. zahlreiche Artikeln die in neuerschienene Zeitschriften *Mechanisms*, 1956, **1**, *1—12*, London, N. W. 3: P. Grodzinski - Selbstverlag und Реферативный Журнал Механика, 1953, *1—3*, 1954, *1—11*, 1955, *1—11*, 1956, *1—12*, Москва: Институт Научной Информации АН СССР, sowie in die Zeitschrift *Zentralblatt für Mechanik*, 1934, **1** 1944, **13**, Berlin W 9: J. Springer-Verlag, referiert sind.

4) Verschiedene Vorteile der Methode der reduzierten Beschleunigungen können beim grapho-analytisches Studium der Zahlreichen recht interessanten Mechanismen, die in Fachliteratur in diese letzten Jahren eingeführt worden waren, augenscheinlich werden. Vgl. etwa W. Wunderlich, Österr. Ingr.-Arch. 1954, **8**, S. 224—228, u. ZAMM, 1956, **36**, S. 103—110.

5) Шпольский Е. А.: Атомная физика, ГИТТЛ, М. Л., 1951, Т. I.

Wenn wir mit $\vartheta = \vartheta(t)$ den Drehungswinkel des Organes bezeichnen, dann (1.2)

$$A_m = A_m\left(\frac{d\vartheta}{dt}, \frac{d^2\vartheta}{dt^2}, \ldots, \frac{d^m\vartheta}{dt^m}\right), \tag{2.2}$$

$$B_m = B_m\left(\frac{d\vartheta}{dt}, \frac{d^2\vartheta}{dt^2}, \ldots, \frac{d^m\vartheta}{dt^m}, \frac{d^{m+1}\vartheta}{dt^{m+1}}\right), \tag{2.3}$$

wo B_m eine lineare Funktion in $\frac{d^{m+1}\vartheta}{dt^{m+1}}$ ist.

Für $m = 1$ erhält man

$$\bar{a}_D = \bar{a}_C + l_{CD} A_1 \bar{j} + l_{CD} B_1 \bar{i}, \tag{2.4}$$

wo

$$A_1 = \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2, \quad B_1 = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

und wieder für $m = 2$

$$\bar{a}_D^{(2)} = \bar{a}_C^{(2)} + l_{CD} A_2 \bar{j} + l_{CD} B_2 \bar{i}, \tag{2.5}$$

wo

$$A_2 = 3\frac{d\vartheta}{dt}\frac{d^2\vartheta}{dt^2} \text{ und } B_2 = \frac{d^3\vartheta}{dt^3} - \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^3.$$

Indem wir die Bewegung des Organes als aus einer Transportbewegung (eine Verschiebung gleichzeitig mit dem Punkte C) und einer relativen Bewegung (eine Rotation um den Punkt C) zusammengesetzt betrachten, werden wir den Vektor

$$\bar{a}_{DC}^{(m)\,n} = l_{CD} A_m \bar{j},$$

als *Normalkomponente der relativen Beschleunigung m-ter Ordnung*, den Vektor aber

$$\bar{a}_{DC}^{(m)\,t} = l_{CD} B_m \bar{i}$$

als *Tangentialkomponente der relativen Beschleunigung m-ter Ordnung* betrachten können.

Wenn wir die Beziehnung (2.1) durch A_m dividieren und die, den Beziehungen (1.5) entsprechenden Bezeichnungen benützen, folgt

$$\bar{a}_{Dr}^{(m)} = \bar{a}_{Cr}^{(m)} + l_{CD}\bar{j} + l_{CD}\frac{B_m}{A_m}\bar{i}. \tag{2.6}$$

Den Vektor

$$\bar{a}_{DCr}^{(m)\,n} = l_{CD}\bar{j}$$

benennen wir als die *Normalkomponente der reduzierten, relativen Beschleunigung m-ter Ordnung*, den Vektor

$$\bar{a}_{DCr}^{(m)\,t} = l_{CD}\frac{B_m}{A_m}\bar{i}$$

aber als *Tangentialkomponente der reduzierten, relativen Beschleunigung m-ter Ordnung.*

Indem man die reduzierten Beschleunigungen (Abb. 1) in einem Massstabe μ gleich im Werte mit dem Massstabe a der Längen, in welchem der Mechanismus skizziert ist, darstellt, wird sich der Endpunkt des Vektors $\bar{a}_{Dr}^{(m)}$, nach dem Satze III, auf der Geraden $a_m a_m$ perpendikulär zur Geraden *CD* befinden. Aus der Beziehung (2.6) sieht man sofort, dass der Vektor $\bar{a}_{DCr}^{(m)\,n}$ in der Zeichnung durch das Segment *CD* im Sinne von *D* gegen *C* genommen dargestellt werden wird.

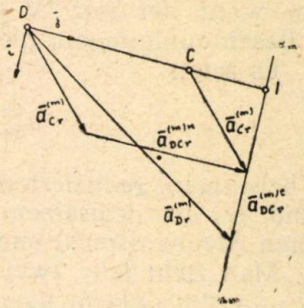


Abb. 1

Wenn der Längenmassstab für die Darstellung reduzierter Beschleunigungen zu gross oder zu klein ist, kann man für solche Beschleunigungen einen Massstab μ verschieden von dem Massstabe a der Längen wählen. In diesem Falle, vom Punkte *D* aus, auf der Geraden *DC*, nimmt man ein Segment, gleich und im selben Sinne mit *CI*, vom Endpunkte dieses Segmentes aber, im Sinne zum Zentrum der Drehung in der relativen Bewegung, der Punkt *C* im vorliegendem Falle, wird ein anderes Segment markiert, das gleich mit l_{DC}/μ sein soll und welches im Massstabe μ den Vektor $\bar{a}_{DCr}^{(m)n}$ darstellt. Durch den Endpunkt des letzten Segmentes zieht man die Gerade $a_m a_m$ perpendikulär zu *CD*.

Wir haben folgenden

Satz VI. *Der geometrische Ort des Endpunktes des Vektors* $\bar{a}_{DCr}^{(m)}$ *ist eine Gerade* $a_m a_m$, *dann, wenn* $\frac{d\vartheta}{dt}, \frac{d^2\vartheta}{dt^2}, \ldots, \frac{d^m\vartheta}{dt^m}$ *als unveränderlich betrachtet sind und ihre reellen Werte im betrachteten Momente haben,* $\frac{d^{m+1}\vartheta}{dt^{m+1}}$ *aber verschiedene, beliebige Werte annimmt.*

Wenn man die Beschleunigungen *m*-ter Ordnung zweier Punkte des Organes kennt, kann man die Beschleunigung eines beliebigen Punktes, der demselben Organe angehört, bestimmen. In wirklichkeit, berechnet man die reduzierten Beschleunigungen *m*-ter Ordnung, entsprechend für jene zwei Punkte, indem ihre Beschleunigungen *m*-ter Ordnung durch den Skalar *Am* dividiert werden, hernach verbindet man den Punkt, dessen Beschleunigung *m*-ter Ordnung durch zwei Geraden bestimmt werden soll, mit jenen zwei Punkten deren Beschleunigungen *m*-ter Ordnung bekannt sind und zeichnet jene zwei, entsprechenden, geometrische Örter, das heisst, die Geraden $a_m a_m$ und $\beta_m \beta_m$. Die gesuchte, reduzierte Beschleunigung *m*-ter Ordnung hat als Ursprung den entsprechenden Punkt des Organes und den Endpunkt im Schnittpunkte der Geraden $a_m a_m$ und $\beta_m \beta_m$. Die Beschleunigung *m*-ter Ordnung ist ein kollinearer Vektor mit der reduzierten Beschleunigung *m*-ter Ordnung und ihre mit dem

Vorzeichen vorgesehene Grösse erhält man durch Multiplizierung der Grösse der reduzierten Beschleunigung m-ter Ordnung mit dem Skalar A_m.

Das Problem der Verteilung der Beschleunigungen m-ter Ordnung von Punkten eines starren, festen Körpers der sich in paralleler Bewegung zu einer fixen Ebene befindet kann auch noch unter Benützung des IV Satzes gelöst werden.

Bei der Konstruktion der Zeichnung ist es notwendig, dass man, dann, wenn der Satz IV gebraucht wird, einen Massstab der reduzierten Beschleunigungen, gleich im Werte mit dem der Längen, benützt.

Es seien

$$\bar{a}_{Sr}^{(m)} = \frac{\bar{a}_S^{(m)}}{A_m} \text{ und } \bar{a}_{Gr}^{(m)} = \frac{\bar{a}_G^{(m)}}{A_m}$$

die bekannten, reduzierten Beschleunigungen m-ter Ordung der Punkte S und G, die demselben, starren festen Körper (starres Organ eines ebenen Mechanismus) angehören.

Man zicht jene zwei Kreise, die als Durchmesser die Vektoren $\bar{a}_{Sr}^{(m)}$ und $\bar{a}_{Gr}^{(m)}$ (Abb.2) haben, und bestimmt bei ihrem Schnitte das momentane Zentrum der Beschleunigungen m-ter Ordnung der Punkte, welche dem betrachtetete, festen Körper, angehören.

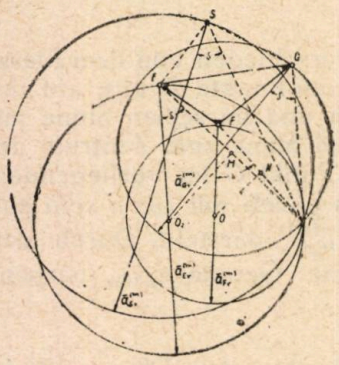


Abb. 2

Der Winkel zwischen der reduzierten Beschleunigung m-ter Ordnung eines Punktes und der Geraden, welche durch den respektiven Punkt und das momentane Zentrum geht, ist derselbe für alle Punkte des Organes. In der Zeichnung wurde dieser Winkel mit δ bezeichnet. Er ist durch die Beziehung (1.7) $\operatorname{tg}\delta = B_m/A_m$ gegeben.

Man verbindet das momentane Zentrum I mit dem Punkte des starren, festen Körpers, dessen reduzierte Beschleunigung m-ter Ordnung bestimmt werden soll. Im Falle der Abb. 2 ist es der Punkt F. Man zieht durch F eine Gerade, die mit FI den Winkel δ bildet und konstruiert hernach eine Perpendikuläre auf der Geraden IF im Punkte N der in der Mitte des Segmentes IF gelegen ist. Vom Punkte O_1 aus, welcher sich im Schnitte der Geraden IF mit der Richtung der reduzierten Beschleunigung m-ter Ordnung befindet, so gezeichnet, wie weiter oben gezeigt wurde, beschreibt man einen Kreis mit dem Radius $O_1F = \frac{1}{2}\left|\bar{a}_{Fr}^{(m)}\right|$ der durch das momentane Zentrum I geht.

3. Das Verteilungsproblem von Beschleunigungen für Assursche Gruppen

In dem was folgt, werden einige Assursche Gruppen, die ebenen Mechanismen angehören, studiert werden. Da, beim Entwerfen von

Mechanismen und Maschinen, bis nun zu, keine ausschliessliche Beschäftigung, in Bezug auf Beschleunigungen höherer Ordnung, zu verzeichnen ist, werden wir uns auf das klassische Problem der Verteilung der Beschleunigungen erster Ordnung begrenzen und nachher auf das Problem der Verteilung der Beschleunigungen zweiter Ordnung. Beim Lösen dieser Probleme wird *die Methode der reduzierten Beschleunigungen* [7] benützt werden.

Es sei eine Assursche Gruppe, der ersten Klasse nach der neueren und umfangreichen Klassifizierung von G. G. Baranow [13] und zweiter Ordnung angehörend, in Abb. 3 dargestellt. Sie ist von den Organen *1* und *2*, die mit einander durch das Gelenk von *B* verbunden sind gebildet, das Gelenk von *A* aber und das Verschiebungspaar von *C* dienen zur Verbindung der Gruppe mit dem restlichen Mechanismus.

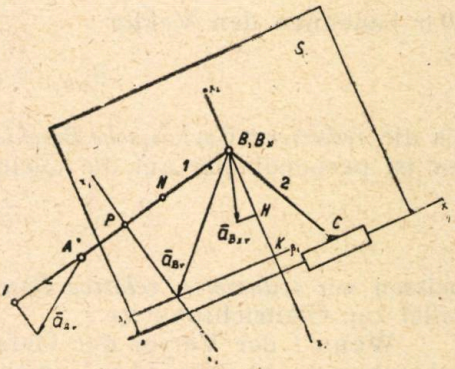


Abb. 3

Setzen wir voraus, dass das kinematische Studium des restlichen Mechanismus vorher gemacht worden ist, kennt man also die Beschleunigung des Punktes *A*. Die Gleitrichtung *xx* des Verschiebungspaares von *C* gehört dem Reste des Mechanismus an, folglich kennt man ihre Winkelgeschwindigkeit und ihre Winkelbeschleunigung. Gleichfalls wird noch vorausgesetzt, dass das Studium der Geschwindigkeiten für die Gruppe selbst gemacht worden ist, also kennt man auch die Winkelgeschwindigkeiten der Organe der Gruppe.

Der Punkt *B* gehört sowohl dem Organe *1* als auch dem Organe *2* an. In Betracht ziehend, dass er zuerst dem Organe *1* angehört, wird der Endpunkt des Vektors $\bar{a}_{Br}$ sich auf der Geraden $a_1 a_1$ befinden, die perpendikulär auf *AB* und durch den Punkt *P* gezogen ist. Das Segment *BN* ist gleich und desselben Sinnes mit *AI*, aber $NP = l_{AB}/\mu$ im Sinne von *B* gegen *A* genommen ist. In der Tat kann man schreiben

$$\bar{a}_{Br} = \bar{a}_{Ar} + l_{AB}\bar{j} + l_{AB}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2}\Big/\left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^2\bar{i}\,, \tag{3.1}$$

wo $\bar{j}$ der Versor der Geraden *AB* im Sinne von *B* gegen *A* ist, $\bar{i}$ aber der Versor einer perpendikulären Geraden auf *AB*.

Den Punkt *B* können wir hernach als dem Organe *2* angehörend betrachten, dem zu Folge

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{B_x} + \bar{a}^c_{BB_x} + \bar{a}^r_{BB_x} \tag{3.2}$$

geschrieben werden kann, wo $\bar{a}_{B_x}$ die Beschleunigung des Punktes B_x ist, der der Ebene *S* angehört, solidarisch mit der Gleitrichtung *xx*, und im betrachteten Momente mit *B* zusammenfällt. Wenn wir mit ω_x die

momentane Winkelgeschwindigkeit der Ebene S im betrachteten Momente bezeichnen, so folgt, dass

$$\bar{a}^c_{BB_x} = 2\bar{\omega}_x \times \bar{v}^r_{BB_x} .$$

Indem man die Beziehung (3.2) durch ω_2^2 dividiert, erhält man

$$\bar{a}_{Br} = \bar{a}_{B_x r} + \bar{a}^c_{BB_x} / \omega_2^2 + \bar{a}^r_{BB_x} / \omega_2^2 . \tag{3.3}$$

Wir benennen den Vektor

$$\bar{a}^c_{BB_x r} = \bar{a}^c_{BB_x} / \omega_2^2$$

als die *reduzierte Coriolissche Beschleunigung erster Ordnung.* Dieser Vektor ist perpendikulär auf die Gleitrichtung xx. Den Vektor

$$\bar{a}^r_{BB_x r} = \bar{a}^r_{BB_x} / \omega_2^2$$

heissen wir *reduzierte, relative Beschleunigung erster Ordnung.* Er ist parallel zur Gleitrichtung xx.

Wenn $\bar{i}$ der Versor der Geraden xx im Sinne der relativen Beschleunigung ist und $\bar{j}$ der Versor einer Geraden x_1x_1, perpendikulär auf xx im Sinne der Coriolisschen Beschleunigung, folgt

$$\bar{a}_{Br} = \bar{a}_{B_x r} + \left|\bar{a}^c_{BB_x r}\right| \bar{j} + \left|\bar{a}^r_{BB_x r}\right| \bar{i} . \tag{3.4}$$

Gemäss der Beziehung (3.4) nimmt man das Segment HK auf der Geraden xx im Sinne des Vektors $\bar{a}^c_{BB_x}$ und in der Grösse mit $\left|\bar{a}^c_{BB_x r}\right|$ gleich. Der Endpunkt des Vektors $\bar{a}_{Br}$, der auf der Geraden $\beta_1\beta_1$ durch K und perpendikulär auf x_1x_1 und auf der Geraden $\alpha_1\alpha_1$ gezogen liegen muss, wird sich in ihrem Durchschnitte befinden.

Der Vektor $\bar{a}_B$ ist kollinear und desselben Sinnes mit $\bar{a}_{Br}$ und hat als Grösse

$$\left|\bar{a}_B\right| = \left|\bar{a}_{Br}\right| \omega_2^2 .$$

Bei den Organen der Gruppe kann man das im § 2 Gesagte anwenden.

Es sei eine Gruppe, der zweiten Klasse dritter Ordnung, nach der Baranowschen Klassifizierung angehörend, von den Organen *1*, *2*, *3*, *4* gebildet, die unter einander durch die Gelenke von G und H und das Verschiebungspaar von F verbunden wird. Die Gelenke von C und E und das Verschiebungspaar von D dienen zur Verbindung der Gruppe mit dem übrigen Mechanismus. Die Gruppe ist in Abb. 4 dargestellt.

Im folgenden wird das Problem der Verteilung der Beschleunigungen zweiter Ordnung sowie der reduzierten Beschleunigungen

zweiter Ordnung der Punkte von den Organen der Gruppe gelöst werden, indem die Methode der reduzierten Beschleunigungen [7], [8], [9], benützt werden wird.

Man setzt voraus, dass vorher das Studium der Geschwindigkeiten, der Beschleunigungen erster und zweiter Ordnung für den Rest des Mechanismus gemacht worden ist und das Studium der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen erster Ordnung für die Gruppe selbst. Folglich kennt man die Werte für $\frac{d\vartheta}{dt}$, $\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$ im betrachteten Momente für alle Organe der Gruppe und die Werte für $\frac{d\vartheta_4}{dt}$, $\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}$, $\frac{d^3\vartheta_4}{dt^3}$ im betrachteten Momente der Gleitrichtung yy des Verschiebungspaares von D. Gleichfalls kennt man die Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und die Beschleunigungen zweiter Ordnung der Punkte welche in der Zeichnung, die Gelenksachse von C und die Gelenksachse von E darstellen.

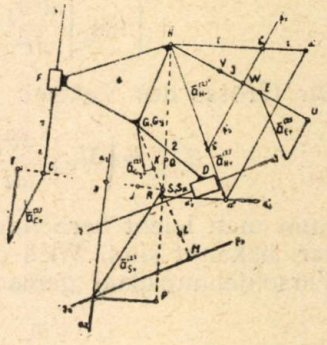


Fig. 4

Vom Punkte C zieht man eine perpendikuläre Gerade auf die Gleitrichtung xx, vom Punkte G aber eine perpendinkuläre Gerade auf die Gleitrichtung yy. Es sei S der Assursche Punkt, welcher dem Organe 4 angehört und im betrachteten Momente mit dem Schnittpunkte jener zwei Geraden zusammenfällt. Es sei S_x ein Punkt, der einer mit der Geraden xx solidarischen Ebene, angehört und mit im betrachteten Momente zusammenfällt und G_y ein Punkt, der einer S, mit der Geraden yy solidarischen Ebene, angehört und mit G im selben Momente zusammenfällt. Die Beschleunigung des Punktes G_y kann sofort berechnet werden, denn man kennt die Lage dieses Punktes in der, mit der Richtung yy solidarischen, Ebene.

Man kann, indem die Formel (2.1), angewendet und für den vorliegenden Fall, partikularisiert wird, folgende Beziehung schreiben:

$$\bar{a}^{(2)}_{S_x} = \bar{a}^{(2)}_C + l_{CS_x} A_2 \bar{j} + l_{CS_x} B_2 \bar{i}, \tag{3.5}$$

wo

$$A_2 = 3\,\frac{d\vartheta_1}{dt}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2},\quad B_2 = \frac{d^3\vartheta_1}{dt^3} - \left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^3,$$

$\bar{j}$ der Versor der Geraden $C\underline{S}_x$, im Sinne von S_x gegen C ist, $\bar{i}$ der Versor der Geraden xx ist, $\bar{k}$ aber der perpendikuläre Versor auf die Ebene des Mechanismus ist und in solcher Weise, dass zusammen mit $\bar{i}$ und $\bar{j}$ sie ein Trieder von Rechtsorientierung bilden.

Da die Beschleunigung des Punktes S in der Form

$$\bar{a}_S = \bar{a}_{S_x} + 2\frac{d\vartheta_1}{dt} v^r_{SS_x}\bar{k}\times\bar{i} + a^r_{SS_x}\bar{i} \tag{3.6}$$

geschrieben werden kann, ist die Beschleunigung zweiter Ordnung desselben Punktes durch

$$\bar{a}^{(2)}_S = \bar{a}^{(2)}_{S_x} + \left(2\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} v^r_{SS_x} + 3\frac{d\vartheta_1}{dt} a^r_{SS_x}\right)\bar{j} + \left[a^{(2)r}_{SS} - 2\left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^2 v^r_{SS_x}\right]\bar{i} \tag{3.7}$$

gegeben. Indem man in (3.7), $\bar{a}^{(2)}_{S_x}$ aus (3.5) einsetzt, erhält man

$$\begin{aligned}\bar{a}^{(2)}_S = \bar{a}^{(2)}_C + \left(3l_{CS_x}\frac{d\vartheta_1}{dt}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} + 2\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} v^r_{SS_x} + 3\frac{d\vartheta_1}{dt} a^r_{SS_x}\right)\bar{j} + \\ + \left\{l_{CS_x}\left[\frac{d^3\vartheta_1}{dt^3} - \left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^3\right] + a^{(2)r}_{SS_x} - 2\left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^2 v^r_{SS_x}\right\}\bar{i}\,.\end{aligned} \tag{3.8}$$

Die Grösse des Vektors

$$\bar{a}^{(2)c}_{SS_x} = \left(3l_{CS_x}\frac{d\vartheta_1}{dt}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} + 2\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} v^r_{SS_x} + 3\frac{d\vartheta_1}{dt} a^r_{SS_x}\right)\bar{j} = \eta\bar{j}$$

kann man leicht berechnen, da die, in der Klammer enthaltenen Glieder, bekannt sind. Weil die Verbindung zwischen *1* und *4* durch ein Verschiebungspaar gemacht wird, haben wir

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d\vartheta_4}{dt} \quad \text{und} \quad \frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} = \frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}\,.$$

Indem man die Beziehung (3.8) durch A_2 dividiert, wird

$$\bar{a}^{(2)}_{Sr} = \bar{a}^{(2)}_{Cr} + \bar{a}^{(2)c}_{SS_x r} + \frac{1}{A_2}\xi\bar{i} \tag{3.9}$$

abgeleitet, wo durch

$$\xi = l_{CS_x}\left[\frac{d^3\vartheta_1}{dt^3} - \left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^3\right] + a^{(2)r}_{SS_x} - 2\left(\frac{d\vartheta_1}{dt}\right)^2 v^r_{SS_x}$$

und

$$\bar{a}^{(2)}_{Cr} = \frac{\bar{a}^{(2)}_C}{3\dfrac{d\vartheta_1}{dt}\dfrac{d^2\vartheta_1}{dt^2}}\,,\quad \bar{a}^{(2)}_{Sr} = \frac{\bar{a}^{(2)}_S}{3\dfrac{d\vartheta_4}{dt}\dfrac{d^2\vartheta_4}{dt^2}}\,,\quad \bar{a}^{(2)c}_{SS_x r} = \frac{\bar{a}^{(2)c}_{SS_x}}{3\dfrac{d\vartheta_1}{dt}\dfrac{d^2\vartheta_1}{dt^2}} = \frac{\eta}{A_2}\bar{j}$$

bezeichnet wurde.

Der Sinn des Vektors $\bar{a}^{(2)c}_{SS_x}$ ist durch das Vorzeichen des Skalars η gegeben, der Sinn des Vektors $\bar{a}^{(2)c}_{SS_x r}$ aber ist durch das Vorzeichen des Skalars η/A_2 gegeben.

Indem man von S auf der Geraden SC das Segment SJ gleich und in demselben Sinne mit CI nimmt, hernach von J das Segment $JN=\eta/\mu A_2$ im Sinne von $\bar{a}^{(2)c}_{SS_{xr}}$ nimmt, wird in N die perpendikuläre Gerade a_2a_2 auf SC gezogen, wobei μ der Massstab der reduzierten Beschleunigungen zweiter Ordnung ist. Gemäss der Beziehung (3.9) wird sich der Endpunkt des Vektors $\bar{a}^{(2)}_{Sr}$ irgendwo auf der Geraden a_2a_2 befinden.

Durch einen analogen Schluss kann man für die Beschleunigung des Punktes S auch noch folgenden Ausdruck erhalten

$$\bar{a}^{(2)}_S=\bar{a}^{(2)}_{G_y}+\left(3l_{SG}\frac{d\vartheta_4}{dt}\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}+2\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}v^r_{GG_y}+3\frac{d\vartheta_4}{dt}a^r_{GG_y}\right)\bar{j}_1+$$

(3.10)

$$+\left\{l_{SG}\left[\frac{d^3\vartheta_4}{dt^3}-\left(\frac{d\vartheta_4}{dt}\right)^3\right]+a^{(2)r}_{GG_y}-2\left(\frac{d\vartheta_4}{dt}\right)^2v^r_{GG_y}\right\}\bar{i}_1,$$

wo $\bar{j}_1$ der Versor der Geraden SG im Sinne von S gegen G ist, $\bar{i}_1$ der Versor der Geraden yy ist, und $\bar{k}_1=\bar{k}$.

Indem man die Beziehung (3.10) durch

$$A_2=3\frac{d\vartheta_4}{dt}\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}=3\frac{d\vartheta_1}{dt}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2}$$

dividiert, erhält man

$$\bar{a}^{(2}_{Sr}=\bar{a}^{(2)}_{G_yr}+\bar{a}^{(2)}_{GG_yr}+\frac{\xi_1}{A_2}\bar{i}_1, \tag{3.11}$$

wo mit

$$\xi_1=l_{SG}\left[\frac{d^3\vartheta_4}{dt^3}-\left(\frac{d\vartheta_4}{dt}\right)^3\right]+\bar{a}^{(2\,r}_{GG_y}-2\left(\frac{d\vartheta_4}{dt}\right)^2v^r_{GG_y},$$

$$\eta_1=3l_{SG}\frac{d\vartheta_4}{dt}\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}+2\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2}v^r_{GG_y}+3\frac{d\vartheta_4}{dt}a^r_{GG_y},\quad \bar{a}^{(2\,c}_{GG_yr}=\frac{\eta_1}{A_2}\bar{j}_1$$

notiert wurde. Der Sinn des Vektors $\bar{a}^{(2)c}_{GG_y}$ ist durch das Vorzeichen von η_1 gegeben, der Sinn des Vektors $\bar{a}^{(2)c}_{GG_yr}$ aber durch das Vorzeichen von η_1/A_2.

Man markiert auf der Geraden SG das Segment SL, gleich und desselben Sinnes mit GK, hernach von L das Segment $LM=\frac{\eta_1}{\mu A_2}$ im Sinne von $\bar{a}^{(2)c}_{GG_yr}$ und in M zieht man die perpendikuläre Gerade auf SG.

Der Vektor

$$\bar{a}^{(2)}_{Sr}=\frac{\bar{a}^{(2)}_S}{3\frac{d\vartheta_4}{dt}\frac{d^2\vartheta_4}{dt_2}}$$

hat den Ursprung in S und den Endpunkt im Schnittpunkte der Geraden a_2a_2 und $\beta_2\beta_2$.

Der Vektor $\bar{a}_S^{(2)}$ ist kollinear mit $\bar{a}_{Sr}^{(2)}$ und von selbem Sinne mit $\bar{a}_{Sr}^{(2)}$, wenn $A_2 > 0$, und entgegengesetzten Sinnes, wenn $A_2 < 0$, und hat als Grösse

$$|\bar{a}_S^{(2)}| = |\bar{a}_{Sr}^{(2)}||A_2|.$$

Die Beschleunigung zweiter Ordnung des Punktes, der die Achse des Gelenkes von H darstellt, kann, wie folgt, ausgedrückt werden:

$$\bar{a}_H^{(2)} = \bar{a}_S^{(2)} + l_{HS} A_2' \bar{j}_2 + l_{HS} B_2' \bar{i}_2, \tag{3.12}$$

$$\bar{a}_H^{(2)} = \bar{a}_E^{(2)} + l_{HE} A_2'' \bar{j}_3 + l_{HE} B_2'' \bar{i}_3, \tag{3.13}$$

wo

$$A_2' = 3\frac{d\vartheta_4}{dt}\frac{d^2\vartheta_4}{dt^2} = 3\frac{d\vartheta_1}{dt}\frac{d^2\vartheta_1}{dt^2} = A_2, \quad B_2' = B_2,$$

$$A_2'' = 3\frac{d\vartheta_3}{dt}\frac{d^2\vartheta_3}{dt^2}, \quad B_2'' = \frac{d^3\vartheta_3}{dt^3} - \left(\frac{d\vartheta_3}{dt}\right)^3$$

und $\bar{j}_2$ der Versor der Geraden HS im Sinne von H gegen S ist, $\bar{i}_2$ der Versor einer perpendikulären Geraden auf HS ist, $\bar{j}_3$ der Versor der Geraden HE im Sinne von H gegen E, $\bar{i}_3$ der Versor einer Perpendikulären auf HE, und $\bar{k}_2 = \bar{k}_3 = \bar{k}$ ist.

Wenn man die Beziehungen (3.12) und (3.13) respektive durch $A_2' = A_2$ und A_2'' dividiert, wird

$$\bar{a}_{Hr}^{(2)'} = \bar{a}_{Sr}^{(2)} + l_{HS}\bar{j}_2 + l_{HS}\frac{B_2'}{A_2}\bar{i}_2, \tag{3.14}$$

$$\bar{a}_{Hr}^{(2,'')} = \bar{a}_{Er}^{(2)} + l_{HE}\bar{j}_3 + l_{HE}\frac{B_2''}{A_2''}\bar{i}_3 \tag{3.15}$$

abgeleitet, wo

$$\bar{a}_{Hr}^{(2)'} = \frac{\bar{a}_H^{(2)}}{A_2}, \quad \bar{a}_{Hr}^{(2)''} = \frac{\bar{a}_H^{(2)}}{A_2''}.$$

Man projeziert den Vektor $\bar{a}_{Sr}^{(2)}$ auf die Gerade HS und erhält das Segment SP und von H, auf derselben Geraden, nimmt man das Segment HQ gleich und im selben Sinne mit SP. Von Q im Sinne von H gegen S nimmt man das Segment $QR = l_{HS}/\mu$. Durch den Punkt R konstruiert man die Perpendikuläre $a_2' a_2'$ auf die Gerade HS. Der Vektor $\bar{a}_{Hr}^{(2)'}$ wird den Ursprung in H haben und den Endpunkt auf der Geraden $a_2' a_2'$.

Analog von H, auf der Geraden HE, nimmt man das Segment HV gleich und im selben Sinne mit EU, von V aber im Sinne von H

gegen E wird das Segment $VW = l_{HE}/\mu$ genommen. Indem man im Punkte W die Perpendikuläre $\beta_2'\beta_2'$ auf der Geraden HE errichtet, wird der Vektor $\bar{a}_{Hr}^{(2)''}$ der Ursprung in H und den Endpunkt irgendwo auf der Geraden $\beta_2'\beta_2'$ haben.

Die Vektoren $\bar{a}_H^{(2)'}$ und $\bar{a}_H^{(2)''}$ sind kollinear. Das Verhältnis im Betracht nehmend $A_2''/A_2 = k_1$, folgt, dass, wen $k_1 > 0$, $\bar{a}_{Hr}^{(2)'}$ und $\bar{a}_{Hr}^{(2)''}$ denselben Sinn haben, und, wenn $k_1 < 0$, sie entgegengesetzten Sinnes sind.

Zur Bestimmung der Vektoren $\bar{a}_{Hr}^{(2)'}$ und $\bar{a}_{Hr}^{(2)''}$ muss man durch H eine Gerade ziehen, die die Geraden $a_2'a_2'$ und $\beta_2'\beta_2'$ in zwei Punkten a'' und b'' schneiden soll, und zwar in der Weise, dass $\frac{Ha''}{Hb''} = k_1$. In Abb. 4 ist die Konstruktion für $k_1 > 0$ gemacht. Durch H führt man die Gerade $\gamma\gamma$, parallel zu $a_2'a_2'$, welche die Gerade $\beta_2'\beta_2'$ in b_1'' schneidet. Auf der Geraden $\gamma\gamma$ nimmt man das Segment Ha_1'' so, dass $\frac{Ha_1''}{Hb_1''} = k_1$. Durch den Punkt a_1'' zieht man eine Parallele zu $\beta_2'\beta_2'$ und in ihrem Schnitte mit $a_2'a_2'$ wird der Endpunkt a'' des Vektors $\bar{a}_{Hr}^{(2)'}$ bestimmt, b'' aber wird der Endpunkt des Vektors $\bar{a}_{Hr}^{(2)''}$ sein. Die Begründung der Konstruktion ist eine sofortige, da die Dreiecke $Hb_1''b''$ und $Ha_1''a''$ ähnlich sind. Die Grösse der Beschleunigung $\bar{a}_H^{(2)}$ wird erhalten, indem man $\bar{a}_{Hr}^{(2)'}$ mit A_2 oder $\bar{a}_{Hr}^{(2)''}$ mit A_2'' multipliziert. Es wird auf eventuelle Änderungen des Sinnes, dank der Vorzeichen von A_2 oder A_2'', geachtet.

4. Schlusswort

Wir glauben, dass aus dem Gezeigten klar das Prinzip der Methode reduzierter Beschleunigungen für ebene Mechanismen hervorgeht. Durch die, in dieser Arbeit, angebotenen Beispiele wird die Benützung einiger graphischer Konstruktionen festgestellt, die viel einfacher sind als die bis nun zu bekannten.

In gleicher Weise geht auch der Charakter der Allgemeinheit der Methode hervor, die auf alle Assurschen Gruppen, ebenen Mechanismen, angehörend angewendet werden kann. Wir führen an, dass auch dann, wenn der Mechanismus auch höhere, kinematische Paare enthalten würde diese, so wie es bekannt ist [11], [12], durch gleichwertige, kinematische Ketten ersetzt werden können, welche nur niedere, kinematische Paare enthalten sollen; folglich kann man auch auf diese Mechanismen die ausgearbeitete mit Erfolg Methode anwenden.

Hiemit kann man das Problem der Verteilung von Beschleunigungen beliebiger Ordnung für ebene Mechanismen, als vollständing behandelt ansehen.

Eingegangen 10 X 1957

Technische Hochschule, Jassy
Lehrstuhl der Mechanik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A., Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. Polit. Iaşi, 1955, 2, *1-?*, pp. 95-100.
2. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, стр. 897—898.

3. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik*, Springer-Verlag, Berlin, 1932.
4. Геронимус Я. Л., **Очерки о корифеях русской механики**, М., ГИТТЛ, 1952.
5. Burali Forti C., Atti dell'Accad. Sci. Torino, 1925, **60**, pp. 171-177.
6. Котельников А. П., Мат. Сборник, 1927, **34**, стр. 207—348.
7. Mangeron D., Drăgan C., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1955, **1 (5)**, *1-2*, pp. 229-248.
8. — Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **2 (6)**, *1-2*, pp. 255-264.
9. Mangeron D., *Lucrările Sesiunii Ştiinţifice Jubiliare* (iulie 1956) *a Academiei R.P.R.*, (sub tipar).
10. Mangeron D., Drăgan C., Munteanu O., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **2 (6)**, *3-4*, pp. 263-281.
11. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor şi maşinilor*, Edit. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
12. Кожевников С. Н., **Теория механизмов и машин**, Киев, Машгиз, 1954.
13. Баранов Г. Г., Труды Сем. по Теории Машин и Механизмов, 1954, **14**, *54*, стр. 25—50.
14. Зильберман Я. С. Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3 (7)**, *1-2*, pp. 165—174.
15. — Şt. şi Cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Fizică, 1958, **9**, *1*, (sub tipar).

НОВЫЙ ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСКОРЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА, ИНТЕРЕСУЮЩИЙ ТЕОРИЮ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

(Резюме)

Исходя из обобщённых формул Сомова [1] и пользуясь нововведенным понятием приведенных ускорений любого порядка, определяемых (1.5), (1.2), разрабатывается, на основании ряда теорем I—VI, относящихся к приведенным ускорениям, общий метод, названный методом приведенных ускорений, ведущий, к решению задачи о распределении ускорений какого угодно порядка для плоских механизмов. Статья заканчивается примерами применения метода к наиболее характерным группам Ассура.

Некоторые приложения разработанного метода были даны в последнее время Я. С. Зильберманом, А. Ясюлёнисом, В. Манафу, Н. Манолеску.

O NOUĂ TRATARE GRAFO-ANALITICĂ A PROBLEMEI DISTRIBUŢIEI ACCELERAŢIILOR DE ORDIN OARECARE INTERESÎND TEORIA MECANISMELOR ŞI MAŞINILOR

(Rezumat)

Plecînd de la formulele generalizate ale lui Somov [1] şi folosind noţiunea de acceleraţie redusă de ordin oarecare, definită prin (1.5), (1.2) şi introdusă în [2], se elaborează, pe baza unei serii de teoreme, începînd cu teoremele I-VI, ce se referă la acceleraţii reduse, o metodă generală, numită *metoda acceleraţiilor reduse*, ce conduce la rezolvarea problemei de distribuţie a acceleraţiilor de ordin oarecare pentru mecanisme plane.

Articolul se încheie prin aplicarea metodei la un şir de grupe ale lui Assur dintre cele mai caracteristice.

Metoda elaborată a acceleraţiilor reduse de ordin oarecare, constituind subiectul unei serii de lucrări (a se vedea, de ex., [7], [8], [10]), a fost folosită pînă acum de numeroşi autori, ca de pildă I. S. Zilberman, V. Manafu, N. Manolescu, A. Jasiulionis, în cadrul diferitelor aplicaţii la teoria mecanismelor şi maşinilor sau la geometria diferenţială a curbelor plane.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621.231

TENSORII DE POZIŢIE ŞI TENSORII DE VITEZĂ ÎN MECANISMELE SPAŢIALE CU CULISĂ

DE

CORNELIU DRĂGAN

În cadrul uneia dintre cele mai grele probleme de teoria mecanismelor şi maşinilor şi anume problema determinării poziţiei organelor mecanismelor spaţiale, adică problema stabilirii configuraţiilor lanţurilor cinematice şi a mecanismelor spaţiale, s-au folosit pînă acum, în esenţă, metoda locurilor geometrice [1], [2], [3], metoda reprezentării sferice [4], metoda elicoidală sau a calculului virial [5], [6], metoda notaţiilor simbolice şi metoda analitică [7], [8], [9].

În cele ce urmează, folosind o nouă metodă tensorială, elaborată în [10], se studiază din punct de vedere al configuraţiilor şi al vitezelor, mecanismele spaţiale cu culisă dreaptă.

Metoda elaborată are la bază stabilirea tensorului ortogonal afin de ordinul al doilea dintr-un spaţiu euclidian cu patru dimensiuni

$$(1)\qquad T^{(\nu,\nu-1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^{\nu} & a_{11}^{(\nu,\nu-1)} & a_{21}^{(\nu,\nu-1)} & a_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_2^{\nu} & a_{12}^{(\nu,\nu-1)} & a_{22}^{(\nu,\nu-1)} & a_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ x_3^{\nu} & a_{13}^{(\nu,\nu-1)} & a_{23}^{(\nu,\nu-1)} & a_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{Vmatrix}$$

ţinîndu-se seamă de

(a) $O_{\nu-1}\, x_{\nu-1,1}\, x_{\nu-1,2}\, x_{\nu-1,3} \in I_{\nu-1}$ şi $O_{\nu}\, x_{\nu 1}\, x_{\nu 2}\, x_{\nu 3} \in I_{\nu}$,

(b) $a_{ij}^{(\nu,\nu-1)} = \cos(\bar{i}_i^{\nu}, \bar{i}_j^{\nu-1}), (i, j = 1, 2, 3)$; $O_{\nu}(x_1^{\nu}, x_2^{\nu}, x_3^{\nu}) \in O_{\nu-1}\, x_{\nu-1,1} \ldots$,

(c) $x_{\nu-1,j} = x_j^{\nu} + \sum_{i=1}^{3} a_{ij}^{(\nu,\nu-1)}\, x_{\nu i}$, $(j = 1, 2, 3)$,

care stabilesc corespondenţa biunivocă între punctele domeniilor tridimensionale D_{ν} şi $D_{\nu-1}$ legate respectiv de două organe consecutive I_{ν} şi $I_{\nu-1}$ ale unui lanţ cinematic ce constituie o cuplă cinematică.

Tensorul $T^{(\nu,\nu-1)}$, numit tensor de poziție al organului I_ν față de organul $I_{\nu-1}$, este caracteristic cuplei cinematice considerate. El se găsește, introducîndu-se în, prealabil, noile variabile definite prin (2), (3), [10].

Introducerea ulterioară a tensorului specific unui lanț cinematic

$$T^{(n,0)} = T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \dots T^{(n-1,\,n-2)}\, T^{(n,n-1)}, \tag{2}$$

a ecuației de închidere

$$T^{(0,0)} = E, \tag{3}$$

sau a tensorului viteză

$$\frac{dT^{(\nu,\nu-1)}}{dt} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{x}_1^{\nu} & \dot{a}_{11}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{21}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{31}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_2^{\nu} & \dot{a}_{12}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{22}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{32}^{(\nu,\nu-1)} \\ \dot{x}_3^{\nu} & \dot{a}_{13}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{23}^{(\nu,\nu-1)} & \dot{a}_{33}^{(\nu,\nu-1)} \end{Vmatrix} \tag{4}$$

permit caracterizarea succintă, prin elemente matematice univoc determinate a unui circuit separat dintr-un lanț cinematic compus sau a poziției unui organ în mișcare relativă față de cel precedent din lanț, caracterizînd complet mișcările organelor și constituind premiza de bază pentru folosirea sistematică a mecanicii în TMM și în fundamentala problemă a automatizărilor.

1. *Problema configurației mecanismelor spațiale cu culisă.* Fie un mecanism spațial cu culisă dreaptă reprezentat în fig. 1. El constă dintr-un lanț cinematic spațial simplu închis, avînd un singur grad de libertate și organul I_0 fiind imobilizat. Unicul organ motor este manivela I_3 asociată la batiul I_0 printr-o articulație.

Un singur circuit simplu închis cuprinde toate organele lanțului cinematic și toate cuplele cinematice care le asociază între ele. Sensul ales pentru parcurgerea circuitului se deduce din numerotarea organelor.

Asocierea dintre culisa dreaptă I_1 și batiul I_0 se face printr-o articulație sferică cu deget, sfera plină și degetul aparținînd organului I_0. Se consideră planul Q definit de dreapta $O_3 x_{33}$, care e axa articulației ce asociază manivela motoare I_3 la batiul I_0 și punctul O_1, centrul comun al sferei pline și al sferei goale ce alcătuiesc articulația sferică cu deget.

Degetul, așa cum se și vede din figură, este perpendicular pe planul Q.

Tăietura după un cerc mare, amenajată în sfera goală solidară cu organul I_1, este conținută într-un plan P ce conține culisa dreaptă I_1, adică dreapta $O_1 O_2$ și e perpendicular pe planul Q definit ca mai sus.

Articulația sferică cu deget este echivalentă cu două articulații ce se succed, una avînd axa $O_0 x_{03}$ a degetului, perpendiculară pe planul Q și unghiul θ_1' ca variabilă și

alta, avînd axa perpendiculară pe planul P ce conține culisa dreaptă I_1, trecînd prin O_0 și avînd ca variabilă unghiul θ_1.

Asocierea dintre organele I_2 și I_1, adică dintre piatra de culisă și culisă, se face printr-o cuplă de translație, avînd ca axă O_1x_{13}, variabila cuplei fiind s_1 (fig. 2).

Articulația sferică ce asociază piatra de culisă I_2 și manivela motoare I_3 este echivalentă cu trei articulații și anume: una are axa paralelă cu axa O_0x_{03} a degetului, alta are axa paralelă cu axa O_3x_{33} a articulației ce asociază manivela motoare I_3 la batiul I_0, iar cea de-a treia articulație are axa perpendiculară pe axele primelor două. Axele celor trei articulații sînt perpendiculare între ele.

Pentru ca trei articulații ce se succed să fie echivalente cu o articulație sferică, nu e suficient numai ca axa celei de-a doua articulații să fie perpendiculară pe axa primei și axa celei de a treia pe axa celei de a doua, ci încă o condiție este impusă de

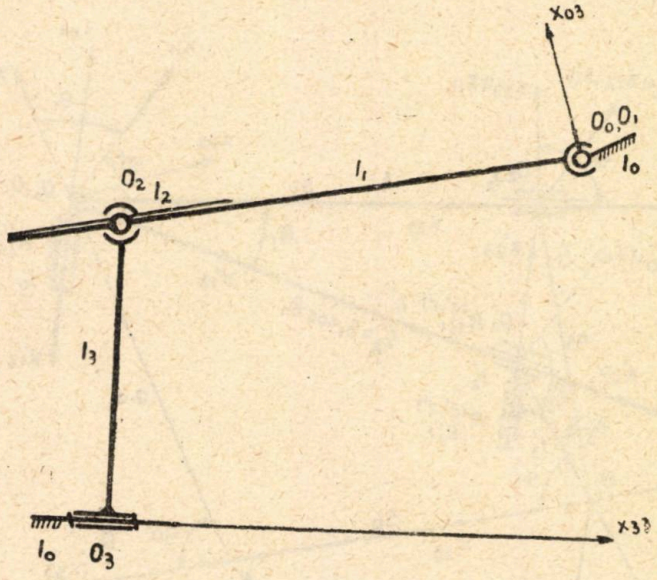


Fig. 1

însăși construcția articulației sferice. Ea constă din *condiția suplimentară* ca axa celei de a treia articulații să fie perpendiculară pe axa primei articulații. Existența acestei condiții suplimentare produce modificarea orientării axei a cel puțin unei articulații în organul fictiv limitat de două articulații succesive.

Pentru a evita această modificare a orientării, se procedează astfel:

Se consideră organul fictiv I_1' — o culisă dreaptă — de lungime variabilă, obținut proiectînd dreapta O_0O_2 pe planul Q și asociat la batiul I_0 prin articulația $R^{(1',0)}_{(\theta')}$ și la piatra de culisă fictivă I_2' prin cupla de translație $P^{(2',1')}_{(s')}$, axele acestor cuple cinematice nemodificîndu-și orientarea în organ (fig. 2).

Punctul O_2' fiind proiecția, pe planul Q, a punctului O_2 (centrul comun al sferei pline și sferei goale ce alcătuiesc articulația sferică din O_2) axele de coordonate solidare cu organul fictiv I_2' sînt: O_1x_{13}' după dreapta orientată O_1O_2' și care consti-

tuie tocmai direcţia de glisare a cuplei de translaţie $P^{(2',1')}_{(s'_2)}$, $O_1 x'_{11}$, conţinută în planul Q şi perpendiculară pe $O_1 x'_{13}$ şi $O_1 x'_{12}$, perpendiculară pe primele două şi astfel ca împreună cu ele să formeze un triedru drept.

Dacă $O_0 N$ este perpendiculara, în planul Q, coborîtă din O_0 pe dreapta $O_3 x_{33}$, axele solidare cu batiul I_0 sînt: $O_0 x_{03}$ după axa degetului articulaţiei sferice cu deget, $O_0 x_{01}$ după perpendiculara comună dintre axele $O_3 x_{33}$ şi $O_0 x_{03}$ şi $O_0 x_{02}$ perpendiculară pe primele două şi astfel încît împreună cu ele să formeze un triedru drept. Poziţia organului I_1, în planul P, faţă de organul fictiv I'_1 este dată de unghiul θ_1.

Se consideră organul fictiv fix I'_3, obţinut proiectînd pe planul Q dreapta $O_3 O_2$.

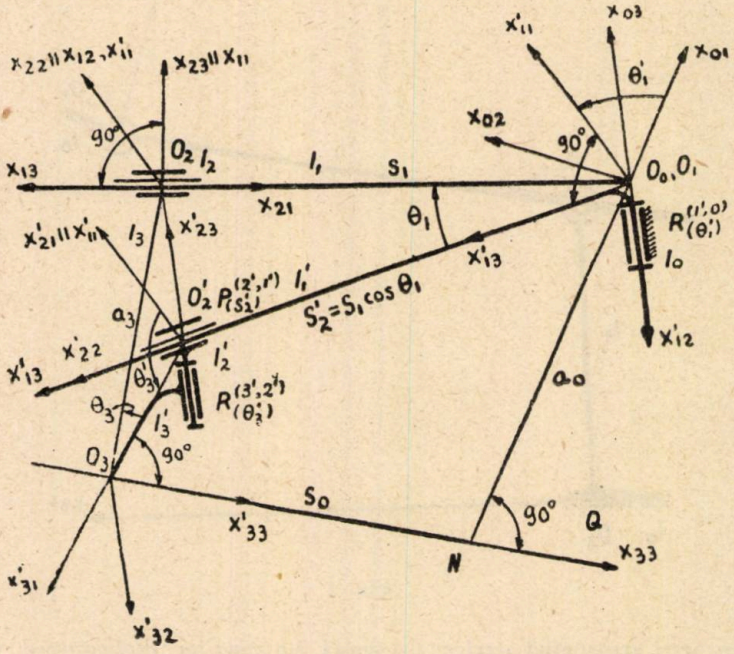


Fig. 2

Dreapta $O_3 O'_2$ ce reprezintă schematic acest organ este perpendiculară pe dreapta $O_3 x_{33}$, lungimea organului I'_3 (adică segmentul $O'_3 O_2$) fiind variabilă. Axele solidare cu organul I'_3 sînt: $O_3 x'_{33}$ identică cu $O_3 x_{33}$, $O_3 x'_{31}$ după dreapta orientată $O'_2 O_3$ şi $O_3 x'_{32}$ luată astfel încît împreună cu primele două să formeze un triedru drept.

Poziţia organului I_3 faţă de organul fictiv I'_3 este dată de unghiul θ_3. Asocierea dintre organele I'_2 şi I'_3 se face printr-o articulaţie $R^{(3',2')}_{(\theta'_3)}$ a cărei axă $O'_2 x'_{23}$ solidară cu organul I'_2 este paralelă cu axa $O_0 x_{03}$. Celelalte două axe solidare cu organul I'_2 sînt

$O_2' x_{21}'$ situată în planul Q și perpendiculară pe $O_2' x_{23}'$ și $O_0 O_2'$, $O_2' x_{22}'$ după $O_0 O_2'$. Parametrii constanți și cunoscuți ai mecanismului sînt a_0, s_0, $\eta_0 = 90°$ și a_3.

Lanțul cinematic fictiv format din organele I_0, I_1', I_2', I_3', I_0 este astfel încît axele a două cuple cinematice inferioare *fundamentale* (articulații sau cuple de translație) care asociază un organ al lanțului la organul precedent și la cel următor în lanț, nu-și schimbă orientarea în organul respectiv.

Tensorii de poziție caracteristici organelor lanțului cinematic închis I_0, I_1', I_2', I_3', I_0 sînt:

$$T_R^{(1',0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta_1' & 0 & -\sin\vartheta_1' \\ 0 & \sin\vartheta_1' & 0 & \cos\vartheta_1' \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T_P^{(2',1')} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ s_1\cos\vartheta_1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$T_R^{(3',2')} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3\cos\vartheta_3\cos\vartheta_3' & \cos\vartheta_3' & 0 & -\sin\vartheta_3' \\ a_3\cos\vartheta_3\sin\vartheta_3' & \sin\vartheta_3' & 0 & \cos\vartheta_3' \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T^{(0,3')} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ s_0 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Tensorul $T^{(0,0)}$, ce caracterizează configurația aceluiași lanț cinematic închis fictiv, $T^{(0,0)} = T^{(1',0)} \cdot T^{(2',1')} \cdot T^{(3',2')} \cdot T^{(0,3')}$ are expresia:

$$T^{(0,0)} = \| a_{ij} \| \quad , \quad i, j = 1, 2, 3, 4$$

unde

$$a_{11} = 1,$$

$$a_{21} = -s_1\cos\vartheta_1\sin\vartheta_1' + a_3\cos\vartheta_3\cos(\vartheta_1'+\vartheta_3') - a_0\cos(\vartheta_1'+\vartheta_3') - s_0\sin(\vartheta_1'+\vartheta_3'),$$

$$a_{31} = s_1\cos\vartheta_1\cos\vartheta_1' + a_3\cos\vartheta_3\sin(\vartheta_1'+\vartheta_3') - a_0\sin(\vartheta_1'+\vartheta_3') + s_0\cos(\vartheta_1'+\vartheta_3'),$$

$$a_{41} = 0,$$

$$a_{12} = 0, \quad a_{13} = 0, \quad a_{14} = 0,$$

$$a_{22} = -\cos(\vartheta_1'+\vartheta_3'), \quad a_{23} = \sin(\vartheta_1'+\vartheta_3'), \quad a_{24} = 0,$$

$$a_{32} = -\sin(\vartheta_1'+\vartheta_3'), \quad a_{33} = -\cos(\vartheta_1'+\vartheta_3'), \quad a_{34} = 0,$$

$$a_{42} = 0, \quad a_{43} = 0, \quad a_{44} = 1.$$

Scriind ecuația tensorială $T^{(0,0)} = E$, în care E este tensorul unitar și egalînd elementele tensorilor din ambii membri ai ecuației, se obțin, rezolvînd ecuațiile scalare respective, variabilele cuplelor cinematice în funcție de coordonata lagrangiană ϑ_3 a mecanismului real și care este unghiul de rotire al manivelei motoare I_3 față de batiul I_0.

Se obțin astfel următoarele rezultate:

$$s_1 = \sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}, \quad \vartheta_1' = \operatorname{arc\,tg}\frac{a_0 - a_3\cos\vartheta_3}{s_0},$$

$$\vartheta_1 = \operatorname{arc}\cos\frac{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}{\sqrt{a_3^2\sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}, \quad \vartheta_3' = 180^\circ - \vartheta_1'.$$

Pentru a scrie expresia tensorului de poziție al organului I_1 față de organul fictiv I_1', se consideră că asocierea dintre aceste organe se face prin articulația $R^{(1,1')}_{(90^\circ-\theta_1)}$ având axa $O_1 x_{13}''$ perpendiculară pe planul tăieturii în sfera goală a articulației sferice cu deget și trecînd prin O_1.

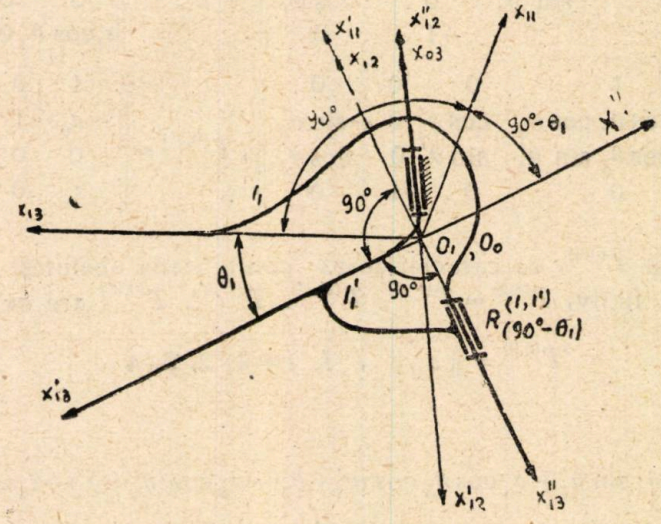


Fig. 3

De asemenea se consideră un alt sistem de coordonate, solidar cu organul fictiv I_1' și anume $O_1 x_{11}'' x_{12}'' x_{13}''$ luat așa cum se vede în fig. 3, și în acest caz poziția aceluiași organ fictiv I_1' va fi definită față de batiul I_0 prin tensorul $T_R^{*(1',0)}$. Urmează că

$$T_R^{*(1',0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\vartheta_1' & 0 & -\cos\vartheta_1' \\ 0 & -\cos\vartheta_1' & 0 & -\sin\vartheta_1' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Tensorul de poziție al organului I_1 față de organul I_1', poziția acestuia din urmă fiind definită cu ajutorul sistemului de coordonate $O_1 x_{11}'' x_{12}'' x_{13}''$, este

$$T_R^{(1,1')} = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\vartheta_1 & 0 & -\cos\vartheta_1 \\ 0 & \cos\vartheta_1 & 0 & \sin\vartheta_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right\|.$$

Tensorul de poziție, ce definește poziția organului I_1 față de batiul I_0, este $T^{(1,0)} = T_R^{*(1',0)} \cdot T_R^{(1,1')}$ sau

$$T^{(1,0)} = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1' & -\cos\vartheta_1 \sin\vartheta_1' \\ 0 & -\sin\vartheta_1 \cos\vartheta_1' & \sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \\ 0 & \cos\vartheta_1 & 0 & \sin\vartheta_1 \end{array} \right\|.$$

Exprimînd parametrii ϑ_1 și ϑ_1' în funcție de unica coordonată lagrangiană ϑ_3, poziția culisei I_1 față de batiul I_0 este complet determinată pentru fiecare valoare a lui ϑ_3, cu ajutorul lui $T^{(1,0)}$ în care elementele acestui tensor sînt funcțiuni de ϑ_3 adică

$$T^{(1,0)} = \| b_{ij} \|, \; i,j = 1,2,3,4$$

unde

$$b_{11} = 1, \quad b_{21} = 0, \quad b_{31} = 0, \quad b_{41} = 0,$$

$$b_{12} = 0,$$

$$b_{22} = \frac{a_3 \sin\vartheta_3}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}} \cdot \frac{a_0 - a_3\cos\vartheta_3}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}},$$

$$b_{32} = -\frac{a_3 \sin\vartheta_3}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}} \cdot \frac{s_0}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}},$$

$$b_{42} = \frac{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}{\sqrt{a_3^2 \sin_2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}},$$

$$b_{13} = 0, \; b_{23} = \frac{s_0}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}, \; b_{33} = \frac{a_0 - a_3\cos\vartheta_3}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}, \; b_{43} = 0,$$

$$b_{14} = 0, \; b_{24} = -\frac{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}} \cdot \frac{a_0 - a_3\cos\vartheta_3}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}},$$

$$b_{34} = \frac{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}} \cdot \frac{s_0}{\sqrt{(a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}},$$

$$b_{44} = \frac{a_3 \sin\vartheta_3}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2 + s_0^2}}.$$

Sistemul de axe de coordonate solidar cu organul I_2 (piatra de culisă) se ia astfel: axa O_2x_{23} trece prin O_2 (centrul comun al sferelor plină și goală ce alcătuiesc articulația sferică) e conținută în planul P și perpendiculară pe O_1O_2; axa O_2x_{21} — după dreapta orientată O_2O_1 și axa O_2x_{22} — perpendiculară pe primele două și luată astfel ca împreună cu ele să formeze un triedru drept.

Asocierea dintre piatra de culisă I_2 și culisa I_1 făcîndu-se prin cupla de translație $P^{(2,1)}_{(s_1)}$, tensorul de poziție ce definește poziția organului I_2 față de organul I_1, este

$$T^{(2,1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s_1 & -1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Tensorul de poziție ce definește poziția organului I_2 față de batiul I_0 este

$$T^{(2,0)} = T^{*(1',0)} \cdot T^{(1,1')} \cdot T^{(2,1)} =$$

$$= \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\vartheta_1' & 0 & -\cos\vartheta_1' \\ 0 & -\cos\vartheta_1' & 0 & -\sin\vartheta_1' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\vartheta_1 & 0 & -\cos\vartheta_1 \\ 0 & \cos\vartheta_1 & 0 & \sin\vartheta_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s_1 & -1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Deci

$$T^{(2,0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -s_1\cos\vartheta_1\sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1\sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1' & \sin\vartheta_1\sin\vartheta_1' \\ s_1\cos\vartheta_1\cos\vartheta_1' & -\cos\vartheta_1\cos\vartheta_1' & \sin\vartheta_1' & -\sin\vartheta_1\cos\vartheta_1' \\ s_1\sin\vartheta_1 & -\sin\vartheta_1 & 0 & \cos\vartheta_1 \end{Vmatrix}.$$

Exprimînd parametrii ϑ_1, ϑ_1' și s_1 în funcție de ϑ_3, elementele tensorului $T^{(2,0)}$ sînt funcții de ϑ_3 și astfel poziția organului I_2 față de batiu e complet determinată pentru fiecare valoare a coordonatei lagrangiene ϑ_3.

2. *Problema vitezelor.* Tensorul viteză în mișcarea organului I_1 față de batiul I_0 este

$$\frac{dT^{(1,0)}}{dt} =$$

$$= \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta_1\sin\vartheta_1'\dot\vartheta_1 + \sin\vartheta_1\cos\vartheta_1'\dot\vartheta_1' & -\sin\vartheta_1'\dot\vartheta_1' & \sin\vartheta_1\sin\vartheta_1'\dot\vartheta_1 - \cos\vartheta_1\cos\vartheta_1'\dot\vartheta_1' \\ 0 & -\cos\vartheta_1\cos\vartheta_1'\dot\vartheta_1 + \sin\vartheta_1\sin\vartheta_1'\dot\vartheta_1' & \cos\vartheta_1'\dot\vartheta_1' & -\sin\vartheta_1\cos\vartheta_1'\dot\vartheta_1 - \cos\vartheta_1\sin\vartheta_1'\dot\vartheta_1' \\ 0 & -\sin\vartheta_1\dot\vartheta_1 & 0 & \cos\vartheta_1\dot\vartheta_1 \end{Vmatrix}.$$

Se formează matricele

$$M^{(1,0)} = \left\| \begin{matrix} \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1' & -\cos\vartheta_1 \sin\vartheta_1' \\ -\sin\vartheta_1 \cos\vartheta_1' & \sin\vartheta_1' & \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \\ \cos\vartheta_1 & 0 & \sin\vartheta_1 \end{matrix} \right\|,$$

$$M^{*(1,0)} =$$

$$= \left\| \begin{matrix} \cos\vartheta_1 \sin\vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 + \sin\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' & -\sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' & \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1 - \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' \\ -\cos\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1 + \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' & \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' & -\sin\vartheta_1 \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1 - \cos\vartheta_1 \sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' \\ -\sin\vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 & 0 & \cos\vartheta_1 \dot{\vartheta}_1 \end{matrix} \right\|.$$

Viteza unghiulară instantanee în mișcarea absolută a culisei I_1 față de batiul I_0, definită ca un tensor simetric de ordinul doi în spațiul euclidian cu trei dimensiuni (spațiul real), este

$$\omega^{(1,0)} = \left\| \begin{matrix} 0 & -\omega_{x_{03}}^{(1,0)} & \omega_{x_{02}}^{(1,0)} \\ \omega_{x_{03}}^{(1,0)} & 0 & -\omega_{x_{01}}^{(1,0)} \\ -\omega_{x_{02}}^{(1,0)} & \omega_{x_{01}}^{(1,0)} & 0 \end{matrix} \right\| =$$

$$= \left\| \begin{matrix} 0 & -\dot{\vartheta}_1' & \sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' \\ \dot{\vartheta}_1' & 0 & -\cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1' \\ -\sin\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1 & \cos\vartheta_1' \dot{\vartheta}_1 & 0 \end{matrix} \right\|.$$

Mișcarea absolută față de I_0 a pietrei de culisă I_2 poate fi considerată, după cum se poate ușor constata, ca fiind compusă din trei rotații în jurul celor trei axe O_1x_{01}, O_1x_{02}, O_1x_{03} și care sînt identice cu cele trei rotații ale culisei I_1 și care la rîndul ei poate fi descompusă analog în trei mișcări de translație dealungul celor trei axe solidare cu batiul I_0. Făcînd pe $s_0 = 0$, se obține mecanismul plan cu culisă dreaptă, pentru care

$$\vartheta_1' = 90°, \quad \vartheta_3' = 90°, \quad s_1 = \sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2},$$

$$\vartheta_1 = \arccos \frac{a_0 - a_3\cos\vartheta_3}{\sqrt{a_3^2 \sin^2\vartheta_3 + (a_0 - a_3\cos\vartheta_3)^2}}.$$

Metoda tensorială introdusă în studiul mecanismelor spațiale cu culisă, permite caracterizarea succintă prin elemente matematice unice a poziției unui organ în mișcare relativă față de cel precedent din lanț sau a configurației întregului lanț cinematic. Ea conduce totodată la caracterizarea completă a mișcărilor organelor constituind pre-

mizã de bazã pentru folosirea sistematică a mecanicii analitice a sistemelor olonome sau neolonome în studiul mecanismelor şi maşinilor precum şi în fundamentala problemă a automatizărilor.

Primit la 10 X 1957

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Mecanică şi Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Диментберг Ф. М., **Определение положений пространственных механизмов,** Изд. АН СССР, М., 1950,
2. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor şi maşinilor*, Edit. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
3. Кожевников С. Н., **Теория механизмов и машин,** Киев, Машгиз, 1954.
4. Добровольский В. В., Труды Сем. по Теории Машин и Механизмов, 1947, **21**, *7*.
5. Кислицын С. Г., Труды Сем. по Теории Машин и Механизмов, 1954, **14**, *54*, стр. 51—75.
6. Диментберг Ф. М., Кислицын С. Г., **Труды II Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов,** М., (в печати).
7. Denavit J., Hartenberg R. S., J. Appl. Mech., 1955, **22**, *2*, pp. 215—222.
8. Bayer R., VDI-Berichte, 1956, **12**, S. 5—20.
9. Wörle H., VDI-Berichte, 1956, **12**, S. 21—28.
10. Mangeron D., Drăgan C., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *1—2*, pp. 151-164.
11. Tzenoff I., C. r. Acad. Bulgare Sci., 1956, **9**, *3*, pp. 5—8.

ТЕНЗОРЫ ПОЛОЖЕНИЯ И ТЕНЗОРЫ СКОРОСТИ КУЛИСНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

(Резюме)

Для решения одной из самых трудных задач теории механизмов и машин, а именно задачи определения положений кинематических цепей и пространственных механизмов (см., напр., введение акад. И. И. Артоболевского к [1]), использовались многочисленные методы, как напр., метод геометрических мест [1], [2], [3], метод сферических отображений [4], метод винтового исчисления [5], [6], аналитические методы и, совсем недавно, символический метод [7], [8], [9].

Ниже используется новый тензорный метод [10], для исследования конфигураций и скоростей кулисных пространственных механизмов.

Метод основывается на использовании тензора полошений (1) звена I_v по отношению к звену I_{v-1}, тензора скорестей (4), а так же характерного для кинематической цепи тензора (2) и уравнения замкнутости (3).

TENSEURS DE POSITION ET TENSEURS-VITESSES DANS LA THÉORIE DES MÉCANISMES À COULISSE DE L'ESPACE

(Résumé)

Pour la résolution de l'un des problèmes des plus difficiles de la théorie des mésanismes et des machines, à savoir, celui de la détermination des configurations des chaînes cinématiques et des mécanismes de l'espace (voir par exemple, la préface écrite par M. I. I. Artobolevski, de l'Académie des Sciences de l'URSS pour le livre récent de M. F. Dimentberg consacré à l'étude des positions des mécanismes) on a utilisé nombre de méthodes, parmi lesquelles on doit citer : la méthode des lieux géometriques [1], [2], [3], celle de la représentation sphérique [4], la méthode du calcul virial [5], [6], la méthode analytique et tout récemment la méthode des notations symboliques [7], [8], [9].

On utilise dansune nouvelle méthode tensorielle, élaborée dans [10], à l'étude des configurations et des vitesses des mécanismes à coulisse, de l'espace.

Le point de départ de la méthode élaborée consiste dans l'utilisation du tenseur de position (1) de l'organe I_v par rapport à l'organe I_{v-1}, dans l'utilisation du tenseur-vitesse (4) et du tenseur spécifique d'une chaîne cinématique (2), tant que de l'équation de fermeture (3).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621.231

КОНСТРУИРОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Л. Н. РЕШЕТОВ

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Величины допусков на размеры звеньев механизма оказывают сильное влияние на стоимость его изготовления и эксплуатации.

Чтобы выдержать узкие допуски приходится применять многопроходную обработку деталей и ручную пригонку.

В механизмах, требующих точных размеров звеньев, затрудняется взаимозаменяемость деталей, а при сборке их трудно избежать ручной пригонки. Поэтому важно конструировать механизмы так, чтобы обеспечить надежную работу при широких допусках на размеры звеньев. Приемы такого конструирования освещаются в данной статье. Покажем сущность этих приемов на упрощенном примере.

Возьмем вал, опертый на 2 подшипники — рис. 1а. Если подшипники выполнить как показано на этом рисунке[1]), то их установка может быть выполнена с очень широкими допусками (несколько миллиметров). Если вал опереть на три подшипника рис. 1б, то, независимо от их выполнения, потребная точность установки измеряется уже микронами.

Допуски на размеры звеньев определяются тем, является ли механизм статически определимой системой или нет (см. приведенный пример). Если механизм—статически определимый, то отклонения в размерах звеньев почти не влияют на передаваемые силы и потому допуски на их размеры могут быть очень широкие. К этому мы и должны стремиться. Если же механизм статически неопределимый, то передаваемые силы зависят от деформаций звеньев. Так как эти деформации очень малы (например, при напряжении материала 200 кг/см², что близко к действительному, в звеньях, работающих на продольный изгиб, деформация для стали с $E = 2 \cdot 10^6$ получается 0,1 миллиметра на каждый метр), то и размеры звеньев должны выполняться с большой точностью. Иначе, при сборке, звенья будут сильно деформироваться, что вызовет очень большие силы в кинематических парах или даже сборка механизма будет невозможной. Конечно и трение в этом случае будет очен-

1) Как будет показано ниже, это легко выполнить с помощью сферических подшипников качения.

велико, а к.п.д. очень мал. Поэтому статически неопределимые механизмы применять нежелательно.

Обычно принято называть пассивными связями те связи, которые имеются в механизме сверх необходимых для получения определенности движения.

Пользуясь этим понятием, можно сказать, что для надежной работы механизма, с широкими допусками на размеры звеньев, в нем не должно быть пассивных связей. Исключение из этого может быть допущено только в механизмах, предназначенных для передачи очень больших сил (чтобы уменьшить напряжения материала в коленчатых валах) или там, где это связано с значительным усложнением конструкции.

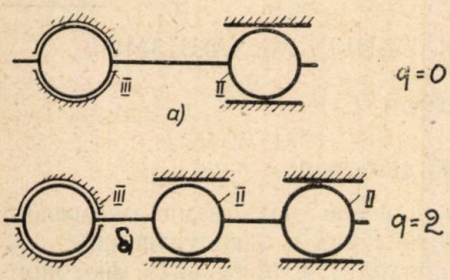


Рис. 1а, 1б

Старые конструкции машин имели большое число пассивных связей, что приводило к большим затратам труда и времени на их изготовление и сборку. Потом постепенно начали распространяться средства для устранения пассивных связей (подшипники Селлерса, самоустанавливающиеся подшипники качения, цилиндрические ползуны и т. д.).

Однако до сих пор во многих машинах и механизмах без всякой надобности остались пассивные связи, что усложняет и удорожает изготовление и эксплуатацию.

Особенно важно конструировать без пассивных связей те механизмы, часть звеньев которых работает в условиях высоких температур (например, механизмы регулирования паровых турбин) так как за счет этого повышается надежность их работы и уменьшается трение.

Число пассивных связей для некоторых механизмов означает число размеров, требующих точного выполнения. Но во многих механизмах, как это будет показано на приводимых ниже примерах, число размеров, требующих точного выполнения, значительно больше числа пассивных связей. Поэтому не столь важно их количество, сколько решение вопроса есть ли пассивные связи в механизме или нет.

Следует различать пассивные связи в механизме, которые в большинстве случаев являются вредными, от пассивных связей в кинематической паре, которые в большинстве случаев вполне допустимы (например, пассивные связи в многозаходном винте, или в шлицевом соединении), так как обычно все рабочие поверхности кинематической пары изготовляются с одной установки на станке, одним и тем же инструментом и потому их легко сделать с большей точностью.

Определение числа пассивных связей можно производить по формуле Малышева [1]

$$(1) \qquad w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q \,.$$

Подвижность механизма w, т. е. число независимых параметров, которые надо задать для определенности движения, обычно бывает известна и ее можно подставить в формулу, чтобы найти число пассивных связей q, т, е.

$$q = w - 6n + 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 . \quad (2)$$

При подстановке в формулу значения подвижности w следует учитывать также звенья с пассивным движением.

Как известно, пассивной подвижностью звена называется такая подвижность, которая не влияет на подвижность механизма в целом. Такую подвижность имеют ролики (за счет возможного проскальзывания), блоки, шкивы, плавающие втулки и пальцы, шатуны и цилиндрические ползуны с шаровыми головками, а также кольца подшипников качения, если они на скользящей посадке (при рассмотрении элементов подшипника). В большинстве случаев пассивная подвижность применяется для получения более равномерного износа рабочих поверхностей кинематических пар.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССОВ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР БЕЗ УЧЕТА ЗАЗОРОВ В НИХ

В структурной формуле мы должны указывать классы кинематических пар, т. е. число условий связи, которую данная пара налагает. Каждое условие связи в кинематической паре означает не только устраненную относительную скорость — поступательную или вращательную относительно данной оси координат, но и означает также передаваемую от звена к звену силу или момент. На эти силы или моменты кинематическая пара должна быть рассчитана. Только при условии, если пара выдерживает эту силу или момент, можно сказать, что связь действительно наложена.

На рис. 2 приведена таблица кинематических пар. Каждому классу отведена одна строка кроме третьего, которому отведено две строки.

Для удобства ссылок будем классы пар обозначать римскими цифрами, а столбцы на рис. 2 соответственно индексами внизу.

На рис. 2 силы и моменты, передаваемые каждой парой, обозначены в правом верхнем углу.

При наличии гибких связей (троссы, канаты, ремни и ленты транспортеров) целесообразно каждую гибкую связь рассматривать как условную кинематическую пару, соединяющую жесткие звенья и всегда имеющую силовое замыкание [2].

Поэтому при подсчете числа звеньев будем иметь в виду только жесткие звенья.

В список кинематических пар следует добавить две, образуемые гибкими связями—нитью и листом. Нить (рис. 2—I_3) является парой первого класса—устраняет относительную линейную скорость вдоль нее и оставляет свободными 5 остальных относительных линейных и угловых скоростей. Лист (при достаточной ширине) является парой третьего класса (рис. 2—III_3). Лист устраняет относительные линейные ско-

Таблица кинематических пар

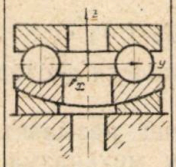
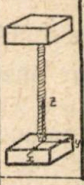
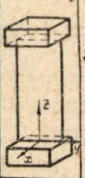
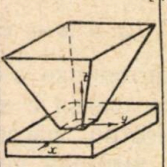
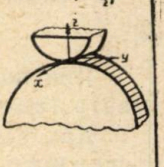
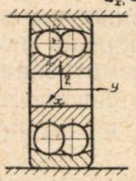
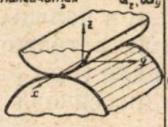
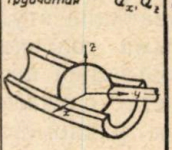
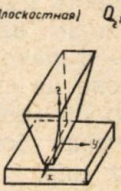
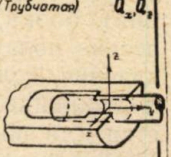
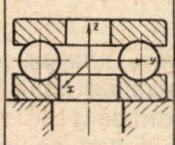
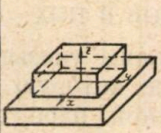
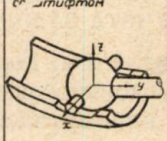
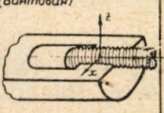
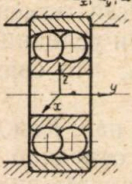
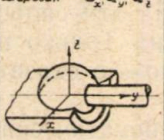
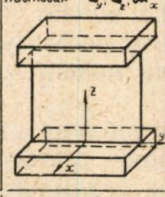
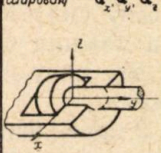
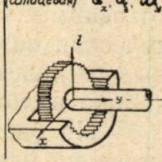
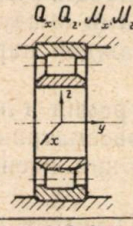
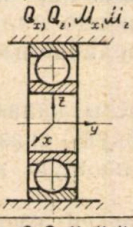
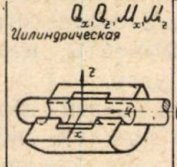
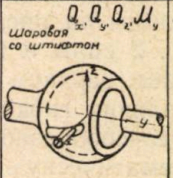
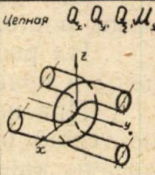
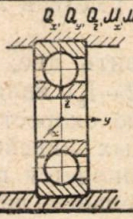
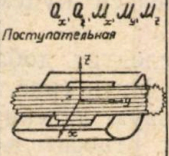
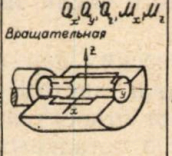
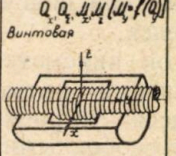
1	Q_z 	Точечная Q_z	Нитевая Q_z 	Ленточная Q_z 	(Плоскостная) Q_z 	(Линейчатая) Q_z 	
2	Q_x, Q_z 	Линейчатая Q_z, M_y 	Трубчатая Q_x, Q_z 	(Плоскостная) Q_z, M_y 	(Трубчатая) Q_x, Q_z 		
3	Q_z, M_x, M_y 	Плоскостная Q_z, M_x, M_y 	Трубчатая со штифтом Q_x, Q_z, M_y 	$Q_x, Q_z, (M_y = f(Q_z))$ (Винтовая) 			
	Q_x, Q_y, Q_z 	Шаровая Q_x, Q_y, Q_z 	Листовая Q_y, Q_z, M_x 	(Шаровая) Q_x, Q_y, Q_z 	(Шлицевая) Q_x, Q_z, M_y 		
4	Q_x, Q_z, M_x, M_z 	Q_x, Q_z, M_x, M_z 	Q_x, Q_z, M_x, M_z Цилиндрическая 	Q_x, Q_y, Q_z, M_y Шаровая со штифтом 	Цепная Q_x, Q_y, Q_z, M_y 		
5	Q_x, Q_y, Q_z, M_x, M_z 	Q_x, Q_z, M_x, M_y, M_z Поступательная 	Q_x, Q_y, Q_z, M_x, M_z Вращательная 	$Q_x, Q_z, M_y, (M_y = f(Q_z))$ Винтовая 			

Рис. 2

рости в его плоскости и угловую скорость вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости и оставляет свободными остальные линейные и угловые относительные скорости.

При наличии подшипников качения обычно не представляют интереса подвижности, полученные за счет движения шариков или роликов, сеператоров, колец на скользящей посадке и т. д. (за исключением случая, когда исследуется сам подшипник качения). Поэтому целесообразно подшипники качения рассматривать как условные кинематические пары по относительному движению тех звеньев, которые они соединяют (в зависимости от их конструкции и способа закрепления) и включить их в таблицу кинематических пар. Так и сделано на рис. 2 (первый столбец) [2]).

Аналогичным образом обстоит дело и с цепями, которые целесообразно рассматривать целиком как гибкие связи—сварную как нитевую, а шарнирную как листовую; при этом, учитывая, что цепи не могут скользить по звездочкам, надо каждый участок цепи между двумя звездочками рассматривать как отдельную гибкую связь.

При проектировании механизмов важно не только знать число пассивных связей, но и знать, где они находятся, чтобы найти способы устранения этих связей.

Очень часто кинематическая пара образуется из нескольких простых: например вал, опертый на нескольких подшипниках, два подшипника между вилкой и крестом в карданном шарнире и т. д.

Если в такой паре получаются пассивные связи, целесообразно подсчитать их отдельно, оценить их влияние на изготовление, а в общую структурную формулу вводить только активные связи. Например, если вал опирается на 3 подшипника по рис. 1б, то $p_3=1$; $p_2=2$; $w=1$ (вращение); $n=1$ поэтому

$$q = w - 6n + 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 1 - 6 + 3 + 2.2 = 2$$

требуется точная установка одного из подшипников в вертикальном и горизонтальном направлении. Поэтому нежелательно опирать вал на три подшипника.

Если такой вал входит в состав механизма, то при определении остальных пассивных связей следует в структурную формулу подставлять не все связи, наложенные в этой паре, а только активные (т. е. не 7, а 5 как во всякой вращательной паре). Таким же порядком целесообразно поступить и с остальными кинематическими парами.

Если механизм получается последовательным соединением простейших механизмов, то целесообразно вначале подсчитать пассивные связи у первого механизма, а затем поочередно у последующих.

Аналогичным образом следует поступать для механизмов, образованных наслоением групп нулевой подвижности.

---

2) В дальнейшем для упрощения вычерчивания схем механизмов будем изображать эти подшипники так же, как и кинематические пары с трением скольжения, накладывающие те же условия связи (см. рис. 1).

В этом случае следует подсчитать пассивные связи в основном механизме, а потом в присоединяемых группах.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР С УЧЕТОМ ЗАЗОРОВ В НИХ

До сих пор подвижность кинематических пар определялась нами без учета зазоров. Так и приходится делать, если кинематические пары выполнены в виде подшипников качения, зазоры в которых ничтожны, могут отсутствовать или даже иметься натяги.

При наличии зазоров получается дополнительная подвижность, которая иногда используется для работы механизма.

Примером такого использования может служить зубчатый кардан, применяемый на некоторых автомобилях для соединения коробки передач с промежуточным валом и сцепные дышла товарных паровозов, у которых, при вписывании паровоза в кривые, дополнительная подвижность получается за счет зазоров в шарнирах дышла.

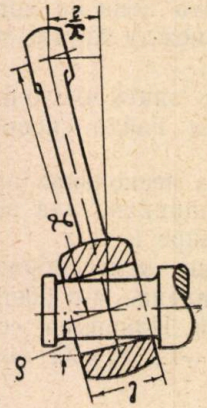


Рис. 3

Чтобы установить, какие условия связи устраняются в кинематических парах, рассмотрим в качестве примера вращательную пару с цилиндрическим пальцем (рис. 3). За счет зазора δ относительное поступательное перемещение звеньев будет тоже δ, т. е. при практически встречающихся зазорах очень невелико. Зазор быстро будет выбран и дальше пара будет передавать силу и ограничивать относительное поступательное движение.

Следовательно зазоры практически не увеличивают линейной подвижности кинематических пар.

За счет зазора δ возможный относительный поворот звеньев будет на угол $\arcsin \frac{\delta}{l}$, и перемещение другого конца звена, которое найдется из подобия треугольников на рис. 3. Откуда $\frac{\frac{x}{2}}{L} = \frac{\delta}{l}$. Практически $\frac{L}{l} = 10 \ldots 100$ и $x = (20 \ldots 200)\,\delta$.

Поэтому x много больше δ. Это перемещение может использоваться для работы механизма и для устранения пассивных связей.

Если $L=l$, то $x=2\delta$, т. е. тоже невелико.

Следовательно, зазоры создают дополнительные угловые подвижности в тех плоскостях, в которых кинематическая пара имеет незначительные резмеры по сравнению с длиной звена.

Исходя из этих соображений на рис. 2 за жирной линией показаны кинематические пары, условия связи которых найдены из указанных

выше соображений с учетом зазоров. Названия этих пар даны в скобках. Наверху обозначены силы и моменты, передаваемые этими парами.

После этих замечаний переходим к приложению изложенной теории к некоторым механизмам.[3]).

4. КЛИНОВОЙ МЕХАНИЗМ

Рассмотрим механизм двойного клина. Он состоит из двух клиньев, стойки и трех кинематических пар (рис. 4). Правильная конструкция показана на рнс. 4а. Здесь $p_4=2$; $p_3=1$; $n=2$ и $w=1$. По формуле (2) $q=0$.

Такое устройство встречается в зажимных устройствах, применяемых в приспособлениях для металлообрабатывающих станков. Отсутствие пассивных связей обеспечивает надежную работу даже при несовпадении осей и отклонении угла между осями от суммы углов клиньев. В последнем случае если $\beta_1+\beta_2<90^0$, клинья самоустанавливаются путем поворота вокруг своих осей и обеспечивается равномерное распределение нагрузки по плоскости соприкосновения клиньев (было проверено на модели).

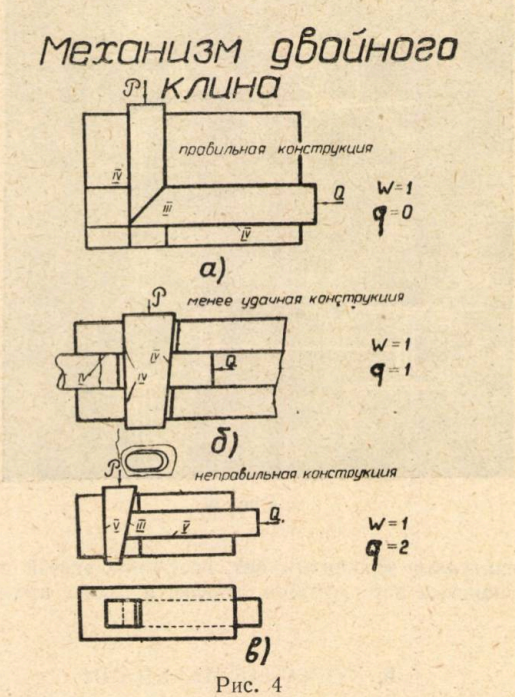


Рис. 4

Менее удачная конструкция показана на рис. 4б. Такая конструкция применяется для соединения штока с ползуном. Здес $p_4=3$ — все три кинематических пары выполнены цилиндрическими.

Па формуле (2) $q=1$, т.е. имеется одна пассивная связь. Она требует точного изготовления одного размера—угла клина в соответствии с углом в штоке.

---

3) Подробное рассмотрение рациональных схем основных механизмов будет опубликовано в трудах МВТУ.

Выполнять в одной плоскости оси направляющих клина в штоке и ползуне не требуется, так как эти направления выровняются за счет поворота штока. Также если оси направляющих клина не совпадут с осью штока, то это приведет только к некоторому повороту клина.

Неправильная конструкция показана на рис. 4в—в ней две поступательных пары 5 класса и одна плоскостная 3 класса. У нее две пассивных связи, вследствие которых требуется точное изготовление (пригонка) двух углов у одного из клиньев.

5. КРИВОШИПНО-ШАТУННЫЙ МЕХАНИЗМ

Чтобы получить рациональный механизм рис. 5а следует взять $p_5 = 2$, и $p_4 = 1$ и $p_3 = 1$, тогда по формуле (2) $q = 0$.

Такая конструкция встречается в прессах и в двигателях внутреннего сгорания.

Если все пары взять пятого класса, т.е. $p_5 = 4$ (рис. 5б), по формуле (2) получим $q = 3$, что потребует точного выполнения ряда размеров.

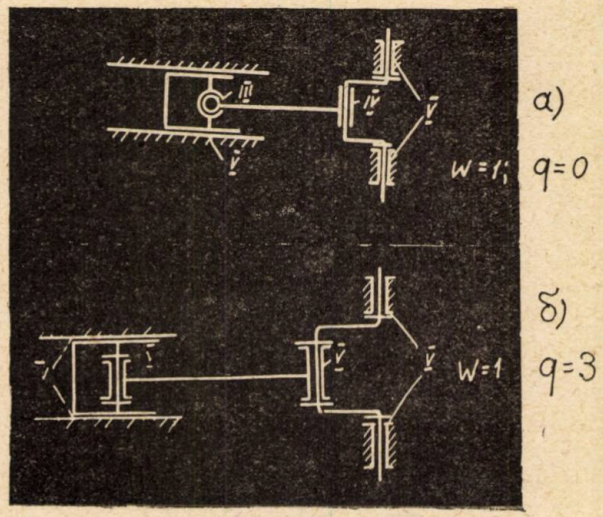


Рис. 5

Кривошипно-шатунные механизмы без пассивных связей можно также получить применением двух шаровых пар третьего класса, а также применением дополнительных шарниров.

6. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Чтобы получить $q = 0$ при $w = 1$; $n = 2$ и $p_5 = 2$ надо иметь $p_1 = 1$.

Следовательно зубчатую передачу без пассивных связей можно получить путем применения зубьев с сосредоточенным пятном касания (бочкообразных), которые образуют пару первого класса.

Условимся на схемах такие зубья изображать слегка выпуклой формой обода (рис. 6а).

Следует однако помнить, что кривизну бочкообразного зуба для получения малых удельных давлений приходится брать небольшой.

Поэтому такой зуб дает возможность допускать незначительные перекосы, т.е. позволяет только частично использовать преимущества пары первого класса.

При коэффициенте перекрытия больше единицы (как обычно и бывает) одновременное касание двух пар зубьев мало влияет на допустимые перекосы и потому практически не меняет класса кинематической пары.

Если применить цилиндрический зуб с линейным контактом, то между зубьями получим пару второго класса (рис. 6б), где $n=2$; $w=1$; $p_5=2$; $p_1=0$ и $p_2=1$. В этом случае $q=1$, что требует точного выполнения параллельности осей ведущего и ведомого вала.

В планетарных передачах нашли широкое применение многосателитные конструкции. В качестве примера такого механизма рассмотрим однорядный механизм (рис. 7) с тремя сателитами, который обычно применяется в мощных передачах. Обычно

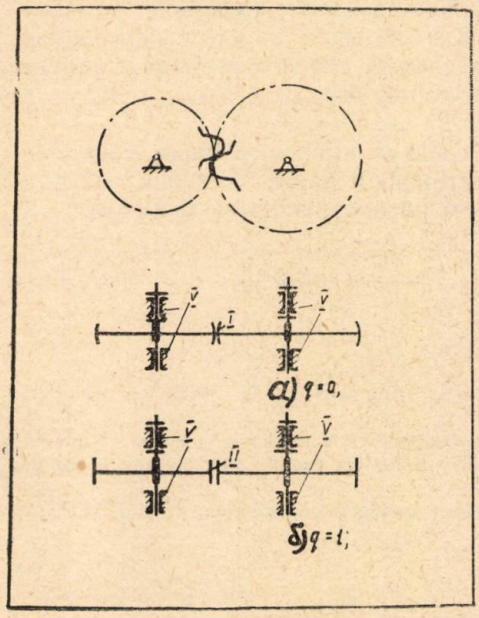


Рис. 6

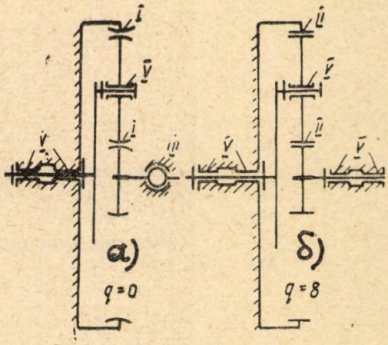


Рис. 7

даже при точном изготовлении расчет механизма ведется из условия, что момент передают два сателита из трех [3]. Избежать этого недостатка при трех сателитах очень легко, выполняя центральное колесо плавающим. Для этого можно применить сферический подшипник третьего класса как на фиг. 7а или можно поместить это колесо между двумя неподвижными плоскостями. В последнем случае входной вал приходится соединять с этим колесом соответствующим механизмом—обычно двойным зубчатым карданом.

Если зубья колес выполнить цилиндрическими, т.е. с линейным контактом, а подшипники в виде пар пятого класса, то по формуле (2) $q=8$, что потребует точного выполнения ряда размеров и особенно равенства углов между сателитами.

7. ВЫВОДЫ

1. Для надежной работы механизма при широких допусках на размеры его звеньев в нем не должно быть пассивных связей. Исключением из этого являются пассивные связи, возникающие в зубчатых передачах при одновременной работе двух пар зубьев (при $\varepsilon > 1$).

2. Определение числа пассивных связей целесообразно вести по структурным формулам, подставляя в них значение подвижности (которая обычно бывает известна) и решая уравнение относительно числа пассивных связей.

3. Зазоры в кинематических парах могут увеличивать угловую подвижность, но практически не изменяют линейной подвижности. Влияние зазоров на классы кинематических пар необходимо оценить перед расчетом.

4. В механизмах встречаются пассивные подвижности, т. е. такие, которые не влияют на общую подвижность—это: вращение роликов, блоков и шкивов, плавающих втулок и пальцев за счет скольжения, цилиндрических ползунов и шатунов вокруг своей оси (при шаровых парах) и т. д., что далается для более равномерного износа. Эти подвижности необходимо учитывать.

5. В число кинематических пар следует включить пары, создаваемые гибкими связями: нитевой и листовой, и пары, создаваемые подшипниками качения, которые при этом рассматриваются целиком.

Поступило 30 IV 1958

Московское Высшее Техническое
Училище имени И. Э. Баумана, СССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малышев А. П., **Кинематика механизмов**, Гизлегпром, М., 1933 г., стр. 385. Ф-ла 181.
2. Решетов Л. Н., **Структурные формулы механизмов с гибкими связями**, Юбилейный сборник трудов МВТУ, № 65; **Вопросы теории механизмов и машин**, Машгиз, М., 1955 г.
3. * * * **Машиностроение, Энциклопедический справочник**, т. II, ГНТИМЛ, М., 1948, стр. 94.

KONSTRUIERUNG RATIONELLER MECHANISMEN

(Zusammenfassung)

Im vorliegenden Aufsatz wird die Möglichkeit einer Erweiterung von Passungen für die Abmessungen von Gliedern und eine Verbilligung des Mechanismus durch Anwendung einer rationellen Konstruktion vorgeschlagen.

Dazu muss der Mechanismus statisch bestimmbar sein, d. h. keine passiven Verbände besitzen.

Es werden die dazu nötigen Berechnungen sowie Beispiele richtiger Konstruktion für einige Mechanismen angeführt.

CONSTRUCŢIA MECANISMELOR RAŢIONALE

(Rezumat)

Se indică posibilităţile de mărire a toleranţelor dimensiunilor elementelor mecanismelor şi a reducerii costului lor, utilizînd o construcţie raţională.

În acest scop mecanismul trebuie să fie determinabil din punct de vedere static, adică nu trebuie să aibă legături pasive.

Se expun calculele necesare şi exemple de construcţie justă a cîtorva mecanisme.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

531.012

METODA COORDONATELOR VECTORIALE CILINDRICE ÎN PREZENTAREA GRAFICĂ A ALGEBREI VECTORIALE SPAŢIALE

DE

N. IRIMICIUC

Una din cele mai comode şi mai expeditive metode de rezolvare a problemelor de mecanică şi de tehnică în care intervin relaţii între mărimi vectoriale este, după cum se ştie, metoda grafică. Dacă pentru sisteme de vectori situaţi într-un plan au putut fi elaborate reguli simple de calcul grafic, corespunzătoare diferitelor operaţiuni între vectori (în deosebi operaţiei de reducere), în schimb pentru cazul vectorilor în spaţiu, regulile elaborate pînă acum, bazate mai totdeauna pe folosirea metodei geometriei descriptive, sînt complicate şi de cele mai multe ori dificil de aplicat.

În lucrarea de faţă se elaborează o nouă metodă grafică de rezolvare a problemelor de reducere a sistemelor de vectori oarecari în spaţiu, bazată pe introducerea noţiunii de „coordonate vectoriale cilindrice".

Lucrarea e împărţită în următoarele patru părţi:

I. Elemente de calcul grafic

În prima parte a lucrării se extind elementele de calcul grafic cunoscute, înmulţirea, împărţirea, ridicarea la putere, extragerea rădăcinii patrate, pentru cazurile cînd mărimile scalare între care au loc asemenea operaţii, sînt reprezentate prin segmente la scări diferite. De asemenea se stabileşte regula de sumare algebrică a unghiurilor, convenindu-se ca plecînd de la o axă de referinţă pentru unghiuri să se ia în sens direct orice unghi pozitiv şi în sens indirect, orice unghi negativ.

II. Algebra vectorilor liberi

Aducînd vectorul liber $\overline{v}$ cu originea într-un pol arbitrar, reprezentînd punctul de intersecţie al unui plan, numit aici „planul reprezentării", cu o axă normală pe plan, numită de asemenea „axa reprezentării", vectorul poate fi descompus în două componente normale una pe alta:

a) o componentă în planul reprezentării, numită „componenta radială", $\overline{v_r}$, formînd un unghi θ cu o axă de referinţă în planul reprezentării, putîndu-se scrie $\overline{v_r} = v_r \overline{u_\theta}$, unde $\overline{u_\theta}$ e versorul lui $\overline{v_r}$, scris astfel pentru a pune în evidenţă orientarea lui în planul reprezentării;

b) o componentă îndreptată după axa reprezentării, numită pe scurt „componentă normală" (pe planul reprezentării) $\overline{v_n} = v_n \overline{n}$, $\overline{n}$ fiind versorul axei.

În modul acesta vectorul liber $\overline{v}$ poate fi determinat acum prin următorii trei parametri $\overline{v}$ (v_r, v_n, θ), v_r, v_n, θ, numindu-se „coordonate vectoriale cilindrice", relaţiile

între coordonatele vectoriale cilindrice şi cele carteziene avînd aceleaşi forme ca şi relaţiile între coordonatele unui punct în sistemele de coordonate cilindric şi cartezian.

Expresia analitică a unui vector în coordonate cilindrice va fi deci $\bar{v} = v_r \bar{u}_0 + v_n \bar{n}$.

În continuare se elaborează regulile de construcţii grafice corespunzătoare diferitelor operaţii între vectori liberi:

a) Suma geometrică, exprimată prin relaţia:

$$\bar{v} = \sum_\nu \bar{v}_\nu = \left(\sum_\nu v_{\nu r} \bar{u}_{\theta_\nu}\right) + \left(\sum_\nu v_{\nu n}\right) \bar{n}$$

va necesita, pentru obţinerea rezultantei, executarea unui poligon vectorial în planul reprezentării şi a unei linii vectoriale pentru componentele normale pe planul reprezentării;

b) diferenţa geometrică:

$$\bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1 = (v_{2r} \bar{u}_{\theta_2} - v_{1r} \bar{u}_{\theta_1}) + (v_{2n} - v_{1n}) \bar{n}$$

va fi obţinută prin efectuarea construcţiei grafice a diferenţei componentelor radiale ale vectorilor, în planul reprezentării şi a diferenţei componentelor normale ale vectorilor;

c) produsul scalar între vectorii $\bar{r} = r_r \bar{u}_{\theta_r} + r_n \bar{n}$ şi $\bar{v} = v_r \bar{u}_{\theta_v} + v_n \bar{n}$ va fi exprimat prin relaţia:

$$\bar{r}\,\bar{v} = r_r v_r \cos(\theta_v - \theta_r) + r_n v_n$$

şi va fi obţinut grafic prin sumarea algebrică a segmentelor reprezentînd cei doi termeni din membrul drept al relaţiei precedente, segmente determinate, după regulile de înmulţire grafică, prin nişte construcţii simple de triunghiuri asemenea;

d) produsul vectorial între vectorii $\bar{r} = r_r \bar{u}_{\theta_r} + r_n \bar{n}$ şi $\bar{v} = v_r \bar{u}_{\theta_v} + v_n \bar{n}$ va fi exprimat prin relaţia:

$$\bar{r} \times \bar{v} = \left(r_r v_n \bar{u}_{\theta_r - \frac{\pi}{2}} + r_n v_r \bar{u}_{\theta_v + \frac{\pi}{2}}\right) + r_r v_r \sin(\theta_v - \theta_r)\,\bar{n},$$

componenta radială determinîndu-se (după cum se vede din paranteză) prin construcţia unui triunghi, sau a unui paralelogram, în planul reprezentării. Segmentele reprezentînd produsele $r_r v_n$, $r_n v_r$ şi $r_r v_r \sin(\theta_v - \theta_r)$, se determină prin construcţii simple de triunghiuri asemenea;

e) tot prin construcţii asemănătoare se determină produsul mixt între trei vectori $\bar{r}$, $\bar{v}$ şi $\bar{w}$, exprimat cu ajutorul coordonatelor vectoriale cilindrice sub forma:

$$\bar{r}\,(\bar{v} \times \bar{w}) = r_r v_r w_n \sin(\theta_v - \theta_r) + r_r v_n w_r \sin(\theta_r - \theta_w) + r_n v_r w_r \sin(\theta_w - \theta_v)$$

precum şi produsul dublu vectorial între aceeaşi vectori, exprimat sub forma:

$$\bar{r} \times (\bar{v} \times \bar{w}) =$$

$$= \left\{ [\, r_r w_r \cos(\theta_w - \theta_r) + r_n v_n \,]\, v_r \bar{u}_{\theta_v} - [\, r_r v_r \cos(\theta_r - \theta_v) + r_n v_n \,]\, w_r \bar{u}_{\theta_w} \right\} +$$

$$+ \left\{ [\, r_r w_r \cos(\theta_w - \theta_r) + r_n w_n \,]\, v_n - [\, r_r v_r \cos(\theta_r - \theta_v) + r_n v_n \,]\, w_n \right\} \bar{n}.$$

III. Algebra vectorilor alunecători

Vectorul alunecător $\bar{v}$, oarecare în spaţiu, cu originea în A (fig. 1), poate fi descompus într-o componentă paralelă la planul reprezentării, $\bar{v}_r$, şi o componentă paralelă la axa reprezentării, $\bar{v}_n$. Mutînd compo-

nenta $\bar{v}_r$ din A, în planul reprezentării, dîndu-i ca origine punctul A', proiecția ortogonală pe acest plan a punctului A, asociindu-i însă momentul $\overline{\mathfrak{M}}^r = \bar{r}_n \times \bar{v}_n$ situat în planul reprezentării, normal pe $\bar{v}_r$ și de asemenea, mutînd componenta $\bar{v}_n$ din A în polul O, asociindu-i un nou moment $\overline{\mathfrak{M}}^n = \bar{r}_r \times \bar{v}_n$ situat tot în planul reprezentării, normal pe $\bar{r}_r$ și formînd cu axa de referință pentru unghiuri, un unghi ϑ_n, în locul vectorului alunecător $\bar{v}$, se obține sistemul echivalent, format din vectorii $\bar{v}_r$, $\overline{\mathfrak{M}}^r$ și $\overline{\mathfrak{M}}^n$ în planul reprezentării și din vectorul $\bar{v}_n$ pe axa reprezentării.

În modul acesta se verifică cu ușurință că vectorul alunecător poate fi determinat prin cunoașterea următorilor șase parametri:

$$\bar{v} \begin{Bmatrix} v_r, & v_n, & \vartheta_v \\ \mathfrak{M}^r, & \mathfrak{M}^n, & \vartheta_n \end{Bmatrix}$$

numite tot coordonate vectoriale cilindrice ale lui $\bar{v}$.

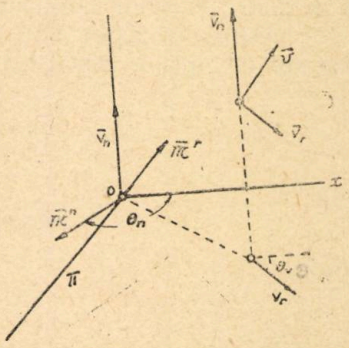


Fig. 1

Reducerea sistemelor de vectori va consta acum în:

a) reducerea sistemului de vectorii $\bar{v}_{v_r}$ în planul reprezentării, la rezultanta $\bar{v}_r$, cu ajutorul poligoanelor vectorial și funicular;

b) reducerea sistemelor de vectori $\overline{\mathfrak{M}}^r_v$ și $\overline{\mathfrak{M}}^n_v$ la rezultantele $\overline{\mathfrak{M}}^r$ și $\overline{\mathfrak{M}}^n$, în planul reprezentării, cu ajutorul poligoanelor vectoriale;

c) reducerea sistemului de vectori $\bar{v}_{v_n}$ la rezultanta $\bar{v}_n$, cu ajutorul liniei vectoriale.

Reducerea pe cale grafică a unui sistem de vectori alunecători în spațiu la un sistem echivalent simplu poate fi efectuată acum în baza următoarelor criterii:

1. Sistemul se reduce la un torsor dacă cel puțin unul din poligoanele vectoriale pentru determinarea lui $\bar{v}_r$ și $\bar{v}_n$ precum și poligonul vectorial pentru determinarea lui $\overline{\mathfrak{M}}^r$ nu se închid, iar $\overline{\mathfrak{M}}^r$ face cu $\bar{v}_r$ un unghi diferit de $\pi/2$.

2. Sistemul se reduce la un vector unic, determinat, dacă cel puțin unul din poligoanele vectoriale construite pentru determinarea lui $\bar{v}_r$ și $\bar{v}_n$ nu se închide (în primul caz poligonul funicular trebuie însă să se închidă); poligoanele vectoriale pentru determinarea vectorilor rezultanți $\overline{\mathfrak{M}}^r$ și $\overline{\mathfrak{M}}^n$ pot să se închidă (și atunci vectorul unic rezultant trece prin pol), sau nu, în ultimul caz însă vectorul $\overline{\mathfrak{M}}^r$ trebuie să fie normal pe $\bar{v}_r$, iar $\mathfrak{M}^n$ trebuie să satisfacă condiția $\mathfrak{M}^n = r_r v_n$, $\bar{r}_r$ fiind luat normal pe $\overline{\mathfrak{M}}^n$.

3. Sistemul se reduce la un cuplu dacă poligoanele vectoriale pentru determinarea vectorilor $\bar{v}_r$ şi $\bar{v}_n$ se închid şi cel puţin unul din cele două poligoane construite pentru determinarea vectorilor rezultanţi $\overline{\mathfrak{M}}^r$ şi $\overline{\mathfrak{M}}^n$, sau poligonul funicular construit pentru determinarea vectorului rezultant $\bar{v}_r$, nu se închid.

4. Sistemul e echivalent cu zero cînd toate poligoanele vectoriale, precum şi poligonul funicular se închid.

În încheiere semnalăm posibilitatea de scriere în coordonate vectoriale cilindrice a ecuaţiei axei centrale a sistemului de vectori, precum şi a coordonatelor centrului unui sistem de vectori paraleli.

Astfel, ecuaţiei vectoriale a axei centrale îi corespund în coordonate cilindrice ecuaţiile:

$$\bar{r}_{Cr} = \lambda \bar{v}_r + \frac{1}{v^2}\left[\bar{v}_r \times (\bar{r} \times \bar{v}_r) + \bar{v}_n \times \overline{\mathfrak{M}}_r\right],$$

$$\bar{r}_{Cn} = \lambda \bar{v}_n + \frac{1}{v^2}\left[\bar{v}_r \times \overline{\mathfrak{M}}_r\right]$$

unde

$$\overline{\mathfrak{M}}_r = \overline{\mathfrak{M}}^r + \overline{\mathfrak{M}}^n .$$

După cum se vede, proiecţia axei centrale pe planul reprezentări se va găsi adăugînd la vectorul bine determinat:

$$\bar{r}_{Cr_1} = \frac{1}{v^2}\left[\bar{v}_r \times (\bar{r}_r \times \bar{v}_r) + \bar{v}_n \times \overline{\mathfrak{M}}_r\right]$$

construit după regulile arătate în prima parte, un vector de mărime arbitrară coliniar cu $\bar{v}_r$.

De asemenea poziţia centrului unui sistem de vectori paraleli va fi determinată cu ajutorul vectorilor:

$$\bar{r}_{Cr} = \frac{\sum_\nu \bar{r}_{\nu n} v_\nu}{\sum_\nu v_\nu}, \quad \bar{r}_{Cn} = \frac{\sum_\nu \bar{r}_{\nu r} v_\nu}{\sum_\nu v_\nu}.$$

IV. Cîteva elemente de analiză vectorială

Derivata funcţiei vectoriale:

$$\bar{v}(t) = v_r(t)\, \bar{u}_{\theta(t)} + v_n(t)\, \bar{n}$$

are în coordonate vectoriale expresia:

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \left[\frac{dv_r}{dt}\bar{u}_\theta + v_r \frac{d\theta}{dt}\bar{u}_{\theta + \frac{\pi}{2}}\right] + \frac{dv_n}{dt}\bar{n},$$

iar integrala unei funcţii $\bar{v}(t)$ care îndeplineşte condiţia de a putea fi scrisă sub forma

$$\bar{v}(t) = v_r \bar{u}_{\theta_v} + v_n \bar{n} = \left(\frac{dV_r}{dt} \bar{u}_{\theta_V} + V_r \frac{d\theta_V}{dt} \bar{u}_{\theta_V + \frac{\pi}{2}} \right) + \frac{d\bar{V}_n}{dt} \bar{n}$$

va fi :

$$\bar{V}(t) = V_r \bar{u}_{\theta_V} + V_n \bar{n} = \int \bar{v}_r \, dt + \int \bar{v}_n \, dt + \bar{C}.$$

Concluzii

Considerăm că metoda expusă prezintă, în comparaţie cu metodele grafice folosite pînă acum, avantajele de a fi în primul rînd extrem de simplă, iar în al doilea rînd, de a constitui o metodă unitară de prezentare a algebrei vectoriale, construcţiile grafice pentru cazul plan rezultînd ca un caz particular.

Primit la 12 VIII 1958

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Mecanică şi Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Ladon I. F., *Bazele calculului vectorial,* Ed. Stat. Buc., 1949, (trad. din l. rusă)
2. Kocin N. E., *Calcul vectorial şi Introducere în calculul tensorial,* Ed. Tehn. Buc., 1954, (trad. din l. rusă)
3. Plăcinţeanu I. I., *Vectori. Potenţial. Tensori,* Iaşi, 1948.
4. Irimiciuc N., *Curs de mecanică teoretică,* Lit. Inst. Polit. Iaşi, vol. I, 1955, (litografiat).
5. Bălan Şt., *Mecanică teoretică şi aplicată,* Impr. CFR, Buc., 1942
6. Suslov G. K., *Mecanică raţională,* Ed. Tehn. Buc., 1950, (trad. din l. rusă).
7. Vîlcovici V., *Curs de mecanică,* Buc., 1949, (litografiat).

МЕТОД ВЕКТОРНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ В ГРАФИЧЕСКОМ ИЗОБРАЖЕНИИ АЛГЕБРЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ

(Резюме)

В этой заметке предлагается графический метод решения задач приведенных систем любых пространственных векторов, основанный на введении понятия „цилиндрические векторные координаты".

Разлагая некоторый скользящий вектор на две составляющие — одна $\bar{v}_r$ параллельная данной „плоскости изображения" и другая $\bar{v}_n$ параллельная оси перпендикулярной этой плоскости, — скользящий вектор $\bar{v}$ межет быть заменен эквивалентной системой векторов $\bar{v}_r$, $\overline{\mathcal{M}}^r$, $\overline{\mathcal{M}}^n$, находящихся на плоскости изображения и вектором $\bar{v}_n$—на оси (рис. 1).

Таким образом, скользящий вектор окончательно определён параметрами v_r v_n θ_v, $\mathcal{M}^r$, $\mathcal{M}^n$, θ_n названными „цилиндрическими векторными координатами".

Следовательно графическое приведение некоторых пространственных векторных систем может быть произведено известными графическими путями для случая любых систем векторов на плоскости.

Даются также указания для графического построения с целью получения скалярных и векториальных произведений, а также и для соотношений между этими произведениями.

LA PRÉSENTATION GRAPHIQUE DE L'ALGÈBRE VECTORIELLE SPATIELLE PAR LA MÉTHODE DES „COORDONÉES VECTORIELLES CYLINDRIQUES"

(Résumé)

L'Auteur élabore dans cette Note une nouvelle méthode de résolution graphique des problèmes concernant la réduction des systèmes de vecteurs quelquonques dans l'espace, basée sur l'introduction de la notion de „coordonnées vectorielles cylindriques".

En décomposant un vecteur glissant en deux composants, l'un, $\overline{v_r}$, parallèle à un plan donnée, nommé „plan de représentation", et l'autre, $\overline{v_n}$, parallèle à une axe normale sur le plan mentionné, le vecteur glissant $\overline{v}$ peut être remplacé par le système équivalent formé par les vecteurs $\overline{v_r}$, $\overline{\mathcal{M}^r}$ et $\overline{\mathcal{M}^n}$, dans le plan de représentation et le vecteur $\overline{v_n}$ sur l'axe de représentation (fig. 1).

Le vecteur glissant $\overline{v}$ résulte ainsi complètement déterminé par les paramètres v_r, v_n, θ_v, $\mathcal{M}^r$, $\mathcal{M}^n$ et θ_n, nommés „coordonnées vectorielles cylindriques".

La réduction graphique d'un système de vecteurs quelquonques dans l'espace pourra donc être effectuée par les moyens connus pour le cas des systèmes de vecteurs dans le plan.

Dans ce travail sont données aussi les règles de construction graphique nécessaires pour obtenir les produits : scalaire, vectoriel, mixte et double vectoriel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621-231

ÜBER DAS ALLGEMEINE ANALYTISCHE STUDIUM DER MALTESER KREUZE REGELMÄSSIGER FORM

VON

OCTAVIAN MUNTEANU

Mitgeteilt bei der wissenschaftlichen Tagung der technischen Hochschule Jassy am 24—25 Oktober 1953

Die Malteser-Kreuz-Getriebe, sowie die Sternradgetriebe, haben eine ähnliche Bewegung mit der während des Rückganges einer schwingenden Schleife.

Ein Malteser-Kreuz-Getriebe besteht aus drei Glieder: Eine kreisförmige Platte mit dem Anfangsgliede (mit der Kurbel) eng verbunden, ein Gestell und eine in besonderer Weise verzahnte Platte (das geführte Glied) mit mehreren Schleifen versehen. Die Winkeln zwischen den Schleifen sind im gegenwärtigen Falle gleich.

Wenn man im Dreiecke ABO (Abb. 1) den Sinussatz verwendet, erhält man ein Ausdruck wo $OA = OB \dfrac{1}{\sin \pi/n}$.

Legt man darin $\sin^{-1} \pi/n = k_n$ und lösst man den erlangten Ausdruck in Bezug auf φ auf, so ermittelt man:

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{k_n - \sin \vartheta}{\cos \vartheta}. \tag{1}$$

Die erste Zeitableitung ergibt die Winkelgeschwindigkeit des Malteser-Kreuzes:

$$\dot{\varphi} = \frac{k_n \sin \vartheta - 1}{k_n^2 + 1 - 2k_n \sin \vartheta}. \tag{2}$$

Die extremen Werte der Winkelgeschwindigkeit sind:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{\min} = 0, \text{ für } \vartheta = \dfrac{\pi}{n} \text{ und } \vartheta = \dfrac{n-1}{n}\pi, \\ \dot{\varphi}_{\max} = \dfrac{1}{k_n - 1}\dot{\vartheta}, \text{ für } \vartheta = \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Die so ermittelten Werte der extremen Winkelgeschwindigkeiten werden in der beigelegten Tafel, für verschiedene Werte von n ausgegeben.

Die zweite Zeitableitung ergibt die Winkelbeschleunigungen des Malteser-Kreuzes:

$$\ddot{\varphi} = k_n (k_n^2 - 1) \frac{\cos \vartheta}{(k_n^2 + 1 - 2k_n \sin \vartheta)^2} \dot{\vartheta}^2 . \tag{3}$$

Die extremalen Werte der Winkelbeschleunigung finden für

$$\vartheta_{12} = \arcsin \frac{-(k_n^2 + 1) \pm \sqrt{k_n^4 + 34k_n^2 + 1}}{4k_n}$$

statt, welche die Wurzeln der dritten Zeitableitung von φ darstellen.

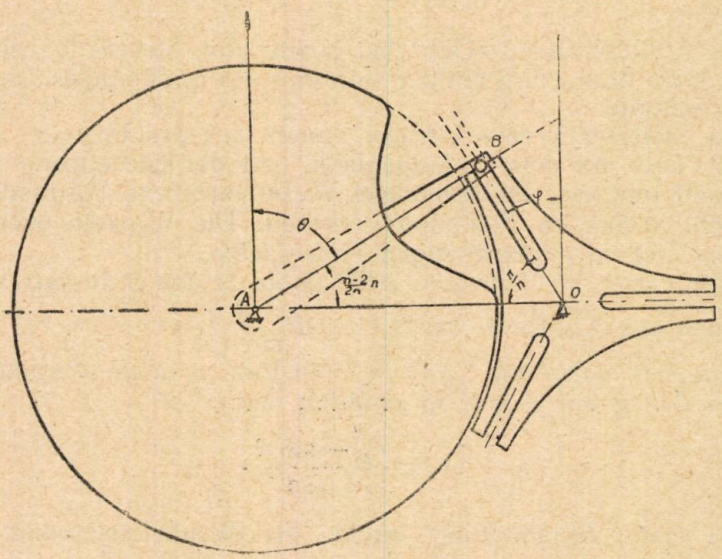


Fig. 1

Die Werte der extremen Winkelbeschleunigungen nehmen die Form:

$$\ddot{\varphi}_{max} = \frac{k_n (k_n^2 - 1) \sqrt{1 - \left[\frac{-(k_n^2 + 1) + \sqrt{k_n^2 + 34k_n^2 + 1}}{4k_n}\right]^2}}{\left[(k_n^2 + 1) - \frac{-(k_n^2 + 1) + \sqrt{k_n^4 + 34k_n^2 + 1}}{2}\right]^2} \dot{\vartheta}^2 ,$$

Tabelle I

Variationstafel des Anfangs- und End-Winkels der Bewegung der zwei Elementen des Malteser Getriebes der Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen des Malteser Kreuzes von der Schleifenzahlen n abhängig

Gliederzahl des Malteser Kreuzes	$k_n = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}}$	Winkel zwischen zwei nacheinander folgenden Schleifen	Winkel φ und θ				Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$				Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$			
			Anfang der Bewegung		Ende der Bewegung		Minimum		Maximum		Minimum		Maximum	
n		$\varphi_n = 2\frac{\pi}{n}$	$\theta_{0m} = \frac{\pi}{n}$	$\varphi_m = \frac{n-2}{2}\frac{\pi}{n}$	$\theta_{0M} = (n-1)\frac{\pi}{n}$	$\varphi_M = \frac{n+2}{2}\frac{\pi}{n}$	$(n-1)\frac{\pi}{n} \leqslant \theta_{1m} \leqslant \frac{n+2}{2}\frac{\pi}{n}$	$\dot{\varphi}_m$	$\theta_{1M} = \frac{\pi}{2}$	$\dot{\varphi}_M$	θ_{2m}	$\ddot{\varphi}_m$	θ_{2M}	$\ddot{\varphi}_M$
3	1,155	120°	60°	30°	120°	150°	Für θ_{0m} und θ_{0M} und alle θ während der Rastzeit	0	$\frac{\pi}{2}$	$6{,}40\,\dot{\theta}$	94°46′	$-31{,}5\,\dot{\theta}^2$	85°14′	$31{,}5\,\dot{\theta}^2$
4	1,414	90°	45°	45°	135°	135°				$2{,}41\,\dot{\theta}$	101°27′40″	$-5{,}41\,\dot{\theta}^2$	78°32′20″	$5{,}41\,\dot{\theta}^2$
5	1,701	72°	36°	54°	144°	126°				$1{,}43\,\dot{\theta}$	107°34′30″	$-2{,}30\,\dot{\theta}^2$	72°25′30″	$2{,}30\,\dot{\theta}^2$
6	2	60°	30°	60°	150°	120°				$\dot{\theta}$	112°04′10″	$-1{,}35\,\dot{\theta}^2$	67°05′50″	$1{,}35\,\dot{\theta}^2$
7	2,305	51°25′43″	25°42′51″	64°17′9″	154°17′9″	115°42′5″				$0{,}78\,\dot{\theta}$	117°33′40″	$-0{,}93\,\dot{\theta}^2$	62°26′20″	$0{,}93\,\dot{\theta}^2$
8	2,613	45°	22°30′	67°30′	157°30′	112°30′				$0{,}62\,\dot{\theta}$	115°01′	$-0{,}71\,\dot{\theta}^2$	54°59′	$0{,}71\,\dot{\theta}^2$
9	2,924	40°	20°	70°	160°	110°				$0{,}52\,\dot{\theta}$	125°15′47″	$-0{,}56\,\dot{\theta}^2$	54°44′13″	$0{,}56\,\dot{\theta}^2$
10	3,236	36°	18°	72°	162°	108°				$0{,}45\,\dot{\theta}$	128°30′36″	$-0{,}46\,\dot{\theta}^2$	51°29′24″	$0{,}46\,\dot{\theta}^2$
12	3,864	30°	15°	75°	165°	108°				$0{,}35\,\dot{\theta}$	134°05′30″	$-0{,}35\,\dot{\theta}^2$	45°54′30″	$0{,}35\,\dot{\theta}^2$
20	6,394	18°	9°	81°	171°	99°				$0{,}19\,\dot{\theta}$	148°16′20″	$-0{,}18\,\dot{\theta}^2$	31°16′40″	$0{,}18\,\dot{\theta}^2$
24	7,661	15°	7°30′	82°30′	172°30′	97°30′				$0{,}15\,\dot{\theta}$	153°27′35″	$-0{,}16\,\dot{\theta}^2$	26°32′25″	$0{,}16\,\dot{\theta}^2$

$$\ddot{\varphi}_{\min} = \frac{-k_n(k_n^2-1)\sqrt{1-\left[\frac{-(k_n^2+1)+\sqrt{k_n^4+34k_n^2+1}}{4k_n}\right]^2}}{\left[(k_n^2+1)-\frac{-(k_n^2+1)+\sqrt{k_n^4+34k_n^2+1}}{2}\right]^2}\,\dot{\vartheta}^2 \text{ an.}$$

Die Werte der extremen Winkelbeschleunigungen für Malteser-Kreuze für verschiedene Werte von n sind in der Tafel (die letzten vier Spalten), eingetragen.

In den obigen Zeilen hat man $\dot{\vartheta} = \text{konst.}$ betrachtet. Wird das Anfangsglied in einer uneinförmigen Drehbewegung gesetzt, so tritt in dem Ausdrucke der Winkelbeschleunigung auch der mit $\ddot{\vartheta}$ multiplizierte Faktor ein. Ein solcher Fall wäre z. B., wenn die kreisförmige Platte mit dem Anfansgliede, mittels eines eliptischen oder hyperbolischen Zahnradsystems in Bewegung gesetzt wäre.

Tehnische Hochschule, Jassy
Lehrstuhl der Maschinenelemente

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАЛЬТИЙСКОГО КРЕСТА РЕГУЛЯРНОЙ ФОРМЫ

(Резюме)

Записывая общее уравнение движения мальтийских крестов регулярной формы, определяются уравнения вариации угловых скоростей и ускорений мальтийских крестов, причём предельные значения угловых скоростей и ускорений для мальтийских крестов имеющих $n=3,4,...,24$, даны в таблице.

Эти заключения могут быть распространены и на общий случай, когда ведущее звено вращается неоднородно, как например, случай когда оно приводится в движение системой элиптических или гиперболических зубчаток.

STUDIUL ANALITIC AL CRUCII DE MALTA DE FORMĂ REGULATĂ

(Rezumat)

Scriind ecuaţia generală de mişcare a crucilor malteze de formă regulată, se determină ecuaţiile de variaţie ale vitezelor şi acceleraţiilor unghiulare ale crucilor malteze, iar extremele vitezelor şi acceleraţiilor unghiulare, pentru cruci malteze cu $n = 3, 4,..., 24$ se dau tabelar.

Cele stabilite se pot extinde şi la cazul general cînd organul conducător se roteşte neuniform, cum ar fi cazul cînd acesta este acţionat de un sistem de roţi dinţate eliptice sau hiperbolice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621-231

APLICAREA METODEI GRAFICE A COORDONATELOR VECTORIALE CILINDRICE ÎN TEORIA MECANISMELOR ŞI MAŞINILOR (I)

DE

N. IRIMICIUC şi IZU KLEPPER

Metodele grafice de rezolvare a problemelor de cinematica mecanismelor spaţiale, care în prima etapă a dezvoltării disciplinei „Teoria mecanismelor şi maşinilor" au cunoscut o oarecare perioadă de avînt — în această ordine de idei trebuind să fie menţionate aici lucrările lui V. P. Goriacikin (1914), ale lui N. L. Merţalov (1922), ale lui G. G. Baranov (1937), ale lui F. M. Dimentberg şi I. B. Şor (1940, 1941), etc. — au fost în ultimul timp lăsate în părăsire, datorită, în primul rînd, faptului că cele mai multe din ele se bazau pe folosirea procedeelor geometriei descriptive, ceea ce le făcea dificil de aplicat.

În această lucrare se indică o metodă generală de rezolvare grafică a problemelor de cinematica mecanismelor spaţiale, bazată pe folosirea „metodei coordonatelor vectoriale cilindrice", elaborată de unul din autori [3]. În această primă notă vor fi date elementele necesare efectuării studiului pe cale grafică al deplasării unui segment de dreaptă în spaţiu, punîndu-se în evidenţă apoi consecinţele ce rezultă din acest studiu în legătură cu rezolvarea pe cale grafică a problemelor de cinematică a unor mecanisme spaţiale. Lucrarea se încheie cu un exemplu de studiu.

A. Mişcarea unui segment de dreaptă în spaţiu

Poziţia segmentului de dreaptă AB va fi determinată prin cunoaşterea în orice moment a vectorului de poziţie $\bar{r}_A$ al unui punct A al lui şi a versorului $\bar{\varrho}$ al dreptei, respectiv a coordonatelor vectoriale cilindrice ale acestor vectori:

$$(1)\qquad \bar{r}_A \begin{cases} r_{Ar} = r_{Ar}(t), \\ r_{An} = r_{An}(t), \\ \vartheta^A = \vartheta^A(t). \end{cases} \quad ; \quad \bar{\varrho} \begin{cases} \varrho_r = \varrho_r(t) \text{ sau } \varrho_n = \sqrt{1-\varrho_r^2}, \\ \\ \vartheta^{AB} = \vartheta^{AB}(t). \end{cases}$$

În adevăr, cunoaşterea acestor cinci parametri, funcţii de timp, permite determinarea mişcării oricărui punct al dreptei. Astfel poziţia lui M dată de vectorul de poziţie $\bar{r}_M = \bar{r}_A + \bar{r}_{AM}$ va putea fi găsită în-

tr-un moment dat cu ajutorul vectorului $\bar{r}_{Mr}$ în planul reprezentării, exprimat prin relaţia :

$$\bar{r}_{Mr} = r_{Ar}\,\bar{u}_{\theta A} + r_{AM}\,\bar{u}_{\theta AB} \tag{2}$$

şi prin vectorul $\bar{r}_{Mn}$ avînd expresia :

$$\bar{r}_{Mn} = (r_{An} + r_{AMn})\bar{n} \tag{3}$$

cu $$r_{AMr} = \varrho_r \overline{AM} \text{ şi } r_{AMn} = \varrho_n \overline{AM}.$$

Viteza punctului M, dată de formula $\bar{v}_M = \bar{v}_A + \bar{\omega} \times \bar{r}_{AM}$, $\bar{\omega}$ fiind vectorul viteză unghiulară instantanee, va fi dată prin componentele :

a) în planul reprezentării :

$$\bar{v}_{Mr} = v_{Mr}\,\bar{u}_{\theta M} = v_{Ar}\,\bar{u}_{\theta A} + \omega_r^n\, r_{AMn}\,\bar{u}_{\theta \omega^n - \frac{\pi}{2}} + \omega_n^n\, r_{AMr}\,\bar{u}_{\theta AB + \frac{\pi}{2}} \tag{4}$$

b) pe axa reprezentării :

$$\bar{v}_{Mn} = v_{Mn}\,\bar{n} = [v_{An} + \omega_r^n\, r_{AMr} \sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n})]\,\bar{n}, \tag{5}$$

$\bar{\omega}_r^n$ şi $\bar{\omega}_n^n$ fiind componentele în planul reprezentării şi după axa reprezentării ale componentei $\bar{\omega}^n$, normală pe direcţia segmentului AB, a vectorului $\bar{\omega}$.

În legătură cu vitezele punctelor segmentului de dreaptă, teoremele cunoscute, cu privire la proiecţiile vitezelor extremităţilor segmentului pe direcţia lui, precum şi cea cu privire la colinearitatea extremităţilor vectorilor viteză ale punctelor segmentului, îmbracă în coordonate vectoriale cilindrice, următoarele forme :

$$\mathrm{pr}_{ABr}\,\bar{v}_{Br} = \mathrm{pr}_{ABr}\,\bar{v}_{Ar} - \omega_r^n\, r_{ABn} \sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega n}), \tag{6}$$

respectiv :

$$\bar{r}^*_{Mr} = \bar{r}^*_{Ar} + \bar{p}_r \cdot \overline{AM}, \quad (8)\ \bar{r}^*_{Mn} = \bar{r}^*_{An} + \bar{p}_n \cdot \overline{AM}, \tag{7}$$

unde $\bar{r}^*_{Ar}$ şi $\bar{r}^*_{An}$ sînt componentele radială şi normală, ale vectorului de poziţie al extremităţii vectorului viteză a punctului A, $\bar{r}^*_{Mr}$ şi $\bar{r}^*_{Mn}$ sînt aceleaşi componente ale vectorului de poziţie al extremităţii vectorului viteză a punctului M, iar $\bar{p}_r$ şi $\bar{p}_n$ sînt vectori ale căror mărimi şi orientări nu depind de poziţia punctului M pe segmentul AB. Relaţia vectorială (7) arată deci că locul geometric al extremităţilor vectorilor $\bar{v}_{Mr}$ este o dreaptă (Δ^*), în planul reprezentării, iar (8) arată că în reprezentarea grafică $r^*_{Mn} = f(\overline{AM})$, r^*_{Mn} variază liniar cu AM.

În fine, acceleraţia punctului M, exprimată prin relaţia $\bar{a}_M = \bar{a}_A + \bar{\varepsilon}^n \times \bar{r}_{AM} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega}^n \times \bar{r}_{AM})$, $\bar{\varepsilon}^n$ fiind componenta normală pe direcţia segmentului, a vectorului acceleraţie unghiulară, va fi determinată :

a) În planul reprezentării, prin componenta radială:

$$(9)\qquad \bar{a}_{Mr}=a_{Mr}\bar{u}_{\theta_a^M}=a_{Ar}\bar{u}_{\theta_a^A}+\varepsilon_r^n r_{AMn}\bar{u}_{\theta^{\varepsilon^n}-\frac{\pi}{2}}+\varepsilon_n^n r_{AMr}\bar{u}_{\theta^{AB}+\frac{\pi}{2}}+$$
$$+\omega^c\omega_r^n r_{AM}\bar{u}_{\theta^{\omega^n}}-\bar{\omega}^{n^2} r_{AMr}\bar{u}_{\theta^{AB}};$$

b) pe axa reprezentării, prin componenta normală:

$$(10)\qquad \bar{a}_{Mr}=a_{Mn}\bar{n}=[a_{An}+\varepsilon_r^n r_{AMr}\sin(\vartheta^{AB}-\vartheta^{\varepsilon^n})+\omega^c\omega_n^n r_{AM}-\omega^{n^2} r_{AMn}]\bar{n},$$

$\bar{\omega}^c$ fiind componenta coliniară cu segmentul, a vectorului viteză unghiulară instantane.

De asemenea, în legătură cu acceleraţiile punctelor segmentului, cunoscuta teoremă privind proiecţiile acceleraţiilor extremităţilor segmentului pe direcţia lui, îmbracă în coordonate cilindrice, forma:

$$(11)\qquad \mathrm{pr}_{ABr}\bar{a}_{Br}=\mathrm{pr}_{ABr}\bar{a}_{Ar}-\varepsilon_r^n r_{AMn}\sin(\vartheta^{AB}-\vartheta^{\varepsilon^n})+$$
$$+\omega^c r_{AB}\omega_r^n\cos(\vartheta^{AB}-\vartheta^{\omega^n})-\omega^{n^2} r_{ABr},$$

iar teorema formulată pentru cazul deplasării segmentului de dreaptă în spaţiu după teorema demonstrată de prof. D. Mangeron [2], pentru cazul plan, cu privire la locul geometric al extremităţilor acceleraţiilor reduse ale punctelor unei drepte, va fi exprimată în coordonate vectoriale cilindrice prin relaţiile:

$$(12)\qquad \bar{r}^{**}_{Mr}=\bar{r}^{**}_{Ar}+\bar{q}_r\cdot\overline{AM}\qquad (13)\qquad \bar{r}^{**}_{Mn}=\bar{r}^{**}_{An}+\bar{q}_n\cdot\overline{AM}$$

unde $\bar{r}^{**}_{Ar}$ şi $\bar{r}^{**}_{An}$ sînt vectorii de poziţie în raport cu un pol oarecare, ai extremităţilor acceleraţiilor reduse radială şi normală, ale punctului A, $\bar{r}^{**}_{Mr}$ şi $\bar{r}^{**}_{Mn}$ vectorii de poziţie ai extremităţilor acceleraţiilor reduse, radială şi normală, ale punctului M, iar $\bar{q}_r$ şi $\bar{q}_n$ sînt vectori independenţi de poziţia punctului M pe segment.

Relaţia (12) pune în evidenţă faptul că în planul reprezentării, extremităţile acceleraţiilor reduse radiale ale punctelor segmentului au ca loc geometric o dreaptă (Δ^{**}), iar relaţia (13) arată că în reprezentarea grafică $r^{**}_{Mn}=\varphi(\overline{AM}), r^{**}_{Mn}$ variază liniar cu AM.

Trebuie de menţionat că toate formulele stabilite şi toate proprietăţile arătate mai sus se reduc, pentru cazul plan, la formulele şi proprietăţile cunoscute pentru mişcarea plan-paralelă a segmentului.

B. Aplicaţii la rezolvarea problemelor de cinematica mecanismelor articulate spaţiale

Relaţiile şi proprietăţile demonstrate în prima parte a acestei lucrări prezintă o deosebită importanţă în rezolvarea, pe cale grafică, a problemelor de cinematică a mecanismelor patrulatere articulate spa-

ţiale, cu extremităţile bielei descriind traiectorii sferice prestabilite (permise de legături). Rezolvările sînt foarte simple dacă rotaţia bielei în jurul axei sale proprii e evitată, prin anumite dispozitive ($\bar{\omega}^c = 0$).

Mai întîi trebuie de găsit, pentru o poziţie şi o mişcare dată a extremităţii A a bielei (şi în acelaşi timp şi a manivelei motoare), poziţia, viteza şi acceleraţia extremităţii B.

Construcţiile grafice pentru determinarea poziţiei punctului B vor depinde de forma traiectoriilor prestabilite ale celor două extremităţi ale bielei. În lucrare a fost stabilit şi un procedeu general de determinare grafică a poziţiei extremităţii B, pe care însă, din lipsă de spaţiu, renunţăm a-l expune.

Determinarea vitezei punctului B se va face în baza relaţiei (6), în care se va înlocui produsul $\omega_r^n \sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n})$ cu expresia dedusă din relaţia (5), în ipoteza că v_{Bn} e cunoscut:

$$\text{pr}_{ABr}\,\bar{v}_{Br} = \text{pr}_{ABr}\,\bar{v}_{Ar} - (v_{Bn} - v_{An})\frac{r_{ABn}}{r_{ABr}}. \tag{14}$$

(De menţionat că ultimul termen din membrul drept se obţine cu uşurinţă prin construcţia a două triunghiuri asemenea).

Ştiind că viteza $\bar{v}_{Br}$ va trebui să fie tangentă la proiecţia cilindrică ortogonală pe planul reprezentării a traiectoriei extremităţii B, în punctul găsit, se determină mai întîi, după (14), $\text{pr}_{ABr}\,\bar{v}_{Br}$ şi apoi $\bar{v}_{Br}$.

Relaţiile (4), (5), precum şi relaţia:

$$0 = \omega_r^n r_{ABr}\cos(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n}) + \omega_n^n r_{ABn} \tag{15}$$

reprezentînd condiţia de perpendicularitate între vectorii $\bar{\omega}^n$ şi $\bar{r}_{AB}$, între care se elimină ω_r^n şi ω_n^n, permit să se obţină unghiul $(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n})$, sub forma:

$$\sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n}) = \frac{(v_{Bn} - v_{An})\left(\frac{r_{ABn}}{r_{ABr}} + \frac{r_{ABr}}{r_{ABn}}\right)}{\sqrt{(\bar{v}_{Br} - \bar{v}_{Ar})^2 + (v_{Bn} - v_{An})^2\left(\frac{r_{ABr}^2}{r_{ABn}^2} + 2\right)}} \tag{16}$$

acesta putînd fi găsit cu uşurinţă prin construcţia unui triunghi dreptunghi, avînd o catetă egală cu numărătorul şi ipotenuza egală cu numitorul. Odată determinat unghiul $\vartheta^{AB} - \vartheta^{\omega^n}$, poate fi găsit imediat unghiul ϑ^{ω^n} şi ecuaţia vectorială (4), rezolvată grafic, permite să se determine mai întîi mărimile $\omega_r^n r_{ABn}$ şi $\omega_n^n r_{ABr}$ şi deci să se găsească apoi şi componentele ω_r^n şi ω_n^n.

Pentru determinarea acceleraţiei punctului B se va remarca mai întîi că este cunoscută componenta $\bar{a}_{B_v}$ după normala principală la traiectorie a acceleraţiei punctului B, viteza acestui punct fiind acum determinată şi traiectoria fiind cunoscută.

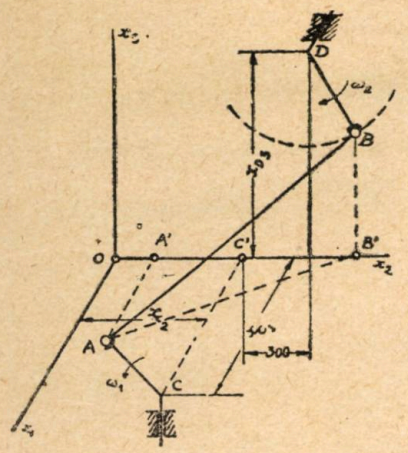


Fig. 1

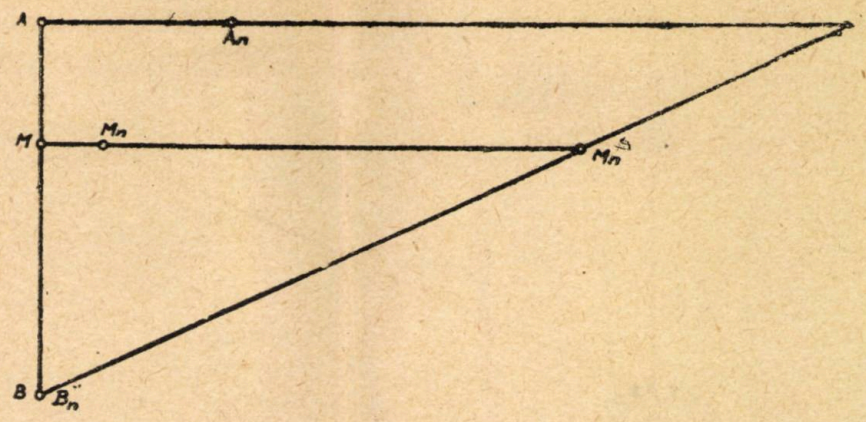


Fig. 3

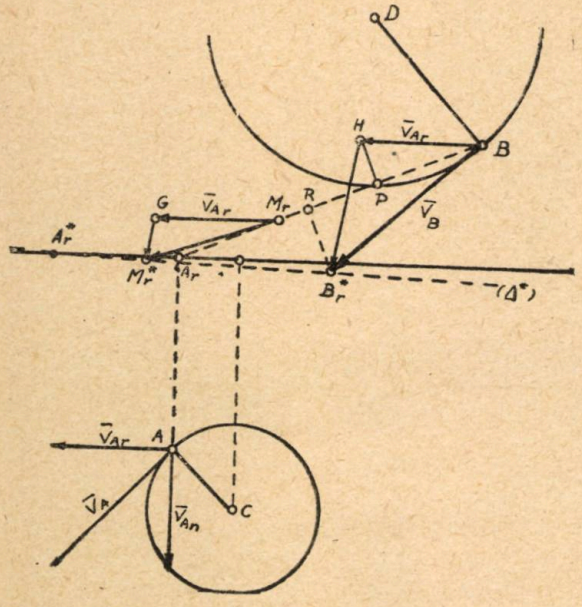


Fig. 2

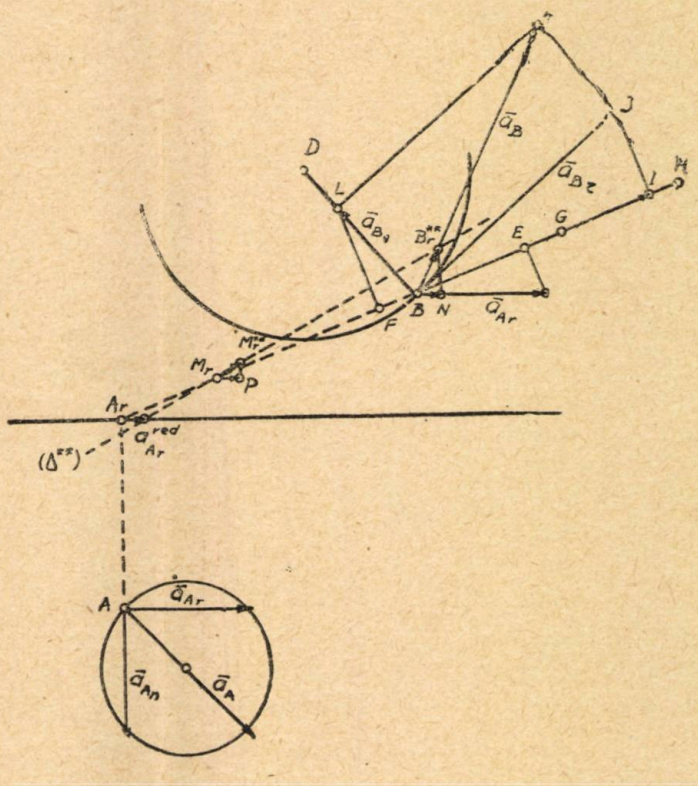


Fig. 4

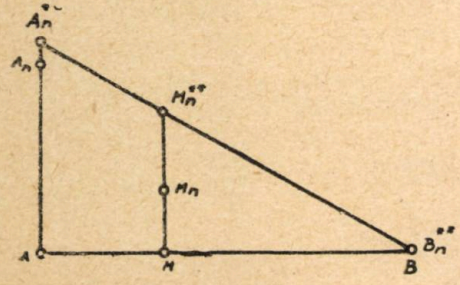


Fig. 5

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

Atît componenta normală la traiectorie cît şi cea tangenţială se vor descompune, în general, în cîte două componente, una situată în planul reprezentării şi alta normală pe planul reprezentării. Ţinînd seama de acest lucru, relaţia (11), în care se înlocuieşte $\varepsilon_r^n \sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\varepsilon^n})$ cu valoarea dedusă din (10):

$$(17)\quad \mathrm{pr}_{ABr}\,\bar{a}_{B\tau r} = (\mathrm{pr}_{ABr}\,\bar{a}_{Ar} - \mathrm{pr}_{ABr}\,\bar{a}_{Bvr}) - (a_{Bn} - a_{An}) - \omega^{n2}(r_{ABr} + r_{ABn})$$

cu a_{B_τ} presupus cunoscut, va servi la determinarea lui $\bar{a}_{B\tau r}$, orientat după tangenta în planul reprezentării la proiecţia cilindrică ortogonală a traiectoriei lui B, prin construcţii asemănătoare celor folosite în cazul determinării vitezei $\bar{v}_{Br}$. Cunoscînd $\bar{a}_{B\tau r}$ şi $\bar{a}_{Bvr}$, prin compunerea lor se obţine $\bar{a}_{Br}$.

Eliminînd, în relaţiile (9), (10) şi relaţia:

$$(18)\quad 0 = \varepsilon_r^n r_{ABr} \cos(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\varepsilon^n}) + \varepsilon_n^n r_{ABn},$$

reprezentînd condiţia de perpendicularitate între vectorii $\bar{\varepsilon}^n$ şi $\bar{r}_{AB}$, se obţine:

$$(19)\quad \sin(\vartheta^{AB} - \vartheta^{\varepsilon^n}) = \frac{(a_{Bn} - a_{An} + \omega^{n2} r_{ABn})\left(\frac{r_{ABn}}{r_{ABr}} + \frac{r_{ABr}}{r_{ABn}}\right)}{\sqrt{(\bar{a}_{Br} - \bar{a}_{Ar} + \omega^{n2} r_{ABr}\, u_{\vartheta AB})^2 + (a_{Bn} - a_{An} + \omega^{n2} r_{ABn})^2 \left(\frac{r_{ABr}^2}{r_{ABn}^2} + 2\right)}}$$

şi construcţii asemănătoare celor folosite în cazul determinării mărimilor ω_r^n şi ω_n^n, permit să se găsească şi componentele ε_r^n şi ε_n^n.

Determinarea vitezei şi acceleraţiei reduse a oricărui punct M al bielei e acum simplă, în baza proprietăţilor reprezentate prin relaţiile 7), (8) şi (12) şi (13).

C. Exemplu

În continuare s-a efectuat, sub formă de exemplu, studiul cinematic, pe cale grafică pe baza metodei expuse, a patrulaterului articulat spaţial, cu extremităţile bielei descriind cercuri în două plane perpendiculare unul pe altul, în ipoteza că rotaţia bielei în jurul axei sale e împiedicată.

Pentru a se putea pune în evidenţă avantajele acestei metode faţă de metoda geometriei descriptive în rezolvarea problemei propuse şi totodată pentru a se putea efectua şi verificările necesare, s-au adoptat pentru patrulater aceleaşi date constructive ca şi în exemplul tratat de F. S. Bezveselnîi [5]

În fig. 1 din planşa anexată este schiţat mecanismul.

În fig. 2 au fost determinate vitezele radiale ale punctelor B şi M, adoptîndu-se pentru lungimi scara $\sigma_l = \frac{1}{100}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{mm}}$ şi pentru viteze scara $\sigma_v = \frac{1}{20}\frac{\mathrm{ms}^{-1}}{\mathrm{mm}}$.

În fig. 3 a fost determinată viteza normală a punctului M, la scara lungimilor.

În fig. 4 a fost determinată acceleraţia radială a punctului B precum şi acceleraţia radială redusă a punctului M, la scara $\sigma_a = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{ms}^{-2}}{\mathrm{mm}}$.

În fig. 5 a fost determinată acceleraţia redusă, a punctului *M*, normală la planul reprezentării.

Primit la 18 XI 1958

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Mecanică şi Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Зиновьев В. А., Пространственные механизмы с низшими парами, Москва-Ленинград, 1952, Гостехтеоретиздат.
2. Манжерон Д. И., ДАН, СССР, **102**, 1955, стр. 897-898.
3. Irimiciuc D., Acest Buletin, pp. 196—20[illegible].
4. Mangeron D. şi Drăgan C., Bul. Inst. Polit. din Iaşi, **1 (5)**, *1-2*, pp. 229-232.
5. Безвесельный Е. С., Атлас по теории механизмов и машин, Изд. ХГУ, Харков, 1954, Лист 32.

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЕКТОРНЫХ КООРДИНАТ В ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН (I)

(Резюме)

В настоящей заметке производится кинематическое изучение перемещения некоторого отрезка прямой в пространстве, пользуя метод „цилиндрических векторных координат" предложенный одним из авторов [3].

Подчеркиваются результаты этого изучения облегчающие графическое решение кинематических задач некоторых пространственных механизмов.

Были установлены формулы (2) и (3) для определения положения любой точки *M* на прямой, формулы (4) и (5) для определения скорости и формулы (9) и (10) для определения ускорения. Формулированы также и свойства движения прямой в пространстве —одно из них для скоростей точек, выраженное отношениями (6), (7), (8) —другое для ускорения точек, выраженное отношениями (11), (12), (13).

Во второй части работы вышеуказанные данные применены к кинематическому исследованию шарнирного механизма. Дан и пример по этому применению.

L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DES COORDONNÉES VECTORIELLES CYLINDRIQUES DANS LA THEORIE DES MÉCANISMES ET MACHINES (I)

(Résumé)

Dans cette Note on présente l'étude cinématique du déplacement d'un segment de droite en espace, en utilisant la méthode des „coordonnées vectorielles cylindriques" élaborée par l'un des Auteurs [3], en soulignant les conséquences qui en résultent pour la résolution graphique des problèmes de cinématique concernant les mécanismes spatiaux.

Ensuite on applique les relations trouvées, à l'étude cinématique des mécanismes articulés spatiaux. L'étude est accompagnée par un exemple de résolution graphique de la cinématique d'un tel mécanisme.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621-231

STUDIUL MIŞCĂRII UNEI CAME PRIN SERII FOURIER

DE

OCTAVIAN MUNTEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 21—25 octombrie 1953

În cazul mecanismelor cu camă, legea de variaţie a spaţiului descris de tachet este definită pe intervale. Fiecărui interval îi corespunde cîte o ecuaţie analitică. În mod corespunzător şi legile de variaţie ale vitezelor şi acceleraţiilor tachetului sînt definite pe intervale.

Se consideră ca exemplu o camă ce dă tachetului axial o mişcare uniform accelerată în timpul celor două curse. Cursa ascendentă şi descendentă, în exemplul considerat de lungimea h, se efectuează, fiecare, în timpul unei jumătăţi de ciclu cinematic.

Legea de variaţie a spaţiului descris de tachet pe fiecare interval este definită de ecuaţiile :

$$(1)\quad \begin{aligned} &S(\vartheta)=s_0+\frac{2h}{\pi^2}\vartheta^2,\left(\leqslant\vartheta\leqslant\frac{\pi}{2}\right), S(\vartheta)=s_0-\frac{2h}{\pi^2}\left[(\vartheta-\pi)^2-\frac{\pi^2}{2}\right],\left(\frac{\pi}{2}\leqslant\vartheta\leqslant\frac{3\pi}{2}\right),\\ &S(\vartheta)=s_0+\frac{2h}{\pi^2}(\vartheta-2\pi)^2,\left(\frac{3\pi}{2}\leqslant\vartheta\leqslant 2\pi\right). \end{aligned}$$

În locul celor trei ecuaţii se poate obţine o serie Fourier care reprezintă variaţia spaţiului în intervalul $0-2\pi$.

Întrucît funcţiile (1) sînt pare, dezvoltarea lor în serie Fourier este o serie de cosinusuri, şi anume:

$$(1')\qquad S(\vartheta)=s_0+\frac{h}{2}-\frac{16h}{\pi^3}\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\frac{\cos(2p+1)\vartheta}{(2p+1)^3}.$$

Legea de variaţie a vitezei tachetului este definită de derivatele ecuaţiilor (1) în raport cu timpul

$$(2)\quad \begin{aligned} &\dot{S}(\vartheta)=\frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}\,\vartheta,\left(0\leqslant\vartheta\leqslant\frac{\pi}{2}\right), \dot{S}(\vartheta)=-\frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}(\vartheta-\pi),\left(\frac{\pi}{2}\leqslant\vartheta\leqslant\frac{3\pi}{2}\right),\\ &\dot{S}(\vartheta)=\frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}(\vartheta-2\pi),\left(\frac{3\pi}{2}\leqslant\vartheta\leqslant 2\pi\right). \end{aligned}$$

Seria Fourier a vitezelor este o serie de sinusuri, întrucît funcţiile (2) sînt funcţii impare. Calculînd coeficienţii, se obţine :

$$\dot{S}(\vartheta) = \frac{16h}{\pi^3}\dot{\vartheta}\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\frac{\sin(2p+1)\vartheta}{(2p+1)^2}. \tag{2'}$$

Întrucît seria (2') este uniform convergentă, reprezentînd viteza tachetului, se putea obţine şi prin derivarea termen cu termen a seriei (1').

Legea de variaţie a acceleraţiei tachetului se obţine derivînd ecuaţiile (2), în raport cu timpul :

$$\ddot{S}(\vartheta) = \frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}^2, \left(0 \leqslant \vartheta \leqslant \frac{\pi}{2}\right), \quad \ddot{S}(\vartheta) = -\frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}^2, \left(\frac{\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant \frac{3\pi}{2}\right),$$
$$\ddot{S}(\vartheta) = \frac{4h}{\pi^2}\dot{\vartheta}^2, \left(\frac{3\pi}{2} \leqslant \vartheta \leqslant 2\pi\right). \tag{3}$$

($\dot{\vartheta}$ este considerat constant).

Cu ajutorul ecuaţiilor (3) se obţine seria Fourier a acceleraţiei tachetului. Funcţiile (3) fiind pare, seria Fourier este o serie de cosinusuri, adică :

$$\ddot{S}(\vartheta) = \frac{16h}{\pi^3}\dot{\vartheta}^2\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\frac{\cos(2p+1)\vartheta}{2p+1}. \tag{3'}$$

Legea de variaţie a acceleraţiei fiind discontinuă la limitele intervalului doi, seria Fourier (3') reprezintă media aritmetică a acceleraţiilor la limitele celui de al doilea interval. Întrucît valorile acceleraţiilor la limitele intervalului doi sînt egale şi de semne contrare, valoarea medie este nulă.

Seriile (1') şi (2') converg rapid, fapt care permite să se aproximeze valoarea spaţiului şi a vitezei luînd primii doi, respectiv primii patru termeni ai seriilor. Seria (3') converge mai încet decît primele două şi nu poate fi utilizată la aproximări decît pentru valori ale lui ϑ apropiate de limitele intervalului doi.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Organe de maşini

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ КУЛАЧКА ВЫРАЖЕННОГО РЯДОМ ФУРЬЕ

(Резюме)

Движение толкателя кулачкового механизма может быть выражено (в случае прямолинейного закона скоростей) рядом Фурье.

Таким образом, для закона движения (уравнение (1)) получается ряд (1), для закона скоростей (уравнение (2)) — ряд (2) а для закона ускорений (уравнение (3)) — ряд (3).

DAS STUDIUM DER BEWEGUNG EINES KURVENGETRIEBES DURCH FOURIERSCHEN REIHEN

(Zusammenfassung)

Die Bewegung des Hubgliedes eines Kurvengetriebes (im betrachteten Falle lineares Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz) kann man mittels einer Fouriersche-Reihe ausdrücken.

Dadurch werden für das Weg-Zeit-Gesetz (Gleichungen (1)) die Reihe (1'), für das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz (Gleichungen (2)) die Reihe (2') und für das Beschleunigungs-Zeit-Gesetz (Gleichungen (3)) die Reihe (3') erhalten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621-231

O ARTICULAŢIE CARDANICĂ HOMOCINETICĂ (I)

DE

N. IRIMICIUC

Într-o lucrare [1]) a unui colectiv de studenţi [2]) activînd în cadrul cercului de mecanică de la Institutul Politehnic Iaşi, efectuată sub conducerea autorului, în care se continuă cercetările lui K. S. Tarhanov [1] şi I. Idiţoiu [2], a fost semnalată posibilitatea obţinerii unei cruci cardanice homocinetice, prin asigurarea unei anumite legi de variaţie a unghiului dintre braţele crucii, în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui conducător.

În Nota de faţă se dau rezultatele studiului cinematic efectuat pentru acest caz de articulaţie cardanică, studiu întreprins în vederea obţinerii datelor necesare unui studiu ulterior dinamic, precum şi a stabilirii posibilităţilor de realizare practică a unui asemenea mecanism.

Legea de variaţie a unghiului γ (fig. 1, cu $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$), care asigură rotaţia arborelui condus cu aceeaşi viteză unghiulară ca şi a arborelui motor, e dată de relaţia:

$$\sin\gamma = -1 + (1 + \cos\alpha)\cos^2\vartheta_1 \tag{1}$$

obţinîndu-se astfel:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \tag{2}$$

şi

$$\omega_2 = \omega_1 \tag{3}$$

ϑ_1 şi ω_1 fiind unghiul de rotaţie, respectiv viteza unghiulară, a arborelui conducător, iar ϑ_2 şi ω_2, unghiul de rotaţie, respectiv viteza unghiulară, a arborelui condus.

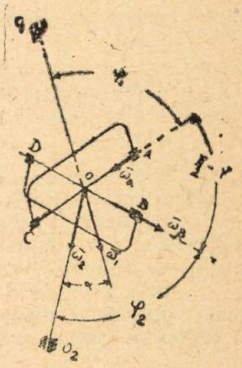


Fig. 1

Vitezele unghiulare relative ale fusurilor articulaţiilor A şi B ale braţelor crucii au respectiv valorile:

$$\omega_A = \omega_B = \omega_1 \frac{\sin\alpha}{(1 + \cos\alpha)\cos\vartheta_1} \tag{4}$$

1) *Studiul cinematic al cazului general al articulaţiei cardanice universale*, temă propusă de prof. şef catedră dr. D. Mangeron şi prezentată la sesiunea ştiinţifică din 1957 a studenţilor, atît la Institutul Politehnic Iaşi, cît şi la sesiunea ştiinţifică pe ţară, din oraşul Stalin.

2) Stoleru Irina, Paraschiv Corneliu, Abramovici Iulian, Ochianu Radu şi Gorcea Emil

iar viteza unghiulară instantanee a braţelor crucii are modulul:

$$\omega = \omega_1 \frac{\sqrt{(1+\cos\alpha)^2 \cos^2\vartheta_1 + \sin^2\alpha}}{(1+\cos\alpha)\cos\vartheta_1} \tag{5}$$

şi expresia analitică:

$$\bar{\omega} = -\omega_1 \left[\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \bar{i}_1' + \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \operatorname{tg}\vartheta_1 \bar{i}_2' + \bar{i}_3' \right] \tag{6}$$

în raport cu un sistem de coordonate fix $Ox_1'x_2'x_3'$, avînd ca versori pe $\bar{i}_3'$ orientat după axa arborelui conducător, $\bar{i}_2'$ normal pe ea şi în planul orizontal şi $\bar{i}_1'$, completînd triedrul triortogonal drept.

Prin derivarea relaţiilor (4), în ipoteza că ω_1 se menţine constant, se obţin acceleraţiile unghiulare ale fusurilor articulaţiilor braţelor crucii:

$$\varepsilon_A = \varepsilon_B = \omega_1^2 \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\vartheta_1}{\cos^2\vartheta_1} . \tag{8}$$

Primit la 6 IX 1957

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Mecanică şi Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Тарханов К. С., Исследование кинематики общего случая механизма универсального шарнира, Теория механизмов и машин, № 55, МВТУ имени Баумана, Оборонгиз, 1955.
2. Idiţoiu I., Bulet. şt. Inst. Polit. Timişoara, 1956, **1 (15)**, *1*, pp. 135–153.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ГОМОКИНЕТИЧЕСКОГО УНИВЕРСАЛЬНОГО ШАРНИРА

(Резюме)

В настоящей работе даются результаты кинематического исследования гомокинетического универсального шарнира, указанного в одной из предыдущих работ.

Формула (1) выражает закон вариации угла находящегося между плечами крестовины, в функции от угла поворота ведущего вала, необходимый для создания поворота ведомого вала по законам (2) и (3).

Формулы (4) и (5) выражают угловые относительные скорости шарнира крестовины; формулы (6) и (7) создают мгновенную угловую скорость плечам крестовины а формулы (8) — угловые ускорения этим шарнирам.

UNE ARTICULATION UNIVERSELLE HOMOCINÉTIQUE (I)

(Résumé)

Dans cette Note sont exposés les résultats de l'étude cinématique, effectuée par l'Auteur, d'une articulation universelle homocinétique, mentionnée dans un travail antérieur.

Pour obtenir la rotation de l'arbre conduit suivant les lois (2) et (3), il en est nécessaire que l'angle formé par les bras de la croix, varie suivant la loi (1).

Les vitesse angulaires des articulations des bras de la croix, le module et l'expression analytique de la vitesse angulaire instantanée de la croix, ainsi que les accélérations angulaires des articulations des bras de la croix, sont données, respectivement, par les formules (4), (5), (6), (7) et (8).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

536.21

DIE BESTIMMUNG DER WÄRMELEITFÄHIGKEIT VON SCHLECHTLEITENDEN STOFFEN MITTELS EINER METHODE DER KONTAKTTEMPERATUREN

VON

T. I. CÂMPAN

1. Theoretische Berücksichtigungen

Es sei der Sonderfall zweier verschiedenartigen Körper *1* und *2*, von gleichartigen inneren Strukturen gegeben, deren Stoffwerte λ_1, c_1, γ_1 und λ_2, c_2, γ_2 sind, mit den gleichförmigen Anfangstemperaturen t_1 und t_2, wo $t_1 > t_2$ ist, die an der Trennungsfläche S in Berührung gebracht werden.

Die Annahme ist, dass die Berührung der Körper vollkommen, die Trennungsfläche eben und ihre Ausdehnung unendlich sind. Unmittelbar nach der Herstellung der Berührung stellt sich an der Trennungsfläche die Temperatur t_m ein, deren Wert bis zur vollständigen Auflösung der Temperaturfelder unverändert bleibt. Praktisch setzt man voraus, dass die zwei Körper ein physisch isoliertes System ausbilden und dass sie genug gross sind, damit ein jeder von ihnen als ein einseitig unendlich ausgedehnter Körper in Bezug auf die Trennungsfläche betrachtet werden kann.

Die durch die Flächeneinheit und in der Zeiteinheit vom Körper *1* durch die Trennungsfläche abgegebene Wärmemenge ist gleich der Wärmemenge die, durch dieselbe Flächeneinheit und in derselben Zeiteinheit vom Körper *2* aufgenommen wird. Der mathematische Ausdruck für das Temperaturfeld an der Berührungsstelle ist ([1], [2])

$$\text{(I)} \qquad \lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{-0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{+0},$$

wo die laufende Koordinate x senkrecht auf die Trennungsfläche gelegen ist und die Aussdrücke $\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)$ die Temperaturgradienten in den zwei Körpern darstellen.

Abb. 1 stellt das schematische Bild des Temperaturengleiches in den zwei Körpern nach der Berührung dar. Als Grenzbedingungen gelten: Am Anfang, also zur Zeit $\tau = 0$, für $x < 0$, $t = t_1$, und für $x > 0$, $t = t_2$.

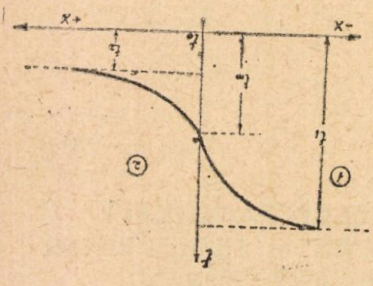


Abb. 1.- Der Temperaturausgleich zwischen den zwei verschiedenartigen Körpen

Nach der Berührung, an der Trennungsfläche, also für $\tau > 0$ und $x = 0$:

$$t_{x=-0} = t_{x=+0} = t_m .$$

Bezeichnet man, der Einfachheitshalber, die Temperaturdifferenzen $t_1 - t_m = \vartheta_1$ und $t_2 - t_m = \vartheta_2$ und schreibt man der Temperatur t_m den Wert Null zu, also $t_m = 0$, so werden die Temperaturverteilungen im Inneren der zwei Körper einerseits und anderseits der Trennungsfläche und für die Zeitpunkten $\tau > 0$ mit den Ausdrüken $\vartheta = \vartheta_1 G\left(\frac{-x}{\sqrt{4a_1\tau}}\right)$ im Körper 1 und $\vartheta = \vartheta_2 G\left(\frac{x}{\sqrt{4a_2\tau}}\right)$ im Körper 2, dargestellt.

Hierin bedeuten:

ϑ — die Temperatur irgend eines Punktes in der Tiefe x, im Inneren des betreffenden Körpers bezogen auf die Trennungsfläche, bzw. auf $x = 0$;

ϑ_1 und ϑ_2 — die gleichförmigen Anfangstemperaturen der Körper bezogen auf $t_m = 0$;

τ — die Zeit;

$a_1 - \frac{\lambda_1}{c_1\gamma_1}$ und $a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2\gamma_2}$ — die betreffenden Temperaturleitfähigkeiten;

$G\left(\frac{x}{\sqrt{4a\tau}}\right)$ — das Gausssche Fehlerintegral.

Die Werte der Temperaturgradienten (dicht an der Trennungsfläche) sind:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{-0} = \vartheta_1 \frac{\partial}{\partial x} G\left(\frac{-x}{\sqrt{4a_1\tau}}\right) = -\vartheta_1 \frac{1}{\sqrt{4a_1\tau}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a_1\tau}} = -\vartheta_1 \frac{1}{\sqrt{a_1\pi\tau}},$$

bzw.: $$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{+0} = -\vartheta_2 \frac{\partial}{\partial x} G\left(\frac{x}{\sqrt{4a_2\tau}}\right) = -\vartheta_2 \frac{1}{\sqrt{4a_2\tau}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a_2\tau}} = -\vartheta_2 \frac{1}{\sqrt{a_2\pi\tau}}.$$

Daraus geht hervor

$$\lambda_1\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{-0} = -\lambda_1\vartheta_1 \frac{1}{\sqrt{a_1\pi\tau}} \text{ und } \lambda_2\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{+0} = -\lambda_2\vartheta_2 \frac{1}{\sqrt{a_2\pi\tau}}.$$

Trägt man in den letzten Gleichungen die Werte $a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1\gamma_1}$ und

$a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \gamma_2}$ ein, und berücksichtigt man die Gleichung (I), so geht das folgende Verhältniss zwischen den Stoffwerten der zwei Körper hervor:

$$\text{(II)} \qquad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 \cdot \frac{c_1 \gamma_1}{c_2 \gamma_2}, \text{ oder } \lambda_2 = \frac{\vartheta_1^2}{\vartheta_2^2} \cdot \frac{c_1 \gamma_1 \lambda_1}{c_2 \gamma_2}.$$

Mit Hilfe der Gleichung (II) kann man die unbekannte Wärmeleitfähigkeiten eines Korpers, z.B λ_2 bestimmen, wenn die Wärmeleitfähigkeit λ_2 des Körpers *1*, die spezifischen Wärmen und Gewichte c_1, c_2, γ_1, γ_2, und die Temperaturdifferezen ϑ_1 und ϑ_2 bekannt sind.

Von dieser theoretischen Grundlage ausgehend hat der Verfasser für die Bestimmung der Värmeleitfähigkeit der Stoffe, die folgende experimentelle Anordnung zusammengestellt.

Der Messkörper ist ein kubischer Marmorblok von etwa 10 cm Kantenlänge, dessen Seiten gut geschliffen sind. Am oberen Teile ist der Block mit einem Handgriffe *m* versehen (Abb. 2), mit dessen Hilfe der Messkörper leicht auf den Probekörper oder in den Erwärmungsbehälter hingelegt werden kann. An der unteren Seite des Marmoblocks ist das 0,15 mm dünne Metallblatt dicht aufgeklebt, so dass zwischen dem Mettalblatte und der Marmormasse keine Luftschicht vorhanden sei. Der mittlere Teil des Metallblates, in Form einer Scheibe (*d*) von etwa 28 mm Durchmesser, ist ausgeschnitten und durch einen etwa 1 mm breiten ringförmigen Zwischenraum (*i*) abgesondert. Der Rest des Blattes trägt einige radiale Einschnitte (*e*) um wegen der Verschiedenheit der Wärmeausdehnungen, das Abkleben des Blattes von der Marmormasse zu vermeiden.

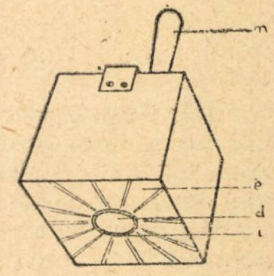


Abb. 2.-Der Messkörper

In der Mitte der Scheibe, auf der Marmorseite, ist die warme Lötstelle eines Thermoelementes befestigt. Andere zwei Thermoelemente sind in der Mitte des Marmorbloks und in der Mitte der oberen Seite angebracht. Die elektrischen Leitungen der Thermoelemente werden am Handgriffe (*m*) zusammengebracht; von da aus werden sie zur Einschaltungsanordnung gebündelt geführt. Die drei Thermoelemente ermöglichen die Prüfung der gleichförmigen Erwärmung des Messkörpers.

Das an der Metallscheibe (*d*) befestigte Thermoelement ist ausserdem auch zur Bestimmung der Temperatur t_m an der Trennungsfläche nach der Herstellung der Berührung zwischen dem Messkörper und dem Probekörper benutzt. Um eine bessere Berührung zu bekommen ist notwending einen anpassenden Teile der Fläche des Probekörpers eben zu schleifen.

Da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärme im Inneren der schlechtleitenden Stoffe, bis zu $\lambda = 2$ oder $3 \frac{\text{kcal}}{\text{mh°C}}$ genügend klein

ist, wird die Annahme berechtigt, dass innerhalb einer verhältnismässig bedeutenden Zone um der senkrechten Achse des Messkörpers herum, sowohl im Inneren des Marmorblocks, sowie im Inneren des Probekörpers, der Temperaturausgleich, nach der Berührung, gemäss den theoretischen Voraussetzungen für den Ausgleich in Abb. 1, genau verläuft. In dieser Zone kann für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit verschiedener Körper im Vergleich zu der des Marmorbloks die Gleichung (II) angewandt werden. Die radialen Wärmeverluste, sowohl im Messkörper, sowie im Probekörper kommen dadurch zum Vorschein, dass die Temperatur t_m, an der Trennungsfläche, nach der Berührung nicht konstant bleibt, sondern nimmt mit einer grösseren oder kleineren Geschwindigkeit, gemäss der Intensität der Wärmeverluste, mit der Zeit, ab. Um solche Verluste durch das Metallblatt, die die bedeutendsten sind, zu vermeiden, wurde der Zentralteil desselben in Form einer Kreisscheibe vom Rest abgesondert. Mit derselben Absicht wurden die Seitenteile und die obere Seite des Marmorblocks mit Asbestblättern zugedeckt.

2. Arbeitsmethode und Ergebnisse

Der Messkörper, in einem doppelwändigen Blechgefässe gelegt, wird bis zur erwünschten Temperatur erwärmt. Der Prüfkörper wird in einem Raume mit konstanter Temperatur liegengelasen. Dieser Raum kann entweder aus einem doppelwändigen, mit Wasser gekühlten, Blechgefässe, oder, wenn die Bedingungen günstig sind, kann er einfach auch aus der Umgebungsluft des Arbeitszimmers gebildet werden.

Die kalte Lötstelle des Thermoelementes ist auf die geschliffene Oberfläche des Probekörpers angebracht; die warme Lötstelle ist die, die in der Mitte der metallischen Scheibe d (Abb. 2) befestigt wurde. Nachdem nun die gleichförmige Temperatur t_1 des Messkörpers hergestellt und geprüft wurde, und nachdem man die kalte Lötstelle des Thermoelementes an eine andere Stelle, mit derselben konstanten Temperatur t_2, gebracht hat, nimmt man, so rasch als möglich, den Messkörper aus dem Erwärmungbehälter heraus und drückt man ihn auf die geschliffene Fläche des Probekörpers nieder. In derselben Zeit wird die Stopuhr im Laufe gesetzt. Man liest dann, nach verschiedenen Zeitintervallen, die Angaben des Galvanometers ab, die den Wert der Kontakttemperatur t_m im Bezug auf die Temperatur t_2 bestimmen. Die Kurven in Abb. 3 stellen den Verlauf der Kontakttemperatur t_m nach der Berührung der zwei Körper für einige Materialien dar.

In Abb. 3 stellen die Abscisse die Zeit in Minuten und die Ordinate, die Temperatur in Skalenteilen des Galvanometers gemessen, dar; um Vergleichmöglichkeiten zu erlangen wurden alle Anfangstemperaturen (t_1) auf 100 Skalenteile zurückgeführt.

Inwieweit nun die Galvanometerablenkungen den an das Thermoelement angebrachten Temperaturunterschieden direkt proportional sind, und da in der Formel (II) nur das Verhältniss ϑ_1/ϑ_2 vorkommt, für

die Berechnung der Leitfähigkeit λ ist vorteilhater anstatt mit den umgerechneten Temperaturdifferenzen gleich mit den betreffenden, in Skalenteilen gemessenen Galvanometerablenkungen zu arbeiten. Der Verlauf der Kurven in Abb. 3 lässt folgende Bemerkungen zu:

1) Die Kontakttemperatur t_m an der Trennungsfläche, nach der Herstellung der Berührung zwischen den zwei Körpern, bleibt konstant wenigstens zehn Minuten bei schlechtleitenden, und über fünf Minuten bei besser leitenden Materialien, eine Zeitdauer die genügend ist um ganz genaue Ablesungen am Galvanometer zu machen. Diese Tatsache berechtigt also die Annahme einer Verwendbarkeit der Gleichung (I) für die hier gegebenen Bedingungen.

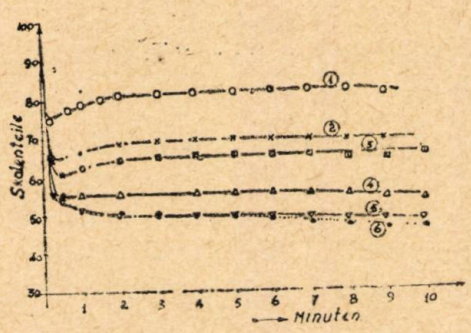


Abb. 3.—Verlauf der Zeit-Temperaturkurven

Als Pobekörper wurden verwendet:

Kurve 1: Eine sehr trockene Eichenholtzplatte.
Kurve 2: Eine Siliko-Kalksteinprobe, trocken.
Kurve 3: Eine innere, sehr trockene, Zimmerwand.
Kurve 4: Die Siliko-Kalksteinprobe, feucht, mit 17% Wasser.
Kurve 5: Ein Marmorblock von etwa derselben Grösse wie der Messkörper.
Kurve 6: Ein etwa 20-mal grösserer Marmorblock.

2) Während der Messkörper vom Erwärmungsbehälter auf dem Probekörper getragen wird, eine Operation die etwa 4...6 Sekunden dauert, gibt der untere Teil des Messkörpers, insbesonders das Metallblatt, eine gewisse Wärmemenge an die Luft ab. Dieser kleine Wärmeverlust hat zur Folge ein entsprechendes Herabsinken der Temperatur an der Metallscheibe d (Abb. 2), bevor noch die Berührung stattgefunden hat. Bei besser leitenden Probekörpern lässt dieser kleine Wärmeverlusst keinen Einfluss auf den Verlauf der Kurven anmerken (Kurven 4, 5 u. 6, Abb. 3); bei schlecht leitenden Materialien dagegen (s. Kurven 1, 2 u. 3, Abb. 3) ruft er eine kleine Biegung nach unten am Anfang der Kurven hervor. Nach höchstens zwei Minuten aber ist der Wärmeflussgleichgewicht in den zwei Körpern vollkommen wiederhergestellt.

3) Die radialen Wärmeverluste, also die Streuungen der Temperaturfelder wegen der engen Abgrenzungen der verwendeten experimentellen Anordnung treten erst nach 9...10 Minuten bei schlechtleitenden, und etwa nach 6 Minuten bei besser leitenden Stoffen hervor. Diese

Verluste werden durch die Neigung der Kurven mit zunehmender Dauer des Kontaktes gekennzeichnet.

4) Der Kurvenverlauf in Abb. 3 zeigt dass die für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit des Probekörpers gültigen t_m-Werte diejenigen sind, die in der Zeit von zwei bis fünf Minuten nach der Herstellung der Berührung unter den zwei Körpern am Galvanometer abgelesen werden.

Die Tabelle 1 enthält die nach der oben beschriebenen Methode bestimmten Wärmeleitfähigkeiten einiger Stoffe, im Vergleich mit den in der Fachliteratur angegebenen Werten.

Tabelle 1

Messkörper (Marmorwürfel): $\lambda_1 c_1 \gamma_1 = 1{,}13.0{,}20.2700 = 610{,}2$

Stoffe	c_2 $\frac{\text{Kcal}}{\text{Kg}^0\text{C}}$	γ_2 $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$	θ_1 Skalen-teile	θ_2 Skalen-teile	$A=\frac{\lambda_1 c_1 \gamma_1}{c_2 \gamma_2}$	λ $\frac{\text{Kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}}$ gemessen	λ $\frac{\text{Kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}}$ in der Literatur
Eichen-Holz	0,42	594	9,0	40,5	2,44	0,12	0,10—0,18
Tannen-Holz	0,65	449,4	7,5	50,5	2,08	0,046	0,02—0,09
Ziegel	0,14	1661	11,5	26,2	2,62	0,46	0,45
Marmor	0,20	2700	36,0	35,5	1,13	1,15	1,13
Wasser (etwa 35° C)	1,00	1000	21,0	22,8	0,61	0,505	0,51

Die Genauigkeit der Methode, d. h. der Einfluss der Fehler einer Beobachtung auf den Wert der ermittelten Wärmeleitfähigkeit $\pm \Delta\lambda$ ist 1...2%, wenn die Unsicherheit im Ablesen einer Skalenteiles $\pm$ 0,2 angenommen wird. Eine bedeutende Fehlerquelle bei dieser Methode besteht aber nicht im Messverfahren, sondern in der Ungleichförmigkeit der Temperaturen der zwei Körper vor der Berührung und insbesondere in einem zufälligen unbemerkten Abkleben der Metallscheibe *d* (Abb. 2) von der Marmormasse.

3. Schlussfolgerungen

Die oben, für die Ermittelung der Wärmeleitfähigkeit der Stoffe beschriebene Methode hat einige wichtige Vorteile, und zwar:

1) Sie benötigt keine besondere Bearbeitung des Probekörpers. Die vom Temperaturausgleich im Inneren des Probekörpers, in der Zeit von 6...8 Minuten eingenommene Tiefe unter den angegebenen Bedingungen, beträgt etwa 3...4 cm. Somit, für gewähnliche Bestimmungen die kleinsten Abmessungen des Probekörpers sind: 3...4 cm Dicke und eine etwa 100 cm² ebene geschliffene Fläche.

2) Das Anheizen des Messkörpers biss zur gleichförmigen, gewünschten Temperatur t_1, kann mit einfachen Mitteln und in verhältnismässig kurzer Zeit ausgeführt werden (1...2 Stunden). Unter diesen Verhältnissen die ganze experimentelle Anordnung lässt sich in der Weise zusammenstellen, dass man damit auch wo immer ausserhalb des Laboratoriums arbeiten kann.

3) Die Methode eignet sich gut zur Prüfung der Wärmeleitfähigkeit der Bau- und Wärmeschutz-Stoffe, und insbesondere zum Studium der Abhängigkeit der Wärmeleitzahl von der Feuchtigkeit dieser Stoffe.

Der Nachteil dieser Methode besteht in der Tatsache, dass die spezifische Wärme c, sowie das spezifische Gewicht γ der geprüften Stoffe, wenn nicht bekannt, abgesondert ermittelt werden müssen.

Wegen der befriedigenden Genauigkeit der erhaltenen Ergebnisse, kann der Anwendungsbereich der Methode, wenn der Versuchsanordnung geeignete Anpassungen aufgebracht werden, leicht erweitert werden.

Eingegangen 7 XII 1957

Technische Hochschule, Jassy
Lehrstuhl der Thermotechnik

LITERATURVERZEICHNISS

1. Gröber-Erck, *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung*, Julius Springer, Berlin 1933, 2-te Auflage.
2. Hamburger L., *Introducere în teoria propagării căldurii*, vol. I, *Conducția prin solide*, Edit. Acad. R. P. R, Buc., 1956.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПЛОХОЙ ПРОВОДИМОСТИ ПО МЕТОДУ КОНТАКТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

(Нестационарный режим)

(Резюме)

Предлагаемый авторами метод определения теплопроводности материалов слабой проводимости основывается на том, что когда два различных тела, при надлежащих условиях, с различными начальными температурами устанавливаются в контакте, то температура разделяющей их поверхности принимает величину зависящую только от термической диффузности этих двух тел и, теоретически, остаётся постоянной до полного ея уравновешивания в создавшихся двух температурных полях.

Описывается опытная установка и даются опытные результаты. Разработанный метод экспедитивен, не требует специальных образцов и применим без лабораторных условий — следовательно используем в промышленности.

Объяснение ри унков

Рис. 1. Уравнивание температур между двумя различными телами.
Рис. 2. Тело измерения,
Рис. 3. Температурные кривые : температура — время. Были использованы как пробные тела следующие материалы :
а) для кривой 1 — хорошо просушенная дубовая доска ;
б) для кривой 2 — сухой силикокальцийный кирпич ;
в) для кривой 3 — сухая внутренняя кирпичная стена ;
г) для кривой 4 — силикокальцийный образец 17%-ой влажности ;
д) для кривой 5 — мраморный образец объёмом равным телу измерения ;
е) для кривой 6 — мраморный образец объёма, приблизительно, в 20 раз большего чем указанный в б).

DETERMINAREA CONDUCTIVITĂȚII TERMICE A MATERIALELOR RĂU CONDUCĂTOARE DUPĂ METODA TEMPERATURILOR DE CONTACT

(regim nestaționar)

(Rezumat)

Se descrie o metodă, dezvoltată de autor, pentru determinarea conductivității termice a materialelor cu conductivitate mică. Metoda se întemeiază pe faptul că, în condițiuni adecvate, atunci cînd două corpuri diferite, cu temperaturi inițiale diferite, se aduc la contact întreolaltă, temperatura suprafeței de separare la contact ia o valoare care depinde numai de difuzibilitățile termice ale celor două corpuri și rămîne constantă, teoretic, pînă la nivelarea completă a celor două cîmpuri de temperatură create. În lucrare se descrie dispozitivul experimental și se dau rezultate care verifică metoda. Față de altele această metodă prezintă avantajul că este expeditivă, nu necesită eșantioane speciale și poate fi întrebuințată în afara condițiilor de laborator, adică poate avea utilizare industrială.

Explicația figurilor

Fig. 1. Nivelarea temperaturilor între cele două corpuri diferite.
Fig. 2. Corpul de măsură.
Fig. 3. Curbele t_m: temperatura—timp. Drept corpuri de probă au fost întrebuințate
a) pentru curba 1 — o placă de stejar foarte uscat;
b) pentru curba 2 — o cărămidă silico-calcaroasă, uscată;
c) pentru curba 3 — un perete interior de cameră (din cărămidă) foarte uscat;
d) pentru curba 4 — proba de silico-calcar umedă, cu 17% apă;
e) pentru curba 5 — un bloc de marmoră avînd aproximativ aceeași mărime ca și corpul de măsură;
g) pentru curba 6 — un bloc de marmoră de aproximativ 20 ori mai mare decît cel de la pct. c).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul-III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621.9.01

LEGEA DE VARIAŢIE A UNGHIULUI DE DEGAJARE LA BURGHIILE SPIRALE, DEDUSĂ ŞI VERIFICATĂ PRIN METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE

DE

CESAR BUDA, AL. MATEI şi GAVRIL BORZAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 1)—21 mai 1)5)

1. Instrumentele actuale de măsurat nu permit să se afle mărimea adevărată a unghiului de degajare, în orice punct de pe tăişurile burghiului spiral. Întrucît unghiul de degajare se măsoară în planul perpendicular pe tăiş, între planul tangent în acel punct la suprafaţa elicoidală a canalului spiral şi un plan ce trece prin tăiş şi rămîne paralel cu axul burghiului, nu rămîne decît să se calculeze acest unghi. Calculul exact al acestui unghi se poate face cunoscînd poziţia punctului în care vrem să aflăm valoarea unghiului, pasul de ridicare al suprafeţei elicoidale pe axul burghiului care dă valoarea unghiului ω, unghiul la vîrf $2\varkappa$, grosimea miezului din care se deduce valoarea unghiului μ şi al limitei sale superioare ϑ care este unghiul de înclinare a tăişului transversal şi are de obicei valoarea 55° (fig. 1).

Problema care se pune la proiectarea unui burghiu spiral este aceea de a asigura un unghi de degajare de cel puţin 4° în porţiunile cele mai încărcate ale tăişului. Aceste porţiuni sînt la periferie (porţiunea *A*) şi spre miez, în apropierea tăişului transversal (punctul *B*).

Se dovedeşte că unghiul de degajare scade de la periferie spre miez. La periferie nu se poate lua un unghi de degajare γ prea mare pentru ca să nu se slăbească pana burghiului, dar o valoare prea mică face ca el să ajungă aşa de mic în preajma tăişului transversal încît să nu mai satisfacă condiţiile de aşchiere. Este deci nevoie să cunoaştem variaţia unghiului de degajare pentru a-i putea asigura o valoare minimă, necesară aşchierii în regiunea miezului sau pentru a recomanda subascuţirea tăişului transversal. Calculul este singura cale de determinare a valorilor pe care le capătă unghiul de degajare în orice punct de pe tăişul unui burghiu oarecare.

În tratatele de specialitate sînt recomandate trei relaţii pentru acest calcul :

(1) $$\operatorname{tg}\gamma_x = \frac{C\operatorname{tg}\omega}{\sin\varkappa},$$ (2) $$\operatorname{tg}\gamma_x = \frac{C\operatorname{tg}\omega\cos\mu_x}{\sin\varkappa},$$

(3) $$\operatorname{tg}\gamma_x = \frac{C\operatorname{tg}\omega\cos\mu_x}{\sin\varkappa - C\operatorname{tg}\omega\sin\mu_x\cos\gamma}.$$

Relaţia (1) se justifică după procedee simplificate, admiţînd că burghiul spiral nu are miez. Relaţia (2) este de asemenea dedusă [1] cu procedee simplificate. În ce priveşte relaţia (3) ea este indicată în unele tratate [2], dar nicăieri nu se dă vreun procedeu de deducere a acestei relaţii în care se ţine seamă nu numai de toţi factorii constructivi, dar şi de o dublă influenţă a unora dintre aceşti factori asupra variaţiei unghiului de degajare.

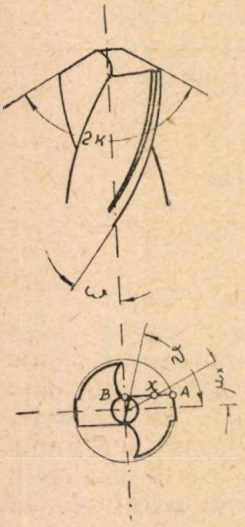


Fig. 1

Ne-am propus nu numai să clarificăm această problemă, ci să o aşezăm pe baze sigure pornind de la metode ştiinţifice pentru a putea prezenta tehnicienilor recomandări definitive şi studenţilor demonstraţii categorice.

Continuînd munca noastră de introducere a geometriei descriptive în studiul sculelor aşchietoare, arătăm în planşa I că valoarea unghiului de degajare scade de la periferie spre miez: tot aici apare epura destinată să livreze figurile plane din care se deduc fără echivoc relaţiile ce există între factorii care influenţează variaţia unghiului de degajare.

2. Pentru deducerea relaţiei (1) care dă valoarea unghiului γ_x făcînd abstracţie de grosimea miezului, am construit epura din planşa II în cazul unui burghiu spiral de diametru 24,5 mm, cu $\omega = 31°$, $\vartheta = 60°$. Epura a fost construită astfel:

Am reprezentat un tăiş AB $(ab, a'b')$ al burghiului. Unghiul de degajare într-un punct oarecare de pe tăiş se măsoară între planul V_1 ce este determinat de tăişul AB şi de axa longitudinală a burghiului şi de planul P ce trece prin AB şi este tangent, în punctul considerat, la suprafaţa elicoidală generată de AB.

Am considerat iniţial pe tăişul burghiului un punct X (x, x') în care am dus planul P (în epură acest plan este figurat numai prin urma orizontală P_h). Unghiul plan corespunzător diedrului V_1P este unghiul de degajare căutat de noi. Putem determina acest unghi ducînd în punctul X un plan perpendicular pe linia de intersecţie a planurilor V_1 şi P, care este chiar tăişul AB. Fie R acest plan şi pentru că am luat tăişul ca un segment de front, el este proiectant faţă de planul vertical de proiecţie V. Prin rabatere putem uşor afla unghiul, care este $3X_{01}4$. În mod analog găsim mărimile unghiurilor γ_{x1} şi γ_{x2} ale căror valori sînt indicate pe planşă. Se observă astfel că unghiul γ_x desreşte de la periferie spre centru.

În ce privește variația unghiului de înclinare a elicii pe cilindrii de diferite diametre, ea apare în relațiile (1), (2) și (3) sub forma $C \operatorname{tg} \omega$ în care $C = D_x/D$. Unghiul ω se măsoară ca și unghiul γ între aceleași plane V_1 și P, însă într-un plan dus prin punctul considerat prin tăiș și generatoarea cilindrului pe care se găsește elicea descrisă de acest punct. Avînd în vedere poziția tăișului AB în epură față de planele de proiecție, acestea din urmă sînt planele de profil T, T_1 și T_2. Se observă astfel că unghiul ω descrește tot de la periferie spre centru.

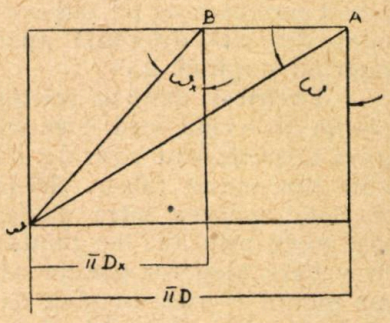


Fig. 2

Prin aceasta am demonstrat afirmația că unghiul de degajare variază de-a-lungul tăișului. În ce privește variația unghiului, ea poate fi ușor stabilită desfășurînd elicele pe diametrele corespunzătoare (fig. 2):

$$p \operatorname{tg} \omega_x = D_x,\ p \operatorname{tg} \omega = D \text{ și deci } \operatorname{tg} \omega_x = \frac{D_x}{D} \operatorname{tg} \omega = C \operatorname{tg} \omega.$$

Pentru a determina și variația lui γ, se vede pe epura din planșa I că triunghiurile $34X_{01}$ și $n2X_0$ nu au nici un element comun prin care să se stabilească o relație între unghiurile lor. Pentru a găsi acest element comun am utilizat un plan S (pl. II) paralel cu tăișul burghiului perpendicular pe planul vertical de proiecție. Planul S este dus prin urma orizontală T_h a planului tangent în punctul X la cilindrul pe care acest punct descrie elicea respectivă. Triunghiul $n2X_0$ își păstrează poziția și mărimea din planșa I; al doilea triunghi, $\beta\alpha X_{0s}$, asemenea cu triunghiul $34X_{01}$, este obținut prin rabaterea planului R în jurul dreptei de intersecție a acestui plan cu planul S, pe planul de nivel H. Cateta $\beta\alpha$ a triunghiului $\beta\alpha X_{0s}$ este egală cu cateta $n2$ a triunghiului $n2X_0$. Din triunghiul $\beta\alpha X_{0s}$ rezultă $\beta\alpha = X_{0s} \operatorname{tg} \gamma_x$, iar din triunghiul $n2X_0$, $n2 = 2X_0 \operatorname{tg} \omega_x$ și cum $n2 = \beta\alpha$ rezultă că

$$\text{(a)} \qquad \frac{\operatorname{tg} \gamma_x}{\operatorname{tg} \omega_x} = \frac{2X_0}{\alpha X_{0s}}.$$

Pe de altă parte, din triunghiul dreptunghi $x'\alpha'2'$ de pe proiecția verticală, rezultă că $x'\alpha' = x'2' \sin \varkappa$ sau $\alpha X_{0s} = 2X_0 \sin \varkappa$ și înlocuind în (a), se obține

$$\frac{\operatorname{tg} \gamma_x}{\operatorname{tg} \omega_x} = \frac{1}{\sin \varkappa}.$$

Întrucît $\operatorname{tg} \omega_x = C \operatorname{tg} \omega$, vom avea final

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \frac{C \operatorname{tg} \omega}{\sin \varkappa},$$

ceea ce trebuia arătat.

Reamintim că pentru a deduce această relaţie s-a presupus că burghiul nu are miez, ceea ce introduce evident o eroare.

3. La un burghiu real, care are miez, unghiul de degajare într-un punct oarecare de pe tăiş are altă valoare decît în cazul burghiului fără miez. Această diferenţă apare în relaţiile (2) şi (3) prin factorii care cuprind unghiul μ_x.

Pentru a deduce relaţia (2), am considerat acelaşi burghiu ca în planşa II, avînd însă miez cu diametru de $d=D/8$. La un asemenea burghiu tăişurile sînt considerate tangente la miez. Am reprezentat (pl. III) unul din aceste tăişuri AB (ab, $a'b'$). Unghiul de degajare se măsoară de data aceasta între aceleaşi plane V_1 şi P cu deosebire că V_1 nu mai trece prin axa burghiului, ci este paralel cu direcţia acesteia. Avînd în vedere alegerea poziţiei tăişului AB, planul V_1 este un plan de front, iar planul P este un plan de poziţie generală, dreapta lor de intersecţii fiind AB. Unghiul plan corespunzător acestui diedru în punctul $X(x, x')$ se determină, ca şi în cazul precedent, cu ajutorul planului R care a fost rabătut pe planul orizontal de proiecţie, obţinînd astfel unghiul $3X_0 4$ care reprezintă totodată şi unghiul de degajare γ_x în punctul X.

Unghiul care se măsoară între aceleaşi plane V_1 şi P, însă într'un plan T tangent la cilindrul pe care punctul X generează elicea, este unghiul ω_x.

Am obţinut în epură (pl. IV) triunghiul $XIIA$ ($x2a$, $x'2'a'$) în care unghiul din X este unghiul ω_x. Pentru a găsi mărimea lui, aflăm mărimile adevărate ale laturilor acestui triunghi, construindu-l după regulile bine cunoscute. În planul orizontal acest triunghi apare în $X_0 2a_1$, dar de data aceasta nu mai este un triunghi dreptunghi. Pentru deducerea relaţiei (2) am fost nevoiţi să-l asimilăm totuşi cu un triunghi dreptunghi şi în plus, să considerăm că unghiul $a_1 21$ este egal cu unghiul μ_x, adică să neglijăm unghiul $a_1 2a$. Final va trebui să ţinem seamă că procedînd astfel am introdus erori. Cu aceste consideraţii, relaţia (2) se deduce astfel:

În triunghiurile $12X_{02}$ şi $a_1 2X_0$, din proiecţia orizontală, catetele $2X_0$ şi $2X_{02}$ sînt egale, iar catetele $2a_1$ şi 12, care sînt şi laturi ale triunghiului dreptunghic $21a_1$, satisfac relaţia $12 = 2a_1 \cos \mu_x$. Putem deci scrie: $2X_{02} \operatorname{tg} \varepsilon = 12$, $2X_0 \operatorname{tg} \omega_x = 2a_1$ şi deci:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \omega_x \cos \mu_x . \tag{b}$$

Mai departe, se observă din triunghiul $56X_{0s}$ obţinut prin rabaterea planului R pe planul S şi acesta din urmă pe planul de nivel H_1, că latura 56 este egală cu latura 12 din triunghiul $12X_{02}$, aşa încît putem scrie: $12 = 2X_{02} \operatorname{tg} \varepsilon$, $56 = 6X_{0s} \operatorname{tg} \gamma_x$ şi de aici:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{6X_{0s} \operatorname{tg} \gamma_x}{2X_{02}} . \tag{c}$$

Apoi, se vede în proiecţia verticală că prin rabatere: $6X_{0s} = 6'x'$, $6'x' = 2'x' \sin \varkappa$, $2'x' = 2X_{02}$ şi deci $6X_{0s} = 2X_{02} \sin \varkappa$.

Înlocuind în (c) se obţine:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \gamma_x \sin \varkappa . \tag{a}$$

Egalînd (b) și (d) vom avea:

$$\operatorname{tg}\gamma_x = \frac{\operatorname{tg}\omega_x \cos\mu_x}{\sin\varkappa} \quad \text{sau} \quad \operatorname{tg}\gamma_x = \frac{C\operatorname{tg}\omega\cos\mu_x}{\sin\varkappa},$$

ceea ce era de arătat.

Prin această relație s-a ținut seamă de grosimea miezului și deci s-a eliminat prima eroare pe care o conținea relația (1), dar relația (2) nu dă nici ea valoarea adevărată a unghiului pentru că este obținută prin aproximația $\omega_x \cong \mu_x$.

4. Pentru a elimina această eroare și deci pentru a ajunge la formula (3) (singura formulă corectă) va trebui să se stabilească relația ce există între triunghiurile $3X_{01}4$ și $n2X_0$ din proiecția orizontală, în care γ_x apare în mărimea sa adevărată.

În acest scop aducem în proiecție orizontală triunghiul $56X_{0s}$ asemenea triunghiului $34X_{01}$ și identic cu triunghiul $5_16_1X_{01}$. În aceste triunghiuri γ_x are valoarea sa adevărată.

Relația (3) poate fi astfel dedusă (pl. V):

Din triunghiul 173 și triunghiul 375_1 se vede că:

(e) $$37 = 75_1 \operatorname{tg}\gamma_x = 46_1 \operatorname{tg}\gamma_x,$$

apoi din triunghiurile asemenea 137 și $n93$, avem:

(f) $$37 = 17\frac{39}{n9} = 24\frac{34-28}{24+n8}.$$

Din relațiile (e) și (f) rezultă că:

(g) $$75_1 \operatorname{tg}\gamma_x = 24\frac{34-28}{24+n8}.$$

Urmărind epura: $75_1 = 7'5' = x'7' - x'5' = x'7' - x'2'\sin\varkappa$, $x'2' = 4'x'\sin\varkappa$, și în proiecție verticală $x'2' = 7'x'\sin\varkappa$, deci

(h) $$75_1 = x'7'\cos^2\varkappa.$$

Apoi:

(i) $$24 = 2'4' = x'7'\cos\varkappa, \qquad \text{(j)} \qquad 34 = x'7'\operatorname{tg}\gamma_x.$$

Dar $28 = 2n\cos\mu_x$ iar $2n = 2X_0\operatorname{tg}\omega_x$ și $2X_0 = 2'x' = 7'x'\sin\varkappa$, deci $2n = 7'x'\sin\varkappa\operatorname{tg}\omega_x$ și

(k) $$28 = 7'x'\sin\varkappa\operatorname{tg}\omega_x\cos\mu_x.$$

În sfîrșit

(l) $$n8 = 2n\sin\mu_x = 7'x'\sin\varkappa\operatorname{tg}\omega_x\sin\mu_x.$$

Ținînd seama de relațiile (h)—(e), din (g) se deduce:

$$\operatorname{tg}\gamma_x = \frac{\operatorname{tg}\omega_x\cos\mu_x}{\sin\varkappa - \operatorname{tg}\omega_x\cos\varkappa\sin\mu_x} \quad \text{sau} \quad \operatorname{tg}\gamma_x = \frac{C\operatorname{tg}\omega\cos\mu_x}{\sin\varkappa - C\operatorname{tg}\omega\cos\varkappa\sin\mu_x}$$

ceea ce era de arătat.

5. Aşa cum se prezintă formula (3) ea nu poate oferi o reprezentare a variaţiei lui γ_x. Calculînd valorile γ_x în diverse puncte de pe tăişul unui burghiu spiral cu caracteristicile deja indicate, s-a trasat apoi curba de variaţie pe reţea milimetrică şi s-a constatat că variaţia lui γ_x în funcţie de $C=D_x/D$ este o funcţie specială de forma:

$$(4) \quad \operatorname{tg}\gamma_x = C^2 - C^{nq}\operatorname{tg}\gamma, \quad (0 \leqslant C \leqslant 1,\ n=10/\varkappa,\ q=\omega_q/\omega_0,\ \omega_0=30^\circ)$$

6. În concluzie, s-au justificat, prin metodele geometriei descriptive, relaţiile cunoscute, arătîndu-se valabilitatea şi precizia lor. Valoarea unghiurilor calculate prin aceste relaţii pot fi confruntate cu valoarea unghiurilor măsurate pe epurele date. Se observă o coincidenţă satisfăcătoare dacă ţinem seama de erorile de construcţie, de măsurare şi de calcul.

Măsurarea unghiului de degajare cu instrumente nu este posibilă. Valoarea acestui unghi într-un punct oarecare de pe tăiş, nu poate fi determinată decît prin construcţie grafică sau prin calcul. Construcţia epurei respective nu este expeditivă şi nu este la îndemîna oricui, calculul după relaţia (3) este de asemenea puţin expeditiv şi pasibil de greşeli şi de erori greu de verificat.

Justificînd valabilitatea relaţiei (3) am determinat legea de variaţie a unghiului de degajare sub forma ecuaţiei (4) care poate fi calculată numeric mai uşor. Fiind supusă transformărilor necesare, relaţia (4) poate fi nomografiată, uşurînd astfel utilizarea ei de către orice tehnician.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Maşini Unelte şi Scule
Catedra de Desen

BIBLIOGRAFIE

1. И. А. Соколовский, Режущий инструмент для приборостроения, Машгиз, М., 1954
2. *** Машиностроение, т. 7, Машгиз, М., 1949.

ЗАКОН ВАРИАЦИИ ПЕРЕДНЕГО УГЛА СПИРАЛЬНОГО СВЕРЛА, ВЫВЕДЕННЫЙ И ПРОВЕРЕННЫЙ МЕТОДАМИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

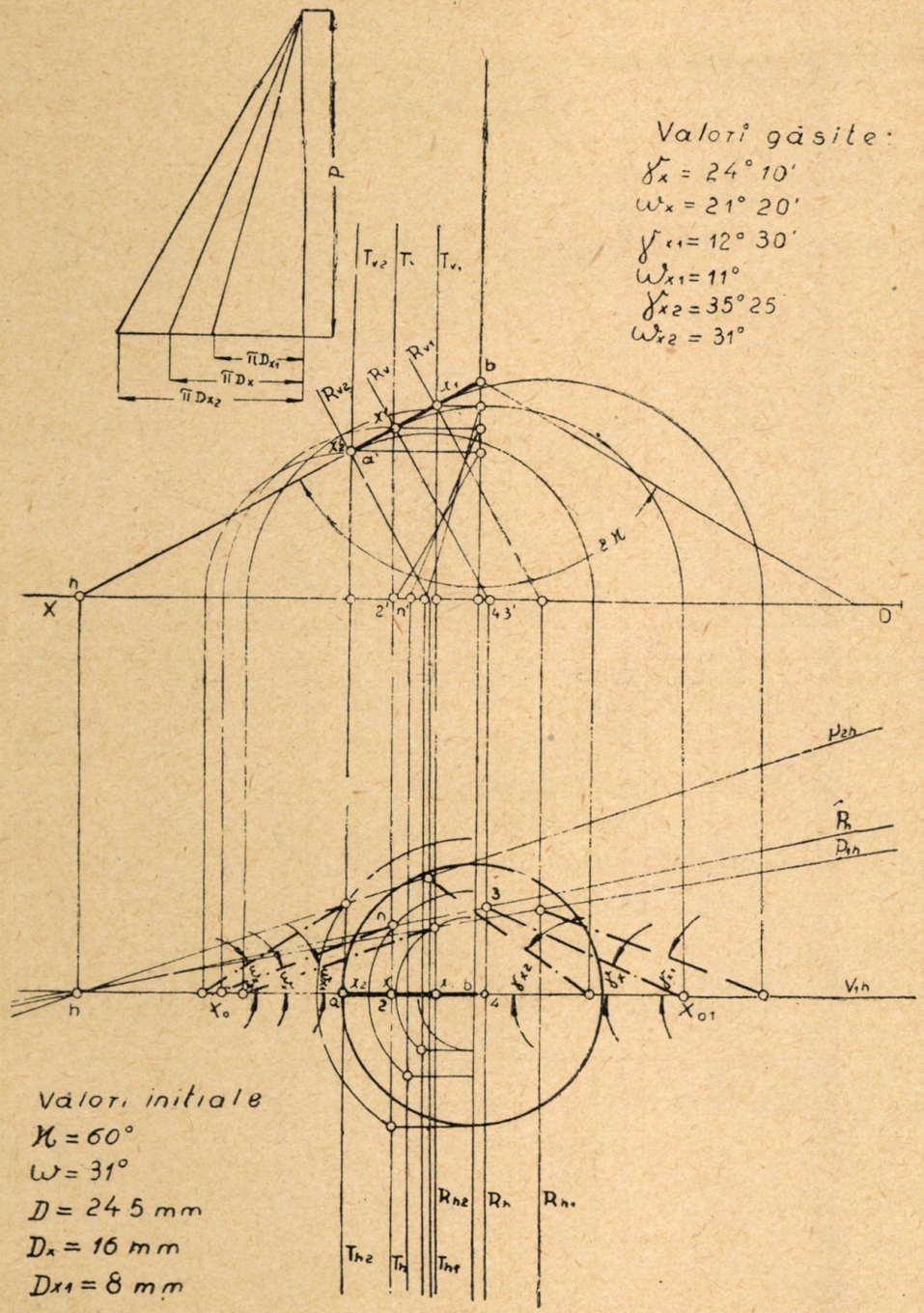
(Резюме)

Продолжая попытки доказать теорию режущих инструментов методами начертательной геометрии, авторы выводят указанным путём законы вариации переднего угла спирального сверла, проверяя их аналитическим путём и определяют специальную функцию, связывающую конструктивные элементы сверла.

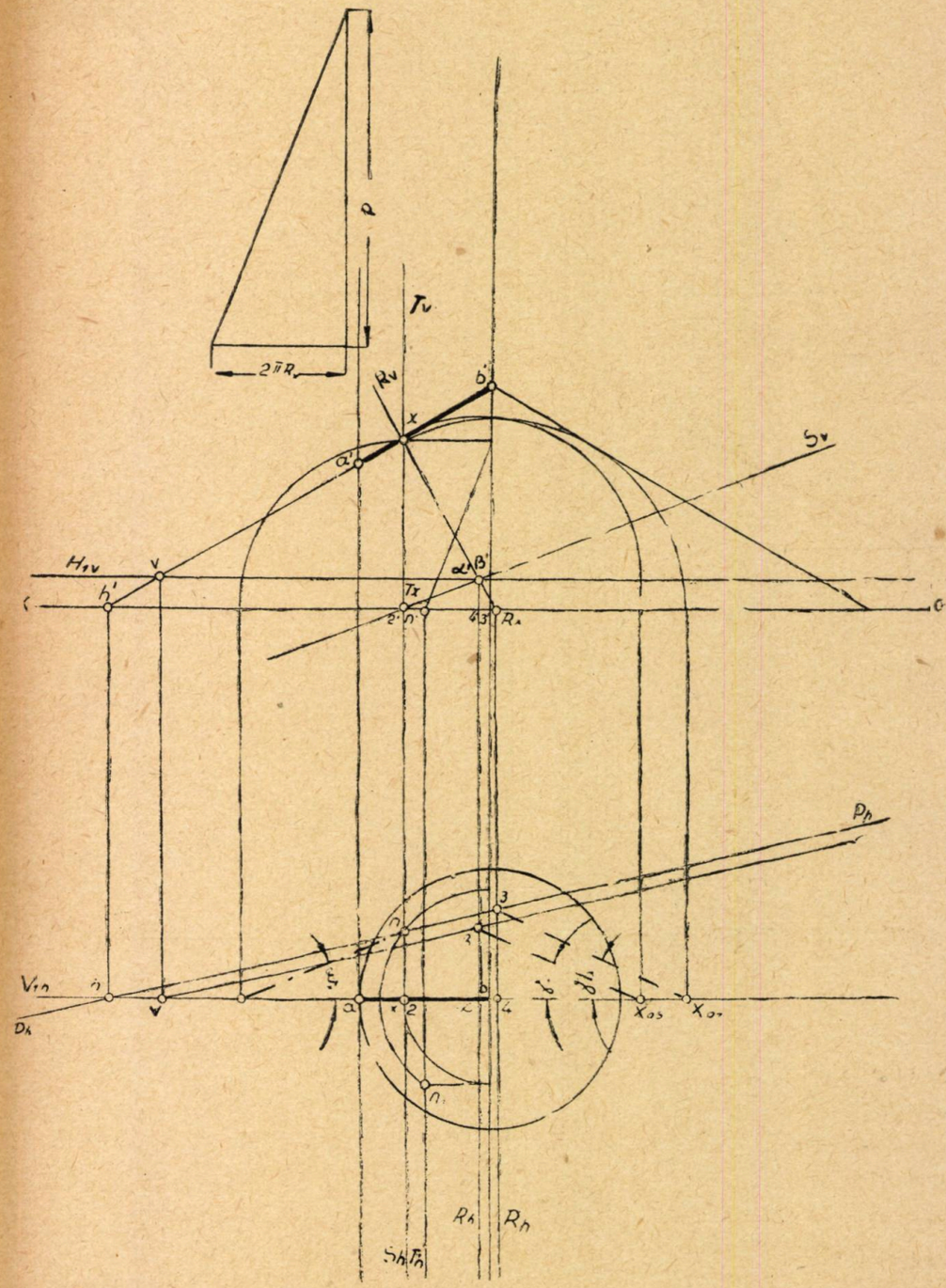
LA LOI DE VARIATION DE L'ANGLE DE DÉGAGEMENT DU FORET HÉLICOÏDAL, DÉDUITE ET VERIFIÉE PAR LES MÉTHODES DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

(Résumé)

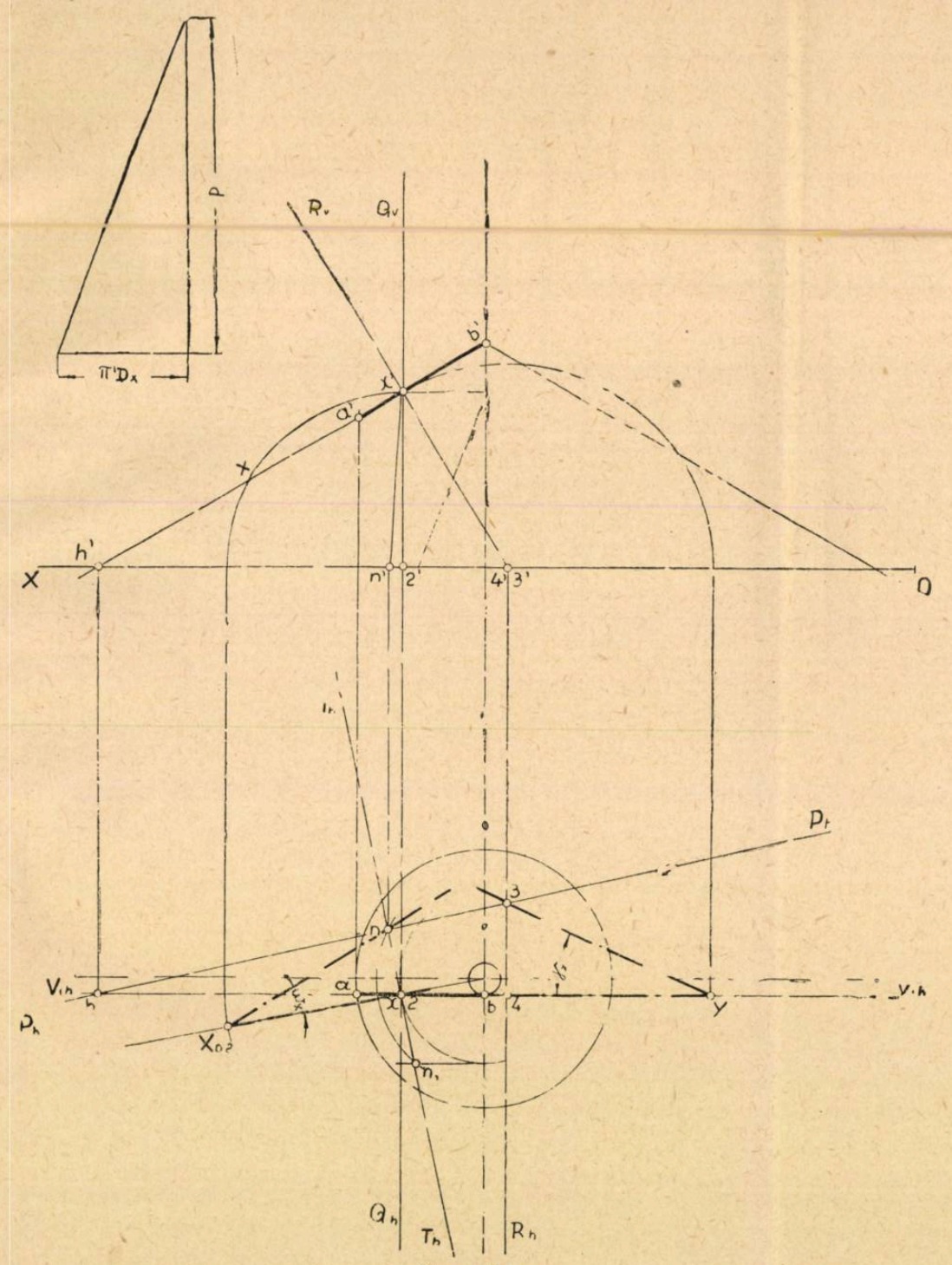
En porsuivant leur tentative de justifier la théorie des outiles par les méthodes de la géométrie déscriptive, les Auteurs déduisent par cette voie les lois de variation de l'angle de dégagement du foret hélicoïdal et les vérifient tout en déterminant une fonction spéciale qui relie entre eux les éléments constructifs du foret.



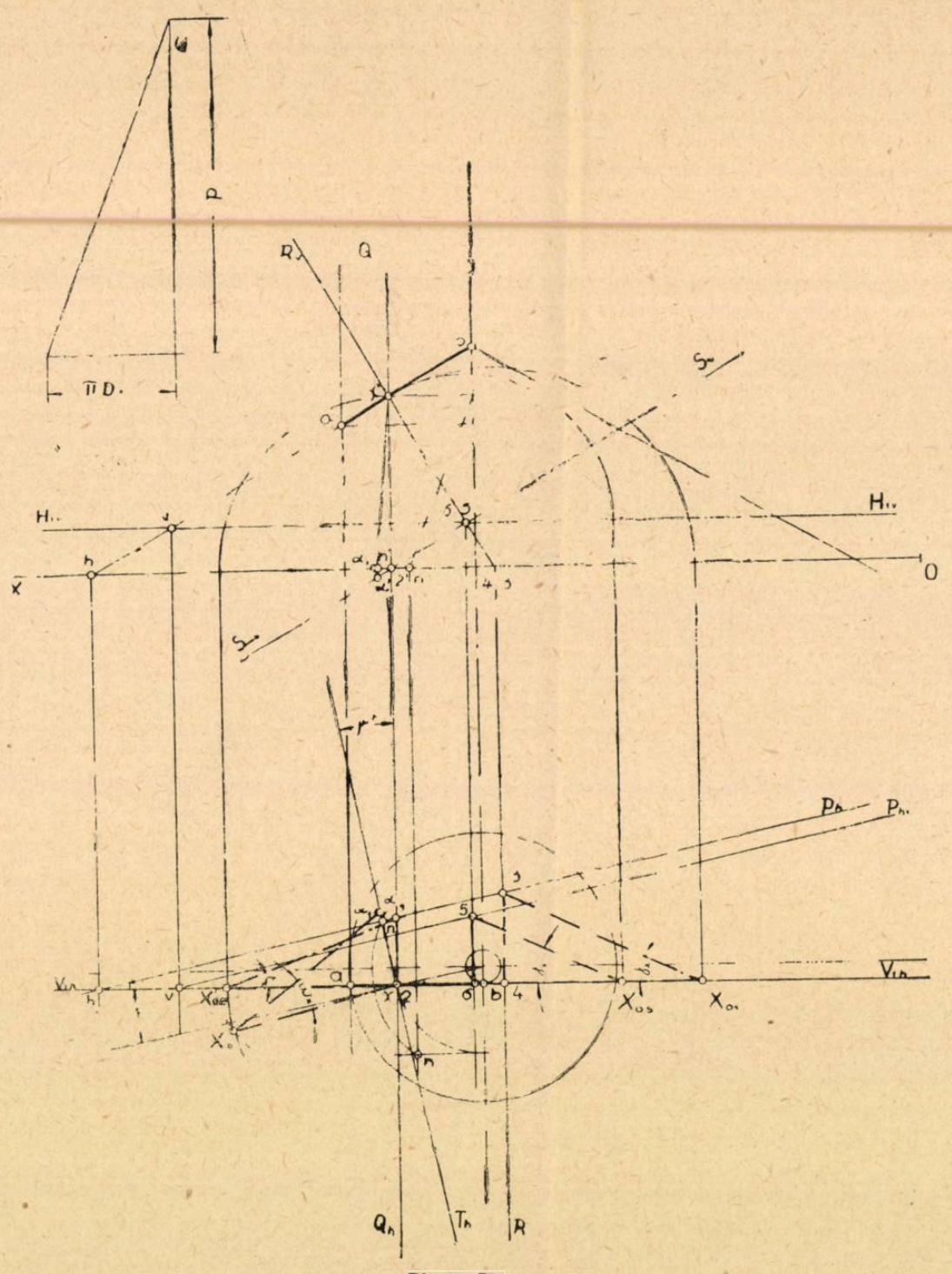
Planşa I



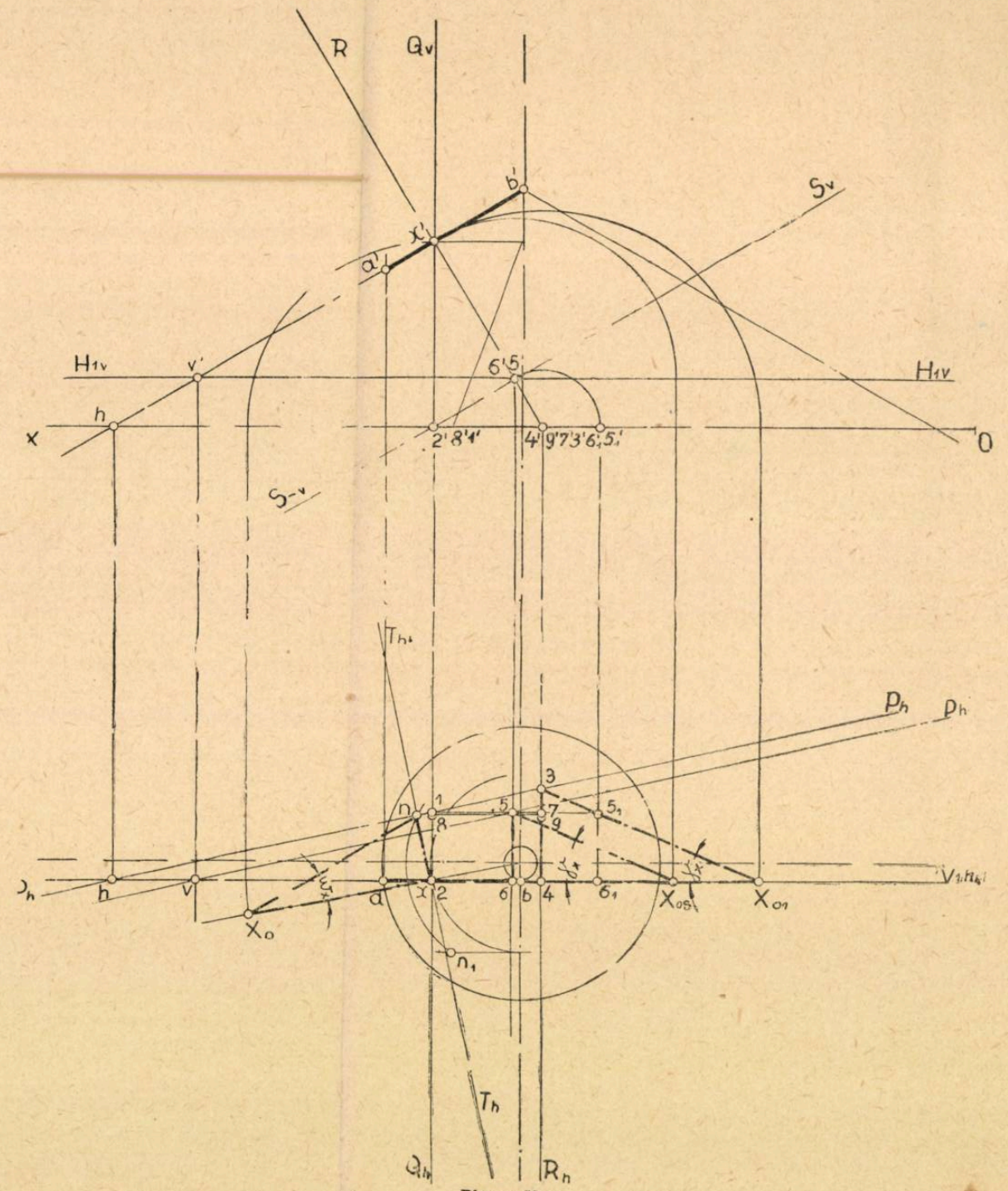
Planşa II



Planşa III



Planşa IV



Planşa V

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

621.5

PRECIZĂRI IN PROBLEMA VERIFICĂRII LA PRESIUNE A FRÎNELOR CU SABOŢI EXTERIORI

DE

CRISTIAN LINDE, VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

Pentru verificarea la presiune a frînelor cu saboţi este necesară prealabila cunoaştere a legii de distribuţie a presiunii dintre saboţii frînei şi şaiba acesteia.

S-a stabilit pe cale teoretică [1] că în cazul frînelor cu saboţi exteriori legea de distribuţie a presiunii dintre saboţi şi şaibă are forma:

a) pentru sabotul fixat la pîrghia portsabot (fig. 1)

$$p_f = p_{max} \sin \alpha, \tag{1}$$

b) pentru sabotul articulat la pîrghia portsabot (fig. 2)

$$p_a = p'_a + p''_a = p'_{max} \cos \alpha + p''_{max} \sin \alpha. \tag{2}$$

Valorile mărimilor p_{max}, p'_{max} şi p''_{max} se calculează cu relaţiile [2]:

$$p_{max} = \frac{M_F}{\mu R^2 b} \frac{1}{2 \sin \alpha' \sin \vartheta} = \frac{C}{2 \sin \alpha' \sin \vartheta} \tag{3}$$

şi respectiv (pentru cazul uzual al sabotului articulat simetric)

$$p'_{max} = \frac{M_F}{\mu R^2 b} \frac{1}{2 \sin \vartheta} = \frac{C}{2 \sin \vartheta}, \tag{4}$$

$$p''_{max} = p'_{max} \frac{2\vartheta + \sin 2\vartheta - 4 \frac{R}{a} \sin \vartheta}{2\vartheta - \sin 2\vartheta} \mu, \tag{5}$$

unde M_F — momentul de frînare dezvoltat de sabot; μ — coeficientul de frecare dintre sabot şi şaibă; b — lăţimea sabotului (semnificaţia celorlalte notaţii rezultă din fig. 1 şi 2).

În practica proiectării, pentru a micşora volumul calculelor numerice necesare în cazul utilizării legilor de distribuţie a presiunii exprimate prin relaţiile (1) şi (2), se obişnuieşte să se considere că presiunea dintre sabot şi şaibă este uniform distribuită, în care caz, atît pentru sabotul fixat cît şi pentru sabotul articulat, valoarea ei este dată de relaţia:

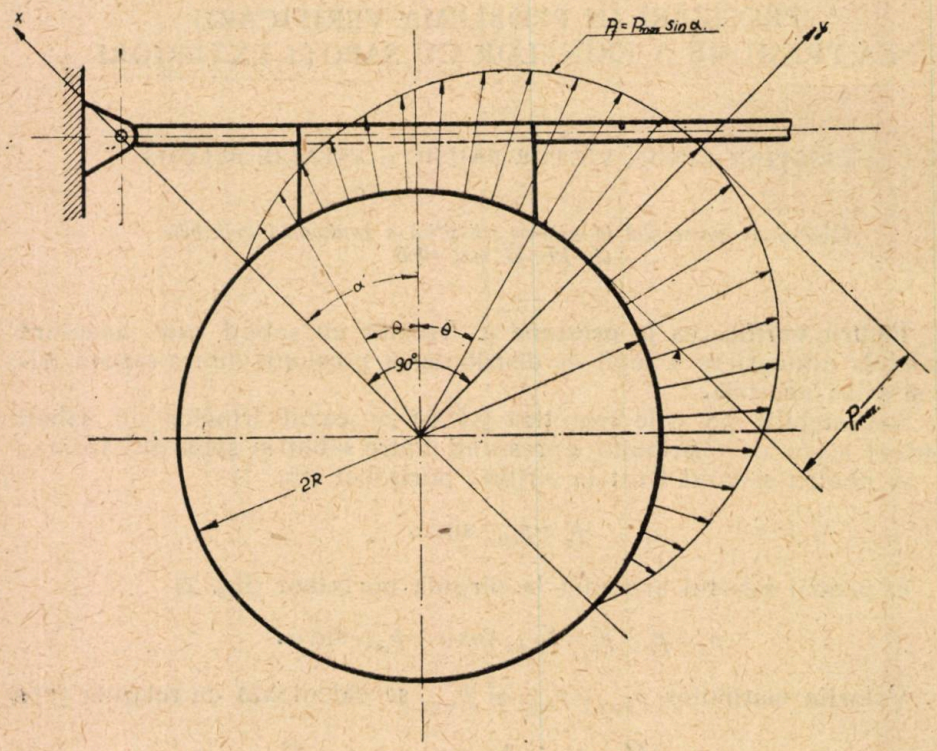


Fig. 1

(6) $$p_c = \frac{M_F}{\mu R^2 b} \cdot \frac{1}{2\vartheta} = \frac{C}{2\vartheta}.$$

În literatura consultată nu există un studiu corect şi complet asupra erorilor introduse în verificarea la presiune, atunci cînd se consideră distribuţia uniformă a presiunii în locul legilor exprimate de relaţiile (1) şi (2). Efectuarea acestui studiu alcătuieşte obiectul acestui articol.

Pentru aprecierea erorilor introduse în verificarea la presiune a frînelor atunci cînd se consideră distribuția uniformă a presiunii în locul legilor de distribuție exprimate de relațiile (1) și (2), se studiază mai jos variația raportului dintre valoarea maximă a presiunii, calculată pe baza relațiilor (1) respectiv (2) și valoarea constantă a acesteia, calculată cu relația (6).

În cazul *saboților fixați*, considerînd distribuția neuniformă a presiunii (relația (1)) valoarea presiunii maxime $p_{f\max}$ apare într-un punct

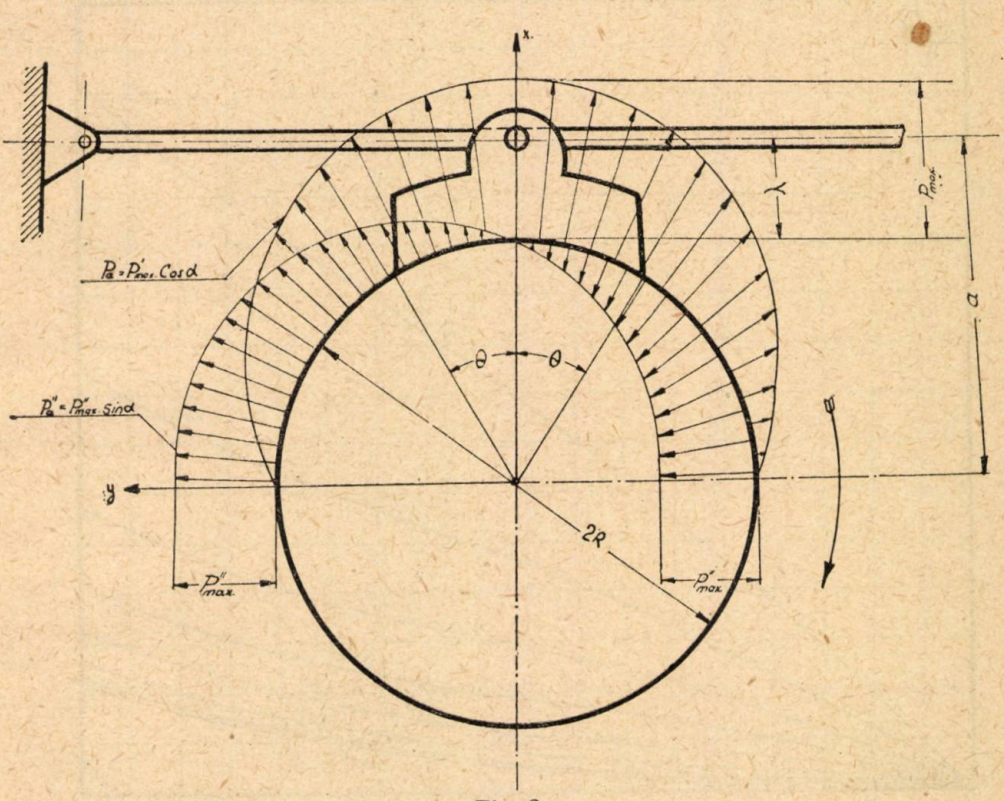


Fig. 2

de pe periferia șaibei decalat cu 90° către capătul liber al pîrghiei portsabot față de dreapta ce unește centrul șaibei cu centrul articulației pîrghiei portsabot (semiaxa *Ox* din fig. 1). În consecință, pentru calculul valorii maxime a presiunii pe baza relației (1), se disting două cazuri:

a) pentru saboți la care $\alpha' + \vartheta \leqslant 90^0$, valoarea maximă a presiunii este mai mică decît valoarea presiunii maxime, fiind dată de relația

$$\max p_f = p_{\max} \sin(\alpha' + \vartheta),$$

sau, ținînd seama de relația (3)

$$\max p_f = \frac{C}{2}(\operatorname{cotg}\vartheta + \operatorname{cotg}\alpha');$$

b) pentru saboţi la care $\alpha' + \vartheta \geqslant 90°$ valoarea maximă a presiunii devine egală cu valoarea presiunii maxime, adică

$$\max p_f = p_{max}$$

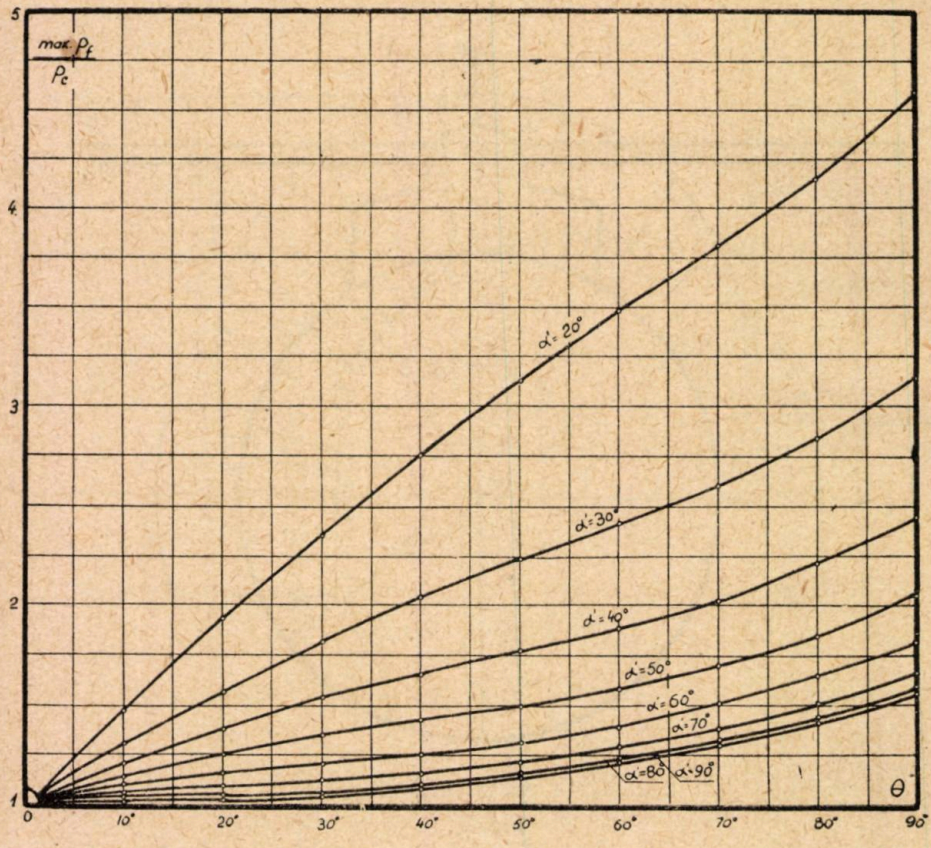


Fig. 3

sau, ţinînd seama de relaţia (3),

$$\max p_f = \frac{C}{2 \sin\alpha' \sin\vartheta}.$$

În consecinţă, în cazul saboţilor fixaţi, raportul dintre valoarea maximă a presiunii calculată pe baza relaţiei (1) şi valoarea constantă

a acesteia calculată cu relația (6) este dat, pentru saboți la care $\alpha' + \vartheta \leqslant 90°$, de relația

$$\frac{\max p_f}{p_c} = \vartheta (\operatorname{cotg} \vartheta + \operatorname{cotg} \alpha'), \tag{7}$$

iar pentru saboții la care $\alpha' + \vartheta \geqslant 90°$ de relația

$$\frac{\max p_f}{p_c} = \frac{\vartheta}{\sin \alpha' \sin \vartheta}. \tag{8}$$

Variația funcțiilor (7) și (8), pentru cîteva valori ale unghiului α', este reprezentată în fig. 3.

În cazul *saboților articulați*, considerînd distribuția neuniformă a a presiunii (relația (2)), valoarea presiunii maxime apare într-un punct de pe periferia șaibei decalat, față de dreapta ce unește centrul șaibei cu centrul articulației sabotului (semiaxa *Ox* din fig. 2), cu un unghi α_M a cărui valoare se deduce din ecuația

$$\frac{dp_a}{d\alpha} = -p'_{\max} \sin \alpha_M + p''_{\max} \cos \alpha_M = 0$$

de unde, ținînd seama de relația (5),

$$\alpha_M = \operatorname{arc\,tg} \frac{2\vartheta + \sin 2\vartheta - 4\frac{R}{a}\sin \vartheta}{2\vartheta - \sin 2\vartheta} - \mu. \tag{9}$$

În consecință, pentru calculul valorii maxime a presiunii pe baza relației (2), se disting două cazuri:

a) pentru saboți la care $\vartheta \leqslant \alpha_M$ valoarea maximă a presiunii este mai mică decît valoarea presiunii maxime, fiind dată de relația:

$$\max p_a = p'_{\max} \cos \vartheta + p''_{\max} \sin \vartheta$$

sau, ținînd seama de relațiile (4) și (5),

$$\max p_a = \frac{C}{2}\left(\operatorname{cotg} \vartheta + \frac{2\vartheta + \sin 2\vartheta - 4\frac{R}{a}\sin \vartheta}{2\vartheta - \sin 2\vartheta} \mu\right);$$

b) pentru saboți la care $\vartheta \geqslant \alpha_M$ valoarea maximă a presiunii devine egală cu valoarea presiunii maxime, adică

$$\max p_a = p'_{\max} \cos \alpha_M + p''_{\max} \sin \alpha_M$$

sau, ținînd seama de relațiile (4), (5) și (9),

$$\max p_a = \frac{C}{2}\sqrt{1+\left(\frac{2\vartheta+\sin 2\vartheta-4\frac{R}{a}\sin\vartheta}{2\vartheta-\sin 2\vartheta}\right)^2\mu^2}.$$

În consecinţă, în cazul saboţilor articulaţi, raportul dintre valoarea maximă a presiunii calculată pe baza relaţiei (2) şi valoarea constantă a acesteia calculată cu relaţia (6) este dat, pentru saboţii la care $\vartheta \leqslant \alpha_M$, de relaţia

$$\frac{\max p_a}{p_c} = \vartheta\left(\operatorname{cotg}\vartheta+\frac{2\vartheta+\sin 2\vartheta-4\frac{R}{a}\sin\vartheta}{2\vartheta-\sin 2\vartheta}\mu\right), \tag{10}$$

iar pentru saboţii la care $\vartheta \geqslant \alpha_M$, de relaţia

$$\frac{\max p_a}{p_c} = \frac{\vartheta}{\sin\vartheta}\sqrt{1+\left(\frac{2\vartheta+\sin 2\vartheta-4\frac{R}{a}\sin\vartheta}{2\vartheta-\sin 2\vartheta}\right)^2\mu^2}. \tag{11}$$

Variaţia funcţiilor (10) şi (11) pentru cîteva valori posibile ale raportului $\frac{R}{a}$ [1]) şi cîteva valori uzuale ale coeficientului de frecare este reprezentată în fig. 4, 5, 6 şi 7 (v. planşa).

Concluzii

1) În cazul frînelor cu saboţi fixaţi valoarea raportului dintre valoarea maximă a presiunii, calculată pe baza relaţiei (1) şi valoarea presiunii calculată în ipoteza distribuţiei sale uniforme, depinde de valoarea unghiului α' ce determină poziţia sabotului şi a unghiului ϑ ce determină lungimea acestuia (v. fig. 1), crescînd odată cu mărirea acestor unghiuri.

2) În cazul frînelor cu saboţi articulaţi simetrici valoarea raportului dintre valoarea maximă a presiunii, calculată pe baza relaţiei (2) şi valoarea presiunii, calculată în ipoteza distribuţiei sale uniforme, depinde de valoarea coeficientului de frecare μ dintre saboţi şi şaibă, de valoarea raportului $\frac{R}{a}$ ce determină poziţia articulaţiei sabotului şi de valoarea unghiului ϑ ce determină lungimea acestuia (v. fig. 2). Valoarea acestui raport creşte odată cu mărirea coeficientului de frecare μ

---

1) Deoarece $\frac{R}{a} = \frac{R}{R+\lambda}$ unde λ — distanţa de la centrul articulaţiei sabotului pînă la periferia şaibei (v. fig. 2), la variaţia posibilă a mărimii $\lambda\ (0 \leqslant \lambda \leqslant \infty)$ rezultă $0 \leqslant \frac{R}{a} \leqslant 1$.

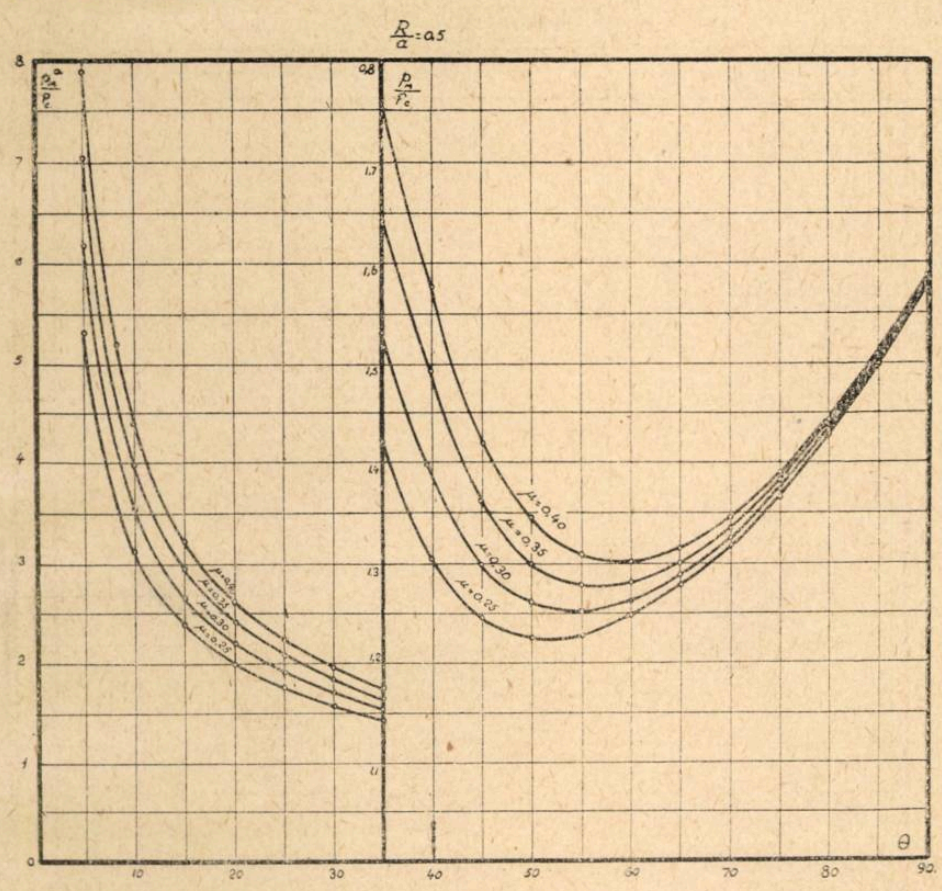


Fig. 4

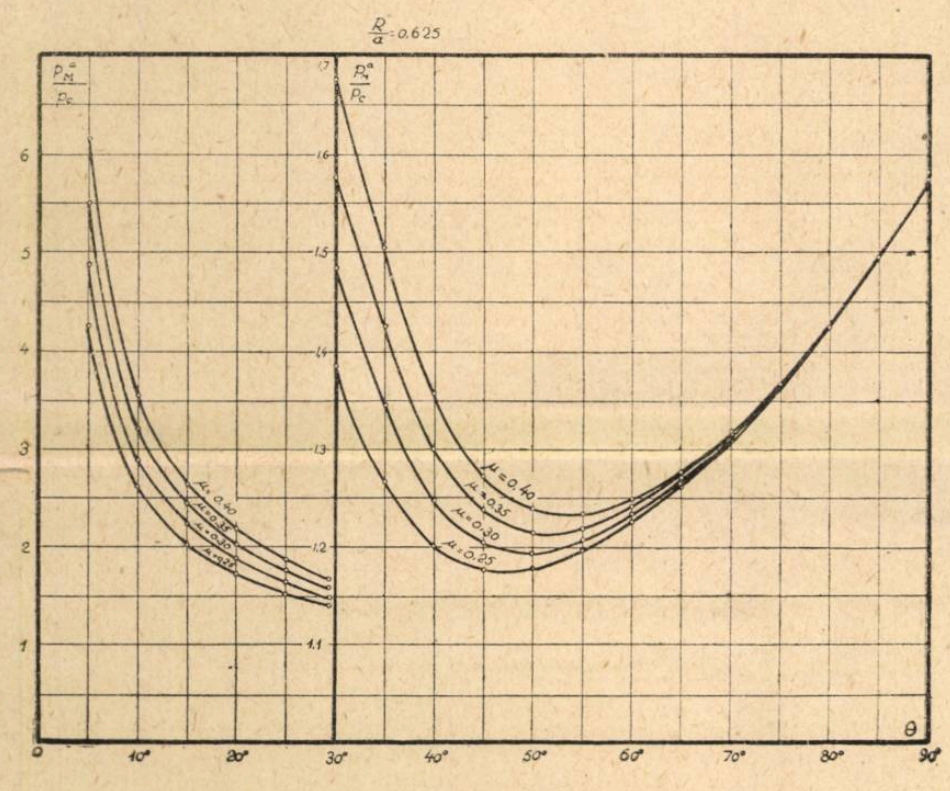


Fig. 5

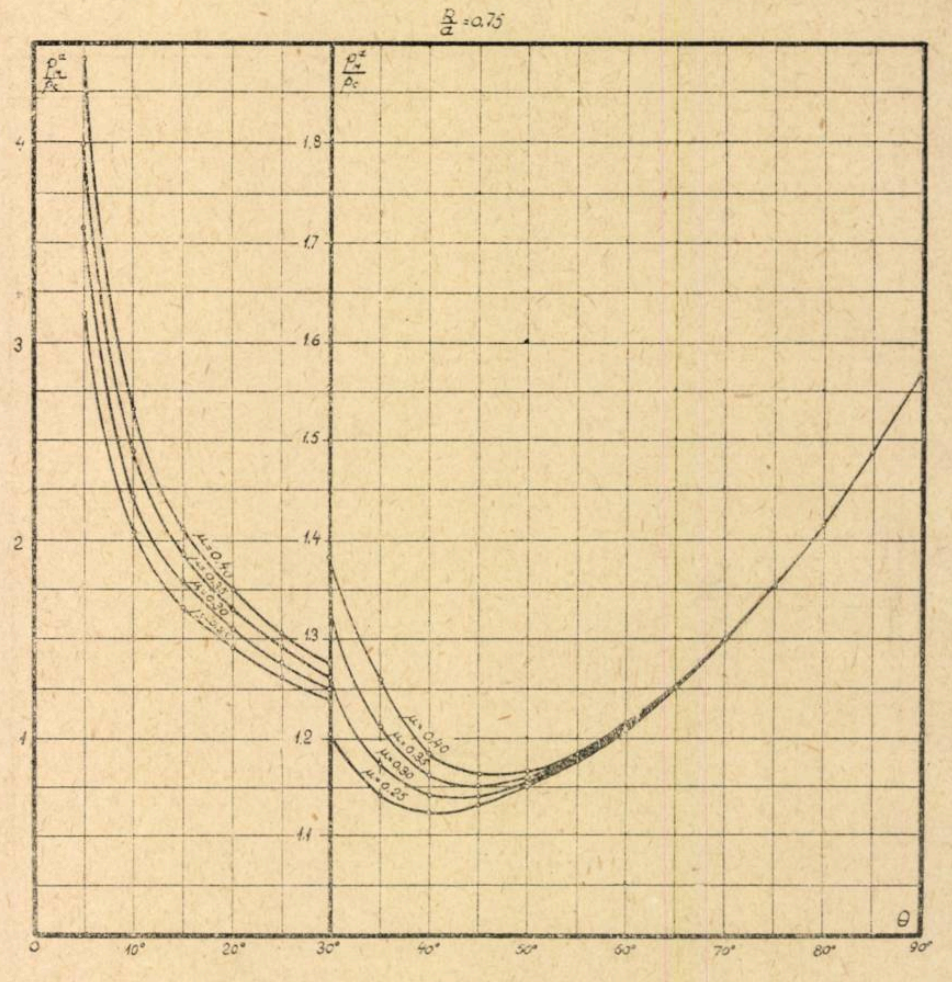


Fig. 6

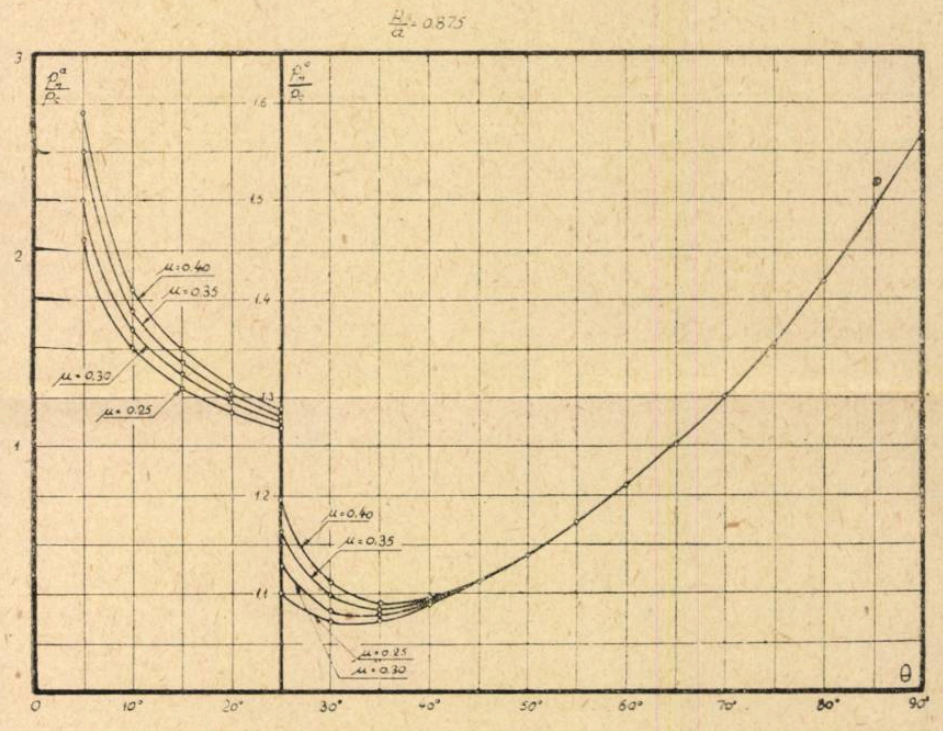


Fig. 7

dintre sabot şi şaibă şi odată cu micşorarea raportului $\frac{R}{a}$, adică odată cu îndepărtarea de şaibă a articulaţiei sabotului. La majorarea unghiului ϑ, valoarea raportului scade atingînd un minimum situat în apropierea zonei valorilor uzuale ale unghiului ϑ, după care creşte din nou.

3) Deoarece valorile presiunii dintre saboţi şi şaibă, determinate în ipoteza distribuţiei sale uniforme sînt, atît la frînele cu saboţi fixaţi cît şi la cele cu saboţi articulaţi, întotdeauna mai mici decît valorile maxime determinate pe baza relaţiilor (1) şi respectiv (2), este recomandabil ca, în vederea măririi duratei de serviciu a frînei, să se considere valoarea maximă a presiunii calculată pe baza relaţiilor (1) şi respectiv (2), volumul mare de calcule putînd fi evitat prin folosirea diagramelor din fig. 4, 5, 6 şi 7.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Organe de Maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Dietz H., V. D. I., 1937, 81, S. 1437—1442.
2. Александров М. П., Тормоза подъемно-транспортных машин, Машгиз, Москва, 1953.

К ПРОВЕРКЕ УДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ ВНЕШНЕ-КОЛОДОЧНЫХ ТОРМОЗОВ

(Резюме)

До настоящего времени специальная литература не указала правильного и полного исследования ошибок, появляющихся при проверке удельного давления колодочных тормозов в случае когда законы распределения, установленные Х. Дицом, ($p_f = p_{max} \sin\alpha$ — для жестко-креплённой колодки и $p_a = p'_{max} \cos\alpha + p''_{max} \sin\alpha$ — для шарнирно-креплённой колодки) заменяются законами равномерного распределения удельного давления.

В настоящей статье для колодок жёстко — и шарнирно — креплённых исследуется изменение соотношения между максимальным значением удельного давления, расчитанного по выражениям Х. Дица и постоянным значением удельного давления (по закону равномерного распределения).

Авторы предлагают принять во внимание, при проверке удельного давления, его максимальное значение, выведенное из законов К. Дица; трудоёмкость расчётов в этом случае может быть избегнута пользуя, указанные в статье, диаграммы.

SUR LE PROBLÈME DE VÉRIFICATION À LA PRESSION DES FREINS AUX SABOTS EXTÉRIEURS

(Résumé)

Dans la littérature de spécialité il n'existe pas jusqu'aujord'hui une étude correcte et complète des erreurs introduites dans la verification à la pression, des freins aux sabots extérieurs lorsqu'on considère la pression uniformément répartie entre les sabots

et la poulie du frein et on renonce aux lois de distribution établies par H. Dietz ($p_f = p_{max} \sin \alpha$, pour le sabot fixé, et $p_a = p'_{max} \cos \alpha + p''_{max} \sin \alpha$, pour le sabot articulé).

Dans cette Note on étudie la variation du rapport qui existe entre la valeur maxima de la pression calculée à l'aide des relations de H. Dietz et la valeur constante de cette pression, supposée répartie uniformément. On considère aussi bien le cas du sabot fixé que celui du sabot articulé.

Les Auteurs récommandent que l'on exécute la vérification des freins en considérant la valeur maxima de la pression, déterminée à l'aide des relations de H. Dietz ; on évite le gros volume des calculs tout en utilisant les diagrammes ci-jointes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

621.1.01

NOMOGRAME DE CALCUL ÎN INSTALAŢIILE DE ÎNCĂLZIRE CENTRALĂ

CALCULUL RADIATOARELOR CU AJUTORUL NOMOGRAMELOR

DE

AL. TODICESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Relaţiile cu ajutorul cărora se fac calculele de proiectare în instalaţiile de încălzire centrală sînt relaţii simple, în majoritatea cazurilor produse de forma:

$$x = a\,b\,c\,d\,...\,n. \tag{1}$$

Calculul numeric al acestor relaţii este făcut de obicei cu rigla de calcul—precizia dată de aceasta fiind suficientă—dar chiar în acest mod el este destul de laborios.

Bazaţi pe gradul de precizie cerut în dimensionările uzuale ale instalaţiilor de încălzire centrală, se pot utiliza cu uşurinţă nomograme de calcul combinate, trasate în coordonate rectangulare cu bază dublu logaritmică.

Deşi aspectul final al nomogramelor poate fi destul de complex, ele sînt uşor de construit, ceea ce permite trasarea lor directă de către proiectanţi. Prin alegerea bazelor scărilor logaritmice se pot obţine dimensiuni convenabile ale diagramelor şi deci preciziile dorite.

Faţă de eroarea admisă în calculele de proiectare ale instalaţiilor de încălzire centrală, calculul nomografic poate fi utilizat cu deplin succes atît în faza de anteproiectare cît chiar şi în etapele de calcul definitiv.

În domeniul instalaţiilor de încălzire centrală, nomografierea a fost aplicată pînă acum, în deosebi la calculul pierderilor de presiune în circulaţia fluidelor prin conducte, iar în institutele de proiectare sovietice se utilizează o serie de nomograme pentru radiatoarele normalizate GOST, trasate în coordonate rectangulare cu bază zecimală.

În cele ce urmează se va expune unul din numeroasele moduri de aplicare a nomografierii, în cazul proiectării instalaţiilor de încălzire centrală.

2. În proiectarea instalaţiilor de încălzire centrală sînt trei etape principale de calcul:

I. *Calculul pierderilor de căldură*, executat pe baza unei relaţii de forma:

$$q = kA\,t_i - t_e) = kA\Delta t, \tag{2}$$

II. *Calculul suprafeţelor de încălzire,* executat cu relaţia

$$A = \frac{Q}{k\,(t_m - t_i)} = \frac{Q}{k\Delta t}. \tag{3}$$

Din această formulă derivă relaţiile de calcul a numărului de elemente de radiator normalizate sau lungimea de ţeavă de un anumit diametru necesară confecţionării radiatorului.

Pentru radiatoare din fontă (elemente normalizate)

$$n = \frac{A}{f} \tag{4}$$

iar pentru ţevile din oţel

$$l = \frac{A}{\pi d_e}. \tag{5}$$

În aceste relaţii :
Q (sau q) — cantităţi de căldură (kcal/oră),
k — coeficienţi de trecere a căldurii (kcal/m². oră grad),
t_m, t_e, t_i — temperaturi (°C),
n — număr elemente de radiator,
l — lungime de ţeavă (m),
f — suprafaţa unui element (m²).

III. *Calculul reţelelor de distribuţie a căldurii şi colectare a fluidului termic epuizat,* executat cu relaţiile:

$$H_t = H_l + H_i, \tag{6}$$

$$H_i = \Sigma\zeta \frac{w^2\gamma}{2g}, \tag{7}$$

$$H_l = Rl, \tag{8}$$

$$R = \lambda \frac{w^2\gamma}{2g} \cdot \frac{1}{d}. \tag{9}$$

În aceste relaţii :
H — pierderile de presiune totale (kg/m²),
R — pierderile de presiune pe metru lungime (kg/m²/m),
w — viteza de transport a fluidului (m/sec),
g — acceleraţia gravităţii (m/sec²),
d — diametrul conductei (m),
γ — greutatea specifică (kg/m³),
λ — coeficienţi de pierderi liniare,
ζ — coeficienţi de rezistenţă individuală.

După aspectul relaţiilor, se vede că ele pot fi cu uşurinţă nomografiate.

Vom arăta aici modul de nomografiere al relaţiilor de calcul corespunzătoare primelor două etape de calcul, deoarece pentru calculul reţelelor de fluide există deja numeroase diagrame utilizabile.

3. Calculul pierderilor de căldură este normalizat, executîndu-se după STAS 1907-52 privind modul propriu zis de calcul şi STAS 1488-54, STAS 1542-52 privind temperaturile de calcul pentru interiorul şi exteriorul încăperii.

Relația de calcul este:

$$q = kA(t_i - t_e) = kA\Delta t. \tag{10}$$

Rezultă că pentru nomografierea acestei relații cu $n=4$ variabile vor fi necesare [1, p. 81] $m=n-2=2$ nomograme reticulare.

În coordonate dublu logaritmice se poate construi o nomogramă organizată ca în fig. 1.

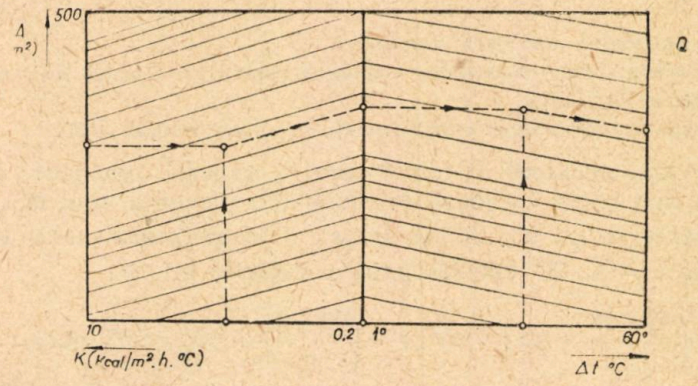


Fig. 1

Conform standardelor de stat indicate mai sus, intervalele de lucru sînt: $t=1...60°C$, $k=0{,}2...10$ kcal/m². oră grad, $a=1...500$ m².

4. Calculul suprafețelor de încălzire se recomandă a fi făcut după STAS R 1797-50. Relația de bază în acest calcul este:

$$A = \frac{Q}{k(\tau_m - t_i)} = \frac{Q}{k\Delta t}. \tag{11}$$

Și pentru acest calcul, avînd tot $n=4$ variabile, vor fi necesare $m=2$ nomograme.

Cît privește valorile constantelor de calcul trebuie arătată aproximația uzuală cu care sînt acestea adoptate. În mod normal se utilizează radiatoarele fie din fontă tip standardizat (STAS 1676-50), fie din țevi de oțel netede, cu aripioare, plăci sau spirale.

Este cunoscută dependența coeficientului de trecere a căldurii de o serie de factori independenți unul de altul. Ca urmare, o apreciere exactă a coeficientului de transmitere a căldurii este dificilă și — în plus — inutilă pentru gradul de precizie cerut de calculul suprafețelor de radiator.

Remarcăm că variația lui k este legată de tipul suprafeței încălzitoare, de temperatura medie a fluidului încălzitor și de natura fluidului. Asupra acestor factori se fac anumite aproximații uzuale și anume:

a) Dependența lui k în funcție de diferența de temperaturi între fluidul încălzitor și cel încălzit poate fi exprimată după o relație statistică-experimentală de forma ([2, p. 60], [3, p. 110]):

$$k = k_0 (\Delta t)^n = k_0 (\tau_m - t_i)^n \tag{12}$$

unde

$\tau_m = \frac{\tau_i + \tau_e}{2}$ — media temperaturilor fluidului ce circulă prin radiator,

t_i — temparatura interioară a încăperii,

k_0 — coeficientul de transmitere a căldurii pentru o diferență de temperatură de 1°; de obicei $k_0 = 2{,}5 \ldots 3{,}5$,

n — exponent determinat experimental, de obicei $n = 0{,}25 \ldots 0{,}30$.

Intervalul de lucru al lui Δt este în general cunoscut; pentru instalații cu apă caldă de joasă presiune (cu plecarea apei la $\tau_i = 95 \ldots 98°$ și întoarcerea la $\tau_e = 65 \ldots 70°$) și pentru o temperatură medie de calcul a încăperilor $t_i = 15 \ldots 20°$ rezultă pentru valorile lui Δt:

$$\Delta t = \left(\frac{95+65}{2} - 20\right) = 60°; \; t = \left(\frac{90+70}{2} - 20\right) = 55°, \text{ deci } t = 55 \ldots 65°.$$

b) Pentru instalații cu aburi de joasă presiune (presiunea la plecare 0,2... 0,5 ats) se consideră:

$\tau_i = \tau_e = \tau_{sat} = 100 \ldots 105°$, deci $\Delta t = 100 - 20 = 80°$, adică $\Delta t = 75 \ldots 85°$.

Așadar domeniul de lucru este destul de restrîns ceea ce înseamnă că pentru instalațiile de apă caldă și aburi de joasă presiune, coeficienții de trecere a căldurii pot fi considerați constanți cu temperatura.

Standardul de Stat R 1797-50 dă pentru coeficientul k (pentru cele două fluide amintite mai sus) următoarele valori: pentru apă $\Delta t = 60°$ și pentru aburi $\Delta t = 80°$.

5. Ținînd cont de cele expuse pînă aici, se pot construi următoarele nomograme:

a) Pentru țevi netede sau cu aripioare, relațiile de calcul sînt:

$$Q = Ak\Delta t, \quad (14) \quad Q = \pi d_e l k \Delta t, \quad (15) \quad Q = cl\Delta t \; . \tag{13}$$

Pentru un anumit diametru se cunoaște coeficientul k deci expresia:

$$c = \pi d_e k \tag{16}$$

poate fi considerată o constantă pentru țeava respectivă.

Pentru diferite diametre de conducte va varia constanta c. Această variație afectează pozițiile relative ale liniilor ce reprezintă valoarea lui l, dar numai pe verticală. Baza scării ce reprezintă lungimea va rămîne totuși neschimbată.

Aspectul nomogramei este cel din fig. 2.

b) Pentru radiatoarele standardizate (elemente din fontă turnată) calculul se face după relațiile:

$$(17) \qquad Q = Ak\Delta t, \qquad (18) \qquad Q = nfk\Delta t = nc\Delta t,$$

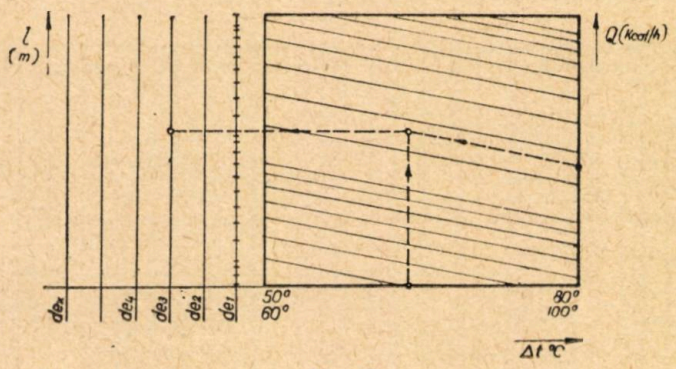


Fig. 2

expresia

$$(19) \qquad c = fk$$

fiind o constantă pe baza celor arătate mai sus.

În mod similar ca la punctul anterior se capătă o nomogramă de forma celei din fig. 3.

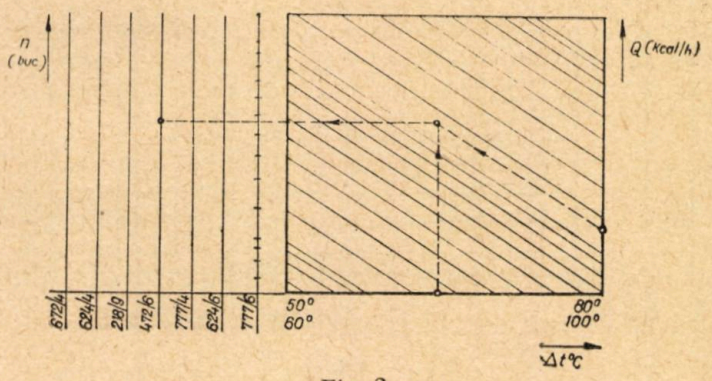


Fig. 3

Ca o exemplificare a metodei propuse, s-au trasat două nomograme pentru radiatoarele standardizate în țara noastră.

Trasarea s-a făcut în condițiile specificate, adică coeficienți de trecere medii constanți pe interval, după cum indică STAS R 1797-50.

Precizia dată de aceste nomograme se încadrează în limitele cerute de calculele de proiectare uzuale, fapt care se poate vedea şi din următoarele exemple numerice.

6. *Exemplul* 1. Cantitatea de căldură de furnizat este $Q=3000$ kcal/oră; instalaţii cu aburi de joasă presiune cu $\tau_m=100°$ şi $t_i=20°$; radiatoare de tip 427/6.

Se calculează expresia $\Delta t=\tau_m-t_i=100-20=80°$.

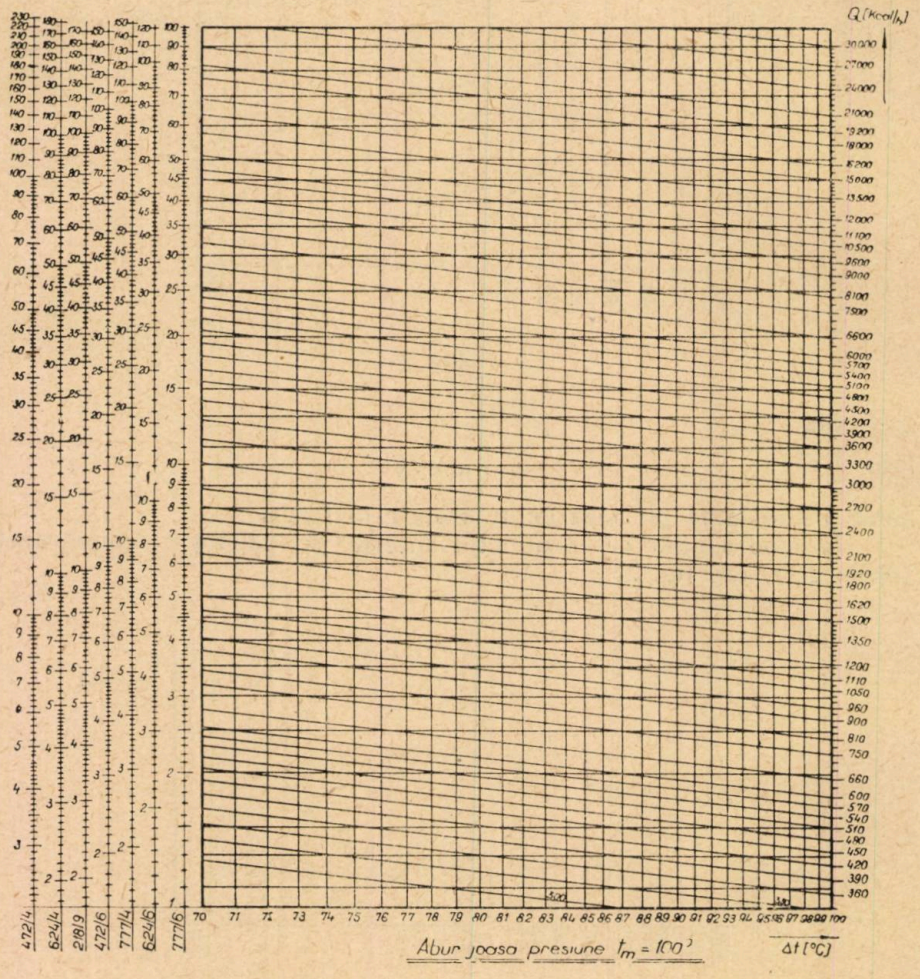


Fig. 4

Pornind de la $\Delta t=80°$ şi $Q=3000$ kcal/oră, în sensul săgeţilor se determină un punct A. Ordonata acestui punct pe axa din stînga corespunzătoare lui 472/6, determină valoarea de 16,8 elemente, rotund 17 elemente.

Să rezolvăm numeric aceeaşi problemă:

$$A=\frac{Q}{k(\tau_m-t_i)}=\frac{3000}{7{,}9(100-20)}=4{,}745 \text{ m}^2 \quad n=\frac{A}{f}=\frac{4{,}745}{0{,}28}=16{,}94 \text{ bucăţi, rotund } 17 \text{ buc.}$$

Eroarea dată de nomogramă este de aproximativ — 0,8%.

Exemplul 2. Sînt montate 20 elemente 624/6; instalația este cu apă caldă cu temperatura de intrare $\tau_i=94°$ și returul la $\tau_e=70°$ deci $\tau_m=\frac{94+70}{2}=82°$; temperatura

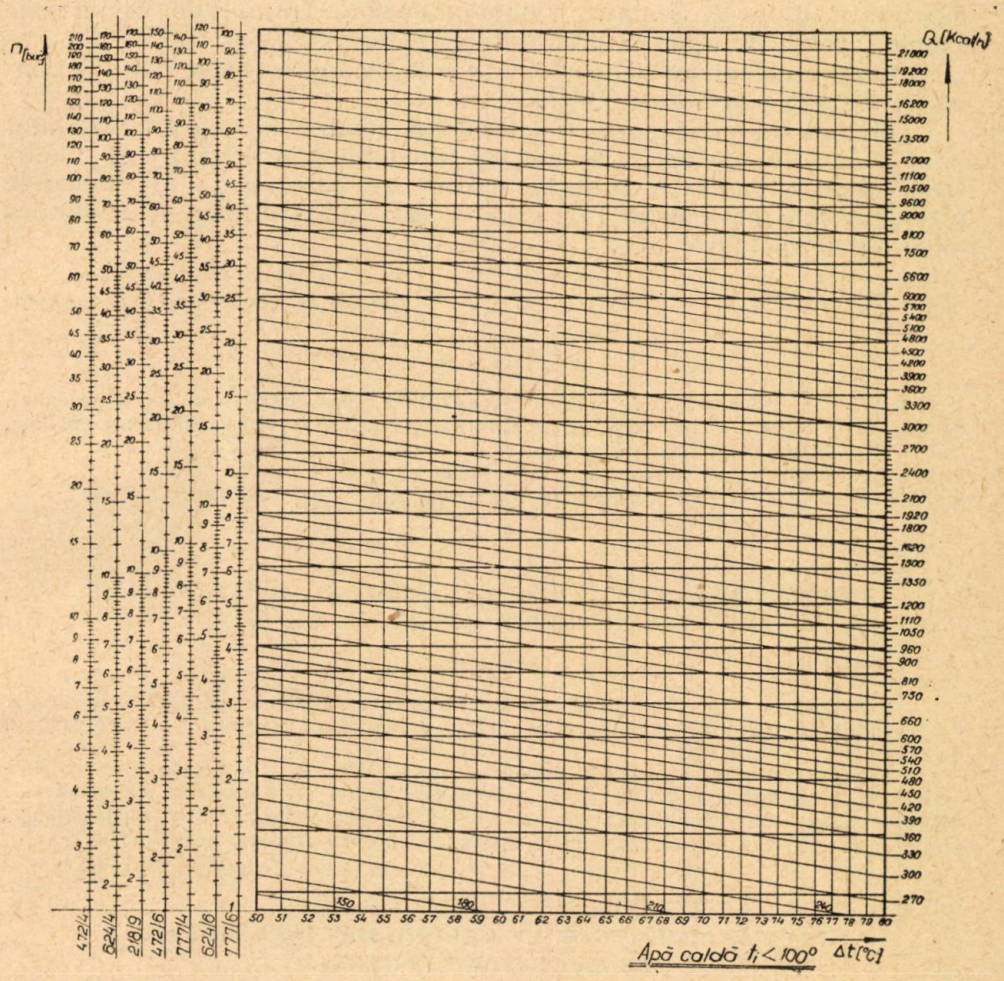


Fig. 5

din încăpere este $t_i=24°$. Se cere a se determina cantitatea de căldură cedată de radiator.

Pornind de la $\Delta t=82-24=58°$ și $n=20$ se găsește punctul B. O paralelă la liniile de $Q=$const. determină pe ordonată $Q=2910$ kcal/oră.

Calculînd numeric același exemplu găsim:

$Q=knf(\tau_m-t_i)=7.20.0{,}36\ (82-24)=2920$ kcal/oră,

Eroarea este de aproximativ — 0,2%.

7. Calculul cu ajutorul nomogramelor propuse aduce simplificări în proiectare ducînd şi la o scurtare a timpului cerut. Avantajul principal al metodei de nomografiere aplicate, îl constituie uşurinţa trasării nomogramei. Alegînd în modul potrivit bazele scărilor logaritmice utilizate se pot trasa nomograme foarte precise. Un alt avantaj îl prezintă uşurinţa modului de utilizare a nomogramelor. Traseul de calcul este simplu, erorile de aşezare ale valorilor, reduse.

Erorile calculului executat cu aceste nomograme sînt sub 1% pentru nomograme de format „A_3".

Metoda adoptată poate fi utilizată şi pentru nomografierea altor relaţii uzuale în domeniul proiectării instalaţiilor de încălzire şi ventilaţie, ca de exemplu calculul degajărilor de căldură de la motoarele electrice, calculul aportului de căldură prin radiaţie solară, calculul degajărilor de umiditate, etc.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Maşini Textile şi Ventilaţie

BIBLIOGRAFIE

1. Müller A., *Nomografia în tehnica aplicată*, IDT, Buc., 1955, (trad. din l. germană).
2. Missenard A., *Cours supérieur de chauffage, ventilation et conditionement de l'air*, Paris, Eyrolles, 1949, vol. 1.
3. Максимов Т. А., Отопление и вентиляция, т. 1, Машгиз, М., 1954.
4. Pentkovski M. V., *Nomografia*, Ed. tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).

ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИАТОРОВ В УСТАНОВКАХ ЦЕНТРАЛЬНОГО ОТОПЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ НОМОГРАММ

(Резюме)

В настоящей работе предлагается производить вычисления установок центрального отопления при помощи номограмм (этапы вычислений : потери тепла, поверхности обогрева и трубопроводы).

Указывается целесообразный способ создания составных номограмм в логарифмических координатах и применение, в конечном счете, этого способа к вычислению чугунных радиаторов, стандартизированных в Румынской Народной Республике. Ошибки, которые получаются при вычислении с помощью этих номограмм, меньше 1%.

NOMOGRAMMES POUR LE CALCUL DES INSTALLATIONS DE CHAUFFAGE CENTRAL

CALCUL DES RADIATEURS À L'AIDE DES NOMOGRAMMES

(Résumé)

Le calcul d'une installation de chauffage central peut-être intégralement nomographié (étappes: pertes de chaleur, surfaces de chauffage, canalisations de transport pour fluides).

La méthode nomographique en coordonnées logarithmiques, indiquée par l'Auteur est appliquée pour l'élaboration des nomogrammes concernant les radiateurs en fonte standardisés dans la République Populaire Roumaine.

Les erreurs des calculs sont sous 1%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

624.04

SIMPLIFICAREA ECUAŢIILOR METODEI DEFORMAŢIILOR ŞI A CALCULULUI ITERATIV LA CADRE OARECARE

DE

ANTON ŞESAN şi N. ORLOVSCHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Folosirea în metoda deformaţiilor a unor sisteme de bază cu noduri deplasabile este deosebit de avantajoasă atît în calculul analitic — prin eliminarea necunoscutelor corespunzătoare gradelor de libertate — cît mai ales în calculul iterativ, unde se realizează şi o importantă îmbunătăţire a convergenţei.

În lucrări anterioare, am prezentat forme analitice a ecuaţiilor canonice reduse — cu necunoscute rotiri de nod — la cadre etajate [2] şi apoi la cadre oarecare [3].

O exprimare deosebit de simplă a ecuaţiilor reduse s-a obţinut [7] plecînd de la ecuaţiile de condiţii puse sub forma „momentelor active" [4] generalizate pentru cadre oarecare în [5] şi [6]. Formele iterative corespunzătoare au fost prezentate în [8].

Lucrările de mai sus se referă la cadre etajate şi cadre oarecare (fig. 1) cu excepţia celor cu lanţuri cinematice legate (fig. 2 sau fig. 3).

Structurile cu lanţuri cinematice legate n-au fost studiate pînă în prezent decît de Roghiţki [1] care, folosind condiţii de echilibru a deplasărilor prin forţe tăietoare atît în cazul nodurilor paralel deplasabile (fig. 2), cît şi în cazul cadrelor cu bare frînte (fig. 3), nu poate evita calculul unor deformaţii prin rezolvarea a n sisteme de ecuaţii cu n necunoscute, în care n este numărul gradelor de libertate al structurii.

Pentru studiul folosirii, la cadre cu lanţuri cinematice legate, a unor sisteme de bază cu noduri deplasabile, vom pleca de la forma „momentelor active" ce s-a dovedit — în studiile anterioare — a fi cea mai avantajoasă atît în calculul analitic, cît şi în cel iterativ.

Ecuaţiile generale de condiţie pentru sisteme de bază cu noduri impiedecate a se roti şi deplasa

$$(1)\quad \begin{cases} -M_i + \sum\limits_k \mu_{ik} M_k + \sum\limits_A \mu_{iA} M_A + \mathfrak{M}_i = 0, & (i = 1, 2, \ldots n), \\ -M_A + \sum\limits_i \mu_{Ai} M_i + \sum\limits_B \mu_{AB} M_B + \mathfrak{M}_A = 0, & (A = A, B, C, ..), \end{cases}$$

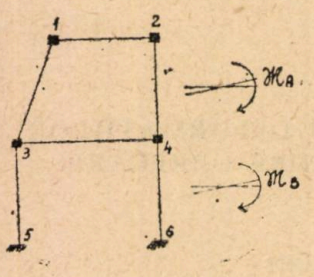


Fig. 1

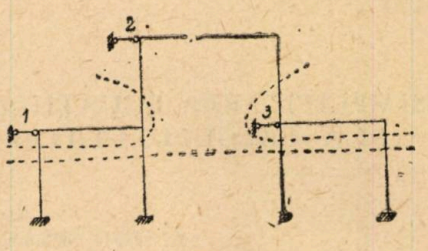


Fig. 2

se transformă în cazul sistemelor de bază cu noduri blocate dar libere a se deplasa, în:

$$(2)\qquad \mu'_{ii} M_i + \sum_k \mu'_{ik} M_k + \mathfrak{M}'_i = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots n)$$

în care coeficienţii au expresiile

$$(3)\qquad \mu'_{ii} = -1 + \sum_A \mu_{iA}\, \mu_{Ai}, \quad \mu'_{ki} = \mu_{ki} + \sum_A \mu_{Ai}\, \mu_{kA}$$

iar termenul liber

$$(4)\qquad \mathfrak{M}'_i = \mathfrak{M}_i + \sum_A \mu_{iA}\, \mathfrak{M}_A$$

(prin $i, k, \ldots n$ s-au notat nodurile iar prin $A, B, C, \ldots$, lanţurile cinematice ale sistemului).

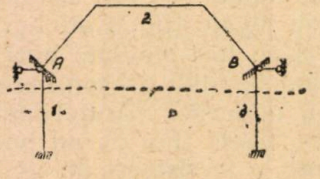


Fig. 3

Expresiile simple ale ecuaţiilor reduse (2) ale coeficienţilor (3) şi a termenilor liberi (4) se datoresc faptului că lanţurile cinematice erau independente ($\mu_{AB} = 0$).

În cazul structurilor cu lanţuri cinematice legate, expresiile generalizate ale coeficienţilor laterali μ_{AB} — între mecanisme — se deduc din relaţiile de echilibru, prin lucrul mecanic virtual al momentelor active de nod şi deplasare:

$$(5)\qquad \mu_{AB} = \frac{1}{\beta_A} \sum_A \pm \nu'_{ik(B)}\, \beta_{ik(A)} \text{ şi similar } \mu_{BA} = \frac{1}{\beta_B} \sum_B \pm \nu'_{ik(A)}\, \beta_{ik(B)},$$

în care β_{ik} reprezintă coeficienții de proporționalitate a rotirii barei ik, β_A, β_B — aceeași coeficienți, corespunzători barei de suport a momentelor active de deplasare M_A și M_B (a căror expresie a fost stabilită în [5], [6]), $\beta_A = \frac{\Sigma \bar{k}''_{ik}}{\Sigma \bar{k}'_{ik}}$, iar $\nu'_{ik(A)}$ reprezintă coeficientul de repartiție în capătul i al barei ik a momentului activ al lanțului A, $\nu'_{ik(A)} = \frac{\bar{k}'_{ik}}{\sum\limits_{A} \bar{k}'_{ik}}$; $\bar{k}'_{ik} = \bar{k}_{ik}\beta_{ik}$, $\bar{k}''_{ik} = \bar{k}_{ik}\beta^2_{ik}$, $\bar{k}_{ik}$ fiind rigiditatea la deplasare a capătului i al barei ik.

Cînd coeficienții μ_{AB} sînt diferiți de zero, expresiile coeficienților ecuațiilor reduse devin foarte greoaie; pentru a putea realiza o simplificare, este necesar a schimba în așa fel necunoscutele corespunzătoare deplasărilor încît ele să devină independente între ele.

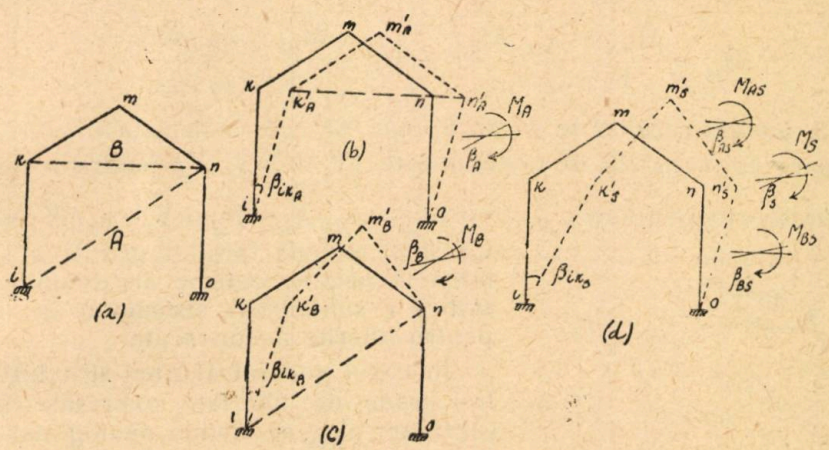


Fig. 4.

Introducerea unei noțiuni noi și anume „momentul activ de deplasare al lanțului A produs de întreaga structură" ($M_{AS} = M_A - \sum\limits_{B} \mu_{AB} M_B$) permite trecerea de la sistemul static real (fig. 4 a, 4 b și 4 c) la unul cu lanțuri virtual independente (fig. 4 d) pentru care, cunoscînd relațiile (2), (3) și (4) putem elimina cu ușurință necunoscutele de deplasare, obținînd astfel un sistem de ecuații redus.

Folosind acest nou „moment activ" de deplasare (sub influența întregului sistem) ecuațiile canonice (1) se modifică devenind

$$(1')\quad \begin{cases} -M_i + \sum_k \mu_{ik} M_k + \sum_{AS} \mu'_{iA} M_{AS} + \mathfrak{M}_i = 0, & (i = 1,2,\ldots n), \\ -M_{AS} + \sum_i \mu_{Ai} M_i + \mathfrak{M}_A = 0, & (AS, BS, \ldots). \end{cases}$$

Cunoscînd semnificaţia statică a coeficienţilor μ'_{iAS} — din sistemul de ecuaţii (1') — se pot determina expresiile lor generalizate pentru orice structură.

Astfel pentru cazul unei structuri cu două grade de libertate A şi B (fig. 4), în noul sistem de bază (fig. 4 d) (corespunzător necunoscutelor M_{AS}) pentru $M_A = 1$ putem scrie: $\mu_{iAS} = \mu_{iA} + \mu_{iB}\mu_{BA}$ şi $\overline{M}_{AS} = 1 - \mu_{AB}\mu_{BA}$; de unde rezultă că:

$$(6)\qquad \mu'_{iAS} = \frac{\mu_{iA} + \mu_{iB}\mu_{BA}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA}} \text{ şi similar } \mu'_{iBS} = \frac{\mu_{iB} + \mu_{iA}\mu_{AB}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA}}.$$

Trecerea de la M_{AS}, M_{BS} la M_A şi M_B se face cu ajutorul relaţiilor:

$$(7)\qquad M_A = \frac{M_{AS} + \mu_{AB} M_{BS}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA}} \text{ şi } M_B = \frac{M_{BS} + \mu_{BA} M_{AS}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA}}.$$

La acelaşi rezultat se poate ajunge pe cale matematică făcîndu-se o grupare convenabilă de necunoscute ($Y_i = \sum_k \beta_{ik} X_k$) pentru a realiza condiţia de ortogonalitate $\mu'_{ASBS} = 0$ ($X_A - \mu_{AB} X_B = Y_A$ şi $X_B - \mu_{BA} X_A = Y_B$).

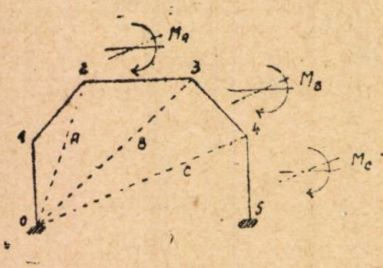


Fig. 5

Ca şi în metoda forţelor, gruparea algebrică a necunoscutelor are semnificaţia statică a schimbării sistemului de bază pentru diferite necunoscute.

În cazul general al unei structuri cu trei grade de libertate, expresiile coeficienţilor μ'_{iAS} se deduc analog dar devin mai complicate întrucît pentru fiecare acţiune unitară avem şase termeni de influenţă. Se obţin relaţii mai simple dacă cele trei lanţuri cinematice se pot alege astfel încît să fie nul unul dintre coeficienţii laterali iniţiali; de exemplu $\mu_{13} = 0$ (fig. 2) sau $\mu_{AC} = 0$ (fig. 5) dacă lanţul A nu se alege ca în figură ci corespunzator barelor *12*, *23* şi *34*, iar lanţul C, corespunzător barelor *01* şi *45*.

În acest caz expresiile coeficienţilor devin:

$$(8)\qquad \mu'_{iAS} = \frac{\mu_{iA} + \mu_{iB}\mu_{BA}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA}},\quad \mu'_{iBS} = \frac{\mu_{iB} + \mu_{iA}\mu_{AB} + \mu_{iC}\mu_{CB}}{1 - \mu_{AB}\mu_{BA} - \mu_{BC}\mu_{CB}},$$

$$\mu'_{iCS} = \frac{\mu_{iC} + \mu_{iB}\mu_{BC}}{1 - \mu_{CB}\mu_{BC}}.$$

În general, la structuri cu mai mult de două grade de libertate putem alege în așa fel mecanismele de plecare încît să avem inițial parte din coeficienții laterali nuli, ceea ce simplifică mult expresiile coeficienților din ecuațiile pe sistemul de bază modificat corespunzător noilor necunoscute M_{AS}, M_{BS}, etc.

Folosirea unei necunoscute generalizate M_S — momentul activ de deplasare al întregului sistem — (fig. 4 d) ar prezenta interes întrucît reduce inițial numărul de necunoscute deplasări la una singură :

$$(1'') \quad \begin{cases} -M_i + \sum \mu_{ik} M_k + \mu_{iS} M_S + \mathfrak{M}_i = 0, & (i = 1, 2, \ldots n), \\ -M_S + \sum \mu_{Si} Mi + \mathfrak{M}_S = 0, \end{cases}$$

dar avantajul obținut este anulat mai ales de dificultățile de trecere de la M_S la M_A, M_B, ... etc.

Formele analitice obținute dau toate elementele calculului iterativ ; coeficienții de transmitere sînt în ecuațiile (1), (1') și (1'') tocmai coeficienții laterali, iar în ecuațiile (2) rezultă din împărțirea coeficienților laterali (μ'_{ik}) cu mărimea coeficientului principal (μ'_i).

Rezultă din cele prezentate că „momentele active de deplasare datorită întregului sistem" — M_{AS} — au avantajul că transformă lanțurile cinematice legate în mecanisme virtual independente, permițînd astfel obținerea ecuațiilor canonice reduse (2)—cu necunoscutele deplasări eliminate—care, atît prin numărul redus de necunoscute, cît mai ales prin accelerarea convergenței, reprezintă o simplificare esențială a calculului structurilor celor mai complexe.

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Statică și Beton

BIBLIOGRAFIA

1. Рогицкий С. А., Расчёт рам, Машгиз, М. 1948.
2. Șesan A. și Popescu N., Rev. Univ. „Al. I. Cuza" și Inst. Polit. Iași, 1954, **1**, *1—2*, pp. 171—184.
3. — Teoria și practica construcțiilor, Iași, 1955, **2**.
4. — Teoria și practica construcțiilor, Iași, 1955, **2**.
5. — St. și Cerc. șt., Acad. R.P.R., Filiala Iași, 1955, **6**, *3—4*, pp. 72—81.
6. Șesan A. și Orlovschi N., St. și Cerc. șt., Acad. R.P.R., filiala Iași, 1955, **6**, *3—4*, pp. 59—69.
7. Șesan A. și Popescu N., Bulet. Inst. Polit. Iași, 1955, **1**, (5), *1—2*, pp. 465—471.
8. Șesan A., Popescu N. și Orlovschi N., Bulet. Inst. Polit. Iași, 1955, **1**, (5), *1—2*, pp. 473-483.

УПРОЩЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МЕТОДА ДЕФОРМАЦИЙ И ИТЕРАТИВНОГО РАСЧЁТА ЛЮБЫХ РАМ

(Резюме)

Исходя как от классических уравнений метода деформаций, а в особенности от уравнений „активных моментов узлов" (M_i) и „смещений" (M_A), было изучено в

предыдущих работах ([2]—[8]) полученные упрощения—в аналитическом и итеративном расчётах—используя основные системы с невращающимися, но подвижными узлами.

Сокращенные уравнения (2) и отношения (3) и (4) суть общие и применимы к любой системе, за исключением систем с кинематическими связанными цепями, где (μ_{AB}) выражено отношением (5).

Вводя понятие „активный момент смещения кинематической цепи, вызванный смещением всей системы" — (M_{AS}, M_{BS}, ...) получается система уравнений (1), коэффициенты которых выражены отношением (6). Имея ввиду, что в новой системе кинематические цепи виртуально независимы ($\mu_{AB} = 0$), можно выключить неизвестные смещения (используя основные системы со смещающимися узлами), получая таким образом сокращенные уравнения и для систем со связанными кинематическими цепями.

SIMPLIFICATION DFS ÉQUATIONS DE LA MÉTHODE DES DÉFORMATIONS ET DU CALCUL ITÉRATIF POUR DES CADRES QUELCONQUES

(Résumé)

Les Auteurs ont étudié, [2] — [8], par diverses méthodes le problème de la simplification des équations de la déformation.

Les équations réduites (3) et (4) sont générales et applicables aux structures quelconques, exception faisant celles des chaînes cinématiques liées, où μ_{AB} s'exprime par (5).

Pour l'établissement des équations (1'), dont les coefficients s'expriment par (6), on a utilisé la notion du „moment actif de deplacement, produit par toute la structure" (M_{AS}, M_{BS}, etc.).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

539.31

CITEVA PROBLEME DE ELASTICITATE PLANĂ

DE

N. PREDA, VICTOR BAUŞIC, TH. HAVÎRNEANU, D. HORBANIUC
şi M. DIACONU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19-21 mai 1956

I. Pană ascuţită acţionată pe feţele laterale de sarcini uzuale

Din soluţia generală a problemelor de elasticitate plană, în coordonate polare, stabilită de J. H. Michell vom păstra doar termenii în r^n $(n \geqslant 0)$ [1, p. 128]:

$$\varphi(r,\theta) = b_0 r^2 + d_0 r^2\theta + b_1 r^3 \cos\theta + d_1 r^3 \sin\theta + \sum_{n=2}^{\infty}(a_n r^n + b_n r^{n+2}) \cos n\theta + \sum_{n=2}^{\infty}(c_n r^n + d_n r^{n+2}) \sin n\theta . \tag{1}$$

Repartiţia eforturilor este:

$$\left\{\begin{aligned}
\sigma_\theta &= 2b_0 + 2d_0\theta + 2a_2 \cos 2\theta + 2c_2 \sin 2\theta + 6r(b_1 \cos\theta + d_1 \sin\theta + a_3 \cos 3\theta + \\
&\quad + c_3 \sin 3\theta) + 12r^2(b_2 \cos 2\theta + d_2 \sin 2\theta + a_4 \cos 4\theta + c_4 \sin 4\theta) + \cdots \\
&\quad + (n+2)(n+1)r^n[b_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta + a_{n+2} \cos(n+2)\theta + c_{n+2} \sin(n+2)\theta], \\
\tau_{r\theta} &= -d_0 + 2a_2 \sin 2\theta - 2c_2 \cos 2\theta + r(2b_1 \sin\theta - 2d_1 \cos\theta + 6a_3 \sin 3\theta - 6c_3 \cos 3\theta) + \\
&\quad + r^2(6b_2 \sin 2\theta - 6d_2 \cos 2\theta + 12a_4 \sin 4\theta - 12c_4 \cos 4\theta) + \cdots \\
&\quad + r^n[n(n+1)b_n \sin n\theta - n(n+1)d_n \cos n\theta + (n+1)(n+2)a_{n+2} \sin(n+2)\theta - \\
&\quad - (n+1)(n+2)c_{n+2} \cos(n+2)\theta], \\
\sigma_r &= 2b_0 + 2d_0\theta - 2a_2 \cos 2\theta - 2c_2 \sin 2\theta + 2r(b_1 \cos\theta + d_1 \sin\theta - 3a_3 \cos 3\theta - \\
&\quad - 3c_3 \sin 3\theta) - 12r^2(a_4 \cos 4\theta + c_4 \sin 4\theta) - \cdots - r^n\{(n+1)(n+2)[a_{n+2} \cos(n+2)\theta + \\
&\quad + c_{n+2} \sin(n+2)\theta] + (n^2 - n - 2)[b_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta]\}.
\end{aligned}\right. \tag{2}$$

Să considerăm pana din fig. 1. În repartiţia eforturilor dată de relaţia (2), reţinând doar liniile independente de r şi punînd condiţiile pe contur:

$$\theta = \pm\gamma\ ,\ \tau_{r\theta} = 0\ ,\ \theta = +\gamma\ ,\ \sigma_\theta = -p_1\ ,\ \theta = -\gamma\ ,\ \sigma_\theta = -p_2\ ,$$

deducem expresiile constantelor b_0 , d_0 , a_2 şi c_2 , pe care le introducem apoi în relaţile (1) şi (2) şi găsim funcţiunea de tensiuni şi repartiţia eforturilor pentru pana din fig. 1 :

$$(a)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p_1+p_2}{4}\,r^2 + \dfrac{p_2-p_1}{4(\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma)}\,r^2(\sin 2\theta - 2\theta\cos 2\gamma), \\ \tau_\theta = -\dfrac{p_1+p_2}{2} + \dfrac{p_2-p_1}{2(\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma)}(\sin 2\theta - 2\theta\cos 2\gamma), \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{p_2-p_1}{2(\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma)}(\cos 2\gamma - \cos 2\theta), \\ \sigma_r = -\dfrac{p_1+p_2}{2} - \dfrac{p_2-p_1}{2(\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma)}(\sin 2\theta + 2\theta\cos 2\gamma). \end{cases}$$

Din (a) se observă că eforturile unitare sînt independente de r şi depind numai de θ. De aici rezultă că în punctele situate pe una şi aceeaşi rază polară OM, eforturile σ_θ, $\tau_{r\theta}$, σ_r sînt constante, iar în punctele situate pe unul şi acelaşi arc de cerc, cu centrul în O, variază cu θ.

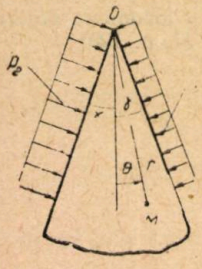


Fig. 1

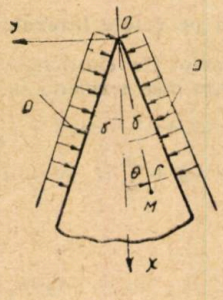


Fig. 1 a

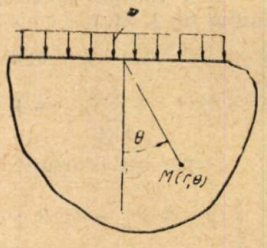


Fig. 1 b

Dacă în (a) se face $p_2 = 0$ se capătă soluţia pentru pana încărcată numai pe o faţă, cu sarcini normale, uniform repartizate [2, p. 202].

Din problema precedentă, prin particularizări, se pot obţine cîteva cazuri interesante. Astfel, dacă în (a) se face $p_1 = p_2 = p$, se obţine soluţia pentru pana din fig. 1 a :

$$(a_1)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p}{2}\,r^2,\ \sigma_r = \sigma_\theta = -p,\ \tau_{r\theta} = 0, \\ \varphi(x,y) = -\dfrac{p}{2}(x^2+y^2),\ \sigma_x = \sigma_y = -p,\ \tau_{xy} = 0. \end{cases}$$

Din relaţiile (a_1) rezultă că sarcina uniform distribuită pe ambele feţe ale penei produce o stare de „compresiune sau întindere hidrostatică" după cum forţele de contur sînt de compresiune sau de întindere, situaţie ce se întîlneşte destul de rar [2, p. 207]. Întrucît funcţiunea de tensiuni şi repartiţia acestora, dată de (a_1), sînt independente de unghiul γ al penei, rezultă că soluţia (a_1) este valabilă pentru semiplanul infinit supus pe faţa plană ce-l delimitează, la forţe normale, uniform distribuite pe o lungime infinită (fig. 1 b) cît şi pentru planul infinit cu o fantă radială, încărcat pe feţele fantei cu sarcina p (fig. 1 c).

Dacă în relaţiile (a) se face $\gamma = \pi/4$ şi $\gamma = 3\pi/4$ se obţin soluţiile pentru disc sau mediu elastic de lungime nedefinită, mărginit de două plane ortogonale (fig. 1 d şi 1 e)·

$$(a_2)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p_1+p_2}{4}r^2 \pm \dfrac{p_2-p_1}{4}r^2 \sin 2\theta\,, & \sigma_\theta = -\dfrac{p_1+p_2}{2} \pm \dfrac{p_2-p_1}{2}\sin 2\theta\,, \\ \tau_{r\theta} = \mp\dfrac{p_2-p_1}{2}\cos 2\theta\,, & \sigma_r = -\dfrac{p_1+p_2}{2} \mp \dfrac{p_2-p_1}{2}\sin 2\theta\,. \end{cases}$$

Semnele superioare se referă la fig. 1 d şi cele inferioare la fig. 1 e.

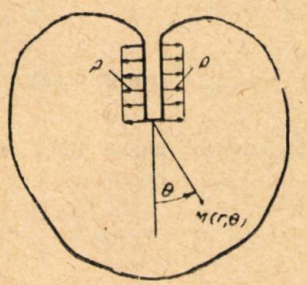


Fig. 1 c

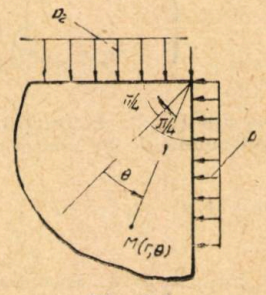


Fig. 1 d

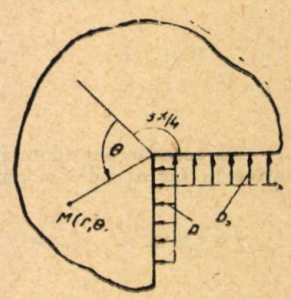


Fig. 1 e

Dacă în (a_1) se face $\gamma = \pi/2$ se obţine soluţia pentru semiplanul infinit acţionat pe faţa plană ce-l delimitează de două sarcini normale, distribuite uniform pe lungimi semiinfinite ce pleacă din acelaşi punct O (fig. 1 f):

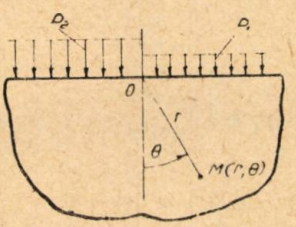


Fig. 1 f

$$(a_3)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p_1+p_2}{2}r^2 + \dfrac{p_2-p_1}{4\pi}r^2(\sin 2\theta + 2\theta), \\ \sigma_\theta = -\dfrac{p_1+p_2}{2} + \dfrac{p_2-p_1}{2\pi}(\sin 2\theta + 2\theta), \\ \tau_{r\theta} = -\dfrac{p_2-p_1}{2}(1+\cos 2\theta). \\ \sigma_r = -\dfrac{p_1+p_2}{2} - \dfrac{p_2-p_1}{2\pi}(\sin 2\theta - 2\theta). \end{cases}$$

După cum se vede, cazul din fig. 1 b se poate obţine şi din fig. 1 f.

Dacă în (a_1) se face $\gamma = \pi$ se obţine soluţia pentru planul infinit cu fantă radială (fig. 1 g):

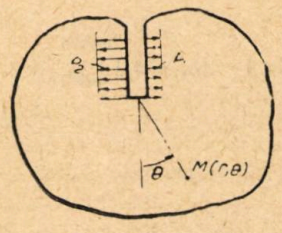


Fig. 1 g

$$(a_4)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p_1+p_2}{4}r^2 - \dfrac{p_2-p_1}{8\pi}r^2(\sin 2\theta - 2\theta), \\ \sigma_\theta = -\dfrac{p_1+p_2}{2} - \dfrac{p_2-p_1}{4\pi}(\sin 2\theta - 2\theta), \\ \tau_{r\theta} = -\dfrac{p_2-p_1}{4\pi}(1-\cos 2\theta), \\ \sigma_r = -\dfrac{p_1+p_2}{2} + \dfrac{p_2-p_1}{4\pi}(\sin 2\theta + 2\theta). \end{cases}$$

În relaţiile (a) se poate schimba semnul uneia din sarcini sau al ambelor sarcini şi se pot obţine alte cazuri. De exemplu, pentru problema din fig. 1 h soluţia este:

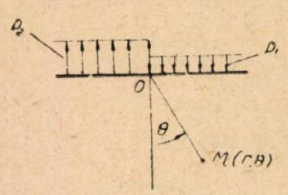


Fig. 1 h

$$(a_5)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{p_1-p_2}{4}r^2 - \dfrac{p_1+p_2}{4\pi}r^2(\sin 2\theta + 2\theta), \\ \sigma_\theta = -\dfrac{p_1-p_2}{2} - \dfrac{p_1+p_2}{2\pi}(\sin 2\theta + 2\theta), \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{p_1+p_2}{2\pi}(1+\cos 2\theta), \\ \sigma_r = -\dfrac{p_1-p_2}{2} + \dfrac{p_1+p_2}{2\pi}(\sin 2\theta - 2\theta). \end{cases}$$

Să considerăm acum pana din fig. 2. În relaţiile (2), păstrînd numai linia care conţine în factor pe r şi punînd condiţiile pe contur:

$$\theta = \pm\gamma,\ \tau_{r\theta} = 0,\quad \theta = +\gamma,\ \sigma_\theta = -p_1 r,\quad \theta = -\gamma,\ \sigma_\theta = -p_2 r,$$

deducem valorile constantelor b_1, d_1, a_3 şi c_3, care introduse în (1) şi (2) duc la funcţia de tensiuni şi repartiţia acestora pentru problema propusă:

$$(b)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = \dfrac{r^3}{24}\left[-3(p_1+p_2)\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma} + 3(p_2-p_1)\dfrac{\sin\theta}{\sin\gamma} + (p_1+p_2)\dfrac{\cos^3\theta}{\cos^3\gamma} - \right. \\ \qquad \left. - (p_2-p_1)\dfrac{\sin^3\theta}{\sin^3\gamma}\right]. \\ \sigma_\theta = \dfrac{r}{4}\left[-3(p_1+p_2)\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma} + 3(p_2-p_1)\dfrac{\sin\theta}{\sin\gamma} + (p_1+p_2)\dfrac{\cos^3\theta}{\cos^3\gamma} - \right. \\ \qquad \left. - (p_2-p_1)\dfrac{\sin^3\theta}{\sin^3\gamma}\right], \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{r}{4}\left[(p_1+p_2)\dfrac{\sin^2\gamma}{\cos^3\gamma}\sin\theta + (p_2-p_1)\dfrac{\cos^2\gamma}{\sin^3\gamma}\cos\theta - (p_1+p_2)\dfrac{\sin^3\theta}{\cos^3\gamma} - \right. \\ \qquad \left. - (p_2-p_1)\dfrac{\cos^3\theta}{\sin^3\gamma}\right], \\ \sigma_r = \dfrac{r}{4}\left[(p_1+p_2)\dfrac{\sin^2\gamma}{\cos^3\gamma}\cos\theta - (p_2-p_1)\dfrac{\cos^2\gamma}{\sin^3\gamma}\sin\theta - (p_1+p_2)\dfrac{\cos^3\theta}{\cos^3\gamma} + \right. \\ \qquad \left. + (p_2-p_1)\dfrac{\sin^3\theta}{\sin^3\gamma}\right]. \end{cases}$$

Relaţiile (b) pot fi particularizate pentru $\gamma = \pi/4$ şi $\gamma = 3\pi/4$ şi se obţin soluţiile pentru cazurile din fig. 2 a şi 2 b:

$$(b_1)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = \dfrac{r^3}{12\sqrt{2}}\,[\mp 3(p_1+p_2)\cos\theta + 3(p_2-p_1)\sin\theta \pm \\ \qquad \pm 2(p_1+p_2)\cos^3\theta - 2(p_2-p_1)\sin^3\theta\,], \\ \sigma_\theta = \dfrac{r}{2\sqrt{2}}\,[\mp 3(p_1+p_2)\cos\theta + 3(p_2-p_1)\sin\theta \pm \\ \qquad \pm 2(p_1+p_2)\cos^3\theta - 2(p_2-p_1)\sin^3\theta\,], \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{r}{2\sqrt{2}}\,[\pm(p_1+p_2)\sin\theta + (p_2-p_1)\cos\theta \mp \\ \qquad \mp 2(p_1+p_2)\sin^3\theta - 2(p_2-p_1)\cos^3\theta\,], \\ \sigma_r = \dfrac{r}{2\sqrt{2}}\,[\pm(p_1+p_2)\cos\theta - (p_2-p_1)\sin\theta \mp \\ \qquad \mp 2(p_1+p_2)\cos^3\theta + 2(p_2-p_1)\sin^3\theta]. \end{cases}$$

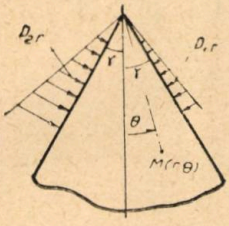


Fig. 2

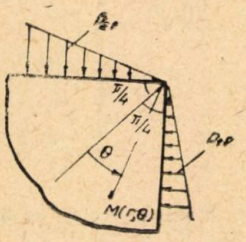


Fig. 2a

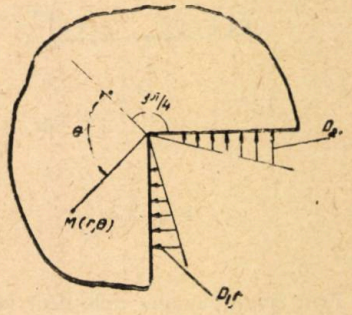


Fig. 2b

Semnele superioare se referă la fig. 2a iar cele inferioare la fig. 2b. In cazul cînd $p_1 = p_2 = p$, soluţiile (b) şi (b_1) se simplifică. Astfel, din (b) se obţine soluţia pentru pana din fig. 2c sub forma:

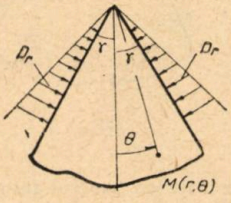


Fig. 2c

$$(b_2)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = -\dfrac{pr^3}{4}\,\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma}\left(1 - \dfrac{1}{3}\,\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\gamma}\right), \\ \sigma_\theta = -\dfrac{3}{2}\,pr\,\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma}\left(1 - \dfrac{1}{3}\,\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\gamma}\right), \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{1}{2}\,pr\,\dfrac{\sin\theta}{\cos^3\gamma}\,(\sin^2\gamma - \sin^2\theta), \\ \sigma_r = \dfrac{1}{2}\,pr\,\dfrac{\cos\theta}{\cos^3\gamma}\,(\sin^2\gamma - \cos^2\theta). \end{cases}$$

Dacă în (b_2) se face $\gamma = \pi$ se obţine soluţia pentru planul infinit cu o fantă radială (fig. 2 d) :

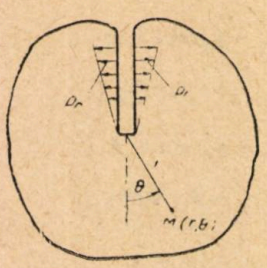


Fig. 2 d

$$(b_3)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = \dfrac{pr^3}{4}\cos\theta\left(1-\dfrac{1}{3}\cos^2\theta\right), \\ \sigma_\theta = \dfrac{3}{2}pr\cos\theta\left(1-\dfrac{1}{3}\cos^2\theta\right), \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{pr}{2}\sin^3\theta, \\ \sigma_r = \dfrac{pr}{2}\cos^3\theta. \end{cases}$$

Dacă în (b) se schimbă p_1 în $-p_1$ şi se face apoi $p_1 = p_2 = p$, la numitorul expresiilor obţinute apare $\sin\gamma$ şi $\sin^3\gamma$, fapt care permite particularizarea $\gamma = \pi/2$, obţinîndu-se soluţia pentru semiplanul infinit încărcat ca în fig. 2 e :

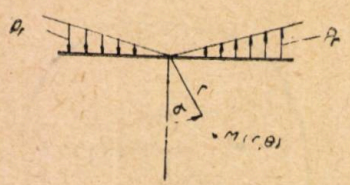


Fig. 2 e

$$(b_4)\quad \begin{cases} \varphi(r,\theta) = \dfrac{pr^3}{4}\sin\theta\left(1-\dfrac{1}{3}\sin^2\theta\right), \\ \sigma_\theta = \dfrac{3}{2}pr\sin\theta\left(1-\dfrac{1}{3}\sin^2\theta\right), \\ \tau_{r\theta} = -\dfrac{pr}{2}\cos^3\theta, \\ \sigma_r = \dfrac{pr}{2}\sin^3\theta. \end{cases}$$

Prin suprapunerea soluţiilor (a) şi (b) sau a celor ce decurg din ele, se pot obţine şi alte cazuri, de exemplu, cele din fig. 2 f şi 2 g.

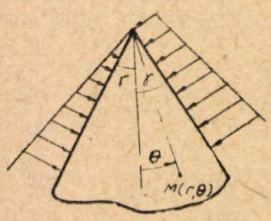


Fig. 2 f

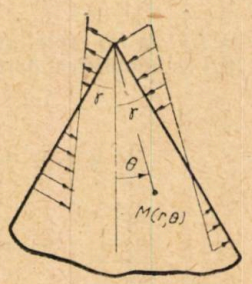


Fig. 2 g

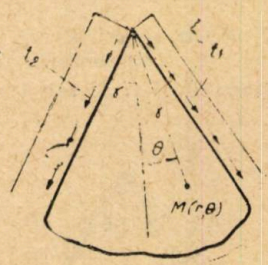


Fig. 3

Să considerăm acum pana ascuţită, încărcată pe feţele laterale cu sarcini tangenţiale uniform distribuite (fig. 3). În soluţia generală (2), vom păstra termenii independenţi de r. Din următoarele condiţii pe contur :

$$\theta = \pm\gamma,\quad \sigma_\theta = 0,\quad \theta = +\gamma,\quad \tau_{r\theta} = t_1,\quad \theta = -\gamma,\quad \tau_{r\theta} = t_2,$$

deducem constantele b_0, d_0, a_2 şi c_2, care introduse din nou în relaţiile (1) şi (2) ne dau soluţia problemei propuse :

$$
(c)\quad
\begin{cases}
\varphi(r,\theta)=\dfrac{r^2}{4}\left[-\dfrac{t_2-t_1}{\sin 2\gamma}(\cos 2\theta-\cos 2\gamma)+\dfrac{t_1+t_2}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma}(2\gamma\sin 2\theta-2\theta\sin 2\gamma)\right],\\
\sigma_\theta=-\dfrac{t_2-t_1}{2\sin 2\gamma}(\cos 2\theta-\cos 2\gamma)+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{t_1+t_2}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma}(2\gamma\sin 2\theta-2\theta\sin 2\gamma),\\
\tau_{r\theta}=-\dfrac{t_2-t_1}{2}\dfrac{\sin 2\theta}{\sin 2\gamma}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{t_1+t_2}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma}(\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\theta),\\
\sigma_r=\dfrac{t_2-t_1}{2\sin 2\gamma}(\cos 2\gamma+\cos 2\theta)-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{t_1+t_2}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma}(2\theta\sin 2\gamma+2\gamma\sin 2\theta).
\end{cases}
$$

În relaţiile (c), semnele lui t_1 şi t_2 pot fi schimbate individual sau simultan, obţinîndu-se alte situaţii. Dacă în (c) se face $t_2=0$, se obţine soluţia pentru pana încărcată numai pe o faţă cu sarcini tangenţiale uniforme [2, p. 204]. Se observă că problema poate fi extinsă pentru $\gamma=\pi/4$ şi $\gamma=3\pi/4$, iar dacă $t_1=t_2$ în plus şi pentru $\gamma=\pi/2$ şi $\gamma=\pi$.

Se obţin astfel următoarele probleme deosebite :

$$
(c_1)\quad
\begin{cases}
\varphi(r,\theta)=\dfrac{tr^2}{2}\cdot\dfrac{2\gamma\sin 2\theta-2\theta\sin 2\gamma}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma},\\
\sigma_\theta=t\dfrac{2\gamma\sin 2\theta-2\theta\sin 2\gamma}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma},\\
\tau_{r\theta}=t\dfrac{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\theta}{\sin 2\gamma-2\gamma\cos 2\gamma},\\
\sigma_r=-t\dfrac{2\theta\sin 2\gamma-2\gamma\sin 2\theta}{\sin 2\gamma+2\gamma\cos 2\gamma},
\end{cases}
$$

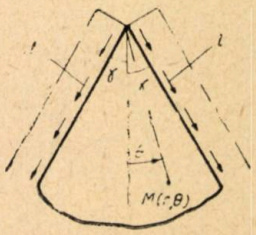


Fig. 3 a

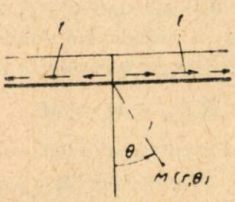


Fig. 3 b

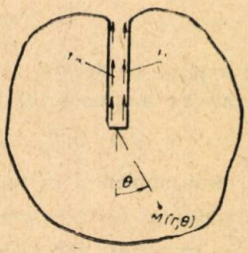


Fig. 3 c

$$
(c_2)\quad
\begin{cases}
\varphi(r,\theta)=\dfrac{1}{2}tr^2\sin 2\theta,\\
\sigma_\theta=t\sin 2\theta,\\
\tau_{r\theta}=-t\cos 2\theta,\\
\sigma_r=-t\sin 2\theta,
\end{cases}
\qquad
(c_3)\quad
\begin{cases}
\varphi(r,\theta)=-\dfrac{1}{2}tr^2\sin 2\theta,\\
\sigma_\theta=-t\sin 2\theta,\\
\tau_{r\theta}=t\cos 2\theta,\\
\sigma_r=t\sin 2\theta.
\end{cases}
$$

Se poate verifica uşor că soluţiile nu sînt alterate prin particularizarea unghiului γ, întrucît condiţiile pe contur precum şi cele de compatibilitate sînt satisfăcute şi conform teoremei lui Kirchhoff, soluţiile găsite sînt unice. Teoria elementară a rezistenţei materialelor, pentru unele din problemele de mai sus, nu poate da soluţii, iar pentru altele dă numai soluţii parţiale şi uneori depărtate de cele exacte. De asemenea soluţiile unor probleme deja cunoscute [2, pp. 193, 202], [1, p. 129] se obţin ca nişte cazuri particulare ale celor similare, tratate mai sus. În plus s-a găsit încă un caz de realizare a unei stări de „compresiune hidrostatică" şi cîteva soluţii pentru semiplanul şi planul infinit.

Pe aceeaşi cale se pot găsi soluţiile şi pentru alte încărcări ale penei, compatibile însă cu soluţia în coordonate polare.

Pot să prezinte oarecare interes pentru fotoelasticitate şi reţelele caracteristice (izocline, izostatice şi izocromatice) precum şi punctele singulare, care vor fi analizate cu altă ocazie.

II. Pană retezată, acţionată pe feţele laterale de sarcini uzuale

De la pana ascuţită încărcată pe ambele feţe se poate trece la pana retezată (fig. 4), aplicînd procedeul folosit de Galerkin pentru baraje trapezoidale [3, pp. 252-310].

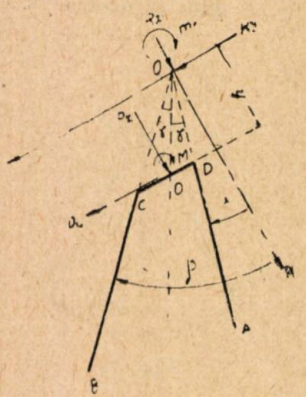


Fig. 4

Fie $F(x, y)$ funcţiunea de tensiuni pentru pana AOB încărcată pe ambele feţe şi P_x, P_y, M, componentele rezultantei şi momentul sarcinilor ce eventual acţionează pe faţa CD a penei retezate $BCDA$, reduse la centrul ei de greutate O_1. Funcţiunea de tensiuni pentru pana retezată $BCDA$, încărcată pe ambele feţe BC şi DA, este [3,p.257]:

$$\varphi(x,y) = F(x,y) + R_x \varphi_1(x,y) + R_y \varphi_2(x,y) + m_0 \varphi_3(x,y). \tag{3}$$

Aici, $\varphi_1(x,y)$ este funcţiunea de tensiuni pentru pana AOB cînd în vîrful O al ei acţionează $R_x = 1$; $\varphi_2(x,y)$ — cînd în O acţionează $R_y = 1$ şi $\varphi_3(x,y)$ — cînd în acelaşi punct acţionează $m_0 = 1$. De asemenea, R_x, R_y şi m_0 sînt astfel de mărimi statice, care aplicate în O, dau, împreună cu rezultanta (S_x, S_y) a forţelor aplicate triunghiului OCD în corespondenţă cu $F(x,y)$, pe secţiunea CD, acele mărimi statice P_x, P_y şi M, ce eventual ar acţiona pe această faţă. Deci R_x, R_y şi m_0 se deduc din condiţia ca eforturile generate pe secţiunea CD de către $\varphi(x,y)$ să echilibreze încărcările P_x, P_y şi M:

$$S_x + R_x = P_x,\ S_y + R_y = P_y,\ \mathcal{M}_{O_1 S} + \mathcal{M}_{O_1 R} + m_0 = M. \tag{4}$$

Aici, $\mathcal{M}_{O_1 S}$ este momentul în raport cu O_1, centrul de greutate al feţei CD al forţelor aplicate triunghiului OCD, la care corespunde funcţia $F(x,y)$, iar $\mathcal{M}_{O_1 R}$ este momentul, în raport cu acelaşi punct O_1, al forţelor R_x, R_y aplicate în vîrful penei. În felul acesta, condiţiile pe feţele laterale AD şi BC ale penei retezate sînt satisfăcute, iar repartiţia eforturilor este exactă, cu excepţia celei din secţiunea CD, a cărei perturbare se amortizează rapid pe măsură ce ne depărtăm de ea, conform principiului lui Saint-Venant [4, p. 170].

Fie pana retezată BCD (fig. 4 a), încărcată pe ambele feţe laterale cu sarcină normală, uniform repartizată, p. Dacă pe faţa CD nu acţionează nici o forţă, rezultă $P_x = P_y = 0$ şi $M = 0$. Rezultantele forţelor de pe feţele CO şi DO ale triunghiului OCD sînt $S_1 = S_2 = ph/\cos\gamma$. Acestea dau o rezultantă dirijată după Ox, $S_x = 2ph \operatorname{tg}\gamma$ şi $S_y = 0$. Rezultă imediat $\mathcal{M}_{O_1 S} = O$, iar din (4) obţinem $R_x = -2ph \operatorname{tg}\gamma$ şi $R_y = 0$; în consecinţă $\mathcal{M}_{O_1 R} = 0$, deci $m_0 = 0$.

Din (3) rezultă că funcţiunea de tensiuni pentru pana retezată *BCDA*, încărcată ca în fig. 4 a, este: $\varphi(x, y) = F(x, y) + R_x \varphi_1(x, y)$. Conform relaţiei (a_1) însă, $F(x, y) = -\frac{p}{2}(x^2 + y^2)$, iar pentru pana ascuţită încărcată cu o sarcină unitară dirijată după axul penei, avem [2, p. 196] $\varphi_1 = -\frac{y}{2\gamma + \sin 2\gamma} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, încît final obţinem:

$$(d_1)\begin{cases} \varphi(x, y) = -\frac{p}{2}(x^2+y^2) + \frac{2\,ph\,\operatorname{tg}\gamma}{2\gamma + \sin 2\gamma}\, y \operatorname{arctg}\frac{y}{x}, \\ \sigma_x = -p + \frac{4\,ph\,\operatorname{tg}\gamma}{2\gamma + \sin 2\gamma} \cdot \frac{x^3}{(x^2+y^2)^2}, \\ \sigma_y = -p + \frac{4\,ph\,\operatorname{tg}\gamma}{2\gamma + \sin 2\gamma} \cdot \frac{y^3}{(x^2+y^2)^2}, \\ \tau_{xy} = \frac{4\,ph\,\operatorname{tg}\gamma}{2\gamma + \sin 2\gamma} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2+y^2)^2}. \end{cases}$$

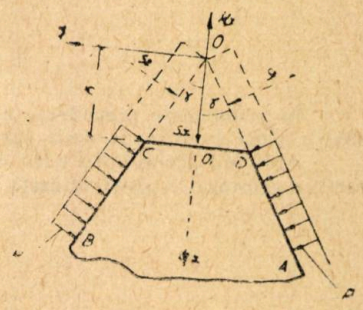


Fig. 4 a

În mod analog, pentru pana din fig. 4 b, obţinem:

$$P_x = P_y = 0,\ M = 0,\ S_x = qh^2 \frac{\sin\gamma}{\cos^2\gamma},\ S_y = 0;\ R_x = -qh^2 \frac{\sin\gamma}{\cos^2\gamma},\ R_y = 0,\ m_0 = 0,$$

iar pentru a obţine pe $F(x, y)$, transcriem prima din relaţiile (b_2) în coordonate carteziene, şi rezultă:

$$(d_2)\quad \varphi(x, y) = -\frac{qx}{4\cos\gamma}\left(x^2 + y^2 - \frac{x^2}{3\cos^2\gamma}\right) + \frac{qh^2\operatorname{tg}\gamma}{\cos\gamma\,(2\gamma + \sin 2\gamma)}\, y \operatorname{arctg}\frac{y}{x},$$

iar eforturile sînt date de derivatele parţiale de ordinul doi.

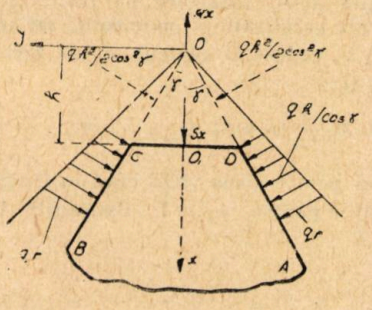


Fig. 4 b

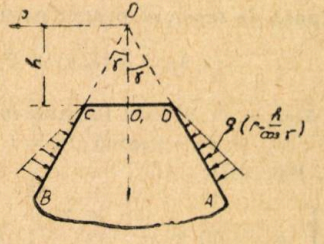


Fig. 4 c

Dacă peste funcţia dată de (d_2) suprapunem pe cea dată de (d_1) în care se face în prealabil $p = -qh/\cos\gamma$, se obţine soluţia pentru pana retezată din fig. 4 c:

$$(d_3)\quad \varphi(x, y) = \frac{q}{4\cos\gamma}\left[(x + y)(2h - x) + \frac{x^3}{3\cos^2\gamma}\right] - \frac{qh^2\operatorname{tg}\gamma}{\cos\gamma\,(2\gamma + \sin 2\gamma)}\, y \operatorname{arctg}\frac{y}{x}.$$

Pentru pana retezată *BCDA* din fig. 4 d se obţine :

$$P_x = P_y = 0,\ M = 0;\quad S_x = 2\,th,\ S_y = 0,\ R_x = -2\,th;\quad R_y = 0,\ m_0 = 0$$

şi transcriind în coordonate carteziene prima din relaţiile (c_1) se obţine :

$$(d_4)\qquad \varphi(x, y) = \frac{t}{\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma}\left[2\gamma xy - (x^2 + y^2)\sin 2\gamma \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right] + \frac{2\,th}{2\gamma + \sin 2\gamma}\, y \operatorname{arctg}\frac{y}{x}.$$

În problemele precedente nu s-a luat în consideraţie greutatea proprie, soluţiile pentru pana ascuţită, în acest caz fiind cunoscute [3, pp. 265, 266].

Aplicînd acelaşi procedeu ca mai sus, se poate găsi funcţiunea de tensiuni şi repartiţia acestora la pana retezată după un arc (fig. 5). Fie $\varphi(r, \theta)$ funcţiunea de ten-

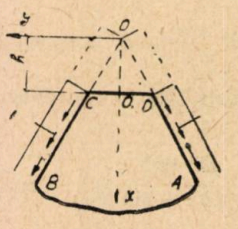


Fig. 4 d

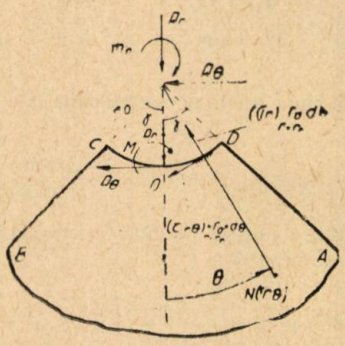


Fig. 5

siuni, în coordonate polare, pentru pana ascuţită *AOB*, încărcată pe feţele *AO* şi *BO* cu forţe oarecare. Fie P_r, P_θ şi M componentele rezultante şi momentul sarcinilor ce eventual ar acţiona pe secţiunea circulară $CO_1 D$, reduse la centrul ei de greutate O_1. Funcţiunea de tensiuni pentru pana *BCDA* va fi :

$$(5)\qquad \psi(r, \theta) = \varphi(r, \theta) + R_r\,\varphi_1(r, \theta) + R_\theta\,\varphi_2(r, \theta) + m_0\,\varphi_3(r, \theta).$$

Aici, $\varphi_1(r, \theta)$ este funcţiunea de tensiuni pentru pana *AOB* cînd în *O* acţionează $R_r = 1$; $\varphi_2(r, \theta)$ — pentru $R_\theta = 1$ şi $\varphi_3(r, \theta)$ — pentru $m_0 = 1$. Expresiile lor sînt [2, pp. 196, 197] :

$$(6)\qquad \begin{cases} \varphi_1(r, \theta) = -\dfrac{1}{2\gamma + \sin 2\gamma}\, r\theta \sin\theta, \quad \varphi_2(r, \theta) = -\dfrac{1}{2\gamma - \sin 2\gamma}\, r\theta\cos\theta, \\ \varphi_3(r, \theta) = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\theta\cos 2\gamma - \sin 2\theta}{2\gamma\cos 2\gamma - \sin 2\gamma}. \end{cases}$$

Din condiţia ca eforturile generate pe secţiunea $CO_1 D$ de către funcţiunea $\psi(r, \theta)$ să echilibreze încărcările P_r, P_θ şi M se deduc R_r, R_θ şi m_0. Aceste condiţii de echilibru au următorul aspect :

$$P_r - \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\sigma_r)_{r=r_0}\, r_0\, d\theta \cos\theta + \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\tau_{r\theta})_{r=r_0}\, r_0\, d\theta \sin\theta \quad 0,$$

$$P_\theta + \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\sigma_r)_{r=r_0}\, r_0\, d\theta \sin\theta + \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\tau_{r\theta})_{r=r_0}\, r_0\, d\theta \cos\theta = 0,$$

$$M - \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\sigma_r)_{r=r_0}\, r_0 d\theta\, r_0 \sin\theta + \int_{-\gamma}^{+\gamma} (\tau_{r\theta})_{r=r_0}\, r_0\, d\theta\, (r_0 - r_0\cos\theta) = 0.$$

Efectuînd operaţiile respective şi ţinînd seama că:

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\frac{\delta\psi}{\delta r} + \frac{1}{r^2}\frac{\delta^2\psi}{\delta\theta^2} \text{ şi } \tau_{r\theta} = -\frac{\delta}{\delta r}\left(\frac{1}{r}\frac{\delta\psi}{\delta\theta}\right)$$

condiţiile de echilibru devin:

$$P_r + R_r + S_r = 0\ ,\ P_\theta + R_\theta + S_\theta = 0\ ,\ M + m_0 - r_0 R_\theta + \mathcal{M}_{O_1S} = 0. \tag{7}$$

Aici, S_r şi S_θ reprezintă proiecţiile rezultantei S a încărcărilor ce acţionează asupra penei OCO_1D, pe raza polară origine OO_1 şi pe normala la aceasta, iar $\mathcal{M}_{O_1S}$ este momentul rezultantei S în raport cu centrul de greutate O_1 al secţiunii circulare CO_1D, toate fiind corespunzătoare funcţiunii $\varphi(r, \theta)$. Expresiile acestor mărimi statice sînt:

$$\left\{\begin{aligned}
S_r &= \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{1}{r}\frac{\delta\varphi}{\delta\theta} - \frac{\delta^2\varphi}{\delta r\delta\theta}\right)_{r=r_0} \sin\theta\, d\theta - \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{\delta\varphi}{\delta r} + \frac{1}{r}\frac{\delta^2\varphi}{\delta\theta^2}\right)_{r=r_0} \cos\theta\, d\theta,\\
S_\theta &= \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{1}{r}\frac{\delta\varphi}{\delta\theta} - \frac{\delta^2\varphi}{\delta r\delta\theta}\right)_{r=r_0} \cos\theta\, d\theta + \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{\delta\varphi}{\delta r} + \frac{1}{r}\frac{\delta^2\varphi}{\delta\theta^2}\right)_{r=r_0} \sin\theta\, d\theta,\\
\mathcal{M}_{O_1S} &= r_0 \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{1}{r}\frac{\delta\varphi}{\delta\theta} - \frac{\delta^2\varphi}{\delta r\delta\theta}\right)_{r=r_0} (1-\cos\theta)\, d\theta - r_0 \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left(\frac{\delta\varphi}{\delta r} + \frac{1}{r}\frac{\delta^2\varphi}{\delta\theta^2}\right)_{r=r_0} \sin\theta\, d\theta.
\end{aligned}\right. \tag{8}$$

În modul acesta, pentru pana retezată din fig. 5 a, se obţine:

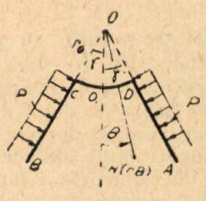


Fig. 5 a

$$(e_1)\quad \left\{\begin{aligned}
\psi(r,\theta) &= -\frac{p}{2}r^2 + \frac{2pr_0\sin\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma} r\theta\sin\theta,\\
\sigma_r &= -p + \frac{4pr_0\sin\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma}\cdot\frac{\cos\theta}{r},\\
\sigma_\theta &= -p,\\
\tau_{r\theta} &= 0.
\end{aligned}\right.$$

Pentru pana retezată din fig. 5 b se obţine:

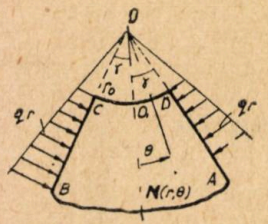


Fig. 5 b

$$(e_2)\begin{cases} \psi(r,\theta) = -\dfrac{qr^3}{4}\cdot\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma}\left(1-\dfrac{1}{3}\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\gamma}\right) + \\ \qquad + \dfrac{qr_0^2\sin\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma}\, r\theta\sin\theta, \\ \sigma_r = \dfrac{qr}{2}\cdot\dfrac{\cos\theta}{\cos^3\gamma}\left(\sin^2\gamma-\cos^2\theta\right) + \\ \qquad + \dfrac{2qr_0^2\sin\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma}\cdot\dfrac{\cos\theta}{r}, \\ \sigma_\theta = -\dfrac{3}{2}qr\dfrac{\cos\theta}{\cos\gamma}\left(1-\dfrac{1}{3}\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\gamma}\right), \\ \tau_{r\theta} = \dfrac{qr}{2}\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos^3\gamma}\left(\sin^2\gamma-\sin^2\theta\right). \end{cases}$$

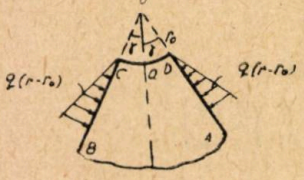


Fig. 5 c

Suprapunînd funcţia $\psi\ (r, \theta)$ dată de (e_2)peste cea dată de (e_1) în care se face în prealabil $p = -qr_0$ se obţine soluţia pentru problema din fig. 5 c:

$$(e_3)\quad \psi(r,\theta) = \frac{qr^2}{4}\left(2r_0 - r\frac{\cos\theta}{\cos\gamma} + \frac{1}{3}r\frac{\cos^3\theta}{\cos^3\gamma}\right) - \frac{qr_0^2\sin\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma}\, r\theta\sin\theta.$$

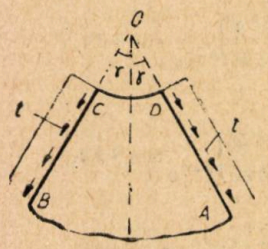


Fig. 5 d

De asemenea, pentru problema din fig. 5 d, soluţia este:

$$(e_4)\quad \psi(r,\theta) = \frac{tr^2}{2}\cdot\frac{2\gamma\sin 2\theta - 2\theta\sin 2\gamma}{\sin 2\gamma - 2\gamma\cos 2\gamma} + \frac{2tr_0\cos\gamma}{2\gamma+\sin 2\gamma}\, r\theta\sin\theta.$$

III. Ziduri de sprijin trapezoidale încărcate cu presiuni diferite de cea hidrostatică

Problema penei de profil trapezoidal, încărcată complet pe o faţă, cu presiuni normale hidrostatice, a fost rezolvată de Galerkin [3, pp. 252–310]. În ceea ce priveşte încărcarea, soluţia dată este exactă pentru barajele de retenţie a apei. Pentru ziduri de sprijin ar fi justă soluţia, dacă împingerea pămîntului s-ar exercita după diagrama Coulomb. Or, cercetările experimentale dovedesc că aceasta este funcţie de posibilitatea de mişcare a zidului de sprijin, iar diagrama se depărtează uneori mult de aceea a lui Coulomb. În fig. 6 (a, b, c, d) sînt date aspectele diagramei de repartiţie a împingerii orizontale a terenului în funcţie de posibilitatea de mişcare a zidului [5]. Evident că

cercetarea repartiţiei eforturilor în pereţii AB (fig. 6) are sens dacă aceştia sînt de greutate, adică dacă au grosime apreciabilă şi nu lucrează ca un perete la încovoiere. În cazul cînd zidul este de secţiune trapezoidală, problema s-ar rezolva, schematic, în modul

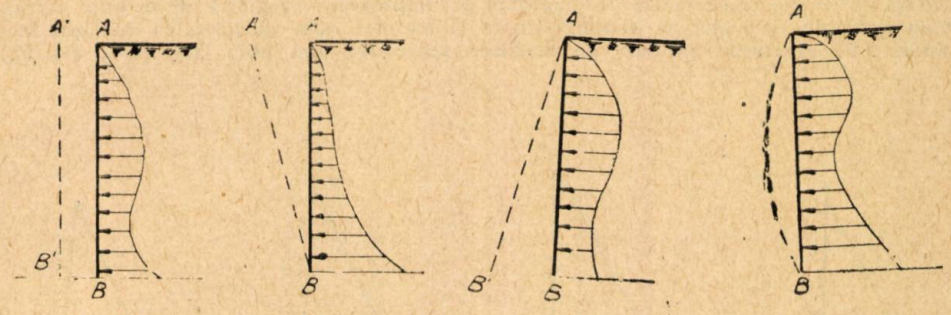


Fig. 6 a Fig. 6 b Fig. 6 c Fig. 6 d

următor. Se pleacă de la pana completă AOB (fig. 7). Expresia sarcinii exterioare se pune sub o formă compatibilă cu soluţia generală a problemelor de elasticitate plană în coordonate polare [1, p. 120] (dacă este posibil), adică sub forma:

$$(\sigma_\theta)_{\theta=0} = p(r) = \frac{a}{r} + b \ln r + \sum_{n=2}^{\infty} \left(A_n r^{n-2} + B_n r^n + C_n r^{-n-2} + D_n r^{-n} \right).$$

Din condiţiile pe contur: $\tau_{r\theta} = 0$ pentru $\theta = 0$ şi $\sigma_\theta = p(r)$ pentru $\theta = 0$, se determină constantele ce intervin în expresia funcţiunii de tensiuni, în coordonate polare. Apoi, prin operaţiile diferenţiale cunoscute, se determină repartiţia eforturilor.

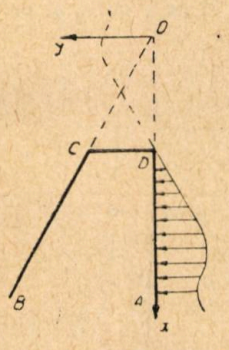


Fig. 7

De la pana completă AOB, se trece apoi la pana retezată $BCDA$, utilizînd, pentru capătul B, procedeul expus mai sus. Dacă împingerea terenului nu este orizontală, ci înclinată faţă de parament, atunci aceasta se descompune într'o componentă normală şi una tangenţială la OA. Încărcarea tangenţială se exprimă şi ea sub o formă compatibilă cu soluţia generală [1, p. 120] şi mai departe se procedează ca şi pentru sarcina normală P. Exprimarea împingerii pămîntului printr-o ecuaţie compatibilă cu soluţia generală a elasticităţii plane în coordonate polare este însă foarte grea, dacă nu chiar imposibilă. S-a încercat o asimilare cu eforturile orizontale ce decurg din funcţiunea de tensiuni referitoare la problema Flamand-Boussinescq pentru plan [5]. S-a constatat că acest lucru este departe de realitate şi atunci este mai indicat a se înlocui diagrama împingerii reale, mărginită de o curbă continuă, cu una acoperitoare, mărginită de un contur format din linii drepte frînte [5] (fig. 6). De remarcat că, chiar după teoria lui Coulomb, diagrama de repartiţie a împingerii pămîntului în cazul terenurilor stratificate şi cu caracteristici fizice variabile pe adîncime, este mărginită tot de o linie frîntă [6, p. 284] (fig. 8). Funcţiunea de tensiuni pentru zidul de sprijin trapezoidal, încărcat cu împingerea pămîntului, a cărei diagramă este mărginită de o linie frîntă, va putea fi găsită, dacă se vor putea determina funcţiunile de tensiuni pentru penele din fig. 9a şi 9b, căci atunci, suprapunînd aceste soluţii peste cele corespunzătoare penelor încărcate com-

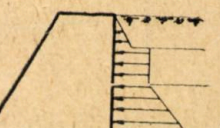


Fig. 8

plet fig. 10a şi 10b, deja cunoscute, se va putea obţine soluţia pentru pana complet încărcată cu sarcină normală, mărginită de o linie frîntă. De la pana ascuţită se va trece apoi la cea retezată, folosind procedeul Galerkin. Pînă atunci, pentru a putea totuşi folosi formulele şi tabelele întocmite de Galerkin [3, pp. 252—310] şi pentru ziduri de sprijin trapezoidale cu diagrama de împingere mărginită de o linie frîntă, vom porni de la o ipoteză simplificatoare şi anume: vom considera că deasupra secţiunii TV, eforturile produse de sarcinile respective sînt nule (fig. 9a şi fig. 9b).

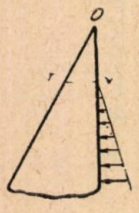


Fig. 9 a

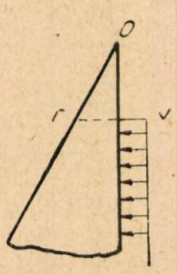


Fig. 9 b

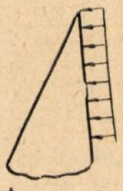


Fig. 10 a

Fig. 10 b

Această ipoteză este în concordanţă cu teoria elementară a rezistenţei materialelor, căci dacă pe conturul TOV nu sînt aplicate încărcări, nu apar nici momente încovoietoare, nici forţe tăietoare, deci nu sînt nici eforturi. Cu aceasta putem rezolva o serie întreagă de probleme referitoare la ziduri de sprijin trapezoidale. Astfel, pentru cazul din fig. 11 putem scrie :

a) $h \leqslant x \leqslant h_1$, $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$;

b) $x \geqslant h$, eforturile se obţin înlocuind în [3, p. 276, aliniat 2] pe q cu q_1 şi pe h cu h_1, adică :

$$(9)\quad \begin{cases} \sigma_x = q_1 x A_1 + q_1 h_1 B_1 + \dfrac{q_1 h_1^2}{x} C_1 + \dfrac{q_1 h_1^3}{3x^2} D_1 , \\ \sigma_y = -q_1 x + q_1 h_1 B_2 + \dfrac{q_1 h_1^2}{x} C_2 + \dfrac{q_1 h_1^3}{3x^2} D_2 , \\ \tau_{xy} = -q_1 x A_3 + q_1 h_1 B_3 + \dfrac{q_1 h_1^2}{x} C_3 + \dfrac{q_1 h_1^3}{3x^2} D_3 . \end{cases}$$

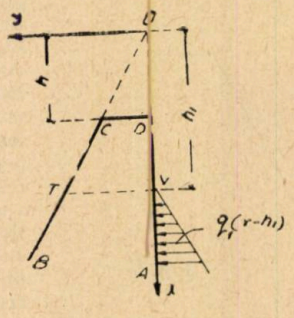


Fig. 11

De asemenea, pentru cazul din fig. 12 se poate scrie :

a) $h \leqslant x \leqslant h_1$, $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$;

b) $x \geqslant h_1$, în formulele din [3, p. 276, aliniat 1] se înlocuieşte p cu p_1 şi h cu h_1 şi se obţine :

$$(10)\quad \begin{cases} \sigma_x = -p_1 B_1 - \dfrac{2p_1 h_1}{x} C_1 - \dfrac{p_1 h_1^2}{x^2} D_1, \\ \sigma_y = -p_1 B_2 - \dfrac{2p_1 h_1}{x} C_2 - \dfrac{p_1 h_1^2}{x^2} D_2, \\ \tau_{xy} = -p_1 B_3 - \dfrac{2p_1 h_1}{x} C_3 - \dfrac{p_1 h_1^2}{2} D_3. \end{cases}$$

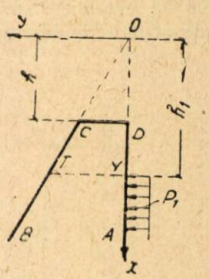


Fig. 12

Factorii A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, etc., sînt funcţii de valoarea unghiului AOB şi de raportul y/x şi expresiile lor sînt date în [3, p. 276] iar valorile întabulate în [3, p. 280 ş.u.].

Prin suprapunerea efectelor se pot rezolva probleme ca cele din fig. 13.

De exemplu, în cazul din fig. 13 e, eforturile produse de încărcarea ADM sînt date de relaţia (9) în care $h_1 = h_0$ iar q_1 este panta dreptei DM. De la cota h_V în jos, peste acestea, se suprapun, cu semn schimbat, cele datorite încărcării LVM, date tot de (9) în care se face $h_1 = h_V$ iar q_1 se înlocuieşte cu panta dreptei VM raportată la VL ca linie de referinţă. În cazul din fig. 13 i, eforturile datorite diagramei ADK sînt date de (9) în care $h_1 = h_0$ iar q_1 este panta dreptei DK. De la cota h_V în jos, din precedentele se scad cele datorite diagramei LVK, date de (9), în care $h_1 = h_V$ iar q_1 este panta dreptei DK. De la cota h_E în jos, din precedentele se scad eforturile date de diagrama LEP, date tot de (9), unde $h_1 = h_E$ şi q_1 este panta lui EP. Am obţinut astfel eforturile din încărcarea $ADVERP$. La acestea, de la cota h_R în jos, adăugăm pe cele corespunzătoare încărcării ARP, date tot de (9), în care $h_1 = h_R$ iar q_1 este panta lui RP. Am obţinut astfel eforturile corespunzătoare încărcării $RDVEMR$. La acestea, de la cota h_M în jos trebuie să adăugăm pe cele corespunzătoare diagramei $ARMN$, adică soluţia din fig. 13 e, linia de referinţă fiind MN. Schema de calcul a repartiţiei eforturilor în cazul din fig. 13 i, se poate deci scrie simbolic, în felul următor:

$$\Theta \to (ADK)_{x \geqq h_0} - (LVK)_{x \geqq h_V} - (LEP)_{x \geqq h_E} + (ARP)_{x \geqq h_R} + (NMP)_{x \geqq h_M} - (ARP)_{x \geqq h_R},$$

Fig. 13 a

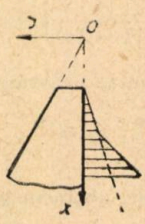


Fig. 13 b

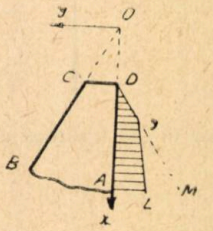


Fig. 13 c

adică eforturile se obţin prin suprapunerea efectelor date de fiecare încărcare în parte ţinînd seama de cotele de la care sînt valabile. În fig. 13, liniile punctate din diagra-

mele de încărcare indică operaţia de suprapunere. La acestea trebuie să mai ţinem seama şi de eforturile din greutatea proprie, deja cunoscute, [3, p. 276, aliniat 4].

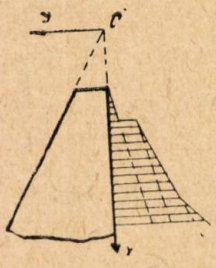


Fig. 13 d

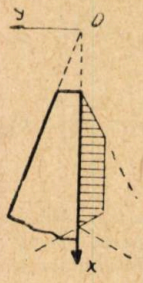


Fig. 13 e

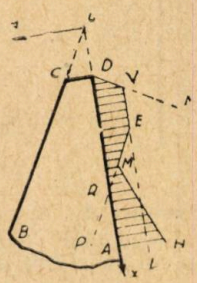


Fig. 13 i

IV. Problema deformaţiei tuburilor cu pereţi groşi, de lungime mare, cu secţiunea constantă şi problema presiunii de fretaj

În lucrările de rezistenţa materialelor se stabileşte că ecuaţiile de echilibru pentru tuburi cu pereţi groşi, de secţiune constantă, de lungime mare, supuse la presiuni uniforme interioare şi exterioare, se reduc la una singură:

$$\text{(a)} \qquad \sigma_r - \sigma_\theta + r\frac{d\sigma_r}{dr} = 0,$$

unde σ_r şi σ_θ sînt eforturile unitare normale în direcţie radială şi tangenţială, iar r raza curentă. Pentru determinarea eforturilor şi apoi a deplasărilor, se recurge la deformaţii. Cînd se trece la acestea, se utilizează însă legea lui Hooke corespunzătoare stării plane de tensiuni [7, p. 213], [8, p. 785], [9, p. 67], [10, p. 141]. Or, tuburile groase, de secţiune constantă, lungi, supuse la presiuni interioare şi exterioare uniforme, constituie o problemă tipică de stare plană de deformaţii [1, pp. 14, 15] şi [11, pp. 107, 108]. În consecinţă, ecuaţiei (a), trebuie să-i asociem legea lui Hooke pentru starea plană de deformaţii, rezolvată în raport cu eforturile:

$$\text{(b)} \qquad \begin{cases} \sigma_r = \dfrac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\varepsilon_r + \mu\,\varepsilon_\theta\right], \\ \sigma_\theta = \dfrac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r\right]. \end{cases}$$

Introducînd în (b) legătura geometrică între deformaţii şi deplasări:

$$\text{(c)} \qquad \varepsilon_r = \frac{du}{dr},\ \varepsilon_\theta = \frac{u}{r},$$

unde u este deplasarea în direcţie radială, obţinem pe σ_r şi σ_θ, sub forma unor funcţii liniare numai de u şi $\dfrac{du}{dr}$, care introduse în (a) ne dau ecuaţia de echilibru transcrisă în deplasări, sub forma:

$$\text{(a')} \qquad r^2\frac{d^2u}{dr^2} + r\frac{du}{dr} - u = 0.$$

Soluţia acesteia este:

$$u = Ar + \frac{B}{r}. \tag{d}$$

Introducînd pe (d) în (b), transcrisă în prealabil în deplasări, obţinem:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[A - \frac{B}{r^2}(1-2\mu)\right], \sigma_\theta = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[A + \frac{B}{r^2}(1-2\mu)\right]. \tag{e}$$

Tubul fiind supus la presiunile interioară p_i şi exterioară p_e, constantele A şi B se obţin din condiţiile pe contur: $r = a$, $\sigma_r = -p_i$ şi $r = b$, $\sigma_r = p_e$ (unde a şi b sînt respectiv raza interioară şi exterioară a tubului) sub forma:

$$A = \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} \cdot \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E}, \quad B = \frac{a^2 b^2 (p_i - p_e)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1+\mu}{E}. \tag{f}$$

Introducînd pe (f) în (e) se obţine repartiţia eforturilor sub formă identică cu aceea obţinută, pornind de la starea plană de tensiuni, ceea ce este absolut just, întrucît tensiunile sînt identice, fie că este o stare plană de tensiuni, fie că este o stare plană de deformaţii. Ceea ce diferă de la o stare la alta sînt deformaţiile şi deplasările. Introducînd pe (f) în (d), obţinem deplasarea radială u corespunzătoare stării plane de deformaţii, sub forma:

$$u = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2 (p_i - p_e)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r}. \tag{g}$$

Pornind de la starea plană de tensiuni, expresia deplasării radiale u este:

$$u_0 = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2 (p_i - p_e)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r}. \tag{g'}$$

Diferenţa lor:

$$u_0 - u = \frac{2\mu^2}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_e}{b^2 - a^2} r$$

este cu atît mai mare, cu cît peretele tubului este mai subţire, cu cît presiunea exterioară e mai mică faţă de cea interioară (sau dacă $p_e = 0$) şi creşte spre punctele periferice. Ca ordin de mărime, pentru tuburile obişnuite, această diferenţă pare neglijabilă. Pentru tuburile fretate însă, problema pare să aibă importanţă practică. Fie δ grosimea de fretaj (diferenţa, la rece, între raza exterioară a tubului interior şi raza interioară a tubului exterior), fie p presiunea de fretaj şi a, b, c raza interioară, raza de contact între cele două tuburi şi raza exterioară a complexului, după terminarea operaţiei de fretaj. Atunci, avem:

$$\delta = |u|_{\substack{r=b \\ p_i=0 \\ p_e=p}} + |u|_{\substack{p_i=p \\ p_e=0 \\ a\to b \\ b\to c \\ r=b}}. \tag{h}$$

Din (g) se obţine:

$$\begin{cases} |u|_{\substack{r=b \\ p_i=0 \\ p_e=p}} = \dfrac{1+\mu_1}{E_1} bp \left[\dfrac{b^2+a^2}{b^2-a^2} - 2\mu_1 \dfrac{b^2}{b^2-a^2}\right], \\ |u|_{\substack{p_i=p \\ p_e=0 \\ a\to b \\ b\to c \\ r=b}} = \dfrac{1+\mu_2}{E_2} bp \left[\dfrac{c^2+b^2}{c^2-b^2} - 2\mu_2 \dfrac{b^2}{c^2-b^2}\right]. \end{cases} \tag{i}$$

Aici E_1, μ_1 şi E_2, μ_2 sînt caracteristicile elastice ale celor două tuburi.

Pentru simplificare să presupunem $E_1 = E_2 = E$ şi $\mu_1 = \mu_2$. Introducînd pe (i) în (h), pornind deci de la starea de deformaţie plană, obţinem pentru presiunea de fretaj p^1 următoarea expresie :

$$(j) \qquad p = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\delta E(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^3(c^2 - a^2)},$$

pe cînd, plecînd de la starea plană de tensiuni, se obţine :

$$p_0 = \frac{\delta E(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^3(c^2 - a^2)}.$$

Pornind de la starea plană de tensiuni, dacă se ia $\mu = 0{,}33$ se vede imediat că $p = \frac{p_0}{1-\mu^2} = 1{,}12\ p_0$, adică valoarea presiunii de fretaj. Formula (j) este valabilă şi pentru fretarea butucilor pe arbori, cu excepţia regiunilor de capăt ale butucilor, unde presiunea de fretaj creşte şi mai mult, din cauza variaţiei bruşte de secţiune a complexului. Avînd în vedere că presiunea de fretaj este de ordinul sutelor şi chiar miilor de kg/cm^2, un surplus de 12% are importanţă asupra valorii eforturilor în pereţii tuburilor fretate, supuse la presiuni interioare. Problema prezintă şi interes teoretic întrucît se rectifică o eroare devenită clasică.

V. Semiplanul infinit supus la momente uniform distribuite, aplicate pe bord pe o lungime finită şi semiinfinită

În cazul problemei din fig. 14, dacă $m\,d\,u$ este încărcaréa elementară, atunci eforturile produse de aceasta în $N(x,y)$, se obţin, aplicînd distribuţia corespunzătoare unui moment concentrat [2, p. 185], sub forma :

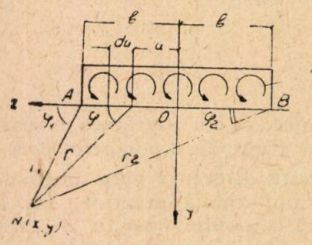


Fig. 14

$$(\alpha) \qquad \begin{cases} d\sigma_x = -\dfrac{4mdu}{\pi}(x-u)y\dfrac{(x-u)^2 - y^2}{[(x-u)^2 + y^2]^3}, \\ d\sigma_y = -\dfrac{8mdu}{\pi}\dfrac{(x-u)y^3}{[(x-u)^2 + y^2]^3}, \\ d\tau_{xy} = \dfrac{2mdu}{\pi}y^2\dfrac{y^2 - 3(x-u)^2}{[(x-u)^2 + y^2]^3}. \end{cases}$$

Aplicînd suprapunerea efectelor, prin integrare se obţine repartiţia eforturilor sub forma :

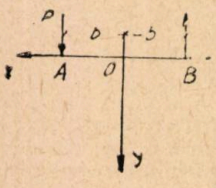


Fig. 15

$$(\beta) \qquad \begin{cases} \sigma_x = -\dfrac{2m}{\pi}y\left(\dfrac{1}{r_1^2} - \dfrac{1}{r_2^2}\right)\left[1 - y^2\left(\dfrac{1}{r_1^2} + \dfrac{1}{r_2^2}\right)\right], \\ \sigma_y = -\dfrac{2m}{\pi}y^3\left(\dfrac{1}{r_1^4} - \dfrac{1}{r_2^4}\right), \\ \tau_{xy} = -\dfrac{2m}{\pi}y^2\left[\dfrac{\sqrt{r_1^2 - y^2}}{r_1^4} - \dfrac{\sqrt{r_2^2 - y^2}}{r_2^4}\right], \end{cases}$$

sau

$$(\beta')\qquad \begin{cases} \sigma_x = -\dfrac{8m}{\pi} bxy \dfrac{(x^2-b)^2-y^4}{[(x-b)^2+y^2]^2 \cdot [(x+b)^2+y^2]^2}, \\ \sigma_y = -\dfrac{16m}{\pi} bxy^3 \dfrac{x^2+y^2+b^2}{[(x-b)^2+y^2]^2 \cdot [(x+b)^2+y^2]^2}, \\ \tau_{xy} = -\dfrac{2m}{\pi} y^2 \dfrac{x-b}{[(x-b)^2+y^2]^2} - \dfrac{x+b}{[(x+b)^2+y^2]^2}. \end{cases}$$

Din analiza repartiţiei eforturilor pusă sub forma (β'), se constată că este identică cu cea corespunzătoare fig. 15 — care se obţine prin suprapunerea efectelor aplicată la soluţia problemei F l a m a n d - B o u s s i n e s c q [2, p. 179] — ceea ce este logic, avînd în vedere că cele două sisteme de încărcări sînt static echivalente. Excepţie va face o mică zonă în jurul lui AB, unde repartiţia este perturbată de modul de aplicare a celor două sisteme de încărcări. Funcţiunea de tensiuni corespunzătoare (fig. 14) va fi :

$$(\gamma)\qquad \Phi = \frac{m}{\pi}(r_1\varphi_1 \cos\varphi_1 - r_2\varphi_2 \cos\varphi_2)$$

în coordonate bipolare, iar în coordonate carteziene :

$$(\gamma')\qquad \Phi = \frac{m}{\pi}\left[(x-b)\ \text{arc tg}\frac{y}{x-b} - (x+b)\ \text{arc tg}\frac{y}{x+b}\right].$$

Dacă în (β) facem $r_2 \to \infty$ şi $r_1 = r = \sqrt{x^2+y^2}$, obţinem soluţia pentru problema din fig, 16 :

$$(\delta)\qquad \sigma_x = -\frac{2m}{\pi}\cdot\frac{x^2 y}{(x^2+y^2)^2},\quad \sigma_y = -\frac{2m}{\pi}\cdot\frac{y^3}{(x^2+y^2)^2},\quad \tau_{xy} = -\frac{2m}{\pi}\cdot\frac{xy^2}{(x^2+y^2)^2}.$$

Se observă că această repartiţie este identică cu cea corespunzătoare cazului cînd în A s-ar aplica o sarcină concentrată $P=m$, ceea ce este logic, avînd în vedere că cele două sisteme de sarcini sînt static echivalente, aşa cum reiese şi din fig. 16 şi 17.

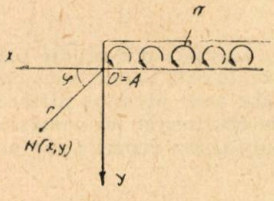


Fig. 16

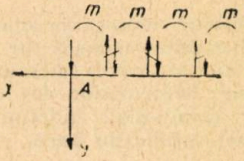


Fig. 17

Funcţiunea de tensiuni, pentru cazul din fig. 16, în coordonate polare şi carteziene va fi :

$$(\varepsilon)\qquad \Phi = \frac{m}{\pi} r\varphi \cos\varphi, \qquad (\varepsilon')\qquad \Phi = \frac{m}{\pi} x\,\text{arctg}\frac{y}{x}.$$

În cele de mai sus, s-a stabilit pe cale directă prin suprapunerea efectelor, repartiţia eforturilor şi funcţiunile de tensiuni pentru semiplanul acţionat de un moment uniform distribuit pe o lungime finită $2b$ şi semiinfinită şi în plus, rezultă încă o verificare pe cale teoretică a principiului lui Barré de Saint-Venant, despre care se afirmă că: „nu se demonstrează, în schimb el se verifică în mod experimental" [12, p. 10].

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Rezistenţa Materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Timoshenko S., *Théorie de l'élasticité*, Ed. Béranger, Paris, 1948.
2. Pirard A., *La photoélasticité*, Ed. Dunod, Paris, 1947.
3. Галеркин Г. Б., Собрание Сочинений, Т. I., Изд. АН СССР, М., 1952.
4. Никифоров Н, С., Теория упругости и пластичности, ГИЛСА, М., 1945.
5. Lehman Hans., Die Bautechnik, *31/32*, Juli, 1942.
6. Lehr Hugo., *Fundaţii*, vol. I, ESARC, Buc., 1954.
7. Timoshenko S., *Résistence des matériaux*, 2-ème partie, Ed. Béranger, Paris-Liège, 1949.
8. Filipescu Em. Gh., *Statica construcţiilor şi rezistenţa materialelor*, Buc., 1942.
9. Filonenko-Borodici M. M. ş.a., *Curs de rezistenţa materialelor*, partea II-a, Edit. Tehn., Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
10. Buzdugan Gh., *Rezistenţa materialelor*, vol. III (litogr.), Edit. Inst. Polit., Buc., 1953.
11. Filonenko-Borodici M. M., *Teoria elasticităţii*, Ed. Tehn., Buc. 195?, (trad. din l. rusă).
12. Caracostea A. şi Soare M., *Teoria elasticităţii pentru constructori*, (litogr.). Ed. Inst. Căi Ferate, Buc., 1955.

НЕСКОЛЬКО ЗАДАЧ ПО ЭЛАСТИЧНОСТИ В ПЛОСКОСТИ

(Резюме)

Авторы дают решения для следующих задач по эластичности в плоскости : клин под обычными нагрузками действующими на боковые поверхности ; усечёный клин под обычными нагрузками действующими на боковые поверхности ; трапезоидальный бараж с особым от гидростатического давлением ; деформация толстостенных цилиндров и сопротивления вызванные стяжкой ; бесконечная полуплоскость под равномерно распределенными моментами на конечной или бесконечной краевой длине.

QUELQUES PROBLÈMES D'ÉLASTICITÉ PLANE

(Résumé)

Les Auteurs donnent la solution des problèmes suivants d'élasticité plane : le coin sous charges usuelles agissant sur les arêtes lateraux ; le coin coupé, sous charges usuelles agissant sur les arêtes latéraux ; digue trapézoïdal sous pression différente de celle hydrostatique ; déformation des cylindres à parrois épaisses et les contraintes dues au frettage ; le demi -plan indéfinit sous moments uniformes repartis sur une longueur finie ou demi-infinie du bord.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

691.3

UN NOU PROCEDEU DE DOZARE A BETOANELOR MACROPOROASE (I, II)

DE

AL. CHELĂRESCU, GH. URSESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL, VLADIMIR DIANU, AUREL TUDORAŞ, I. DUMITRESCU, VICTOR CIUBOTARU, N. ORLOVSCHI

Comunicare prezentată în sesiunile ştiinţifice ale Institutului Politehnic din 11—12 februarie 1955 şi 19-21 mai 1956

1. Consideraţiuni generale

Betonul macroporos obţinut prin realizarea unor spaţii lacunare între granulele de agregat mineral solidarizate prin liant numai în punctele de contact, este un material cu greutate specifică aparentă mai mică decît a betonului compact.

Astfel de betoane se pot prepara cu orice agregate grosiere. Sorturile de granule care se întrebuinţează curent au o granulaţie restrînsă : 10...20 mm ; 7...15 mm ; 15..30 mm ; uneori pentru o utilizare economică a agregatului se pot folosi şi sorturile : 5...20 mm ; 5...30 mm sau chiar 10...50 mm şi 15...50 mm.

Pasta de liant necesară trebuie astfel dozată, încît aceasta să servească numai la învelirea sub formă de peliculă a fiecărei granule de agregat mineral, asigurîndu-se totodată formarea nodurilor de legătură la punctele de contact dintre granule. Un exces de pastă liant produce micşorarea volumului de goluri, mărirea greutăţii specifice aparente, mărirea conductivităţii termice, iar materialul rezultat este neomogen, căci surplusul de liant se depune la bază.

În cazul agregatului sub formă de prundiş şi piatră concasată dură, în construcţii se folosesc mai frecvent dozaje de ciment cuprinse între 70...150 kg/m^3. Rezistenţele rezultate variază între 30...60 kg/cm^2, deci suficiente pentru realizarea clădirilor pînă la trei etaje. Prin mărirea dozajului pînă la 200 kg ciment/m^3 se poate ajunge la rezistenţe pînă la 100 kg/cm^2. Factorul A/C variază între 0,5...1.

Rezistenţa la îngheţ la astfel de betoane este asigurată pînă la 15...33 cicluri, aşa încît din acest punct de vedere se pot folosi în construcţii în mai bune condiţiuni decît cărămida.

Greutatea specifică aparentă variază între 1550...1900 kg/m^3. Prin folosirea agregatelor uşoare naturale sau artificiale, greutatea specifică aparentă poate fi coborîtă chiar sub 1200 kg/m^3 (în acest caz trebuie ţinut seama că se micşorează rezistenţele mecanice).

Conductivitatea termică la betoanele macroporoase care se realizează cu agregat greu (λ=0,60...0,80 kcal/mh°C) este aproximativ egală cu a cărămizii ; în cazul folosirii agregatelor uşoare, conductivitatea termică se coboară la 0,40...0,55 kcal/mh°C.

Betonul macroporos asigură o adezivitate bună la tencuială.

Pentru economia de ciment, în realizarea betoanelor macroporoase se folosesc adause lianţi dispersanţi şi tensioactivi ; de asemenea reducerea cantităţii de ciment se poate realiza prin activarea cimentului.

Proprietăţile pe care le prezintă betonul macroporos au făcut posibil ca acest material să fie utilizat în construcţii mai cu seamă acolo unde prundişul sau alte agregate minerale se găsesc din abundenţă şi în special în regiunile lipsite de materii prime pentru fabricarea cărămizilor. Astfel, betonul macroporos se utilizează la construirea clădirilor cu pereţi monoliţi sau din blocuri prefabricate.

Extinderea pe şantier a folosirii betonului macroporos este frînată de unele dificultăţi ; acestea apar atît în perioada de proiectare cît şi de execuţie cînd se pune problema alegerii dozajului şi a factorului *A/C* pentru a realiza in condiţii optime distribuţia pastei liant sub formă de pelicule. O dozare necorespunzătoare face ca excesul de pastă să se scurgă la baza blocurilor sau a pereţilor, iar deficitul să nu permită îmbrăcarea continuă a granulelor cu pastă de liant. Metodele de dozare folosite pînă în prezent sînt empirice, necesitînd multe tatonări şi încercări, mai cu seamă datorită numărului mare de factori care intervin.

Cu scopul de a se îndepărta aceste inconveniente, s-a căutat a se găsi o metodă care să permită determinarea dozajului de ciment şi factorul *A/C* pentru o anumită marcă de beton macroporos pe o cale mai simplă şi mai sigură potrivit proprietăţilor agregatului mineral şi a liantului cu care se lucrează. În lucrarea de faţă este prezentată această metodă (metoda peliculei) şi rezultatele studiului asupra gradului de influenţă a diferiţilor factori în realizarea peliculei.

2. Factorii care determină proprietăţile mecanice ale betonului

Studiind factorii care influenţează rezistenţa unui beton macroporos şi fenomenele care se petrec cu ocazia formării şi aderenţei peliculei de pastă liant la granulele de agregat, s-a ajuns la concluzia că proprietăţile fizico-mecanice ale betonului macroporos sînt determinate de un număr de factori principali mult mai mari decît cei care s-au studiat în lucrările [2] — [9].

Rezistenţa la compresiune (în funcţie de care se pot determina toate celelalte proprietăţi mecanice ale betoanelor macroporoase) pentru un dozaj anumit, depinde de proprietăţile agregatului întrebuinţat, a liantului şi a pastei de liant.

Agregatul influenţează prin constituţie, mărime şi forma granulelor, aspectul feţelor, granulometrie, umiditate.

Liantul influenţează prin compoziţia mineralogică, puterea activă, fineţea de măcinare, timpul de priză şi întărire, constanţa pe volum.

Pasta de liant acţionează asupra rezistenţei betonului prin concentraţie (factorul *A/C*), timpul trecut de la confecţionarea pastei pînă la amestecul cu agregatul, condiţiile mediului ambiant în care se confecţionează şi se întăreşte betonul ; aceşti factori împreună cu ceilalţi enumeraţi, determină tensiunea superficială care se realizează pe de o parte la interfaţa celor două faze, apă şi particulele de ciment, iar pe de altă parte între dispersia de liant şi granulele de agregat. Aceasta de fapt hotărăşte grosimea peliculei de pastă aderentă la agregat.

Adausele (sub formă de nisip cuarţos fin măcinat, zgură, tuf şi plastifiant), în funcţie de natura şi cantitatea lor, influenţează pelicula de pastă liant, putînd îmbunătăţi calităţile mecanice ale betonului macroporos.

Obținerea unor betoane macroporoase de bună calitate cu un consum minim de liant trebuie să aibă o bază științifică, fiind cunoscută în amănunt influența factorilor enumerați.

Procedeele preconizate pînă în prezent impun un număr mare de încercări pentru a se ajunge la rezistența propusă, fără a se asigura întotdeauna și consumul minim de ciment.

Din observațiile făcute în laborator în timpul unor încercări preliminare, s-a constatat că agregatele minerale care intră în contact cu pasta de liant, în funcție de proprietățile lor, rețin o anumită cantitate de pastă liant pentru o concentrație oarecare; rezistențele betonului obținut sînt determinate de caracteristicile peliculei realizate.

3. Cercetări asupra peliculei de pastă liant

Criteriul după care s-a apreciat influența diferiților factori asupra proprietăților mecanice ale betoanelor macroporoase l-a constituit determinarea prin cîntărire a cantității de pastă liant (peliculă) care a aderat la suprafața granulelor de agregat.

Variind pe rînd fiecare factor determinant și păstrînd în mod constant raportul celorlalți factori, s-a putut stabili influența agregatului, a liantului și a pastei liant asupra calității betonului macroporos obținut.

În acest scop agregatul s-a selecționat după natura mineralogică și aspectul fețelor, în cinci grupe:

a) materii silicioase diverse, care obișnuit prezintă fețe lucii;
b) gresii silicioase netede;
c) gresii silicioase aspre;
d) gresii calcaroase, la care în mod obișnuit fețele granulelor au aspect rugos;
e) calcarul cu aspect aspru.

Granulele astfel alese s-au repartizat apoi în cinci subgrupe după dimensiuni: 7...10; 10...15; 15...20; 20...24; 24...30 mm.

La rîndul lor granulele din fiecare subgrupă au fost clasificate după formă:

a) ovoidale (cu cele trei dimensiuni a, b, c, apropiate ca mărime);
b) prismatice: $a \neq b \neq c$;
c) aciculare: $a > b \cong c$;
d) plate: $c < b \cong a$.

Prin această operație s-au obținut 100 subgrupe de granule de agregat diferențiate prin natura mineralogică, mărime, formă și aspectul fețelor, ceea ce a necesitat un număr mare de determinări.

Cercetările s-au făcut cu cimentul P 400. Consistența pastei s-a variat folosind factorul A/C de 0,50; 0,55; 0,60 și 0,70. Pentru menținerea omogenității pastei în timpul experimentării, s-a folosit agitarea pe cale mecanică. Pentru a elimina influența stadiului de hidroliză și hidratare, care ar fi modificat grosimea peliculei în raport cu timpul de la prepararea pastei, s-a lucrat cu pasta liant numai în intervalul de la 5...20 minute de la preparare.

Fiecare granulă uscată şi cîntărită a fost apoi introdusă în pastă un timp scurt şi apoi cîntărită. Prin diferenţă s-a determinat cantitatea de pastă reţinută sub formă de peliculă. Aceste date ne-au servit la calculul raportului dintre greutatea peliculei de pastă reţinută şi greutatea granulei. Fiind cunoscut factorul *A/C*, totodată s-a putut stabili cantitatea de ciment corespunzătoare peliculei reţinute.

Cu rezultatele obţinute din cercetările experimentale s-au întocmit graficele prezentate în fig. 1...5 (v. planşa); în abscisă sînt trecute concentraţiile dispersiei de liant (factorul *A/C*) iar în ordonată raportul procentual al greutăţii peliculei la greutatea granulelor; în modul acesta s-a pus în evidenţă şi influenţa mărimii granulei de care sînt dependente suprafaţa şi raza de curbură. Din aceste grafice rezultă variaţia cantităţii de pastă reţinută de granule în funcţie de: factorul *A/C*, natura agregatului, forma agregatului şi dimensiunile granulelor.

Pentru sorturile 7...15 mm şi 15...30 mm, care se folosesc cel mai frecvent pe şantier, s-au dat în tabelele 1 şi 2 (pentru factorii *A/C* experimentaţi) valorile medii în greutate a peliculei realizate.

Tabelul 1

Agregate sortul 7...15 mm

Forma granulelor	Factorul *A/C*					Natura petrografică
	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	
ovoidală	16,2	14,4	8,4	8,8	7,4	Materiale silicioase diverse
prismatică	17,2	12,8	10,8	8,8	8,4	
plată	21,2	18,4	12,0	11,8	10,0	
aciculară	16,2	12,2	8,4	7,2	6,6	
ovoidală	19,2	13,8	8,2	8,8	6,2	Gresii silicioase netede
prismatică	15,2	12,4	7,2	5,8	5,0	
plată	27,6	22,8	13,8	11,6	9,8	
aciculară	18,2	11,4	8,0	7,0	6,0	
ovoidală	32,4	18,6	16,0	13,0	13,4	Gresii silicioase aspre
prismatică	26,4	16,4	13,4	9,0	9,6	
plată	36,4	21,6	18,2	15,4	16,0	
aciculară	28,8	18,8	14,4	10,6	10,8	
ovoidală	17,2	15,4	11,4	7,8	6,4	Gresii calcaroase
prismatică	23,0	15,8	12,0	9,0	6,0	
plată	29,0	24,4	17,6	12,4	9,0	
aciculară	18,4	17,0	12,0	8,6	6,8	
ovoidală	17,0	12,6	8,8	7,2	5,0	Calcare
prismatică	15,4	10,8	7,6	6,0	5,0	
plată	25,8	17,4	12,8	11,2	9,6	
aciculară	16,2	9,8	8,2	7,4	5,4	

Urmărind în ansamblu graficele din fig. 1...5 şi analizînd condiţiile de variaţie a cantităţii de pastă liant, se constată:

a) Oricare ar fi natura petrografică, forma şi aspectul pe care îl au feţele granulelor de agregat, cantitatea de pastă liant aderată este în raport invers cu valoarea factorului *A/C* şi cu dimensiunile granu-

lelor, fenomenul fiind mai evident la granulele mai mici decît 15 mm. Pentru exemplificare, în fig. 6 (v. planşa) s-a prezentat grafic variaţia cantităţii de pastă liant pentru factorul $A/C = 0{,}60$, în funcţie de dimensiunile granulelor şi natura petrografică.

Tabelul 2

Agregate sortul 15...30 mm

Forma granulelor	Factorul A/C					Natura petrografică
	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	
ovoidală	8,4	6,2	4,4	3,4	2,8	Materiale silicioase diverse
prismatică	9,2	6,2	4,2	3,6	3,0	
plată	15,0	10,0	6,6	5,2	5,2	
aciculară	11,8	6,2	4,2	3,3	3,0	
ovoidală	10,2	6,6	4,6	4,2	3,4	Gresii silicioase netede
prismatică	8,6	6,0	4,0	3,2	2,8	
plată	12,2	7,8	6,2	5,4	4,6	
aciculară	11,0	6,2	4,8	4,2	3,2	
ovoidală	12,8	6,8	5,4	4,8	4,0	Gresii silicioase aspre
prismatică	11,6	7,2	5,2	4,6	4,2	
plată	25,8	15,0	9,8	8,2	6,8	
aciculară	12,8	8,6	6,0	5,6	4,6	
ovoidală	14,8	8,0	5,6	4,4	3,8	Gresii calcaroase
prismatică	14,0	10,0	4,0	3,2	2,8	
plată	22,8	16,0	9,2	6,6	5,2	
aciculară	13,6	9,6	5,2	4,2	3,2	
ovoidală	8,6	6,0	4,8	3,4	2,8	Calcare
prismatică	7,2	5,2	3,6	2,8	2,4	
plată	14,0	8,8	6,8	5,8	4,8	
aciculară	9,8	5,6	4,6	3,4	3,0	

b) Analizînd condiţiile de aderare a pastei liant în funcţie de natura petrografică, se constată că variaţiile cele mai uniforme ale cantităţii de pastă liant reţinute de granule, le prezintă granulele de calcar, a căror asprime moderată a feţelor a constituit un bun suport pentru aderenţa peliculei de pastă liant. Granulele de materii silicioase diverse şi într-o mică măsură gresiile silicioase netede, prezintă o instabilitate la aderenţă. Gresiile silicioase aspre şi mai cu seamă cele calcaroase, avînd suprafeţe aspre, influenţează favorabil aderenţa liantului, reţinînd o peliculă de grosime destul de uniformă.

Oricare ar fi dimensiunile granulelor, cantitatea cea mai mare de pastă liant este reţinută de granulele de gresie silicioasă şi de gresie calcaroasă: cea mai mică cantitate a fost reţinută de granulele netede de gresie silicioasă şi de calcare (fig. 6).

4. Aplicarea practică a rezultatelor obţinute

Avînd determinată cantitatea de pastă liant (rezultatele sînt cuprinse în tabelele 1 şi 2 şi graficele din fig. 1...5) putem stabili pe şantier, pentru un agregat dat, cantitatea optimă de ciment la factorul A/C ales.

Astfel, în laborator s-a experimentat aplicarea acestor date la prepararea betonului macroporos confecţionat cu sorturile 7...15 mm şi 15...30 mm, extrase din agregatul de Paşcani. S-a procedat astfel: s-au separat prin ciuruire două sorturi (7...15 mm şi 15...30 mm) din care apoi s-a luat de fiecare, o probă medie de 1 kg. Aceasta a fost sortată după natură şi formă, iar rezultatele obţinute sînt prezentate în tabelele 3 şi 4.

Tabelul 3

Agregat sortul 7... 15 mm

Forma granulelor	Natura petrografică a granulelor de agregat			
	Mat. silicioase diverse (g)	Gresii silicioase netede (g)	Gresii silicioase aspre (g)	Gresii calcaroase (g)
ovoidală	44,60	124,40	123,10	69,40
prismatică	63,90	194,70	169,40	63,10
plată	23,80	45,00	25,30	10,60
aciculară	14,80	10,00	8,70	1,20
Total	150,10	374,10	331,50	144,30

Total general = 1000 g.

Tabelul 4

Agregat sortul 15... 30 mm

Forma granulelor	Natura petrografică a granulelor de agregat			
	Mat. silicioase diverse (g)	Gresii silicioase netede (g)	Gresii silicioase aspre (g)	Grezii calcaroase (g)
ovoidală	18,40	45,00	91,05	50,60
prismatică	59,05	300,00	138,00	36,60
plată	19,30	72,10	75,00	16,80
aciculară	10,30	34,10	24,00	9,60
Total	107,05	451,20	328,15	113,60

Total general = 1000 g.

Cunoscînd constituţia procentuală în greutate a agregatului luat în funcţie de mărime, natură petrografică şi forma granulelor, se calculează după tabelele 1 şi 2 cantităţile optime de pastă liant pentru cele două sorturi şi cu diferiţi factori *A/C*. Rezultatele sînt prezentate în tabelele 5 şi 6.

La sfîrşitul tabelelor 5 şi 6 sînt totalizate cantităţile optime de ciment şi apă pentru diferiţi factori *A/C*.

Rezultatele încercărilor la compresiune pe epruvete de 20 × 20 × 20 cm a betonului macroporos confecţionat după dozajul de ciment şi apă stabilit după metoda prezentată, a confirmat justeţea (posibilitatea de aplicare) a acestei metode. Variaţiile cantităţilor de ciment în plus şi în minus, pentru factorii *A/C* analizaţi, au arătat că există un singur

Tabelul 5

Agregat sortul 7... 15 mm

Natura petrografică	Forma granulelor	Factorul A/C				
		0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
Materii silicioase	ovoidală	7,23	6,42	3,75	3,30	3,30
	prismatică	11,52	8,56	7,23	5,62	5,62
	plată	3,14	2,72	1,75	1,75	1,48
	aciculară	3,86	2,90	2,00	1,57	1,57
	total pastă liant	25,75	20,60	14,73	12,24	11,97
Gresii silicioase netede	ovoidală	23,88	17,17	10,20	8,46	7,71
	prismatică	29,59	24,14	24,22	11,29	9,71
	plată	2,76	2,28	1,38	1,60	0,98
	aciculară	8,19	5,13	3,60	3,15	2,70
	total pastă liant	64,42	48,72	39,40	24,50	21,13
Gresii silicioase aspre	ovoidală	41,50	23,83	20,50	16,65	17,17
	prismatică	44,72	27,78	22,70	15,25	16,26
	plată	3,17	1,88	4,60	3,90	4,05
	aciculară	7,29	4,76	1,25	0,92	0,94
	total pastă liant	96,68	58,25	49,05	36,72	38,42
Gresii calcaroase	ovoidală	11,94	10,69	7,91	5,41	4,44
	prismatică	14,51	9,97	7,57	5,68	4,16
	plată	3,07	2,59	1,84	1,31	0,95
	aciculară	0,22	0,20	0,14	0,10	0,08
	total pastă liant	29,74	23,45	17,49	12,50	9,63
	Total general	216,59	151,02	120,67	85,96	81,15
Ciment kg/m³		210	137	106	73	67
Apă l/m³		105	75	63,5	47,5	47

Agregat 7... 15 mm = 1600 kg/m³

dozaj optim de ciment pentru un anumit factor *A/C* (adică o anumită cantitate de pastă liant de o anumită consistență) și care corespunde celui calculat. În continuare este dat un astfel de exemplu.

Pentru dozajul de ciment de 106 kg/m³, factorul *A/C* optim stabilit după metoda prescrisă corespunde la 0,60. Rezistența betonului confecționat în aceste condiții este de 35 kg/cm².

Păstrînd același factor *A/C* și același agregat și variindu-se dozajul de ciment la 137 kg/m³, a rezultat un beton cu o rezistență mărită la 45 kg/cm³ după cum era și normal.

Păstrînd dozajul de ciment (137 kg/m³) și variind factorul *A/C* s-a obținut rezistența maximă de 56 kg/cm² la factorul *A/C* de 0,55, care corespunde la factorul *A/C* optim stabilit după tabelele de mai sus.

Tabelul 6

Agregat sortul 15... 30mm

Natura petrografică	Forma granulelor	Factorul A/C				
		0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
Materii silicioase diverse	ovoidală	1,55	1,14	0,81	0,65	0,52
	prismatică	5,43	1,14	2,48	2,13	1,77
	plată	1,55	1,03	0,68	0,54	0,54
	aciculară	2,28	2,20	0,81	0,66	0,58
	total pastă liant	10,81	4,51	4,78	3,96	3,41
Gresii silicioase netede	ovoidală	4,59	2,97	2,07	1,89	1,53
	prismatică	25,80	18,00	12,00	9,60	8,40
	plată	8,80	5,62	4,47	3,89	3,32
	aciculară	3,75	2,11	1,64	1,43	1,09
	total pastă liant	32,94	28,70	20,18	16,81	14,34
Gresii silicioase aspre	ovoidală	11,65	6,19	4,92	4,37	3,64
	prismatică	16,12	10,01	7,23	6,39	5,84
	plată	19,38	11,27	7,36	6,16	6,11
	aciculară	3,07	2,06	1,44	1,34	1,10
	total pastă liant	50,22	29,53	20,95	18,26	15,69
Gresii calcaroase	ovoidală	7,49	4,05	2,83	2,23	1,92
	prismatică	5,12	3,66	1,46	1,17	1,02
	plată	3,83	2,69	1,55	1,11	0,87
	aciculară	1,31	0,92	0,50	0,40	0,31
	total pastă liant	17,75	11,32	6,34	4,91	4,12
	Total general	111,72	74,06	52,25	43,96	37,56
Ciment kg/m³		104	67	46	37,5	31,5
Apă l/m³		52	37	27,5	23,55	22

Păstrînd dozajul de ciment de 106 kg/m³ şi 137 kg/m³ şi micşorînd factorul *A/C* sub cel optim (0,60 şi 0,55) s-a observat o dispersiune foarte mare a rezultatelor, cantitatea de pastă nefiind suficientă pentru îmbrăcarea granulelor de agregat.

Rezultă că pentru un anumit dozaj de ciment corespunde un singur factor *A/C*, pentru care se obţin rezistenţele maxime ale betonului, care poate fi determinat după metoda prezentată.

În tabelul 7 sînt cuprinse rezultatele experimentale a probelor de beton macroporos preparat cu cantităţile optime de ciment corespunzător diferiţilor factori *A/C*.

Rezultatele din tabelul 7 permit a determina imediat, pentru o anumită rezistenţă prescrisă, cantitatea de ciment şi corespunzător, factorul *A/C* pentru agregatul de Paşcani.

Odată cu încercarea la rezistență s-au făcut încercări și asupra greutății unitare aparente și se constată că aceasta scade cu dozajul de ciment (v. tabelui 7).

Tabelul 7

Agregat sortul	Dozaj ciment după peliculă kg/m³	Factorul A/C	σ_c (28 zile) kg/cm²	γ_a kg/m³
7 ... 15 mm	210	0,50	90	1860
	137	0,55	56	1790
	106	0,60	36	1720
	73	0,65	17	1650
	67	0,70	15	1640
15 ... 30 mm	104	0,50	37	1725
	67	0,55	20	1630
	46	0,60	8	1600
	37,5	0,65	7	1550
	31,5	0,70	5	1520

Pentru construcțiile la care interesează și izolația termică, la alegerea dozajului se va ține seama și de greutatea unitară aparentă.

5. Concluzii

1. Pentru confecționarea unui beton macroporos există posibilități de a se determina, cu destulă precizie din punct de vedere practic, cantitatea optimă de ciment pentru un anumit factor A/C, fără tatonări.

2. Cercetările experimentale efectuate au dovedit că pentru un anumit dozaj de ciment corespunde un singur factor A/C unui agregat dat, factor care poate fi determinat prin metoda peliculei.

3. Metoda peliculei care se propune de autori, constă în determinarea dozajului optim de ciment, folosind rezultatele obținute în laborator asupra cantității de pastă liant reținută sub formă de peliculă, de granulele de agregat.

4. Cantitatea optimă de pastă liant depinde de caracteristicile agregatului, ale liantului și ale amestecului apă-liant:

a) cu cît factorul A/C este mai mic cu atît cantitatea de pastă aderată la granula de agregat crește;

b) cantitatea de pastă liant aderată la granule crește pe măsura în care scade diametrul granulelor; fenomenul este mai evident pentru sorturile mai mici ca 15 mm;

c) cantitatea cea mai mare de pastă liant pentru același factor A/C este reținută de granulele de gresie calcaroasă și gresie silicioasă cu suprafețele rugoase și aspre.

5. Pentru un agregat dat, cunoscînd cantitatea optimă de pastă liant, se pot stabili pentru fiecare factor A/C rezistențele betonului macroporos corespunzător dozajului celui mai economic.

În funcţie de aceste date, în proiectare sau pe şantier, se poate cu uşurinţă stabili pentru o anumită marcă de beton macroporos cantitatea optimă de ciment şi apă fără a se face tatonări.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Construcţii

BIBLIOGRAFIE

1. Atapin A. N., *Introducerea betonului macroporos fără nisip*, I. D. T., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. Kurinnîi T. G, Ind. Constr., 1954, *3*, Buc., pp. 12—19, (trad. din l. rusă).
3. Martiniuc I. V., Ind. Constr., 1953, *3*, Buc., pp. 20—43, (trad. din l. rusă).
4. Mihail N., Ind. Constr. şi Mat. de Constr., 1952, *8*, Buc., pp. 21—27.
5. Scramtaev B. G. şi colab, Ind. Constr., 1952, *8*, Buc., pp. 57—61.
6. Scramtaev B. G. şi colab., Ind. Constr., 1953, *3*, Buc., pp. 29—69, (trad. din l. rusă).
7. Scramtaev şi colab., Ind. Constr., 1953, *9*, Buc., pp. 20—36, (trad. din l. rusă).
8. Scramtaev B. G. şi Budilov A. A., Arhit. şi Constr. Moscovei, 1951, *5*, Buc., (trad. din l. rusă).
9. Скрамтаев, Б. Г., Крупнопористый бетон и его применение в строительстве, М., 1955.

НОВЫЙ МЕТОД ДОЗИРОВКИ КРУПНОПОРИСТОГО БЕТОНА (I, II)

(Резюме)

В настоящей работе даны результаты исследований степени влияния различных факторов входящих в образование плёнки связывающей пасты в контакте с минеральным агрегатом. На основании этих исследований авторы предлагают метод (метод плёнки), позволяющий простым и верным путём установить дозировку цемента и фактор А/Ц для определения марки крупнопористого бетона.

Метод плёнки состоит в определении оптимальной дозировки цемента, пользуясь полученными лабораторными результатами относительно количества связывающей пасты удержанной зернами агрегата в виде плёнки.

Этим способом легко можно установить для каждого фактора А/Ц сопротивление крупнопористого бетона, соответствующее самой экономной дозировке.

В зависимости от этих данных в проэктировании строительных работ легко можно установить для определения марки крупнопористого бетона оптимальное количество цемента и воды без предварительных проб.

UN NOUVEAU PROCÉDÉ DE DOSAGE DES BÉTONS MACROPOREUX (I, II)

(Résumé)

Dans cette étude, les Auteurs présentent les résultats de leurs recherches concernant le degré d'influence des différents facteurs qui interviennent dans la formation de la pellicule de pate liante en contact avec l'agrégat minéral. En se basant sur ces recherches, on propose une méthode (méthode de la pellicule) qui permet d'établir par une voie simple et sûre, le dosage de ciment et le facteur *E/C* pour une certaine marque de béton macroporeux.

Par la méthode de la pellicule on détermine le dosage le plus élevé de ciment, en utilisant les résultats obtenus au laboratoire pour la quantité de pate liante retenue par les granules de l'agrégat, sous forme de pellicule.

On peut, par cette méthode, établir facilement, pour chaque facteur *E/C*, les résistances du béton macroporeux qui correspondent au dosage le plus économique. À l'aide de ces données, on peut calculer facilement et sans tatonnements, pour une certaine marque de béton macroporeux, la plus grande quantité de ciment et d'eau nécessaires.

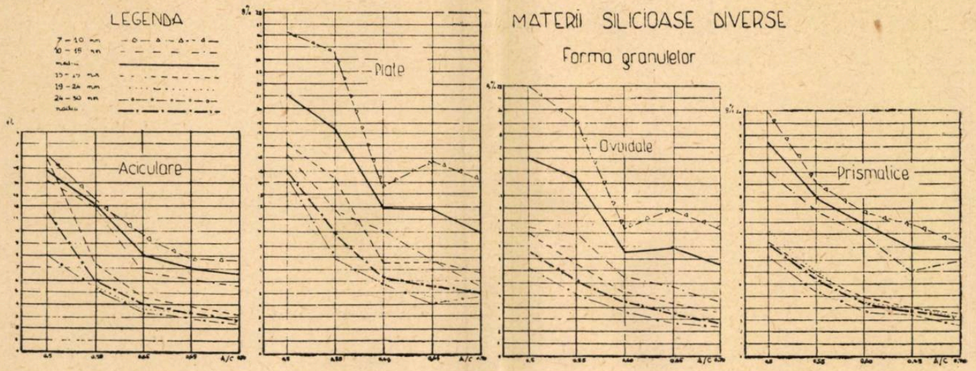


Fig. 1

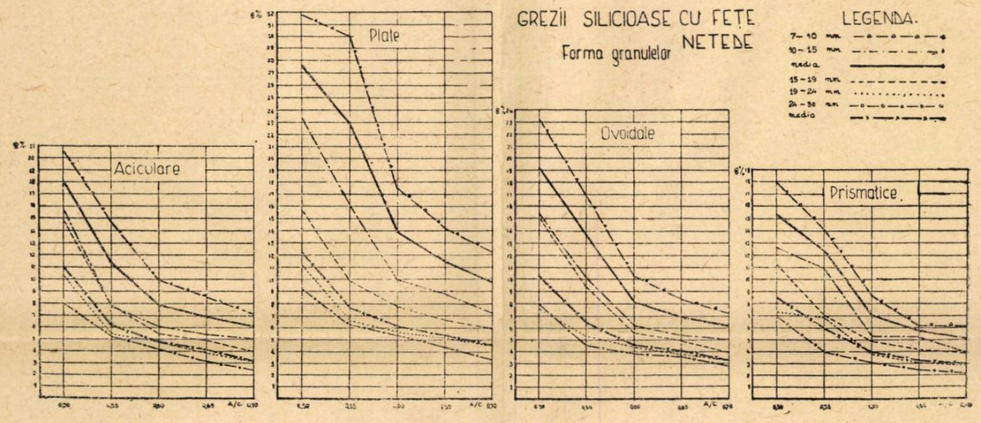


Fig. 2

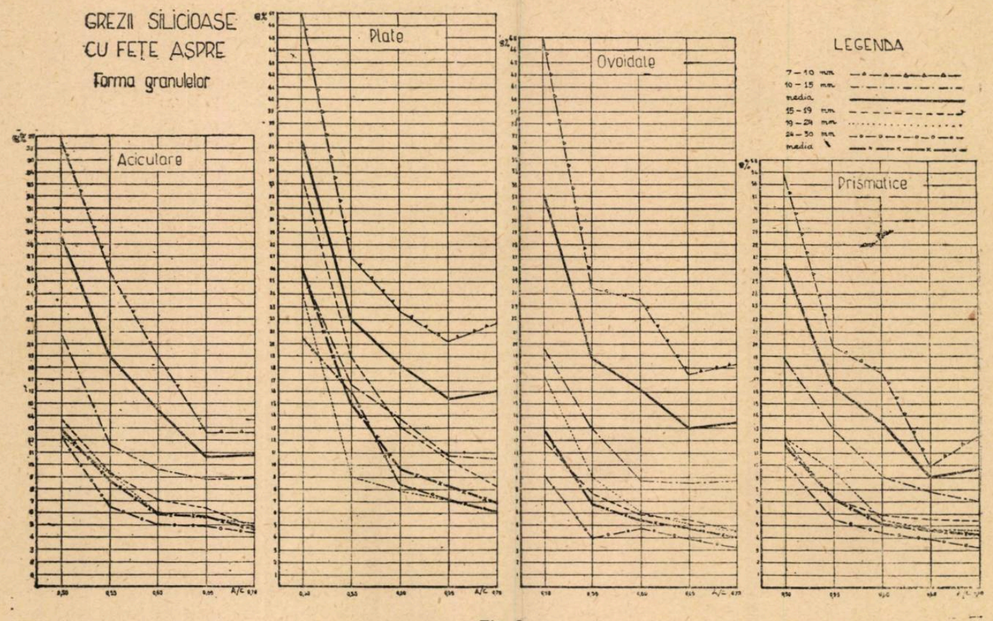


Fig. 3

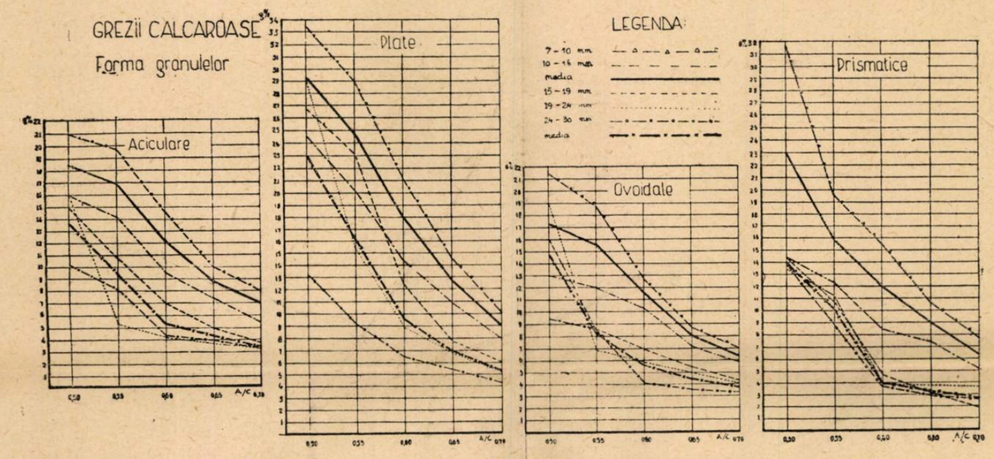


Fig. 4

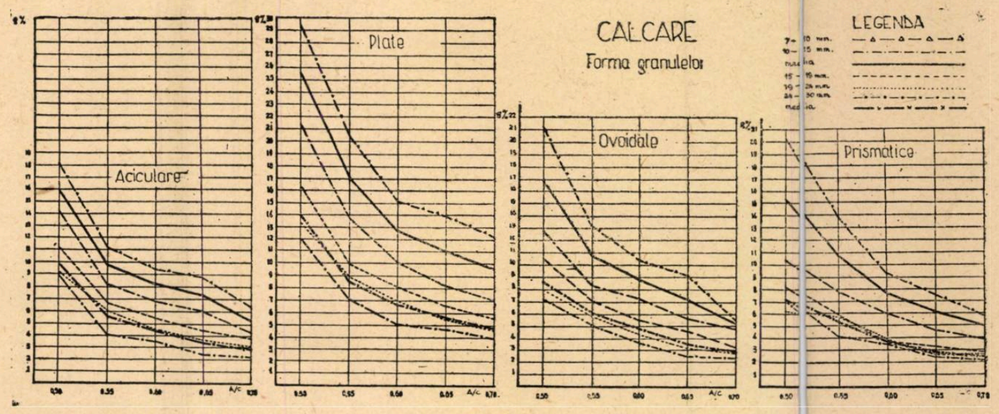


Fig. 5

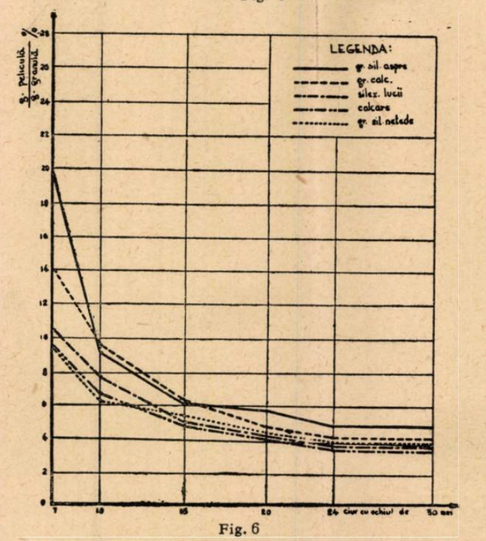


Fig. 6

PLANŞA I

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

691.4

ASUPRA POSIBILITĂŢII DE IMPERMEABILIZARE A UNOR PĂMÎNTURI DIN PREAJMA IAŞULUI, PENTRU CANALE DE IRIGAŢII ŞI DIGURI

Nota II

DE

AUREL CERNĂTESCU, ANTON ŞESAN, GH. DIMA, C. CIOBANU, LONGHIN MACAREVICI şi VLADIMIR BOGHIAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Problema utilizării pămînturilor locale pentru construcţia canalelor de irigaţii şi a digurilor pentru crearea lacurilor de acumulare prezintă o importanţă deosebită pentru combaterea efectelor secetelor dese care bîntuie în regiunea Iaşi.

Pămîntul studiat este de tipul unui loess, preluat din preajma Iaşului, din punctul Valea Lupului, în regiunea în care se prevăd lucrări de irigaţii şi baraje pentru un lac de acumulare.

Compoziţia granulometrică a pămîntului este reprezentată în fig. 1, în care curba *a* reprezintă rezultatele analizei granulometrice făcută cu dispersie, iar curba *b*-analiză fără dispersie.

S-a încercat mai întîi reducerea permeabilităţii pămîntului prin tratarea cu NaCl. Procedeul este bine cunoscut şi constă în introducerea în pămînt a unei soluţii de sare, obţinîndu-se o reducere considerabilă a permeabilităţii. Aceasta se explică prin mărirea capacităţii hidrofile a coloizilor saturaţi cu Na.

Prezenţa natriului în complexul de absorbţii al particulei, imprimă acestuia proprietăţi fixatropice, legînd pînă la gelatinare cantităţi mari de apă. În acest caz, baza pentru întregul sistem este reprezentată de un fel de reţea formată din moleculele imobile de apă între care, în noduri, se află particulele solide. Capacitatea mare de hidratare a solului saturat cu Na, duce la umflarea acestuia şi deci la micşorarea golurilor.

Peliculele groase de apă din jurul particulelor, slăbesc legătura dintre ele, ceea ce atrage după sine mărirea capacităţii agregatelor de sol de a se descompune în particule elementare şi deci mărirea gradului de dispersiune.

Încercările s-au făcut pe probe compactate la umiditatea optimă, aduse la o greutate volumetrică a scheletului de $\gamma_s = 1{,}70\ g/cm^3$.

Cu un procent de 0,4% NaCl, s-a redus permeabilitatea pământului de la 107.10^{-8} cm/cm, la 8.10^{-8} cm/cm, adică de 13,4 ori.

Cu toate că prin tratarea cu sare se obţine o modificare bruscă a proprietăţilor pământului ca distrugerea elementelor structurale şi în acelaşi timp floconizarea şi distrugerea vaselor capilare prin care se deplasează soluţiile, trebuie remarcat faptul că fenomenul este reversibil şi la trecerea, de exemplu, a unei soluţii de clorură de calciu prin proba de pământ tratată cu sare, situaţia se schimbă brusc, infiltraţia soluţiei reîncepe şi se produce din ce în ce mai repede—are loc feno-

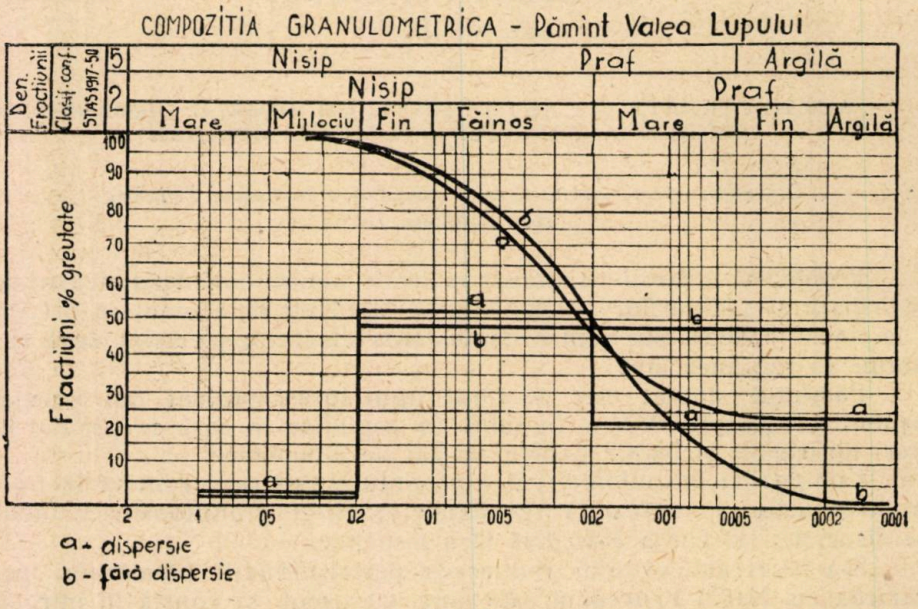


Fig. 1

menul invers, coagularea. Acest lucru se întîmplă nu numai la trecerea unei soluţii de clorură de calciu ci şi la trecerea oricărei alte soluţii în care se găsesc cationi bi-sau trivalenţi, care au acelaşi efect de coagulare.

Se poate deci întîmpla ca efectul antifiltrant al tratării cu sare să fie redus parţial sau chiar total.

Se pune deci problema de a mări stabilitatea sistemului format prin tratarea pământului cu sare, sistem care, după cum am văzut, asigură o permeabilitate destul de redusă.

În acest scop s-a încercat să se folosească proprietăţile tensioactive ale leşiilor bisulfitice reziduale, rezultate din procesul de fabricaţie a celulozei, prin metoda bisulfitică.

Compoziția aproximativă a leșiei bisulfitice folosită, după datele din literatură, este următoarea:

Acizi lignosulfonici	50...65%
Zaharuri	15...22%
Acizi zaharo-sulfonici și diverși compuși organici .	6... 8%
Var, socotit în CaO	7...10%
Sulf (sub formă de SO_2)	8...12%

Se știe că la interfața dintre două faze, apare o energie de suprafață provenită din forțele de atracție intermoleculare necompensate. Astfel, la interfața dintre faza lichidă și cea gazoasă, forțele de atracție dintre faze sînt necompensate. Aceste forțe necompensate dau naștere tensiunii superficiale σ, respectiv energiei superficiale libere $A = S\sigma$, în care S este mărimea suprafeței membranei care se formează la interfața dintre cele două faze.

Solurile se prezintă sub forma unor sisteme disperse în care faza dispersă este formată din granule de diferite mărimi, iar lichidul (în general apa) formează faza dispersantă. Energia de suprafață a unui asemenea sistem este dată de produsul dintre tensiunea superficială care există la limita de separație dintre particulele dispersate și faza de dispersie și suprafața totală a tuturor particulelor fazei dispersate. Orice sistem dispers tinde să-și micșoreze energia sa liberă. În sistemul „particule de teren+apă" această micșorare a energiei de suprafață se face atît prin micșorarea suprafeței totale cît și prin micșorarea tensiunii superficiale la interfața dintre cele două faze.

Fără îndoială că pentru scopul urmărit de noi, adică păstrarea gradului de dispersiune obținut prin tratarea cu sare și mărirea stabilității lui la acțiunea diferitelor soluții coagulante, este foarte util să acționăm prin modificarea tensiunii superficiale.

Într-adevăr, dacă pe suprafața particulelor solide vor fi adsorbite molecule ale unei substanțe tensio-active aflate în apă, acestea vor forma un strat, în general foarte subțire, și vor compensa o parte mai mare sau mai mică din forțele moleculare necompensate ale particulelor solide, micșorînd tensiunea superficială a acestora. În felul acesta este anihilată tendința sistemului de a-și reduce energia superficială pe seama micșorării suprafeței specifice, adică va fi redusă posibilitatea coagulării, chiar în cazul prezenței unor soluții cu acțiune coagulantă.

Pe de altă parte, formarea stratului de adsorbție la suprafața particulelor, prin scăderea tensiunii superficiale, determină o slăbire a forței de coeziune dintre elementele de suprafață ale rețelei cristaline, ușurînd lărgirea microcrăpăturilor existente, precum și formarea unor microcrăpături noi. Acest efect de mărire al gradului de dispersiune se adaugă la acela al tratării cu NaCl.

Rezultatele tratării pămîntului cu leșie bisulfitică reziduală sînt date în tabelul 1 și fig. 2.

In fig. 2 se arată variația conținutului procentual de particule cu $\varnothing < 0{,}002$ mm, la diferite dozaje de NaCl, la care s-au adăugat procente diferite de leșie bisulfitică.

Din examinarea curbelor se poate observa că pentru procente mici de leşie bisulfitică (0,2 %...0,6%) procentul de particule cu $\varnothing < 0{,}002$ mm scade, în timp ce pentru procente mai mari (1%..2%) acest procent creşte. Acest fapt apare şi în rezultatele obţinute la determinarea coeficientului de permeabilitate.

Tabelul 1

Variaţia coeficientului de permeabilitate

Tratamentul	$K.\ 10^{-8}$ cm/sec după timpul						
	18 h	24 h	40 h	4 h	72 h	96 h	180 h
Pământ simplu	107	100	94	78	75	75	75
Pământ + 0,4% Na Cl	8	7	6	5	4,9	5	5
Pământ + 0,4% Na Cl + 0,6% leşie	3,2	3,3	5	9	9	7	7
Pământ + 0,4% Na Cl + 2% leşie	0,5	0,5	0,6	0,5	0,4	0,5	0,3
Pământ + 4% leşie	11	11,6	9	8	8	8	8
Pământ + 1% leşie alcalinizată (pH = 10)	1	1	0,05	0,04	0,05	0,06	0,05

De exemplu, pentru proba tratată numai cu 0,4% NaCl se obţine un coeficient de permeabilitate $K = 8.10^{-8}$ (după 18 ore) în timp ce la tratarea cu 0,4% NaCl + 0,6% leşie bisulfitică, $K = 3{,}2.10^{-8}$. Se vede că scăderea permeabilităţii se datoreşte în acest caz creşterii procentului de particule prăfoase obţinută prin tratarea cu NaCl, procentul de particule cu $\varnothing < 0{,}002$ mm fiind mai mic.

La adause mai mari de leşie bisulfitică, situaţia din punct de vedere al permeabilităţii se îmbunătăţeşte (de exemplu la un adaus de 0,4% NaCl + 2% leşie bisulfitică)

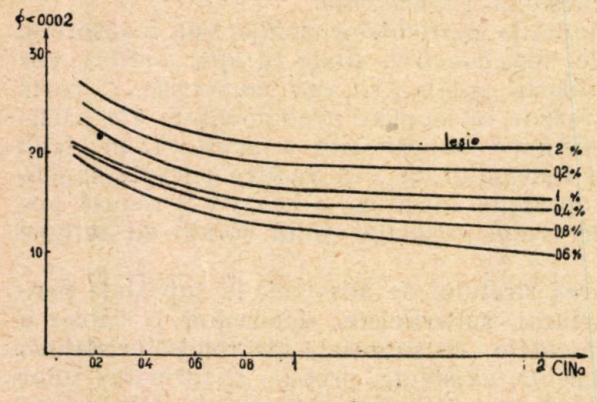


Fig. 2

Acest lucru se poate explica prin afinitatea mai mare a componenţilor activi ai leşiei bisulfitice faţă de apă. La procente mici poate avea loc chiar o adsorbţie negativă care face ca tensiunea superficială a apei să crească, lucru care are ca urmare o creştere a forţelor moleculare necompensate ale particulelor solide. Această împrejurare favorizează tendinţa de micşorare a energiei superficiale libere, prin reducerea suprafeţei specifice şi particulele fine vor fi atrase către cele mai mari, formînd pelicule în jurul lor. În aceste condiţii, efectul dispersant al NaCl nu mai poate fi pus în evidenţă prin analize granulometrice.

Numai la procente mai mari de leşie bisulfitică (mai mari ca 2%) are loc o adsorbţie a moleculelor substanţelor tensio-active pe suprafaţa particulelor şi efectul leşiei bisulfitice se manifestă printr-o sporire a procentului de particule cu $\varnothing > 0{,}002$ mm, respectiv printr-o micşorare a permeabilităţii faţă de tratarea simplă cu NaCl.

Astfel putem vorbi de o îmbunătăţire a condiţiilor de permeabilitate faţă de tratarea cu NaCl, pentru pămîntul dat, numai la adause de leşie bisulfitică, în procente mai mari ca 2%.

S-a încercat şi tratarea pămîntului cu leşie bisulfitică simplă.

După cum se vede din tabelul 1 rezultatele obţinute sînt mult mai slabe datorită, probabil, caracterului acid al leşiei bisulfitice. Tratînd însă pămîntul cu leşie bisulfitică, în prealabil alcalinizată cu hidroxid de sodiu pînă la pH = 10 şi cu o concentraţie dublă faţă de aceea pe care o are în forma rezultată ca reziduu, rezultatele sînt mult mai bune. În acest din urmă caz, la îmbunătăţirea rezultatelor contribuie proprietăţile adezive precum şi viscozitatea soluţiei, care împiedică în mare parte spălarea ei la trecerea unui curent de apă prin proba de pămînt tratată.

Concluzii

1. Tratamentul cu NaCl dă rezultate mai bune atunci cînd se asociază cu adause de leşie bisulfitică reziduală.

2. Pentru un pămînt dat există un procent minim (în cazul nostru 2%) de la care efectul leşiei bisulfitice asociat cu efectul tratării cu NaCl duce la o sporire a gradului de impermeabilizare a pămîntului.

3. Tratarea cu leşie bisulfitică simplă dă rezultate foarte bune cînd aceasta este în prealabil alcalinizată şi concentrată.

Institutul Politehnic Iaşi
Catedra de Rezistenţa Materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Mamanina L. F., Hidrotehnica şi amelioraţiuni, 1953, *2*, IDT, Buc., pp. 2—11, (trad. din l. rusă).
2. Crivoveaz S. M., Hidrotehnica şi amelioraţiuni, 1953, *3*, IDT, Buc. pp. 44—58, (trad. din l. rusă).
3. Cerkasov A. A., Construcţii hidrotehnice, 1953, *6*, IDT, Buc. pp. 25—33, (trad. din l. rusă).
4. Stănculescu I., Industria Construcţiilor şi a Materialelor de Construcţii, 1956, *3*, pp. 133—140.
5. Непенин Н. Н., Технология целлюлозы, Гослесбумиздат, М., 1956.
6. Замарин Е. А., Фандеев В. В., Гидротехнические сооружения, ГИСЛ, М., 1954.

К ВОПРОСУ О НЕПРОНИЦАЕМОСТИ НЕКОТОРЫХ ГРУНТОВ В ВЛИЗИ ГОРОДА ЯСС В СВЯЗИ С ОРОСИТЕЛЬНЫМИ КАНАЛАМИ И ПЛОТИНАМИ (II)

(Резюме)

Исследуемый грунт является лёссовидным. Обработка NaCl ведёт к понижению коэффициента проницаемости благодаря увеличению способности гидратации грунта насыщенного натрием. При 0,4%-ым содержанием NaCl проницаемость снижена от 107.10^{-8} см/сек. до 8.10^{-8} см/сек.

Ввиду того что явление обратимое, при замене солей натрия двух или трёх валентными катионами происходит коагуляция—увеличение проницаемости.

Для увеличения устойчивости системы, образуемой путём обработки NaCl, прибавлялись бисульфитные резидуальные щёлоки с поверхностно активными свойствами, содержание которых составляло минимум 2%.

Получаются весьма удовлетворительные результаты при обработке грунта одним бисульфитным щёлоком предварительно нейтрализованным и концентрированным.

SUR LA POSIBILITÉ DE L'IMPERMÉABILISATION DE QUELQUES TERRES DES ENVIRONS DE JASSY, POUR LES CANAUX D'IRRIGATION ET POUR LES DIGUES (II)

(Résumé)

La terre étudiée est une terre loëssoïde. Le traîtement par NaCl conduit à un amoindrissement du coefficient de perméabilité, dû à l'augmentation de la capacité d'hydratation du sol saturé avec NaCl.

Un pourcent de 0,4% NaCl réduit la perméabilité de 107.10^{-8} cm/sec. à 8.10^{-8} cm/sec.

Le phénomène étant réversible, sous l'action d'autres solutions, les ions de Na sont remplacés par des ions bi- ou trivalents, produisant la coagulation et par suite, l'augmentation de la perméabilité.

Pour augmenter la stabilité du système formé par le traitement avec NaCl, on a utilisé les propriétés tensio-actives des lessives bisulfitiques résiduelles, en proportion de minimum 2%.

On obtient aussi de très bons résultats en n'utilisant que la lessive bisulfitique préalablement alcalinisée et concentrée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

624-02

CONTRIBUŢIUNI LA CALCULUL PEREŢILOR DE SUBSOL

DE

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN ALEXANDRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

Între factorii care condiţionează dimensionarea judicioasă a elementelor de construcţii, un rol deosebit îl are aprecierea justă a sarcinilor exterioare care acţionează aceste elemente, atît în ceea ce priveşte distribuţia, sensul şi mărimea lor, cît şi posibilităţile de variaţie a acestor factori în timp.

În cele ce urmează, vorbind despre zidurile de subsol, vom insista mai puţin asupra unor elemente generale, îndeobşte cunoscute, cum ar fi schema şi calculul static şi de rezistenţă şi mai mult asupra modului în care aceste elemente, şi în special schema statică, influenţează şi explică caracterul variabil al factorul amintit mai sus, adică sarcinile exterioare.

Ca schemă statică, în literatura de specialitate, se admite a considera peretele de subsol ca o grindă verticală care, potrivit cu natura legăturilor dintre zidul propriu zis şi fundaţie, poate fi articulată sau încastrată elastic la partea inferioară şi simplu rezemată la partea superioară, adică la nivelul planşeului peste subsol.

În ceea ce priveşte sarcinile, unele sînt verticale şi acţionează deci în sens longitudinal zidului, iar altele sînt orizontale şi acţionează deci în sens transversal acestui zid.

Cele verticale, provenind de la etajele superioare inclusiv parterul şi din planşeul peste subsol, au o rezultantă care se aplică centric sau excentric la nivelul superior al peretelui, iar cele orizontale, provenind din împingerea pămîntului, au o rezultantă a cărei poziţie depinde de schema de distribuţie a acestor forţe pe înălţimea peretelui. În această privinţă, ipotezele actuale de calcul admit că distribuţia presiunilor din împingerea pămîntului, conform teoriei lui Coulomb, se face după diagrama triunghiulară cunoscută. În fig. 1 sînt reprezentate, conform acestor ipoteze schemele posibile de încărcare ale peretelui

de subsol, precum și diagramele momentelor încovoietoare corespunzătoare pentru zidul considerat articulat la partea inferioară și simplu rezemat la partea superioară.

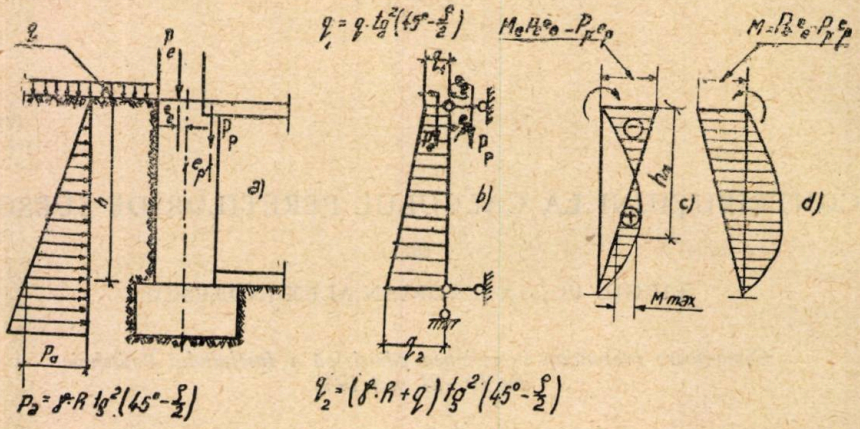


Fig. 1. — Scheme statice privind zidurile de subsol

Ipoteza de încărcare după care presiunile din împingerea pământului se distribuie după o diagramă triunghiulară, presupune însă a admite, că peretele de subsol are posibilități de a se roti în jurul muchiei inferioare a feței interioare, posibilitate care constituie ipoteza de bază a teoriei lui Rankine. Această rotire, posibilă în cazul zidurilor de sprijin (fig. 2), este însă împiedicată în cazul peretelui de subsol, de reazemul fix format de planșeul rigid de la partea sa superioară.

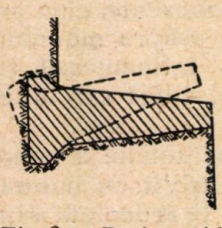


Fig. 2. — Rotirea zidurilor de subsol conform teoriei Rankine

Nefiind îndeplinită condiția de bază a teoriei lui Rankine, nu este aplicabilă nici teoria lui Coulomb și prin urmare, aplicarea diagramei triunghiulare de presiuni la calculul pe etiloor de subsol nu este justă.

În condițiile existenței unui reazem fix la partea superioară, suprafețele de lunecare nu mai sînt plane. La partea superioară, terenul nu are nici-o posibilitate de deplasare laterală, planul tangent la suprafața de lunecare este vertical, iar la partea inferioară înclinarea planului tangent la aceeași suprafață este apropiată de cazul lui Rankine (fig. 3). Se vede deci, că suprafața de lunecare nu va mai fi plană, iar după determinările experimentale efectuate, curba directoare a acestei suprafețe este, aproximativ, o spirală logaritmică.

Avînd în vedere comportarea terenului în această situație, distribuția reală a presiunilor diferă destul de mult față de distribuția după diagrama triunghiulară.

Cu toate că problema distribuirii reale a presiunilor din împingerea pământului nu este în general rezolvată, totuşi literatura de specialitate, pe baza a numeroase determinări efectuate, ne furnizează suficiente date pe baza cărora să putem trage concluzii asupra acestei distribuţii, cel puţin în cazul schemelor statice specifice zidurilor de subsol şi pentru anumite categorii de terenuri.

Astfel, în cazul terenurilor nisipoase compacte, determinările făcute, au arătat că presiunile variază aproape parabolic, avînd în general un maximum la $0{,}55h$ de la bază (fig. 4).

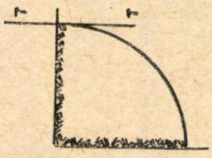


Fig. 3.- Suprafaţa de lunecare la elemente sprijinite la partea superioară

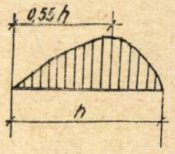


Fig. 4.- Distribuţia parabolică a presiunilor la terenuri necoezive

Luarea în considerare a unor asemenea diagrame de încărcări, ar face calculul static mult prea dificil. De aceea, aproximarea diagramei parabolice cu una trapezoidală (fig. 5a), este indicată. În acest trapez ordonata maximă este $q=0{,}8\,p_a$, în care $p_a=\gamma h\,\mathrm{tg}^2\,(45^0-\varrho/2)$ reprezintă ordonata maximă a presiunii din diagrama triunghiulară. Această diagramă se poate generaliza pentru toate terenurile necoezive compacte. În cazul terenurilor nisipoase afînate şi în general a terenurilor necoezive afînate, nu se poate face presupunerea că presiunea la bază este nulă. În acest caz se ia ca diagramă de presiuni, trapezul din fig. 5 b.

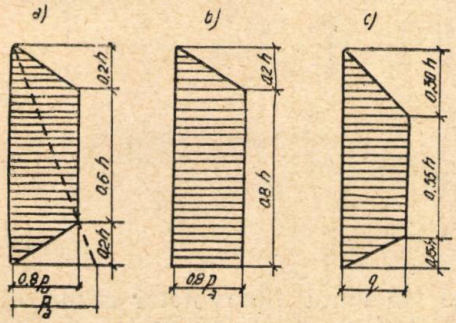


Fig. 5. — Distribuţia trapezoidală a presiunilor la terenuri coezive şi necoezive

Determinările făcute asupra terenurilor argiloase, au arătat că distribuţia presiunilor este în general parabolică, iar pentru calculul static se poate lua ca schemă de încărcare trapezul din fig. 5 c. În acest trapez, ordonata maximă este $q=\gamma h-2\sigma_z$ unde σ_z reprezintă presiunea limită la proba de compresiune cu cedare laterală liberă.

Propunînd luarea în considerare a acestor diagrame de repartizare a presiunilor din împingerea pământului, în rest, se menţin aceleaşi aproximaţii în ceea ce priveşte schema statică, adică neglijîndu-se efectul de continuitate şi eventual de cadru, se consideră pereţii de subsol ca grinzi simplu rezemate la partea superioară şi articulate elastic, sau perfect încastrate la partea inferioară.

Determinarea forţelor longitudinale şi a momentelor încovoietoare pe schemele statice amintite, nu constituie o dificultate. Pentru înlesnirea unor aplicaţii practice, vom da expresiile momentelor încovoietoare pentru cîteva din cazurile mai frecvent întîlnite.

În cazul terenurilor necoezive compacte, considerînd peretele de subsol ca simplu rezemat la capătul superior și elastic încastrat la cel inferior (fig. 6), momentele încovoietoare pe diferitele panouri au expresiile:

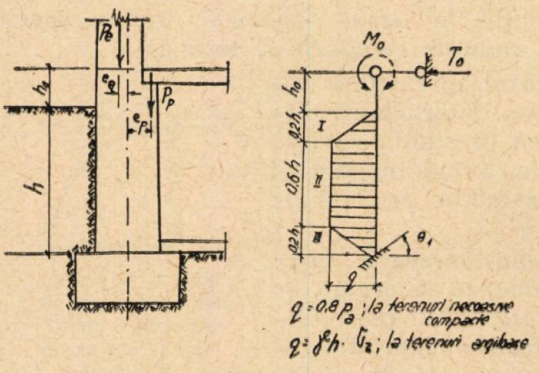


Fig. 6. — Schema statică propusă pentru terenuri necoezive compacte și coezive argiloase

a) panoul I:

$$M_I = \pm M_0 + T_0 x_I - \frac{5q}{6h}\left(x_I - \lambda h\right)^3;$$

b) panoul II:

$$M_{II} = \pm M_0 + T_0 x_{II} - \frac{5q}{6h}\left(x_{II} - \lambda h\right)^3 + \frac{5q}{6h}\left(x_{II} - \lambda h - 0{,}2h\right)^3;$$

c) panoul III:

$$M_{III} = \pm M_0 + T_0 x_{III} - \frac{5q}{6h}\left(x_{III} - \lambda h\right)^3 + \frac{5q}{6h}\left(x_{III} - \lambda h - 0{,}2h\right)^3 + \frac{5q}{6h}\left(x_{III} - \lambda h - 0{,}8h\right)^3.$$

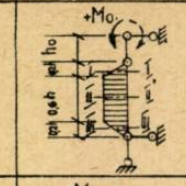
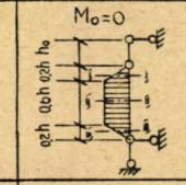
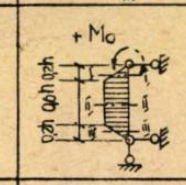
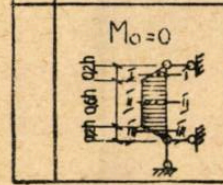
În aceste expresii M_0 reprezintă momentul încovoietor rezultant de la capătul superior al zidului, T_0 este forța tăietoare de la capătul superior al zidului și este dată de următoarea relație:

$$T_0 = \frac{1}{h(\lambda+1)}\left[\mp\frac{3}{2}M_0 + \frac{2{,}272+2{,}944\,\lambda}{8(\lambda+1)^2}qh^2 - \varrho\vartheta_1\frac{3EJ}{h(\lambda+1)}\right],$$

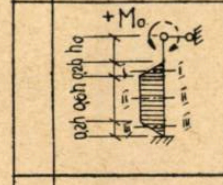
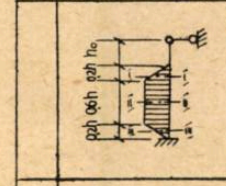
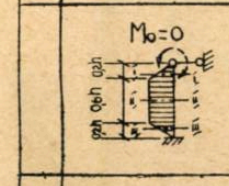
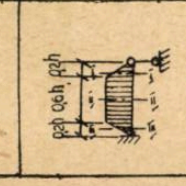
ϱ reprezintă gradul de încastrare elastică a zidului la partea inferioară și variază între zero (încastrare perfectă) și 1 (articulație), iar ϑ_1 reprezintă rotirea capătului inferior în ipoteza că grinda ar fi articulată la acest capăt și este dat de relația:

$$\vartheta_1 = \frac{h}{150EJ}\left[\mp 25\,M_0(\lambda+1) - qh^2\frac{20\lambda^2+21{,}6\lambda+5{,}8}{\lambda+1}\right].$$

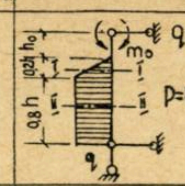
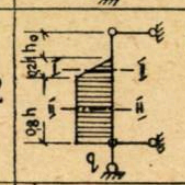
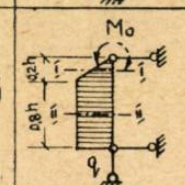
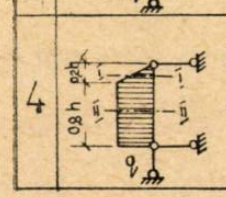
Tabelul 1

Nr. Crt.	Schema de încărcare	Expresia T_0.	Abscisa de moment maxim — Panoul I	Abscisa de moment maxim — Panoul II	Abscisa de moment maxim — Panoul III	Momente Maxime — Panoul I	Momente Maxime — Panoul II	Momente Maxime — Panoul III	Mom. la capete — Sus	Mom. la capete — Jos
		$T_0=\frac{1}{h(1+\lambda)}\left(\mp M_0+0{,}4qh^2\right)$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ cînd $\lambda>3\mp\frac{10M_0}{qh^2}$ și $T_0>0$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ cînd $\lambda<3\mp\frac{10M_0}{qh^2}$ și $\lambda>\frac{1}{2}\left(3\mp\frac{10M_0}{qh^2}\right)$	$\chi=h(1+\lambda)-\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $\lambda<\frac{1}{8}\left[-4\mp\frac{10M_0}{qh^2}\right]$ și $\lambda>\frac{1}{8}\left[-4\mp\frac{10M_0}{qh^2}\right]$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[\lambda h+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}\right]$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[h(1+\lambda)-\frac{2}{3}V^2\right]+\frac{2}{3}qh\left[\frac{1}{3}V-h\right]$ unde $V=\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$\pm M_0$	
		$T_0=0{,}4\frac{qh}{1+\lambda}$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ cînd $\lambda>3$ și $T_0>0$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ cînd $\lambda<3$ și $\lambda>-\frac{3}{7}$		$M_{max}=T_0\lambda h+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$			
	 $\lambda=0$	$T_0=\mp\frac{M_0}{h}+0{,}4qh$	$\chi=\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ cînd $-4<\mp\frac{10M_0}{qh^2}<-3$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$ cînd $\mp\frac{10M_0}{qh^2}>-3$ și $\mp\frac{10M_0}{qh^2}<3$	$\chi=h-\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $3<\mp\frac{10M_0}{qh^2}<4$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[h-\frac{2}{3}V\right]+\frac{2}{3}qh\left[\frac{1}{3}V-h\right]$ unde $V=\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$\pm M_0$	
	 $M_0=0$ $\lambda=0$	$T_0=0{,}4qh$		$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$			$M_{max}=T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$			

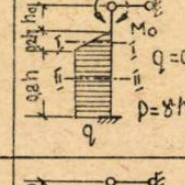
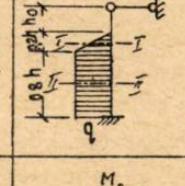
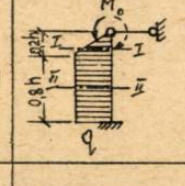
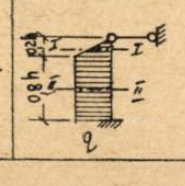
Tabelul 2

Nr. Crt.	Schema de încărcare	Expresia T_0	Abscisa de moment maxim — Panoul I	Abscisa de moment maxim — Panoul II	Abscisa de moment maxim — Panoul III	Momente maxime — Panoul I	Momente maxime — Panoul II	Momente maxime — Panoul III	Mom. la capete — Sus	Mom. la capete — Jos
		$T_0=\frac{1}{h(1+\lambda)}\left[\mp\frac{3}{2}M_0+\frac{2272+2944\lambda}{8(\lambda+1)^2}qh^2\right]$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $T_0>0$ și $T_0<\frac{9qh}{10}$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ cînd $\frac{qh}{10}<T_0<\frac{7qh}{10}$	$\chi=h(1+\lambda)-\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $\frac{7qh}{10}<T_0<\frac{8qh}{10}$	$M_{max}=\pm\left[\lambda h+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}\right]$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[h(1+\lambda)-\frac{2}{3}R\right]+\frac{2}{3}qh\left[\frac{1}{3}R-h\right]$ unde $R=\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$\pm M_0$	$M=\pm M_0+T_0h(1+\lambda)-0{,}4qh^2$
	 $M_0=0$	$T_0=\frac{qh}{8(\lambda+1)^2}(2272+2944\lambda)$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $T_0>0$ și $T_0<\frac{9qh}{10}$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ cînd $\frac{qh}{10}<T_0<\frac{7qh}{10}$		$M_{max}=\pm\left[\lambda h+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}\right]$	$M_{max}=T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$			$M=T_0h(1+\lambda)-0{,}4qh^2$
	 $M_0=0$ $\lambda=0$	$T_0=\frac{1}{h}\left[\mp\frac{3}{2}M_0+\frac{2272}{8}qh^2\right]$	$\chi=\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $-0{,}568qh^2<\mp3M_0<-0{,}368qh^2$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$ $-0{,}368qh^2<\mp3M_0<+0{,}832qh^2$	$\chi=h-\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$ cînd $-0{,}832qh^2<\mp3M_0<1{,}032qh^2$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\left[h-\frac{2}{3}R\right]+\frac{2}{3}qh\left[\frac{1}{3}R-h\right]$ unde $R=\sqrt{0{,}32h^2-\frac{2}{5}\frac{T_0h}{q}}$	$\pm M_0$	$M=\pm M_0+T_0h-0{,}4qh^2$
	 $M_0=0$ $\lambda=0$	$T_0=\frac{2272}{8}qh$		$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$			$M_{max}=T_0\left[\frac{T_0}{2q}+\frac{h}{10}\right]-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$			$M=T_0h-0{,}4qh^2$

Tabelul 3

Nr. Crt.	Schema de încărcare	Expresia T_0	Abscisa de moment maxim — Panoul I	Abscisa de moment maxim — Panoul II	Momente Maxime — Panoul I	Momente Maxime — Panoul II	Mom. la capete — Sus	Mom. la capete — Jos
1	 $q=q\cos\delta$. $p=h\,tg^2(45°-\varphi/2)$	$\lambda=\frac{h_0}{h}$ $T_0=\frac{1}{(1+\lambda)h}\left(\pm M_0+0{,}4q_0h^2\right)$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ pentru $\lambda\geq3{,}00\mp\frac{10M_0}{qh^2}$ $T_0>0$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ pentru $\lambda\leq3{,}00\mp\frac{10M_0}{qh^2}$ și $\lambda>\frac{1}{9}(-4{,}94\mp\frac{10M_0}{qh^2})$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\lambda h+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{1}{2q}T_0^2+T_0h(\lambda+\frac{1}{10})-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$\pm M_0$	
2	 $M_0=0$	$T_0=0{,}400\frac{qh}{1+\lambda}$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ pentru $\lambda\geq3{,}00$ și $T_0>0$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ pentru $\lambda\leq3{,}00$	$M_{max}=T_0\lambda h+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\frac{1}{2q}T_0^2+T_0(\lambda+\frac{1}{10})h-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$		
3	 $\lambda=0$	$T_0=\mp\frac{M_0}{h}+0{,}400qh$	$\chi=\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ pentru $T_0>0$ cînd $-4{,}00<\mp\frac{10M_0}{qh^2}<-3{,}00$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$ pentru $\mp\frac{10M_0}{qh^2}>-3{,}00$ și $\mp\frac{10M_0}{qh^2}<4{,}94$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{1}{2q}T_0^2+T_0\frac{h}{10}-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$\pm M_0$	
4	 $M_0=0$ $\lambda=0$	$T_0=0{,}400qh$		$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$		$M_{max}=\frac{1}{2q}T_0^2+T_0\frac{h}{10}-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$		

Tabelul 4

Nr. Crt.	Schema de încărcare	Expresia T_0	Abscisa de moment maxim — Panoul I	Abscisa de moment maxim — Panoul II	Momente Maxime — Panoul I	Momente Maxime — Panoul II	Mom. la capete — Sus	Mom. la capete — Jos
1	 $q=q\cos\delta$. $p=h\,tg^2(45°-\varphi/2)$	$T_0=\frac{1}{(1+\lambda)h}\left[\mp\frac{3}{2}M_0+\frac{228+295\lambda}{8(1+\lambda)^2}qh^2\right]$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ cînd $T_0>0$ $T_0<\frac{9qh}{10}$	$\chi=\frac{T_0}{q}+h\frac{1+10\lambda}{10}$ cînd $\frac{qh}{10}<T_0<\frac{9qh}{10}$	$M_{max}=\pm M_0+T_0\lambda h+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{1}{2q}T_0^2+h(\lambda+\frac{1}{10})T_0-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$\pm M_0$	$\pm M_0+T_0(h+h_0)-0{,}400qh^2$.
2	 $M_0=0$.	$T_0=\frac{qh}{8(1+\lambda)^2}(228+295\lambda)$	$\chi=\lambda h+\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ pentru $T_0>0$ și $T_0<\frac{9qh}{10}$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h(1+10\lambda)}{10}$ cînd $\frac{qh}{10}<T_0<\frac{9qh}{10}$	$M_{max}=T_0\lambda h+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\frac{1}{2q}T_0^2+h(\lambda+\frac{1}{10})T_0-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$		$+T_0(h+h_0)-0{,}400qh^2$.
3	 $\lambda=0$	$T_0=\frac{3}{2}\frac{M_0}{h}+0{,}285qh$.	$\chi=\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$ cînd $-0{,}570qh^2<\mp3M_0<-0{,}370qh^2$	$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$ cînd $-0{,}570qh^2<\mp3M_0<1{,}230qh^2$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{2}{3}T_0\sqrt{\frac{2T_0h}{5q}}$	$M_{max}=\pm M_0+\frac{1}{2q}T_0^2+\frac{T_0h}{10}-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$	$\pm M_0+T_0h-0{,}400qh^2$	
4	 $\lambda=0$ $M_0=0$.	$T_0=+0{,}285qh$		$\chi=\frac{T_0}{q}+\frac{h}{10}$		$M_{max}=\frac{1}{2q}T_0^2+\frac{h}{10}T_0-\frac{q}{6}\left(\frac{h}{10}\right)^2$		$+T_0h-0{,}400qh^2$.

Aceste relații, particularizate pentru grinda articulată la capătul inferior ($\varrho = 1$) și pentru cea încastrată la acest capăt ($\varrho = 0$), sînt redate în tabelele 1, respectiv 2.

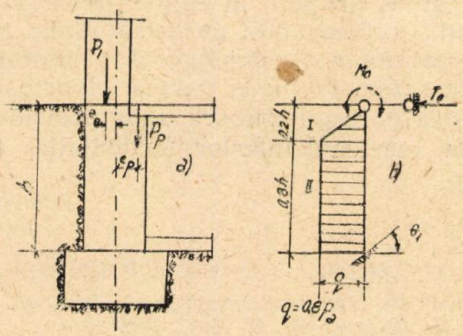


Fig. 7. — Schema statică propusă pentru terenuri necoezive afînate

Cu oarecare aproximații, aceste relații sînt valabile și pentru cazul terenurilor argiloase, deoarece diagramele de presiuni nu diferă prea mult între ele.

În cazul terenurilor necoezive afînate, considerînd peretele de subsol de asemenea simplu rezemat la capătul superior și elastic încastrat la cel inferior (fig. 7), momentele încovoietoare pe diferitele panouri au expresiile:

a) panoul I:

$$M_I = \pm M_0 + T_0 x_I - \frac{5q}{6h}(x_I - \lambda h)^3;$$

b) panoul II:

$$M_{II} = \pm M_0 + T_0 x_{II} - \frac{5q}{6h}(x_{II} - \lambda h)^3 + \frac{5q}{6h}(x_{II} - \lambda h - 0{,}2h)^3.$$

În aceste expresii, M_0, T_0, ϱ și ϑ_1 au semnificațiile de mai înainte, cu deosebirea că

$$T_0 = \frac{1}{h(\lambda+1)}\left[\mp\frac{3}{2}M_0 + \frac{2{,}27958 + 2{,}952\lambda}{8(\lambda+1)^2}qh^2 - \varrho\vartheta_1\frac{3EJ}{h(\lambda+1)}\right],$$

iar

$$\vartheta_1 = \frac{h}{72EJ}\left[\mp 12M_0(\lambda+1) - qh^2\frac{9{,}76\lambda^2 + 10{,}664\lambda + 2{,}92096}{\lambda+1}\right].$$

Aceste relații, particularizate pentru grinda articulată la capătul inferior ($\varrho = 1$) și pentru cea încastrată la acest capăt ($\varrho = 0$), sînt redate în tabelele 3, respectiv 4.

Concluzii

În studiul prezentat, luînd în considerare influența schemei statice a elementului de construcție asupra repartiției presiunilor din împingerea pămîntului, se arată insuficiența metodelor actuale privind calculul pereților de subsol și se propun, în forme generale și particularizate, noi relații de calcul, fundamentate pe următoarele ipoteze:

a) repartiția presiunilor din împingerea pămîntului luată corespunzător unor elemente rezemate fix la partea superioară,

b) schema statică corespunzătoare unor posibilități variate, privind natura legăturilor la reazemul inferior (articulație, încastrare elastică, încastrare perfectă).

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Construcții

BIBLIOGRAFIE

1. Filonenko-Borodici, *Curs de rezistența materialelor*, vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1952
2. Lehr H., *Procedee de fundații*, vol. II, Buc., 1951.
2. Luks H., *Repartizarea împingerii pămîntului la construcțiile fundate adînc.* Caiet selectiv „Construcții", 1953, *3*.

К РАСЧЁТУ ПОДВАЛЬНЫХ СТЕН ЗДАНИЯ

(Резюме)

Учитывая законы изменения давления грунта действительные для элементов с верхним неподвижным опором, предлагаются несколько новых отношений в которые включена и характеристика нижней части стены.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Статические схемы подвальных стен.
Рис. 2. Поворот подвальных стен, по теории Ренкина.
Рйс. 3. Скользящая поверхность у элементов с верхней опорой.
Рис. 4. Параболическое распределение давлений в несвязном грунте.
Рис. 5. Трапезоидальное распределение давлений в связном и несвязном грунтах.
Рис. 6. Статическая схема предлагаемая для несвязных компактных и связных глинистых грунтах.
Рис. 7. Статическая схема предлагаемая для несвязных рыхлых грунтов.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DES PAROIS DE SOUS-SOL

(Résumé)

En tenant compte des lois de la variation des pressions de la terre, valables pour les éléments appuyés fixement à la partie supérieure, on propose quelques nouvelles relations ou la nature de la partie inférieure de la paroi en est incluse.

Explication des figures

Fig. 1. Les schémas statiques des parois de sous-sol.
Fig. 2. La rotation des parois de sous-sol d'après la théorie de Rankine.
Fig. 3. La surface de glissement d s éléments appuyés à la partie supérieure.
Fig. 4. La distribution parabolique des pressions des terres pulvérulentes.
Fig. 5. La distribution trapézoïdale des pressions des terres cohésives et pulvérulentes.
Fig. 6. Le schéma statique proposé pour des terres non cohésives compactes et cohésives argileuses.
Fig. 7. Le schéma statique proposé pour les terres noncohésives peu compactes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

691.4

CONTRIBUŢIUNI LA STUDIUL REZISTENŢEI LA ÎNTINDERE A PĂMÎNTURILOR STABILIZATE CU CIMENT

DE

ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN
şi ARIADNA BOGHIAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Elementele de construcţii trebuie dimensionate şi alcătuite în aşa fel încît să poată face faţă în bune condiţiuni la solicitările limită provenite din sarcinile maxime de exploatare. Aprecierea capacităţii de rezistenţă a elementelor de construcţii nu este posibilă decît cunoscînd proprietăţile mecanice ale materialelor componente.

Pămîntul stabilizat cu ciment, datorită unor avantaje pe care le prezintă în anumite condiţiuni faţă de alte materiale, este întrebuinţat în practica construcţiilor pe o scară din ce în ce mai largă.

Cunoaşterea proprietăţilor mecanice ale acestui material ar permite folosirea sa raţională, precizîndu-se totodată posibilitatea aplicării pămînturilor stabilizate în diferite domenii ale construcţiilor.

După cum rezultă din literatura de specialitate, pînă în prezent în acest domeniu nu s-au făcut cercetări în ceea ce priveşte rezistenţa la întindere axială şi întindere din încovoiere. În studiile întocmite şi publicate asupra acestui material, nu există nici cel puţin aprecieri asupra valorilor limită şi variaţiei rezistenţei la întindere. Or, una din caracteristicile de bază, care determină posibilitatea folosirii materialelor în alcătuirea unor elemente de construcţii, este şi rezistenţa la întindere.

În cele ce urmează sînt prezentate rezultatele obţinute de autori în urma încercărilor de laborator, privind rezistenţa la întindere a pămîntului stabilizat cu ciment.

Factorii principali care determină valoarea şi variaţia rezistenţelor la întindere a pămîntului stabilizat sînt: dozajul de ciment, natura pămîntului, condiţiile mediului în care se face priza şi întărirea, starea de umiditate a probei la încercare, natura cimentului, vîrsta şi gradul de compactare al materialului.

Determinarea rezistenţelor la întindere s-a efectuat după metoda aplicată la mortare. Încercările s-au executat pe brichete confecţionate în matriţe în formă de 8 pentru determinarea rezistenţei la întindere axială şi pe prisme de 14×4×4 cm pentru determinarea rezistenţei la întindere din încovoiere. Epruvetele s-au încercat cu aparatul Früliche-Michaelis. Pămînturile asupra cărora s-au efectuat încercările au fost pămînturi loessoide de Copou şi de Valea Lupului.

Caracteristicile geotehnice şi analizele chimice ale acestor pămînturi sînt date în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Caracteristicile geotehnice ale pămînturilor de Copou şi de Valea Lupului

Tipul de pămînt loessoid	Conţinut în nisip %	Conţinut în praf %	Conţinut în argilă %	Limita de curgere kg/cm²	Limita de frămîntare kg/cm²	Limita de plasticitate kg/cm²
de Copou	18	50	32	49,6	20,6	29
de Valea Lupului	28	45	27	41,5	15,8	25,7

Tabelul 2

Analizele chimice

Tipul de pămînt	Componenţi chimici %							Pierderi calcinare %	Total %
	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	H_2O	CaO_2		
de Copou	55,32	10,44	3,46	11,7	2,15	3,02	6,79	5,40	98,28
de Valea Lupului	66,64	10,02	2,68	7,22	1,78	2,50	3,40	4,50	98,74

Amestecul de pămînt cu ciment şi apă s-a făcut pentru dozaje de ciment cuprinse între 8% şi 20%, cantitatea de apă păstrîndu-se aceeaşi, de 17,5% pentru pămîntul de Copou şi 18% pentru pămîntul de Valea Lupului, corespunzătoare umidităţii pentru compactarea maximă. Cimenturile folosite au fost P400, ℙ400 [1]) şi T25. Probele [2]) s-au încercat după 7 zile şi 28 zile de la confecţionare, fiind păstrate în următoarele condiţii: 7 zile în mediu umed; 7 zile în mediu umed şi 21 zile în apă; 28 zile în mediu umed; 7 zile în mediu umed şi 21 zile în mediu uscat.

Temperatura aerului încăperii în care s-au păstrat epruvetele a fost de aproximativ 18° C.

Prepararea amestecului de pămînt, ciment şi apă s-a executat astfel: pămîntului loessoid de Copou sau de Valea Lupului uscat în laborator la temperatura camerei de 18° C ... 20° C şi mărunţit cu ajutorul unui malaxor pînă la fracţiuni mai mici de 1 mm, i s-a adăugat cimentul dozat în raport cu greutatea pămîntului.

După omogenizarea amestecului de pămînt-ciment s-a adăugat apă în cantitatea necesară obţinerii compactizării maxime.

Materialul obţinut după omogenizare s-a introdus în matriţe. Compactarea pămîntului pentru brichetele pe care s-a determinat rezistenţa la întindere din forţe axiale s-a realizat la maşina cu ciocane Böhme-Martens prin batere cu 150 lovituri de ciocan, iar pentru epruvetele prismatice, prin compresiune la o presiune de 20 kg/cm² realizată la maşina universală „Armalit" de 5 tone. Decofrarea epruvetelor s-a executat imediat după compactare cu ajutorul unor dispozitive speciale adaptate la o presă de compresiune.

1) Simbolurile ℙ400 şi Ⓟ400 reprezintă aceeaşi calitate de ciment.

2) Numărul de probe de fiecare factor variabil a fost de 5...7.

Toate brichetele astfel confecționate s-au introdus într-o cameră cu umiditate atmosferică de 80%...90% unde s-au păstrat timp de 7 zile. O parte din aceste brichete au rămas în continuare în aceeași atmosferă pînă la 28 de zile, altele au fost imersate în apă sau trecute în altă cameră cu umiditate și temperatură obișnuită.

Epruvetele întărite în aceste condițiuni, la diferite intervale de timp de la confecționare au fost rupte, determinîndu-se rezistența la întindere din solicitare axială și din încovoiere.

Rezultatele medii obținute sînt redate în fig. 1...7 (v. planșa).

Urmărind variația rezistenței la întindere axială, în funcție de natura cimentului, dozajul de ciment, natura pămîntului, condițiile de păstrare a epruvetelor, gradul de umiditate în momentul ruperii, vîrsta pămîntului stabilizat și natura pămîntului, rezultă următoarele concluzii:

1. Dozajul de ciment influențează mult valoarea rezistenței la întindere, mai cu seamă pentru cazul cînd întărirea pămîntului stabilizat are loc în mediu umed și apă. Rezistența la întindere crește cu dozajul, în special pentru dozajele de ciment cuprinse între 8%...16%. Pentru dozaje mai mari de 16% creșterea rezistenței este mult mai mică ajungînd a fi foarte puțin simțită pentru amestecuri cu ciment ce depășesc 20% (fig. 1...4). De exemplu, pentru probe de pămînt stabilizat cu dozaj de 8% ciment P400 păstrate în mediu umed, rezistența medie la întindere a rezultat de 11,5 kg/cm² la 7 zile, iar pentru un dozaj de 16% ciment s-a obținut o rezistență medie, pentru aceleași condiții de păstrare a probelor, de 15,7 kg/cm² (fig. 1). Pentru un dozaj de ciment de 24% rezistența medie a rezultat de 17 kg/cm². Deci pentru o creștere a dozajului de ciment cu 8%, de la 8% la 16%, a rezultat o creștere a rezistenței de 5,2 kg cm²; pentru aceeași creștere a dozajului de ciment de la 16% la 24%, însă a rezultat o creștere a rezistenței mai mare cu 1,3 kg/cm², ceea ce revine la o sporire de rezistență de 25% față de prima.

La pămînturile stabilizate cu ciment Portland cu adausuri hidraulice Ⱥ400 se observă o creștere a rezistenței la întindere relativ mai mare decît cea constatată la pămînturile stabilizate cu ciment P400, în special pentru dozajele de liant mai mari de 16%. Astfel, pentru creșterea dozajului de 8% ciment de la 8% la 16%, a rezultat o creștere a rezistenței de 4 kg/cm² (de la 8,5 kg/cm² la 12,5 kg/cm²); sporind dozajul cu încă 8% ciment (de la 16% la 24%), rezistența a crescut cu 3,5 kg/cm² (de la 12,5 kg/cm² la 16 kg/cm²). Comparînd aceste rezultate cu cele obținute la pămîntul stabilizat cu ciment Portland se constată o sporire a rezistenței la întindere cu creșterea dozajului de ciment incomparabil mai mare pentru dozajele mari de ciment (pentru dozajele de 16%...24% ciment, sporul în cazul folosirii cimentului P400 a rezultat de 1,3% față de 3,5% obținut în cazul folosirii cimentului Ⱥ400).

La pămînturile stabilizate cu ciment cu trass se constată în general o creștere a rezistenței cu dozajul, aproape liniară pînă la dozajul de inclusiv 18%. Pentru dozaje de ciment mai mari de 18%, rezistența la întindere crește relativ mai puțin, ajungînd ca la dozaje de ciment de 22% la 24% rezistența să fie practic aceeași.

2. Unul din factorii care influențează în mare măsură rezistența

la întindere a pămîntului stabilizat este mediul în care se face întărirea pămîntului stabilizat cît şi starea de umiditate a epruvetelor la încercare.

În fig. 5 este arătată variaţia rezistenţelor la întindere a pămîntului stabilizat cu ciment P400 pentru diferite dozaje în funcţie de vîrsta şi condiţiile de întărire a epruvetelor de la confecţionare pînă la încercare.

Este de remarcat faptul că rezistenţa probelor păstrate 21 de zile în mediu uscat, după ce 7 zile au stat în mediu umed, este mult mai mare decît rezistenţa obţinută pe epruvete confecţionate în aceleaşi condiţii, păstrate însă tot intervalul de 28 de zile în mediu umed. Păstrînd însă epruvetele, ce au stat 28 de zile în mediu umed, un timp de cîteva zile în mediu uscat, se obţin rezistenţe sporite faţă de rezistenţele obţinute pe epruvetele păstrate numai 7 zile în mediu umed şi apoi în continuare un acelaşi interval de timp în mediu uscat [3]).

Rezistenţa la întindere obţinută pe probele păstrate în apă timp de 21 de zile, după ce 7 zile au fost păstrate în mediu umed, rămîne aproape neschimbată. În general se poate afirma că rezistenţa la întindere a pămînturilor stabilizate creşte cu vîrsta, la început mai mult, apoi din ce în ce mai puţin. Întărirea pămîntului stabilizat se face mai lent decît întărirea amestecului de ciment cu agregat inert şi apă mai cu seamă pentru dozaje mici de ciment.

3. Rezistenţa la întindere a pămînturilor stabilizate depinde de natura cimenturilor. În general se constată că pămînturile stabilizate cu ciment cu adausuri au rezistenţe la întindere mai mici decît pămînturile stabilizat cu ciment Portland (fig. 1...4).

Rezistenţele cele mai mici s-au obţinut pentru pămînturile stabilizate cu ciment T25. Pentru dozaje mari de ciment rezistenţele la întindere a pămînturilor stabilizate cu ciment Portland P 400 şi $\mathfrak{P}$ 400 cu adausuri hidraulice, sînt de valori apropiate.

Din încercările efectuate s-a constatat că pentru pămîntul de Copou cele mai mari rezistenţe la probele păstrate 28 de zile în mediu umed (fig. 2) s-au obţinut la pămînturile stabilizate cu cimentul $\mathfrak{P}$ 400 cu adausuri hidraulice şi nu la cele stabilizate cu ciment P 400.

În cazul păstrării probelor în regim de 7 zile în mediu umed şi apoi 21 de zile în mediu uscat, rezistenţele la întindere obţinute la pămînturile stabilizate cu ciment T25 sînt relativ mult mai mici în comparaţie cu rezistenţele obţinute pe pămînturile stabilizate cu cimenturile P 400 şi $\mathfrak{P}$ 400.

Rezistenţa scăzută la întindere a pămîntului stabilizat cu ciment T25 în condiţiile de întărire arătate mai sus se poate explica pe de o parte prin faptul că întărirea cimentului cu trass se face într-un timp mai îndelungat datorită mai cu seamă reacţiunii cimentului cu pămîntul, iar pe de altă parte datorită prezenţei trassului care micşorează rezistenţa proprie la întindere a pămîntului uscat.

Socotim că folosirea cimenturilor cu trass T25, bineînţeles şi T 40, nu este indicată în general pentru stabilizarea pămînturilor.

---

3) După rezultatele obţinute pe probele martore.

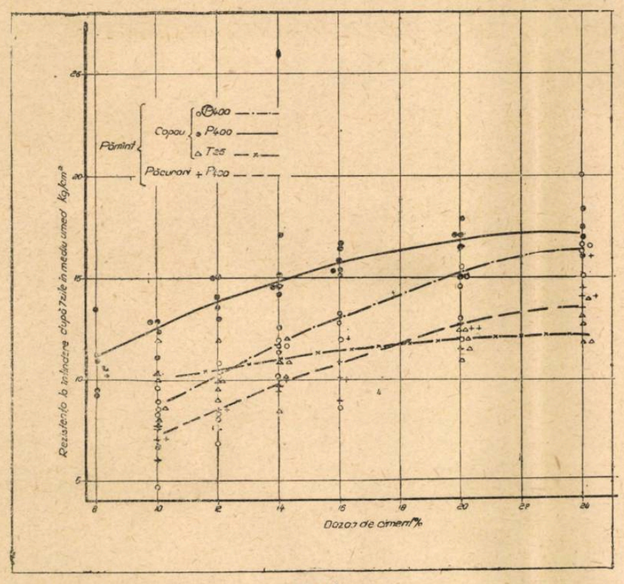


Fig. 1

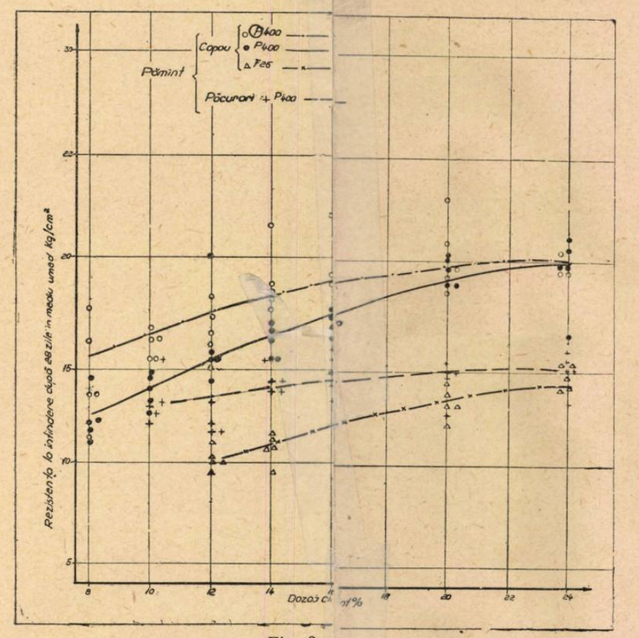


Fig. 2

Fig. 3

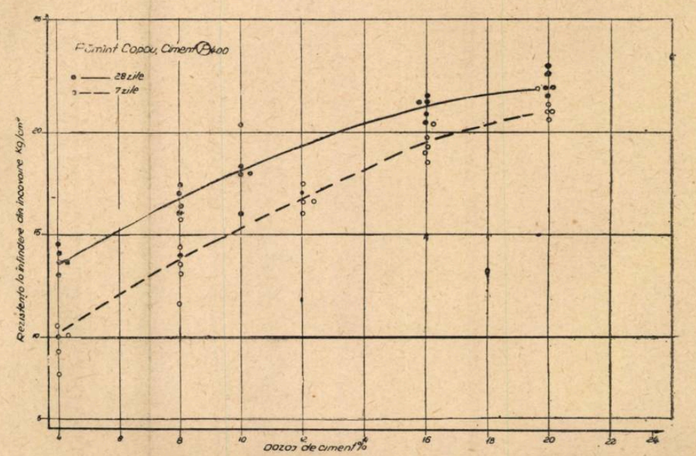


Fig. 6

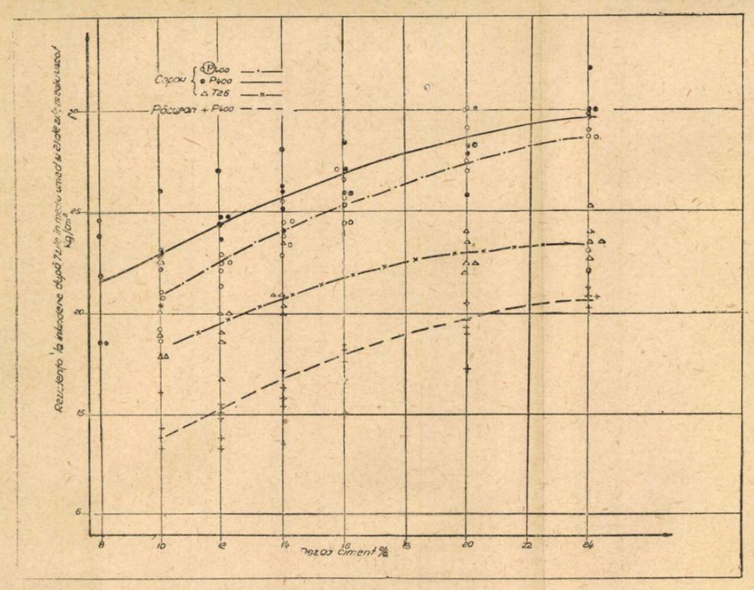


Fig. 4

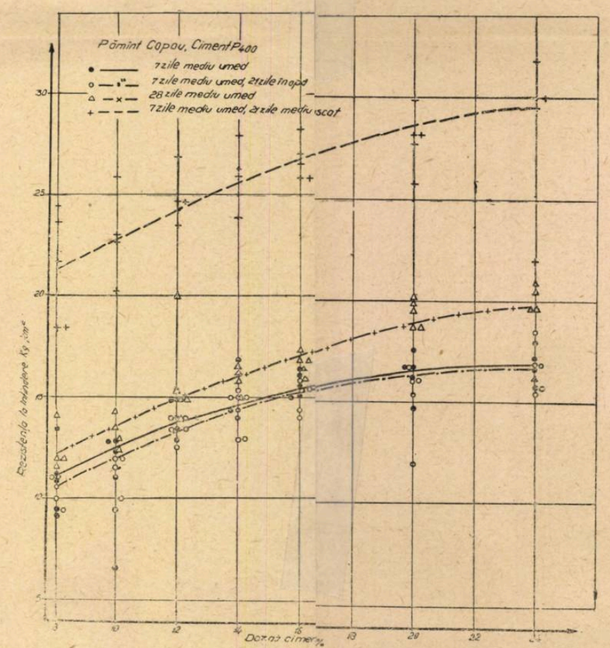


Fig. 5

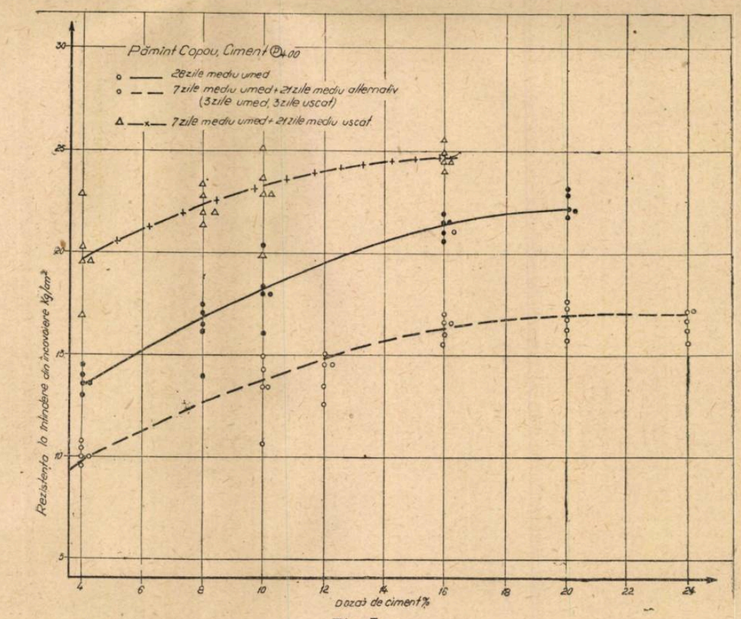


Fig. 7

4. Natura pămîntului influențează în mare măsură rezistența pămînturilor stabilizate cu ciment. Pămîntul, spre deosebire de agregatele inerte, nisip sau pietriș, intră în reacție cu liantul, influențînd astfel procesul de priză și întărire a amestecului de pămînt, ciment și apă. Cu toate că pămînturile de Copou și Păcurari sînt de natură loessoidă (diferite totuși între ele într-o oarecare măsură după cum rezultă din caracteristicile geotehnice și analizele chimice (tabelele 1 și 2)), rezistențele la întindere la pămîntul de Copou sînt aproape de două ori mai mari în raport cu rezistențele obținute pe epruvetele confecționate din pămînt de Valea Lupului pentru epruvetele păstrate în regim de 7 zile în mediu umed și 21 zile în mediu uscat. Conținutul în argilă pentru acest regim de întărire, pînă la o anumită limită, este favorabil (fig. 4).

Diferența între rezistența la întindere pe epruvete din pămînt de Copou și de Valea Lupului în cazul cînd acestea au fost păstrate în mediu umed se micșorează mult, ajungînd în unele cazuri la mai puțin de 25%.

5. Față de rezistența la compresiune, rezistența la întindere a pămînturilor stabilizate este mult mai mică. În general raportul între rezistența la compresiune și la întindere variază între 1/3,5...1/5 iar pentru probe păstrate în mediu uscat chiar în jurul lui 1/3. În tabelul 3 se prezintă variația rezistenței la întindere în comparație cu variația rezistenței la compresiune pentru pămînturile Copou și Păcurari stabilizate cu ciment, pe probe păstrate în mediu umed timp de 28 de zile.

Tabelul 3

Variația rezistenței la întindere față de rezistența la compresiune pentru pămînturile stabilizate cu ciment P400 (determinări pe probe păstrate 23 zile în mediu umed)

Dozaj ciment %	Pămînt de Copou		Pămînt de Păcurari	
	Rezistența la întindere kg/cm²	Rezistența la compresiune kg/cm²	Rezistența la întindere kg/cm²	Rezistența la compresiune kg/cm²
8	11,00..14,20	36,20...55,20	—	37,40...42,20
10	12,50...14,40	38,20...63,00	12,00...15,00	42,20...47,30
12	14,00...20,00	49,20...65,00	11,60 ..13,10	43,50...53,20
14	15,10...16,80	57,00...68,00	13,60...15,20	—
16	16,20...17,60	62,20...70,10	13,10...15,60	60,30...66,30
20	18,80...20,30	64,50...86,00	12,50...15,00	57,40...68,40
25	18,20...21,15	70,30...92,00	12,20...15,80	76,50...84,00

În comparație cu mortarul și betoanele, pămînturile stabilizate cu ciment se bucură de un raport mult mai favorabil între rezistența la întindere și rezistența la compresiune. Acest raport este mai mic pentru pămîntul stabilizat încercat în stare uscată.

6. Dispersia rezultatelor, în ceea ce privește rezistența la întindere axială, este mu't mai mare decît în cazul rezistenței la compresiune. Abaterile față de valorile medii, pentru probele confecționate cu ciment Portland, corespund unui coeficient de omogenitate de aproximativ 0,60.

Pentru un număr mai mare de probe, desigur, acest coeficient va rezulta mai mic.

7. Rezistenţa la întindere din încovoiere este prezentată în fig. 6 şi 7. Rezistenţele la întindere din încovoiere depind de aceiaşi factori şi variază în acelaşi mod ca şi rezistenţa din întindere axială.

În general, rezistenţa la întindere din încovoiere, fiind calculată cu relaţia $\sigma_{îi} = M/W$, ar fi trebuit să rezulte mai mare decît rezistenţa la întindere axială, de aproximativ 1,7 ori. Aceasta nu s-a obţinut însă în cercetările efectuate de noi întrucît compactarea pămîntului în prisme nu s-a făcut în aceeaşi măsură ca la brichetele pe care s-a determinat rezistenţa la întindere axială.

Din fig. 7 se constată că pentru dozaje de ciment mai mari de 16%, rezistenţele la întindere din încovoiere cresc foarte puţin sau uneori deloc, ceea ce denotă că, compactarea pămînturilor în prisme prin simplă apăsare (la o presiune de 20 kg/cm^2) la o umiditate corespunzătoare compactării maxime a pămîntului fără ciment, nu se realizează în bune condiţiuni.

8. Cunoscînd rezistenţa la compresiune şi întindere, se poate aprecia rezistenţa la forfecare a pămînturilor stabilizate, plecînd de la observaţia că suprafaţa de forfecare a elementelor din pămînt stabilizat are aspectul unui şir de dinţi infinit de mici. Rezultatele trebuie însă verificate şi prin încercări la forfecare.

9. Avînd în vedere faptul că fenomenele de întărire a pămînturilor stabilizate sînt mult mai complexe decît cele ale amestecurilor de ciment cu agregat inert şi apă, iar numărul de factori ce influenţează rezistenţa la întindere, mult mai mare, socotim că este necesar a se extinde aceste cercetări şi asupra altor pămînturi pentru a se putea trage concluzii generale.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Statică şi Beton

К ИССЛЕДОВАНИЮ РАСТЯЖЕНИЯ ЗАКРЕПЛЁННЫХ ЦЕМЕНТО-ГРУНТОВЫХ СМЕСЕЙ

(Резюме)

На основании ряда исследований, авторы, меняя дозировку цемента, условия сохранения образцов, породу грунта и сорт цемента, пришли к некоторым выводам в связи с поведением закреплённых цементогрунтовых смесей, из которых подчеркиваются данные указанные на рисунках 1...7.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT À LA TENSION DES TERRES STABILISÉES À L'AIDE DU CIMENT

(Résumé)

Les Auteurs établissent nombre de conclusions concernant le comportement à la tension des terres stabilisées à l'aide du ciment, tout en tenant compte des variations du dosage de ciment, des conditions de conservation des épreuves, de la nature de la terre et celle du ciment (v. les fig. 1...7).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

691 4

ASUPRA VARIAŢIEI REZISTENŢEI ŞI A MODULULUI DE ELASTICITATE LA COMPRESIUNE A PĂMÎNTURILOR DE IAŞI STABILIZATE CU CIMENT

DE

VLADIMIR BOGHIAN, N. PREDA, ANATOLIE MIHUL

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

Avantajele economice pe care le prezintă pămîntul stabilizat ca material de construcţii pentru drumuri, fundaţii, pereţi şi pardoseli la clădiri, au condus în ultimul timp la organizarea unor largi cercetări, privind posibilităţile de ameliorare şi condiţiile de utilizare raţională ale acestui material.

Caracteristicile pămînturilor stabilizate depind în mare măsură de componenţa mineralogică a pămîntului. Din această cauză rezultatele publicate în literatura străină de specialitate, pot fi considerate numai ca date de orientare pentru ţara noastră.

Pentru stabilizarea cu ciment, în condiţii economice, sînt proprii loessurile şi pămînturile loessoide cu $pH > 6$. Nu sînt proprii stabilizării cu ciment pămînturile acide cu $pH < 6$.

Spre deosebire de procesele fizico-chimice care se produc la amestecurile de ciment cu material inert, la amestecurile de ciment cu pămînturi loessoide, procesele fizico-chimice sînt mai complexe din cauza fenomenelor electrochimice (partea fină dispersă datorită capacităţii sale de absorbţie chimică, intră în reacţie chimică cu cimentul).

Procesele de hidroliză şi hidratare ale cimentului sînt însoţite de punerea în libertate a $Ca(OH)_2$ prin transformarea silicatului tricalcic în hidrosilicat bicalcic. Cercetările arată că în cazul procesului de hidroliză şi hidratare a amestecului de pămînt-ciment lipseşte hidratul de calciu liber. Această lipsă se datoreşte schimbului de ioni de calciu rezultaţi din hidratul de calciu din soluţia electrolitică, cu ionii de suprafaţă ai părţii active, fin disperse, a pămîntului.

Procesele de absorbţie care se produc în cadrul hidrolizei amestecului de pămînt-ciment, provoacă o desfăşurare energică a reacţiei de hidroliză a silicatului tricalcic cu degajarea de $Ca(OH)_2$ în soluţie şi trecerea acestuia în silicat bicalcic, a cărei hidratare decurge mult mai lent, ceea ce explică încetinirea procesului de întărire a amestecului de pămînt-ciment.

În baza celor de mai sus, pămînturile, care în amestec cu cimentul, prezintă condiţii optime de întărire pentru obţinerea unui material rezistent şi suficient de stabil la apă şi îngheţ, sînt loessurile şi pămînturile loessoide.

La pămînturile acide cu $pH < 5$, ionii de hidrogen aflaţi în exces şi ionii de aluminiu sînt înlocuiţi cu ioni de calciu rezultaţi din hidroliza cimentului. Ionii de aluminiu şi hidrogen intră în soluţie, transformă mersul procesului de hidroliză a cimentului şi frînează întărirea acestuia. Aceasta conduce la modificarea raportului între partea bazică a amestecului şi partea acidă, ceea ce influenţează defavorabil procesul de stabilizare a pămîntului.

Stabilizarea acestor pămînturi poate fi îmbunătăţită prin diverse adaosuri.

Rezistenţele mecanice ale pămînturilor stabilizate cu ciment depind şi de gradul de dispersie a pămîntului.

Starea de microagregare a pămînturilor, cu indice de plasticitate mai mare ca 15, la care particulele coloidale (cu dimensiuni de 0,01...0,01μ), sînt în proporţie mare, poate fi ameliorată prin adaosuri de modulare (Ca, Fe, Al, $CaCl_2$, etc.).

Pămînturile caracteristice regiunii Iaşi, sînt pămînturi loessoide. În tabelele 1 şi 2, sînt prezentate, compoziţia granulometrică şi chimică pentru două tipuri de pămînt: pămînt de Copou şi pămînt de Valea Lupului.

Tabelul 1

Nr. crt.	Tipul de pămînt	Compoziţia granulometrică			Limita de curgere	Limita de frămîntare	Indice de plasticitate
		Nisip %	Praf %	Argilă %	kg/cm²	kg/cm²	
1	Copou	18	50	32	49,6	20,6	29
2	Valea Lupului	28	45	27	41,5	15,8	25,7

Tabelul 2

Nr. crt.	Tipul de pămînt	Compoziţia chimică în procente							Pierderi calcinare %	Total %
		SiO_2 %	Al_2O_3 %	CaO %	Fe_2O_3 %	MgO %	H_2O %	CO_2 %		
1	Copou	55,32	10,44	11,70	3,46	2,15	3,02	6,79	8,40	98,28
2	Valea Lupului	66,64	10,02	7,22	2,68	1,78	2,50	3,40	4,50	98,74

În cele ce urmează sînt prezentate rezultatele încercărilor de laborator privind variaţia rezistenţei şi a modulului de elasticitate la compresiune, pentru pămînturi din regiunea Iaşi, stabilizate cu ciment, în funcţie de factorii determinanţi: natura pămîntului, natura cimentului, dozajul de ciment, condiţiile de întărire şi vîrsta. Ca agregat stabilizator s-a folosit cimentul P 400 şi cimentul T 25. Încercările s-au efectuat pe cuburi cu latura de 7,07 cm (cîte 7 cuburi pentru fiecare determinare).

Prepararea amestecului de pămînt-ciment şi confecţionarea epruvetelor s-au realizat după cum urmează:

a) pămîntul uscat la temperatura camerei de laborator (18°...21°) pînă la umiditatea de 2,5%...3%, s-a mărunţit în malaxor şi s-a trecut prin sita cu ochiuri de 1 mm;

b) s-a adăugat cimentul, amestecîndu-se pînă la omogenizare;

c) amestecului obţinut i s-a adăugat apa necesară realizării unei compactări maxime.

Cantitatea de apă pentru epruvetele din pămînt de Copou, raportată la greutatea amestecului pămînt-ciment, s-a luat 17,5%, iar pentru epruvetele din pămînt de Valea Lupului - 18%.

Amestecul de pămînt-ciment-apă bine omogenizat, după introducerea în matrițe, s-a compactat cu ajutorul ciocanelor Böhme-Marthens, prin consumul unui lucru mecanic corespunzător la 150 lovituri.

Decofrarea s-a făcut imediat după compactarea prin presare, cu ajutorul unei prese manuale.

Toate epruvetele astfel obținute au fost păstrate primele 7 zile, într-o cameră umedă (cu umiditate de 70%...80%) după care o parte din acestea s-au păstrat în aceleași condiții pînă la încercare, iar o parte s-au imersat în apă.

Rezistențele la compresiune ale epruvetelor la 7, 14, 28, 60 și 90 zile, corespunzătoare celor două moduri de păstrare, s-au determinat la presa universală „Armalit" cu forța maximă de 5 tone. Deformațiile pentru determinarea modulului de elasticitate, s-au măsurat cu ajutorul unui microcomparator adaptat la presa universală.

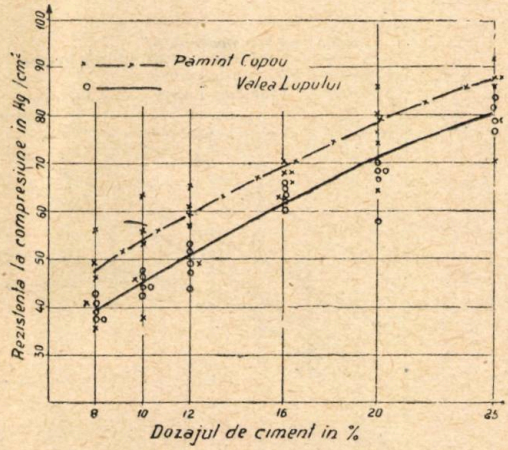


Fig. 1

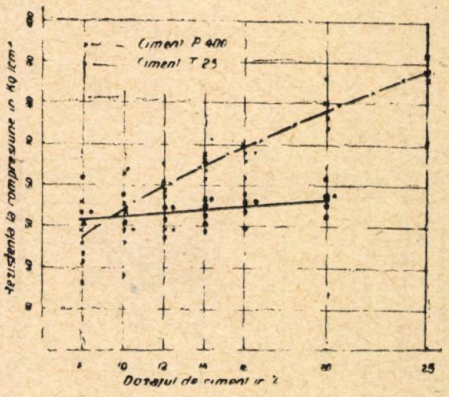


Fig. 2

Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelele și graficele ce urmează. Analiza acestor rezultate conduce la următoarele constatări.

Atît pămîntul de Copou cît și pămîntul de Valea Lupului sînt proprii stabilizării cu dozaje economice de ciment și fără a fi necesare adaosuri suplimentare pentru modularea granulometrică (tabelul 3).

Tabelul 3

Nr. crt.	Natura cimentului	Dozajul de ciment %	Rezistența la compresiune la 28 zile (kg/cm²)	
			Pămînt de Valea Lupului	Pămînt de Copou
1	P400	8	37,40...42,20	36,20...56,20
2	P400	10	42,20...47,30	38,20...63,00
3	P400	12	43,50...53,20	49,20...65,00
4	P400	16	60,30...66,30	62,20...70,10
5	P400	20	57,40...68,40	64,50...86,00
6	P400	25	76,50...84,00	70,30...92,00

Valoarea mai scăzută a rezistenţelor la compresiune (fig. 1) la pămînturile stabilizate de Valea Lupului, pentru acelaşi dozaj de ciment, se explică în parte, prin conţinutul mai ridicat în nisip (pămîntul de Valea Lupului ~28%, faţă de 18% cît are pămîntul de Copou), ceea ce înrăutăţeşte condiţiile de compactare.

Natura cimentului influenţează în mare măsură rezistenţa pămîntului stabilizat (tabelul 4). La pămîntul stabilizat cu ciment P 400 se observă o creştere treptată a rezistenţelor la compresiune odată cu mărirea dozajului de ciment (fig. 2). Astfel, pentru pămînt de Copou, stabilizat cu ciment P 400, în dozaj de 8% s-au obţinut rezistenţe la compresiune de 36,20 kg/cm²...56,20 kg/cm², iar pentru dozajul de 20% ciment, de 64,50 kg/cm²...86 kg/cm². Stabilizarea cu ciment T 25, a dus cu totul la alte rezultate. Pentru epruvetele din acelaşi pămînt, stabilizat cu ciment T 25 în dozaje de 8% ... 10%, s-au obţinut rezistenţe la com-

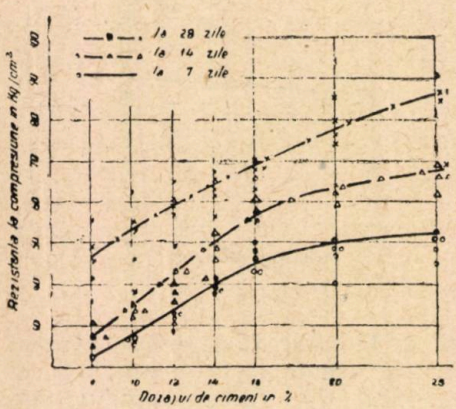


Fig. 3

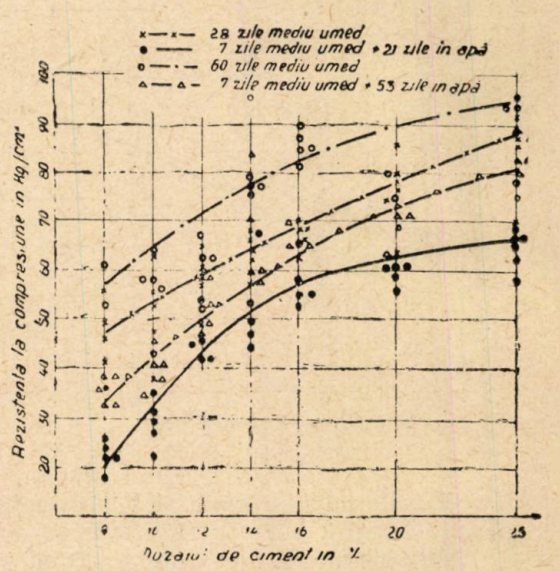


Fig. 4

presiune variind între 53,60 kg/cm² şi 64,40 kg/cm², deci superioare rezistenţelor la compresiune obţinute pe epruvetele confecţionate cu ciment P 400 în aceleaşi dozaje. Însă pentru epruvetele din pămînt stabilizat cu dozaje mai mari de 10% ciment T 25, s-au obţinut rezistenţe la compresiune egale sau chiar mai mici decît rezistenţele epruvetelor confecţionate cu dozaj de 10% ciment. Rezistenţa la compresiune a pămîntului stabilizat cu ciment P 400 creşte odată cu creşterea dozajului de ciment (tabelul 3), pînă la dozajul de 16%, iar peste acest dozaj rezistenţele cresc într-o măsură mult mai redusă (fig. 3).

Condiţiile de întărire ale pămîntului stabilizat cu ciment influenţează asupra rezistenţei la compresiune a acestuia (tabelul 5).

Rezistențele la compresiune pentru epruvetele din pămînt de Copou stabilizat cu ciment P 400, imersate în apă timp de 21 de zile și 53 zile, după păstrarea prealabilă în primele 7 zile de la confecționare, în

Tabelul 4

Nr. crt.	Dozajul de ciment %	Rezistența la compresiune kg/cm²			
		28 zile		60 zile	
		P400	T25	P400	T25
1	8	36,20...56,20	53,60...62,30	52,30...59,30	52,30...68,50
2	10	38,20...63,00	58,00...64,40	42,70...63,40	64,70...77,50
3	12	49,20. .65,00	46,40...55,50	53,20...67,50	64,00...73,60
4	14	57,00...68,00	48,60...57,00	75,00...96,00	54,70...64,00
5	16	62,20...70,10	49,50...58,00	81,60...90,00	56,50...62,50
6	20	64,50...86,00	52,40...62,00	—	—

Tabelul 5

Nr. crt.	Ciment		Rezistența la compresiune kg/cm²				
	Natura	Dozaj %	7 zile mediu umed	28 zile mediu umed	7 zile mediu umed + 21 zile imersate în apă	60 zile mediu umed	7 zile mediu umed + 53 zile imersate în apă
1	P400	8	22,80	35,20...53,20	17,90...25,90	52,30... 61,30	32,30... 38,50
2	P400	10	27,10	38,20...63,00	22,30...35,10	42,70... 63,40	34,20... 45,60
3	P400	12	28,90...33,50	49,20...65,00	42,00...54,70	53,20... 67,50	47,00... 59,50
4	P400	14	38,00...42,20	57,00...68,00	44,80.. 68,00	75,00... 96,00	57,50... 84,50
5	P400	16	43,00...50,10	62,20...70,10	53,80...65,80	81,60... 90,00	65,40... 70,20
6	P400	20	47,20...49,60	64,50...86,00	55,80 ..60,50	74,90... 79,50	61,50... 73,50
7	P400	25	48,30...53,50	70,30...92,00	65,00...66,30	75,10... 96,80	62,50... 89,00
8	P400	30	—	87,30...99,50	—	104,80...119,00	83,20...115,00

mediu umed, raportate la rezistențele epruvetelor la vîrsta de 7 zile, arată că procesul de întărire al pămîntului stabilizat cu dozaje mai mari de 8% ciment, deși cu intensitate mai redusă, continuă și după imersarea epruvetelor în apă (fig. 4).

Astfel, rezistențele epruvetelor cu dozaj de 8% ciment, imersate în apă timp de 21 zile, sînt aproximativ egale cu rezistențele epruvetelor păstrate în mediu umed, încercate la 7 zile de la confecționare, iar rezistențele epruvetelor cu dozaj de 16% ciment, imersate în apă 21 zile, sînt cu cca. 35% mai mari decît rezistențele obținute pe epruvetele întărite în primele 7 zile de la confecționare în mediu umed. Rezistențele epruvetelor cu dozaj de ciment de 12%...16% imersate în apă timp de 21 zile, reprezintă în medie cca 80%...85% din rezistențele epruvetelor păstrate continuu în mediu umed timp de 28 zile. Pentru epruvetele din pămînt stabilizat cu ciment în dozaje de 14%...16%,

imersate în apă timp de 53 zile s-au obţinut rezistenţe de 65,4 kg/cm² ...70,2 kg/cm², iar pentru epruvetele din pămînt stabilizat cu ciment în dozaj de 30%, întărite în aceleaşi condiţii, s-au obţinut rezistenţe la compresiune de 115 kg/cm². Rezultă că pămînturile stabilizate cu ciment, în dozaje de 10%...14%, satisfăcătoare din punct de vedere economic, se comportă la apă în bune condiţiuni; rezistenţele la compresiune ale acestora, după întărire de minimum 7 zile în mediu umed, continuă să crească chiar dacă sînt imersate în apă.

Tabelul 6

Nr. crt.	Ciment		Rezistenţa la compresiune kg/cm² (întărit în mediu umed)				
	Natura	Dozaj %	7 zile	14 zile	28 zile	60 zile	90 zile
1	P400	8	22,80	29,20	36,20...56,20	52,30...59,30	—
2	P400	10	27,10	32,00.. 34,80	38,20...63,00	42,70...63,40	—
3	P400	12	28,90...33,50	35,40...43,40	49,20...65,00	53,20. .67,50	53,40... 69,00
4	P400	14	38,00...42,20	40,30...53,00	57,00...68,00	75,00...96,00	68,50... 99,00
5	P400	16	43,00...50,10	60,50...66,20	62,20...70,10	81,60...92,00	80,00... 93,50
6	P400	20	47,20...49,60	62,20...63,80	64,50. .86,00	74,90...79,50	67,50...100,00
7	P400	25	48,30...53,50	62,20...65,30	70,30...92,00	75,10...96,80	118
8	P400	30	—	—	87,30...99,50	104,80...119	143,50...151,50

Rezistenţa la compresiune a pămîntului stabilizat cu ciment creşte cu timpul (tabelul 6). Astfel, pentru pămîntul de Copou, stabilizat cu ciment P400 în dozaje de 8%...25%, încercat la 7 zile de la confecţionare, s-au obţinut rezistenţe la compresiune variind de la 22,80 kg/cm²...53,50 kg/cm²; pentru epruvetele încercate la 14 zile s-a obţinut rezistenţe variind între 29,20 kg/cm²...65,30 kg/cm²; pentru epruvetele încercate la 28 zile, 36,20 kg/cm²...92 kg/cm²; pentru epruvetele încercate la 60 zile, 52,30 kg/cm²...96,80 kg/cm² iar pentru epruvetele cu dozaj de 30%, încercate la 90 zile de la confecţionare, s-au obţinut rezistenţe la compresiune variind între 143,50 kg/cm²... 151,50 kg/cm². Raportînd aceste rezultate la rezistenţele obţinute pentru epruvetele încercate la 28 zile de la confecţionare, rezultă că rezistenţele la compresiune a pămîntului stabilizat, încercat la 7 zile de la confecţionare, reprezintă cca. 60%, la 14 zile reprezintă cca. 80%, la 60 zile, 105%... 125% din rezistenţa la 28 zile (fig. 5). Rezultatele obţinute pe epruvetele din pămînt stabilizat cu ciment în dozaje de 12%...16%, încercate la 90 de

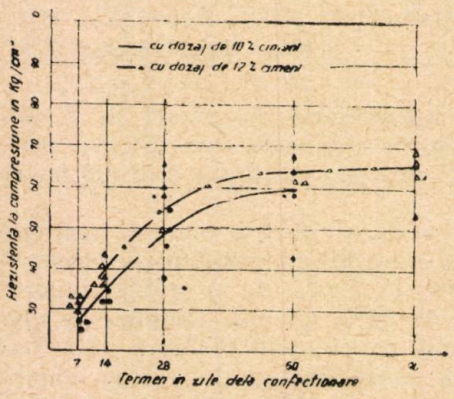


Fig. 5

zile de la confecționare, raportate la rezultatele obținute pe epruvete încercate la 60 zile, arată o creștere foarte redusă. Comparînd variația în timp a rezistenței la compresiune a pămîntului stabilizat, cu variația rezistenței la compresiune a betonului obișnuit, se observă că la pămîntul stabilizat cu ciment, perioada de întărire este mult mai lentă și aceasta mai ales pentru dozaje reduse de ciment.

Privitor la variația modulului de elasticitate, prin încercările efectuate în cadrul acestei lucrări, s-a urmărit a se stabili modul de comportare al pămîntului stabilizat cu ciment, la compresiune, prin acțiunea încărcărilor crescătoare, treptat, pînă la ruperea materialului, cît și la acțiunea încărcărilor repetate. Curbele de deformație ale epruvetelor, sub acțiunea încărcărilor crescătoare, treptat, pînă la rupere, arată că în comportarea materialului se pot distinge trei zone (fig. 6):

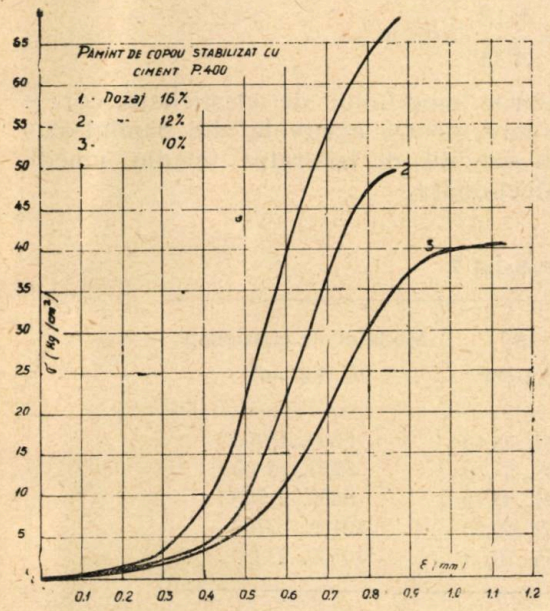


Fig. 6

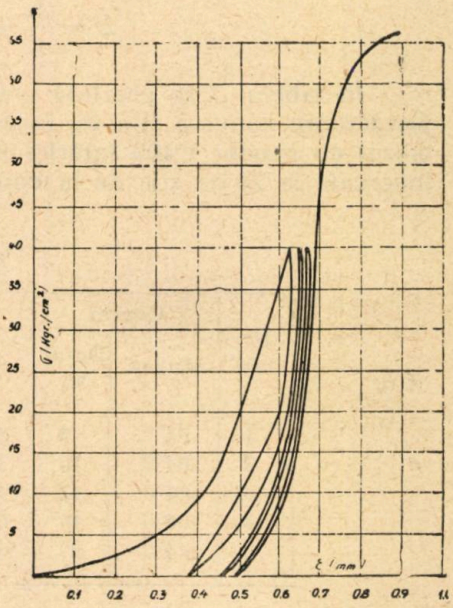


Fig. 7

a) zona I-a, a deformațiilor mari, corespunzătoare începutului încărcării și care descresc odată cu creșterea încărcării;

b) zona II-a, în care, în raport cu creșterea sarcinii, deformațiile cresc aproape liniar;

c) zona III-a, premergătoare ruperii materialului, în care deformațiile cresc în mod rapid, în raport cu creșterea sarcinilor, după care se produce distrugerea materialului.

Zona I-a are loc, în funcție de dozajul de ciment, pînă la o încărcare de 10 kg/cm²...15 kg/cm². În acest interval se produce adaptarea epru-

vetelor la condiţiile de încercare prin deformarea plastică a neregularităţilor materialului de pe suprafeţele de contact cu platanele presei.

Zona II-a, aşa cum rezultă şi din curba deformaţiilor la încercări repetate (fig. 7), se caracterizează printr-o creştere aproximativ proporţională a deformaţiilor cu eforturile unitare de compresiune.

În zona III-a, deformaţiile cresc mult mai rapid în raport cu creşterea încărcărilor, materialul se comportă elastico-platic. La epruvetele din pământ stabilizat păstrate în mediu uscat, după o perioadă de întărire de 28 zile în mediu umed, zona III-a începe la o încărcare de cca. 70% din sarcina de rupere. La epruvetele păstrate în mediu umed, deformaţiile elastico-plastice sînt mult mai pronunţate. Practic, prezintă interes valoarea modulului de elasticitate corespunzător zonei a II-a de încărcare.

Valoarea modulului de elasticitate s-a determinat cu relaţia

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\varepsilon} = \frac{h\,\Delta P}{A\,\Delta h} \text{ (kg/cm}^2\text{)}.$$

În tabelul 7 se prezintă valorile modulului de elasticitate, corespunzătoare zonei a II-a de încărcare, pentru epruvete din pământ stabilizat cu ciment P 400 întărite în condiţii de laborator (mediu umed), încercate la 28 de zile de la confecţionare.

Tabelul 7

Nr. crt.	Ciment		R_c kg/cm²	Modulul de elasticitate E (kg/cm²)
	Natura	Dozaj %		
1	P400	8	34...55,50	6500...15700
2	P400	10	38...57,30	6750...18300
3	P400	12	44...63,70	8500...21700
4	P400	16	62 ..69,50	10100...23700
5	P400	20	65...70,50	14100...23300

Rezultatele obţinute arată că pentru epruvetele confecţionate din acelaşi material (cu acelaşi dozaj de ciment), se obţine, ca şi pentru rezistenţa la compresiune, o dispersie mare a valorilor modulului de elasticitate. Valorile modulului de elasticitate variază cu dozajul de ciment de la 6500 kg/cm² pentru pământ stabilizat cu 8% ciment, la 28300 kg/cm² pentru dozaj de 20% ciment.

Concluzii

1. Pămînturile loessoide din regiunea Iaşi, sînt proprii stabilizării cu ciment în condiţii economice. Pentru dozaje de 8%...12% ceea ce

revine la 150 kg/m³...250 kg/m³ se obțin rezistențe la compresiune la 28 de zile de la confecționare, variind între 36,00 kg/cm²...65,00 kg/cm².

2. Rezistența la compresiune a pămîntului stabilizat cu ciment variază cu natura pămîntului, natura cimentului, dozajul de ciment, condițiile în care are loc întărirea și vîrsta.

3. Natura pămîntului influențează asupra rezistenței la compresiune a pămîntului stabilizat cu ciment prin starea sa granulometrică și prin compoziția chimică. Pămîntul de Copou, avînd un conținut mai redus de nisip decît pămîntul de Valea Lupului, prin stabilizare cu ciment, are rezistențe la compresiune mai mari.

4. Cimentul T 25 nu este indicat a fi utilizat pentru stabilizarea pămînturilor loessoide, decît în dozaje reduse (8%...10%), deoarece pentru dozaje mai mari nu rezultă o creștere corespunzătoare a rezistenței la compresiune.

5. Pămîntul stabilizat cu ciment în dozaje mai mari de 8%, imersat complet în apă, își continuă procesul de întărire, dacă în primele 7 zile de la confecționare a fost păstrat în mediu umed. Aceasta arată că pămîntul stabilizat cu ciment, pentru dozaje mai mari de 8% ciment, are asigurată stabilitatea la apă.

6. Pămîntul de Iași, stabilizat cu ciment, încărcat cu sarcini variind între 20%...70% din sarcina de rupere, se comportă ca un material la care deformațiile pot fi considerate aproximativ proporționale cu eforturile unitare de compresiune.

În totalitatea comportării sale însă sub sarcini, începînd de la sarcina zero pînă la sarcina de rupere, pămîntul stabilizat cu ciment se prezintă ca un material elastico-plastic.

Rezultatele favorabile obținute pentru cele două pămînturi de Iași studiate, stabilizate cu ciment, privind rezistența la compresiune și modulul de elasticitate, permit a întrezări posibilitățile unei largi folosiri a acestui material în tehnica construcțiilor din regiunea Iași.

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Statică și Beton

ОБ ИЗМЕНЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ И МОДУЛЯ ЭЛАСТИЧНОСТИ НА СЖАТИЕ СТАБИЛИЗОВАННЫХ ЦЕМЕНТОМ ЗЕМЕЛЬ ЯССКОГО РАЙОНА

(Резюме)

Даются результаты лабораторных исследований изменения сопротивления и модуля эластичности на сжатие стабилизованных цементом лёссовых земель ясского района, в зависимости от натуры земли и цемента, дозировки, условий затвердевания и возраста.

SUR LA VARIATION DES CONTRAINTES ET DU MODULE D'ÉLASTICITÉ AU COMPRESSION POUR LES TERRES LOESSOÏDALES DE LA RÉGION DE JASSY, STABILISÉES AVEC DU CIMENT

(Résumé)

On expose les résultats des études effectuées dans le laboratoire concernant la variation des contraintes et du module d'élasticité au compression pour les terres loessoïdales de la région de Jassy, stabilisées avec du ciment, en fonction des facteurs à savoir : la nature de la terre, la nature du ciment, dosage, conditions de durcicement et l'âge.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

691-4

ADERENŢA PĂMÎNTURILOR STABILIZATE CU CIMENT LA SUPRAFEŢE METALICE

DE

ANATOLIE MIHUL şi MODESTA VOICU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

Folosirea pămîntului stabilizat ca material de construcţie pune probleme noi în faţa inginerilor şi a tehnicienilor, care adeseori nu pot fi rezolvate în bune condiţiuni, decît prin cercetări de laborator.

Una din aceste probleme este rezistenţa la aderenţă a amestecurilor pămînt, ciment şi apă la suprafaţa utilajelor care se întrebuinţează la prepararea, transportul şi punerea în operă a pămînturilor stabilizate.

Este cunoscut faptul că execuţia lucrărilor de beton sau mortar este cu atît mai uşoară cu cît amestecul de agregat mineral, ciment şi apă este mai puţin consistent. Betoanele şi mortarele se prepară însă de consistenţă cît mai ridicată, pentru a se putea obţine cu acelaşi consum de material, rezistenţe maxime. Problema aderenţei betoanelor sau a mortarelor, la utilajele folosite pentru punerea acestor materiale în operă, nu se pune, de aceea consistenţa nu este niciodată dictată de aceste consideraţiuni.

La executarea lucrărilor din pămînt stabilizat situaţia se prezintă cu totul altfel. De la o anumită consistenţă, amestecurile de pămînturi loessoide sau argiloase, cu ciment şi cu apă, aderă la suprafaţa utilajelor, oricare ar fi gradul de finisare al acestora. Punerea în operă a unor astfel de amestecuri datorită acestei aderenţe este mult îngreuiată, uneori fiind chiar imposibilă.

Cercetările făcute în laborator de către autori, au urmărit determinarea factorilor de care depinde aderenţa pămînturilor stabilizate în stare umedă, la suprafeţe metalice, cît şi rezistenţa medie la aderenţă.

În urma cercetărilor efectuate s-a constatat că fenomenul de aderenţă este complex fiind determinat de mulţi factori, unii contribuind la aceasta într-o mai mare măsură, alţii într-o măsură mai mică. Factorii principali care determină rezistenţa la aderenţă sînt:

a) cantitatea de apă de amestec,
b) natura pămînturilor,
c) gradul de finisare al suprafeţelor,
d) dozajul de ciment,
e) gradul de compactare,
f) durata de amestecare.

Variind pe rînd fiecare din aceşti factori s-au putut face măsurători, stabilindu-se rezistenţa normală la aderenţă cît şi rezistenţa tangenţială la aderenţă. Întrucît rezistenţa tangenţială la aderenţă a rezultat întotdeauna mai mare decît rezistenţa normală, s-a urmărit în special variaţia rezistenţei tangenţiale.

Valorile rezistenţelor normale (σ) s-au obţinut prin împărţirea forţei normale (N_σ), corespunzătoare efortului de desprindere a plăcii metalice de pe suprafaţa pămîntului stabilizat, la suprafaţa plăcii (A_p):

$$\sigma = \frac{N_\sigma}{A_p}.$$

Valorile rezistenţelor tangenţiale la aderenţă (τ) s-au obţinut prin împărţirea forţei tangenţiale (N_τ), necesare zmulgerii plăcii metalice din amestec, la dublul suprafeţei plăcii introduse în amestec (A_r):

$$\tau = \frac{N_\tau}{2Ar}.$$

Pentru determinarea eforturilor N_σ şi N_τ s-a folosit următoarea metodă de laborator:

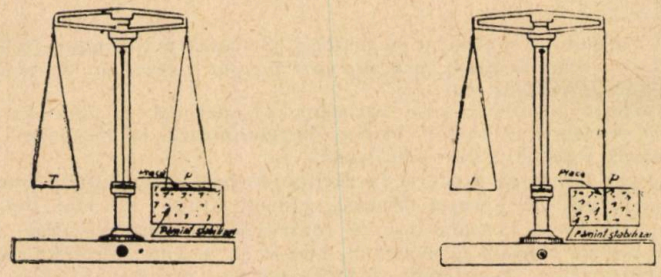


Fig. 1 — Determinarea rezistenţei la aderenţă a pămîntului stabilizat.

La o balanţă obişnuită, unul din talere s-a înlocuit cu diferite plăci care se ataşează de braţul balanţei în aşa fel încît repartiţia eforturilor de aderenţă să fie cît mai uniformă. Plăcile, care diferă una de alta prin gradele de finisare ale suprafeţei inferioare, se lipesc de diverse amestecuri de pămînt (fig. 1 a). După ce s-a asigurat lipirea suprafeţei metalice de amestecul de pămînt stabilizat, prin presarea acestuia cu un efort de 2,5 kg/cm^2, se introduc în talerul opus alice pînă în momentul cînd se produce desprinderea plăcii. Greutatea alicelor constituie chiar forţa N_σ, care împărţită la suprafaţa plăcii ne dă rezistenţa normală de aderenţă σ.

Pentru determinarea lui τ experienţele s-au făcut în acelaşi mod cu deosebirea că de data aceasta placa s-a introdus în amestec în aşa fel încît forţa să acţioneze după planul median al plăcii (fig. 1 b). Pămîntul stabilizat se îndeasă la presiune constantă de 2,5 kg/cm^2, pînă cînd se asigură o aderenţă a pămîntului pe porţiunea de placă introdusă în amestec. Se determină forţa N_τ (greutatea alicelor necesare pentru

zmulgerea plăcii), care împărțită la dublul suprafeței (introdusă în amestec), ne dă valoarea rezistenței tangențiale.

Pămînturile cu care s-au făcut experiențele au fost pămînturi loessoide caracteristice regiunii Iași, recoltate de la Copou-Iași, Valea Lupului, Socola, Dancu și șoseaua Șerbești-Huși, km 0,4 (II A).

Caracteristicile geotehnice ale acestor pămînturi sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Caracteristicile geotehnice ale pămînturilor folosite

Tipul de pămînt	Nisip	Praf	Argilă	Limita de curgere	Limita de frămîntare	Indicele de plasticitate
Socola	10	52	38	53	24	29
Șoseaua Șerbești-Huși km 0,4 (II A)	26	37	37	50	25,7	24,3
Dancu	43	30	27	41	19	22
Copou	18	50	32	49,6	20,6	29
Valea Lupului	28	45	27	41,5	15,8	25,7

Cantitatea de apă de amestec s-a variat de la 16%...39%, raportată în greutate la cantitatea de pămînt. Dozajul de ciment s-a luat de 2%...20% față de greutatea pămîntului. Rezistența la aderență s-a determinat pentru trei tipuri de plăci și anume:

a) placă (*a*) din oțel cu suprafața perfect netedă, prelucrată;

b) placă (*b*) din tablă zincată cu suprafața brută, neprelucrată;

c) placă (*c*) din tablă neagră, cu suprafața brută neprelucrată, cu rugozitate mare, asemănătoare cu materialul din care se confecționează unele utilaje de construcții care ruginesc în timpul exploatării.

Pentru unele amestecuri s-au făcut observații și asupra variației rezistențelor în timp.

Prepararea amestecului s-a făcut pentru toate încercările în același mod și anume: pămîntul adus în laborator s-a sfărîmat cu ajutorul unui malaxor pînă la fracțiuni mai mici de 1 mm. Umiditatea naturală a pămîntului a fost de 3%...4%. Pămîntul mărunțit s-a amestecat cu ciment P 400 în diferite dozaje. Apoi s-a adăugat cantitatea de apă prescrisă (mai puțin umiditatea naturală a pămîntului). Amestecul astfel obținut s-a introdus într-un vas metalic care s-a așezat sub talerul b alanței de încercat. Determinarea rezistenței s-a făcut după metoda arătată anterior. Numărul de încercări pentru fiecare determinare a fost de minimum 6, ținînd seama de dispersia rezultatelor.

Rezultatele obținute (medii), în ceea ce privește valorile rezistenței σ și τ în funcție de diferiți factori, sînt prezentate în fig. 2...8 (v. planșa).

Urmărind variația rezistențelor la aderență se pot face următoarele constatări:

1. Pentru pămînturile stabilizate cu dozaj de ciment mai mare de 8% şi cu un amestec de apă mai mic de 20%, rezistenţa tangenţială şi normală la aderenţă este neînsemnată, practic putînd fi neglijată. Pentru un dozaj de ciment de 8% cu un amestec de apă de 20%, valoarea rezistenţei tangenţiale variază între 1%..8%, în funcţie de natura pămîntului, dozajul şi rugozitatea suprafeţei plăcii. Mărind cantitatea de apă şi micşorînd dozajul de ciment, rezistenţele la aderenţă a plăcilor metalice la amestecurile de pămînt stabilizat cresc.

2. Unul din factorii principali care influenţează în mare măsură rezistenţa la aderenţă a amestecului de pămînt stabilizat este cantitatea de apă (fig. 2...8). Creşterea rezistenţei cu mărirea cantităţii de apă de amestec este relativ mai mare cu micşorarea cantităţii de ciment (fig. 7 şi 8). Mărind dozajul de apă, de exemplu, pentru un amestec fără ciment, confecţionat cu pămînt Socola, de la 20% la 39%, adică cu 19%, rezistenţa la aderenţă creşte de la 20 g/cm² la 28 g/cm², adică cu 8 g/cm². Pentru acelaşi pămînt şi aceeaşi creştere de apă, pentru un amestec cu 8% ciment, creşterea rezistenţei este numai de 6 g/cm².

3. Natura pămîntului influenţează mult asupra rezistenţei la aderenţă, mai cu seamă pentru amestecuri la care consumul de ciment este sub 8%. Pentru pămînturile care conţin fracţiuni de argilă în cantitate mai mare, aderenţa la plăcile metalice creşte. Pentru pămînturile studiate, după cum se observă din fig. 2...8, rezistenţele la aderenţă cele mai mari, pentru cantitatea de apă de 39%, au rezultat la pămîntul Socola şi (II A), $\tau = 28$ g/cm², la care cantitatea de fracţiuni argiloase este de 38% şi 37%. Pentru pămîntul de la Dancu, cu un conţinut de fracţiuni argiloase numai de 27%, rezistenţele tangenţiale la aderenţă, τ rezultă numai de 23 g/cm².

4. Cantitatea de ciment are o influenţă însemnată asupra rezistenţei la aderenţă. Rezistenţa la aderenţă descreşte cu mărirea dozajului de ciment. Variaţii însemnate rezultă pentru dozaje mici de ciment (sub 8% sau uneori 10%). O scădere mare a rezistenţei la aderenţă se observă pentru creşterea dozajului de ciment de la 6% pînă la 8%. Pentru creşterea cantităţii de ciment peste 10%, rezistenţa scade din ce în ce mai puţin, curba de variaţie a rezistenţei devenind aproape paralelă cu abscisa. Rezistenţa la aderenţă la amestecurile fără ciment, faţă de aderenţa pămînturilor amestecate cu ciment, în unele cazuri este de 10 ori mai mare.

5. Aderenţa pămînturilor la elemente metalice este influenţată mult şi de gradul de finisare al suprafeţei plăcii. Analizînd de exemplu rezultatele din fig. 2 pentru un amestec de pămînt Socola de 39% apă, fără ciment, se constată că rezistenţa tangenţială la aderenţă τ pentru placa de tipul (*a*) este de 22,6 g/cm², la tipul (*b*) este de 24,2 g/cm², iar la tipul (*c*), de 28 g/cm². Pentru acelaşi amestec de apă şi dozaj de 10% ciment, rezistenţele tangenţiale la aderenţă rezultă, pentru placa din tablă neagră (*c*), rugoasă - 14 g/cm², pentru placa din tablă zincată (*b*) - 10 g/cm², iar pentru placa din oţel cu suprafeţele prelucrate, de 9,8 g/cm².

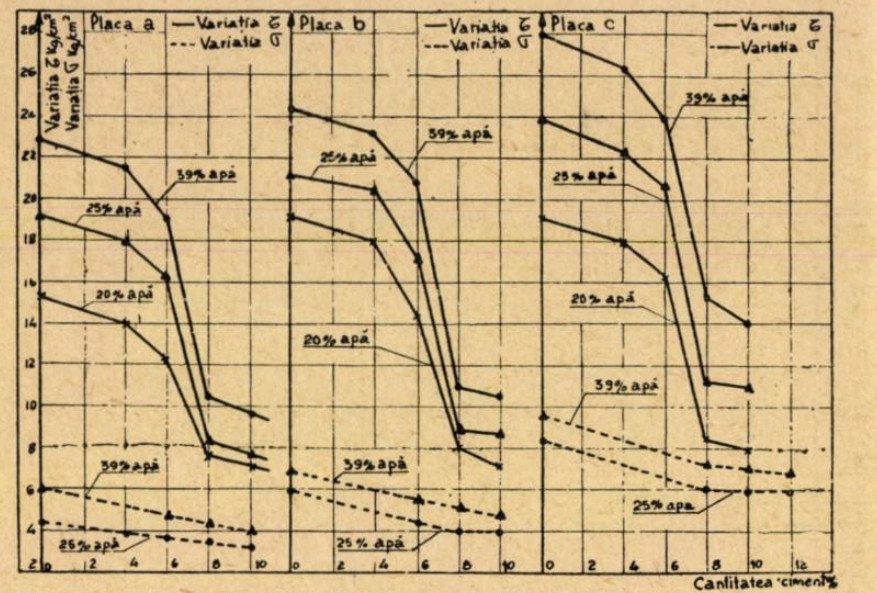


Fig. 2. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) pentru pămîntul recoltat de la Socola, Iaşi.

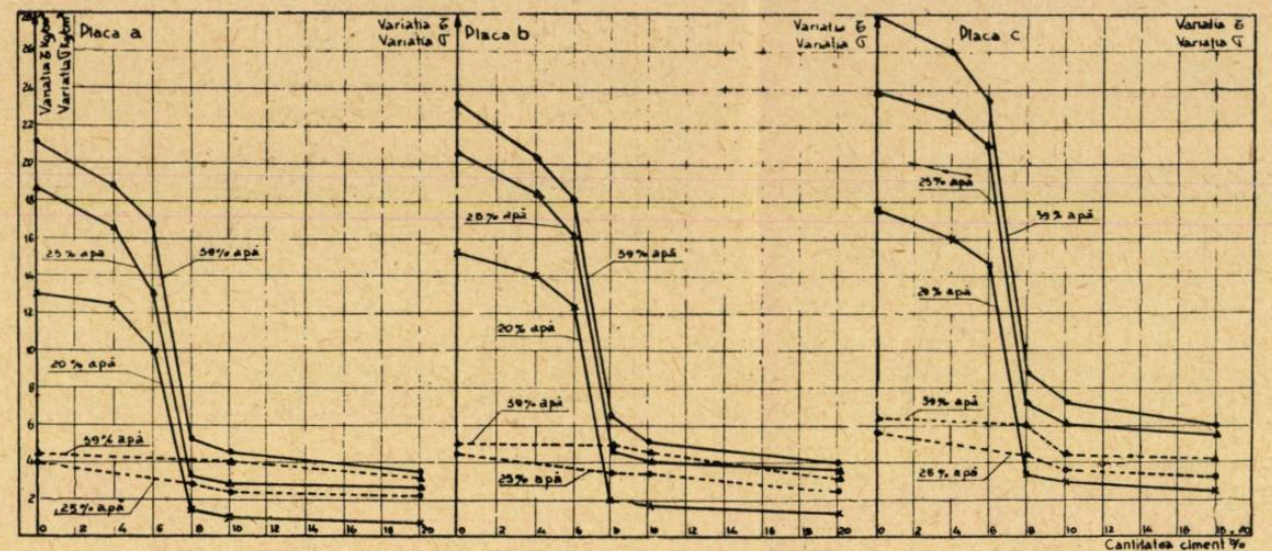


Fig. 3. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) pentru pămîntul recoltat de pe şoseaua Şerbeşti-Huşi, km 0,4 (II A).

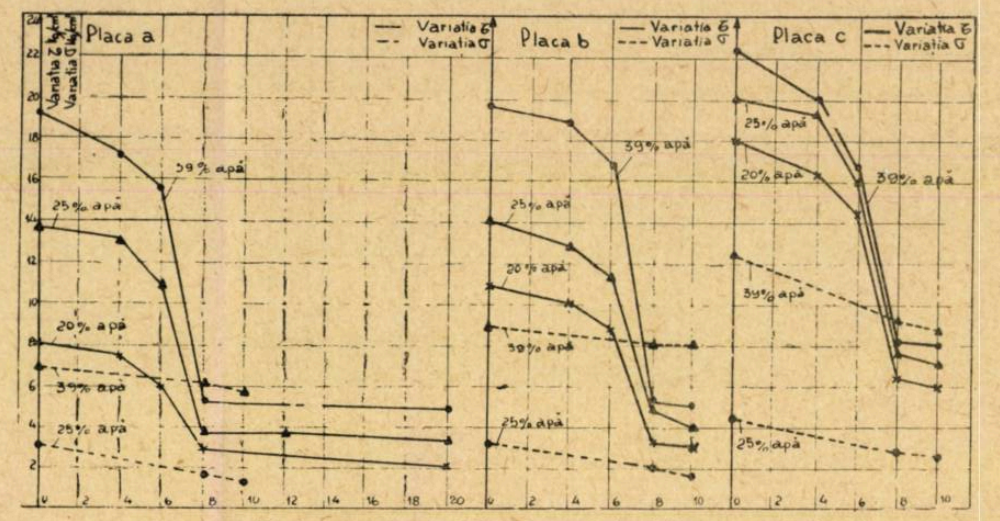


Fig. 4. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) pentru pămîntul recoltat de la Valea Lupului.

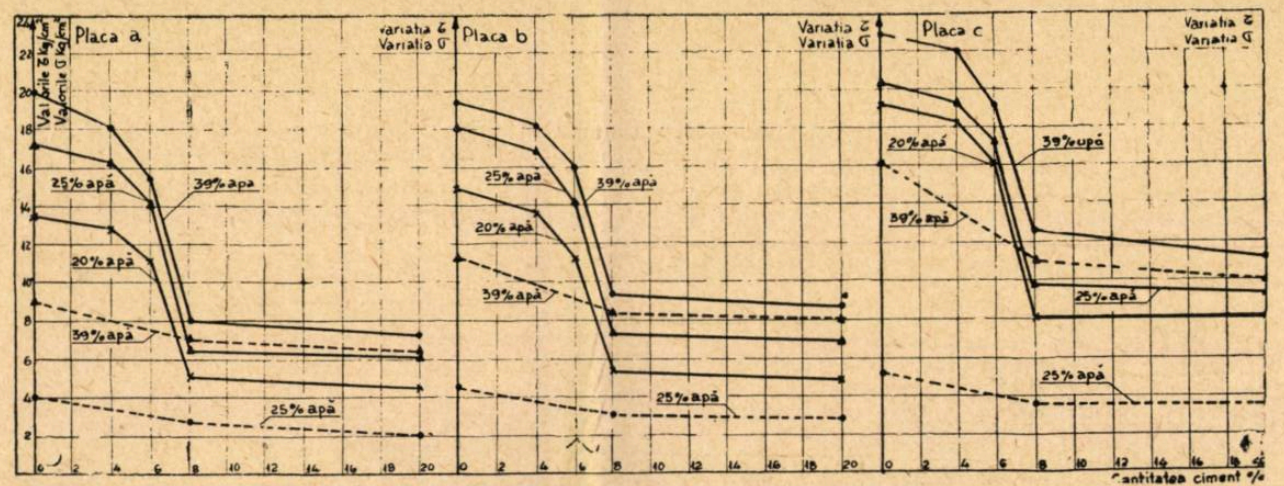


Fig. 5 — Variaţia rezistanţei la aderenţă (σ şi τ) pentru pămîntul recoltat de la Dancu, Iaşi.

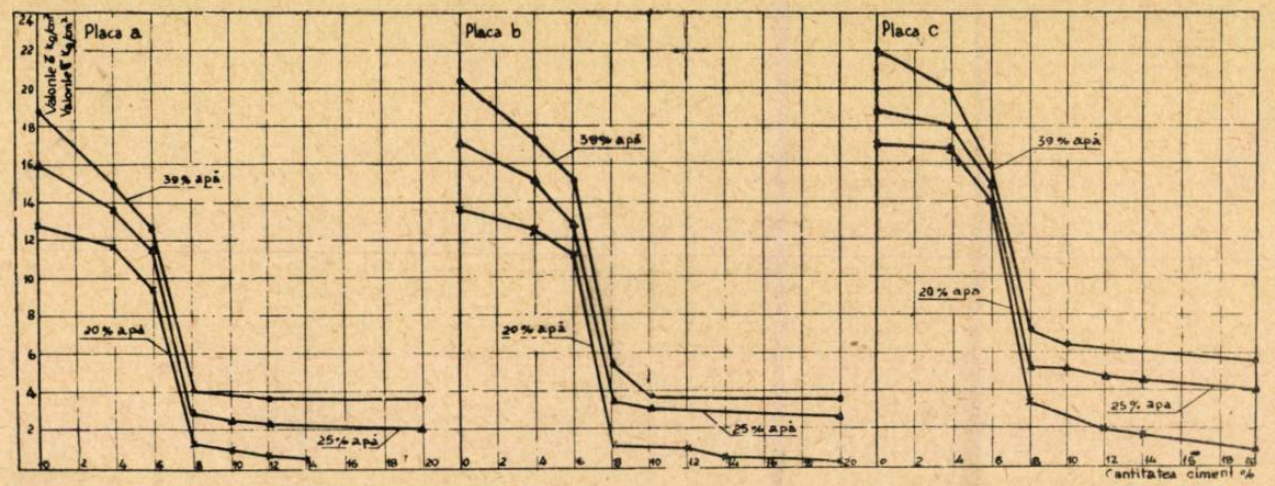


Fig. 6. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) pentru pămîntul recoltat de la Copou, Iaşi.

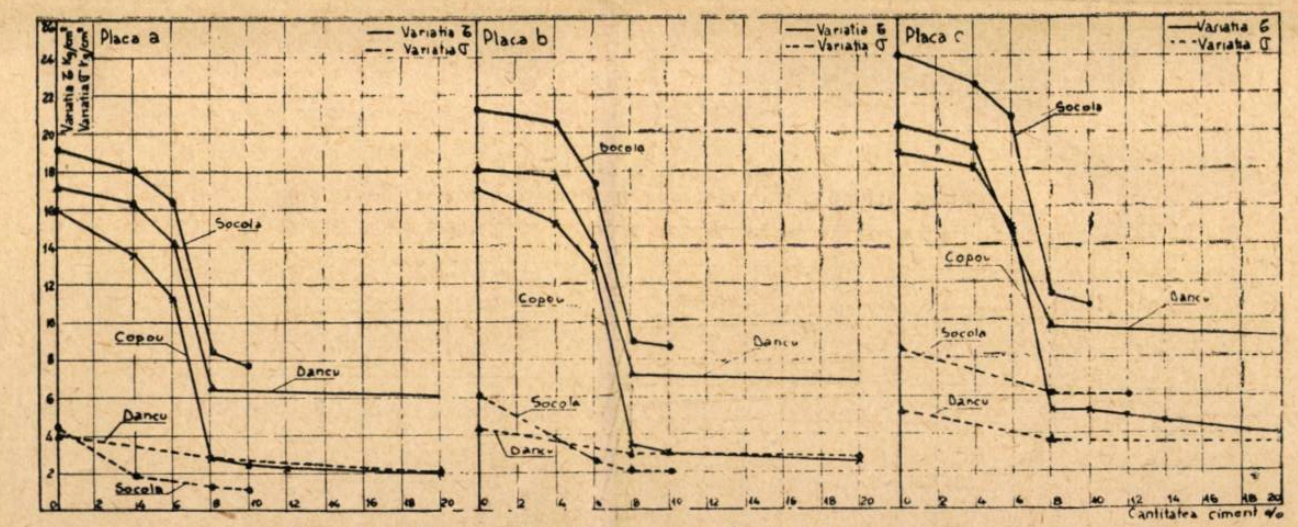


Fig. 7. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) la plăci cu rugozităţi diferite, la diferite pămînturi în amestec de 25% apă.

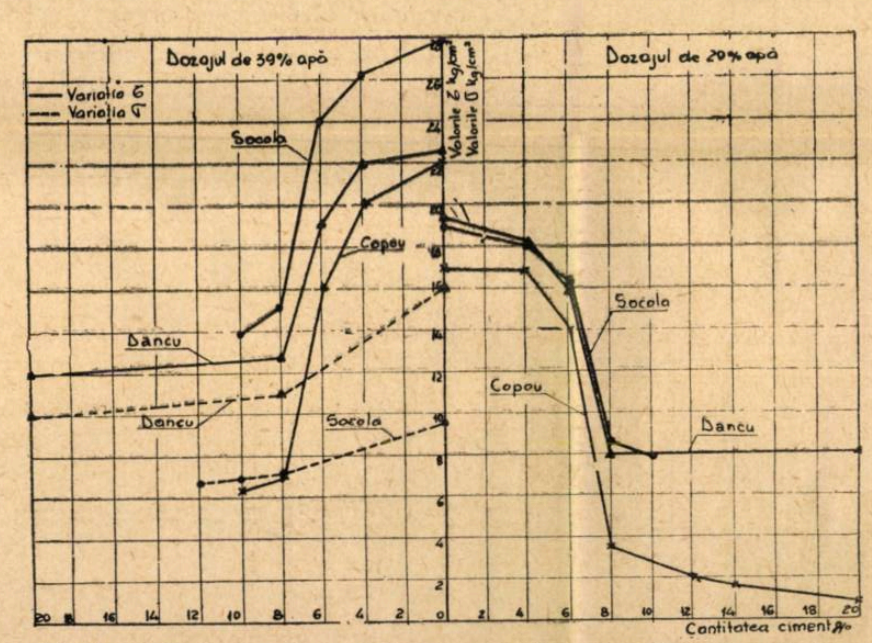


Fig. 8. — Variaţia rezistenţei la aderenţă (σ şi τ) a diferitelor pămînturi de placă (tipul *c*) c mare rugozitate, pentru dozajele de apă 39% şi 20%.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

6. În ceea ce privește variația rezistenței tangențiale τ la aderență în funcție de durata de la amestecare, din observațiile făcute s-a putut remarca că aceasta scade cu timpul, mai cu seamă pentru dozajele mari de ciment. Pentru dozajele mici (pînă la 4%) scăderea rezistenței în timp este neînsemnată (de exemplu pentru pămîntul Copou cu dozaj de 20% apă și 4% ciment, rezistențele scad cu 7%, pentru dozajul de 8% ciment, cu 40%, în timp de o oră). Aceasta se datorește pe de o parte faptului că cimentul absoarbe o parte din apă, micșorînd cantitatea de apă reținută de argilă, iar pe de altă parte, schimbului de ioni de calciu din soluția electrolitică cu ionii de suprafață ai părții active pin pămînt.

7. Rezistența la aderență normală este întotdeauna mult mai mică decît rezistența tangențială, mai cu seamă pentru dozajele mici de ciment (6%). Pentru toate pămînturile studiate, rezistențele ce urmează a fi luate în considerare din punct de vedere practic, apar la amestecurile cu dozaj de ciment de 8% și cu o cantitate de apă de cel puțin 25%.

Dispersia rezultatelor la determinarea rezistenței medii la aderență σ a rezultat considerabil mai mare decît acea stabilită la determinarea rezistenței τ. Aceasta se datorește în mare măsură și dificultății întîmpinate la centrarea forței necesare desprinderii plăcii de pe suprafața amestecului stabilizat.

Din aceste rezultate se pot trage unele concluzii asupra tehnologiei lucrărilor ce urmează a fi adoptate pentru executarea construcțiilor din pămînt stabilizat. Totodată proiectanții și executanții utilajului pentru lucrările de pămînt stabilizat vor putea folosi aceste rezultate la calculul derenței amestecului de pămînt, ciment și apă, de piesele mașinilor.

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Statică și Beton

СЦЕПЛЕНИЕ МЕЖДУ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ И ЦЕМЕНТО—ГРУНТОВОЙ СМЕСЬЮ

(Резюме)

В результате лабораторных исследований, авторы устанавливают изменение сопротивления на сцепление между грунтовой смесью и металлическими поверхностями в зависимости от дозировки воды и цемента, степени переработки металлической поверхности и качества земли.

Полученные результаты приводят к заключениям в связи с выполнением технологических работ, необвходимых для выполнения построек из цементо—грунтовой смеси. Проводится также и ряд данных относительно сцепления материала с металлическими поверхностями.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Определение сопротивления на связность у стабилизованых земель.
Рис. 2. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у земель взятых в Соколе, ясского района.

Рис. 3. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у земель взятых с шоссе Шербешть-Хушь на 0,4 км. (II A)
Рис. 4. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у земель взятых в Валя-Лупулуй.
Рис 5. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у земель взятых в Данку, Яссы.
Рис. 6. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у земель взятых в Копоу, Яссы.
Рис. 7. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у плиток различной жесткости, различных земель в смеси с 25% воды.
Рис. 8. Изменение сопротивления на связность (σ и τ) у плитки (типа *c*) различных земель, с большой жесткостью, со смесью воды в 39% и 20%.

L'ADHÉRENCE DU SOL-CIMENT AUX SURFACES MÉTALLIQUES

(Résumé)

Une série de recherches de laboratoire a conduit les Auteurs à l'établissement de la variation de la résistance à l'adhérence aux surfaces métalliques des sols loessoïdes stabilisé, en fonction du dosage de l'eau, du ciment, du degré de finissage de la surface métallique et de la nature du sol.

Les résultats acquis peuvent être utilisés par les spécialistes intéressés à l'exploitation du sol-ciment.

Explication des figures

Fig. 1. La détermination de la résistence à l'adhérence du sol stabilisé.
Fig. 2. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) du sol recolté à Socola, Jassy.
Fig. 3. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) du sol recolté de la chaussée Şerbeşti-Huşi, km 0,4 (II A).
Fig. 4. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) du sol recolté à Valea Lupului.
Fig. 5. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) du sol recolté à Dancu, Jassy.
Fig. 6. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) du sol recolté à Copou, Jassy.
Fig. 7. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) des plaques à rugozités différentes, pour divers sols et un dosage de l'eau de 25%.
Fig. 8. La variation de la résistence à l'adhérence (σ et τ) des plaques du type *c*, à grande rugozité, pour divers sols et un dosage du l'eau de 39% et 20%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

624.05

O METODĂ ANALITICĂ PENTRU DETERMINAREA DURATEI DE EXECUŢIE A UNOR LANŢURI DIVIZATE LA LUCRĂRI LINIARE

DE

TUDOR SILION

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

În cele ce urmează vom căuta să analizăm posibilitatea de a exprima cu ajutorul unei formule, durata totală de execuţie a unor lanţuri divizate. Acest gen de organizare în lanţ a unor procese de lucru este specific lucrărilor care se caracterizează prin lungimea lor mare în raport cu suprafaţa transversală ocupată de ele ca, de exemplu, lucrări de drumuri, căi ferate, reţele tehnice, etc.

Durata totală de execuţie a unui lanţ stabileşte o legătură matematică între parametrii de bază ai lanţului: lungimea lucrării, timpul de desfăşurare a lanţului şi viteza de avansare a lucrărilor. Această durată se poate exprima atît pe cale grafică cît şi pe cale analitică. Pe cale analitică, pînă în prezent, această durată s-a determinat numai pentru unele cazuri particulare.

Procedeul grafic constă în următoarele: Se determină pentru fiecare proces de construcţie viteza de avansare şi se indică într-un sistem de coordonate, în care se pune timpul în ordonată şi poziţia kilometrică în abscisă, durata de execuţie a procesului respectiv.

Între execuţia diferitelor procese se lasă un interval de timp dictat fie de particularităţile procesului tehnologic, fie de necesitatea de a asigura tuturor proceselor frontul de lucru necesar.

În fig. 1 (v. planşa) se poate vedea cum se prezintă un astfel de grafic unde:

T — timpul total de execuţie a lanţului,
T_d — timpul de desfăşurare a lanţului,
L — lungimea lucrării,
v_i — vitezele de avansare a lucrărilor.

Între aceşti parametrii ai lanţului se poate stabili următoarea relaţie

$$T = T_d + \frac{L}{v_n},$$

v_n fiind viteza de avansare a ultimului proces de lucru.

Durata de desfăşurare rezultă din eşalonarea grafică a lucrărilor după cum se vede din figură.

Cazurile particulare, despre care s-a vorbit mai sus, sînt caracterizate prin:

a) viteze de avansare constante pentru toate lucrările;

b) viteze mereu crescînde ale proceselor;

c) viteze mereu descrescînde ale proceselor.

Din fig. 2 a, 2b, 2c (v. planşa), se vede că durata timpului de desfăşurare a lanţului T_d, pentru aceste cazuri particulare are, respectiv, expresiile:

$$T_d = \sum_1^5 t_{i,}, \qquad T_d = \frac{L}{v_1} + \sum_1^5 t_{ij} - \frac{L}{v_5}, \qquad T_d = \sum_1^5 t_{ij},$$

în care t_{ij} reprezintă suma timpilor de întrerupere între două procese de lucru succesive, iar v_i — viteza de avansare a primei lucrări.

Ne propunem să vedem dacă nu se poate obţine o expresie analitică pentru acest timp de desfăşurare a lanţului şi în cazul unor viteze oarecare de avansare a diferitelor procese componente ale lanţului.

Pentru a putea determina legătura care există între modul de variaţie a vitezelor de avansare a lucrărilor ce se succed şi durata T_d de desfăşurare a lanţului să vedem mai întîi care poate fi raportul dintre mărimea vitezei de avansare a unui anumit proces v_i şi aceea a proceselor vecine.

În general viteza procesului v_i poate fi mai mare, egală sau mai mică decît procesele vecine, adică:

$$v_{i-1} \gtreqless v_i \gtreqless v_{i+1}.$$

Numărul de combinaţii pe care-l putem face între diferitele posibilităţi privind raportul dintre vitezele vecine este de 15 şi anume:

$v_1 =$	$< v_i =$	$> v_i >$
$< v_n$	$= v_i >$	$> v_i =$
$> v_i <$	$= v_i <$	$v_1 <$
$= v_i =$	$v_1 >$	$> v_n$
$< v_i <$	$= v_n$	$< v_i >$

Vom lua trei exemple, care să cuprindă cazurile pe care le-am arătat mai sus şi vom analiza legătura care există între variaţia vitezelor de lucru şi timpul de desfăşurare a lanţului.

Considerînd o variaţie a vitezelor de avansare a proceselor conform fig. 3 (v. planşa), expresia timpului de desfăşurare a lanţului va fi

$$T_d = \sum_1^8 t_{ij} + \frac{L}{v_3} - \frac{L}{v_5} + \frac{L}{v_7} - \frac{L}{v_8},$$

sau

$$T_d = \sum_1^8 t_{ij} + L \sum_1^8 \frac{a_i}{v_i}.$$

De aici se observă că în expresia lui T_d apare o sumă de cîturi dintre mărimea lungimii lucrării şi cea a vitezelor de avansare a diferitelor procese, înmulţită cu un coeficient α care depinde de raportul mărimilor vitezelor vecine şi care funcţie de aceasta poate fi 0, +1 sau —1.

Legătura care există între raportul mărimilor vitezelor vecine şi coeficientul α se poate vedea din tabelul 1.

Să analizăm un al doilea exemplu (fig. 4- planşă). Procedînd identic ca la primul caz (fig. 3) obţinem următoarea expresie pentru T_d:

$$T_d = \sum_1^5 t_{ij}$$

şi

$$T_d = \sum_1^5 t_{ij} + \alpha_1 \frac{L}{v_1} + \alpha_2 \frac{L}{v_2} + \alpha_3 \frac{L}{v_3} + \alpha_4 \frac{L}{v_4}.$$

În tabelul 2 se arată mărimea coeficientului α.

BIBLIOTECA CENTRALĂ A ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE 1948

Tabelul 1

Raportul dintre vitezele vecine	α
$v_1 = v_2$	0
$v_1 = v_2 > v_3$	0
$v_2 > v_3 < v_4$	+1
$v_3 < v_4 < v_5$	0
$v_4 < v_5 = v_6$	—1
$v_5 = v_6 = v_7$	0
$v_6 = v_7 < v_8$	+1
$v_7 < v_8$	—1

Tabelul 2

Raportul dintre vitezele vecine	α
$v_1 > v_2$	0
$v_1 > v_2 > v_3$	0
$v_2 > v_3 = v_4$	0
$v_3 = v_4 = v_5$	0
$v_4 = v_5$	0

Pentru ultimele posibilităţi care ne-au mai rămas, luăm exemplul din fig. 5 (v. planşa):

$$T_d = \sum_1^4 t_{ij} + \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2}$$

şi

$$T_d = \sum_1^4 t_{ij} + \alpha_1 \frac{L}{v_1} + \alpha_2 \frac{L}{v_2} + \alpha_3 \frac{L}{v_3} + \alpha_4 \frac{L}{v_4}.$$

Din figură se poate determina expresia lui T_d şi pe baza ei putem întocmi tabelul 3.

Din cazurile analizate mai sus se poate vedea că numai în anumite cazuri (redate mai jos în tabelul 4) apare în expresia lui T_d cîtul L/v_i cu semnul plus sau minus, pentru toate celelalte cazuri α_i fiind nul.

Această constatare ne permite ca, atunci cînd cunoaştem vitezele de avansare a diferitelor procese care se succed precum şi întreru-

perile dintre ele, să determinăm dintr-o dată durata timpului de desfăşurare a lanţului şi deci şi durata totală de execuţie, numai pe baza tabelului 4.

Tabelul 3

Raportul dintre vitezele vecine	α
$v_1 < v_2$	+1
$v_1 < v_2 > v_3$	−1
$v_2 > v_3 > v_4$	0
$v_3 > v_4$	0

Tabelul 4

Mărimea vitezei de avansare în raport cu vitezele vecine	α
$v_1 <$	+1
$> v_i <$	+1
$= v_i <$	+1
$< v_i >$	−1
$< v_i =$	−1
$< v_n$	−1

În felul acesta nu mai sîntem nevoiţi să desenăm graficul de desfăşurare a lucrărilor pentru determinarea lui T_d.

Acest fapt scurtează mult timpul de care am avea nevoie dacă se pune problema comparării mai multor variante de eşalonare calendaristică a unor procese de lucru.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Organizare şi Planificare

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ РАБОТЫ ПРИ ПРОЦЕССАХ ОРГАНИЗОВАННЫХ ПО МЕТОДУ РАЗДЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ

(Резюме)

В настоящей работе, автор определяет уравнение, которое позволяет установить длительность рабочих процессов линейных работ, организованных по методу раздельных потоков.

Это уравнение облегчает сравнение вариантов при составлении календарных планов и этим сокращает время работы.

EINE ANALYTISCHE METHODE ZUR BERECHNUNG DER DAUER VON GETEILTEN PROZESSEN BEI LINIAREN BAUARBEITEN

(Zusammenfassung)

Vorstehende Arbe t stellt eine analytische Formel fest die es erlaubt die Daue[r] für Arbeitsprozesse zu ermitteln welche liniären Bauarbeiten angehören und durch di[e] Taktmethode organisiert sind.

Die Formel die hier gegeben wird, erleichtert den Vergleich mehrerer Varianten die man gewöhnlich beim Planen gegenüberstellt, dadurch dass man dabei die graphische Methode entbehren kann.

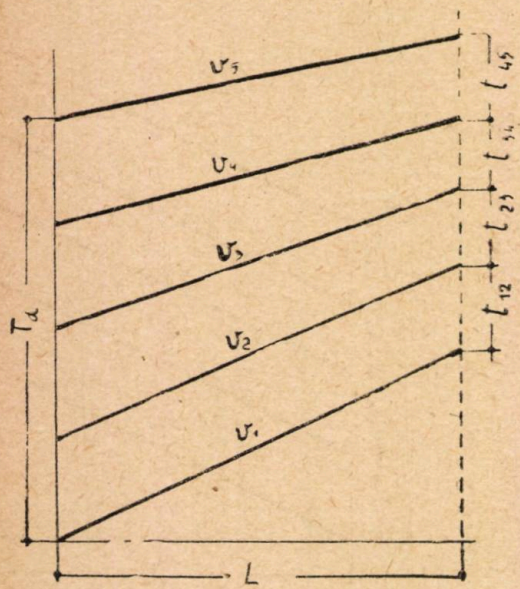


Fig. 2 b

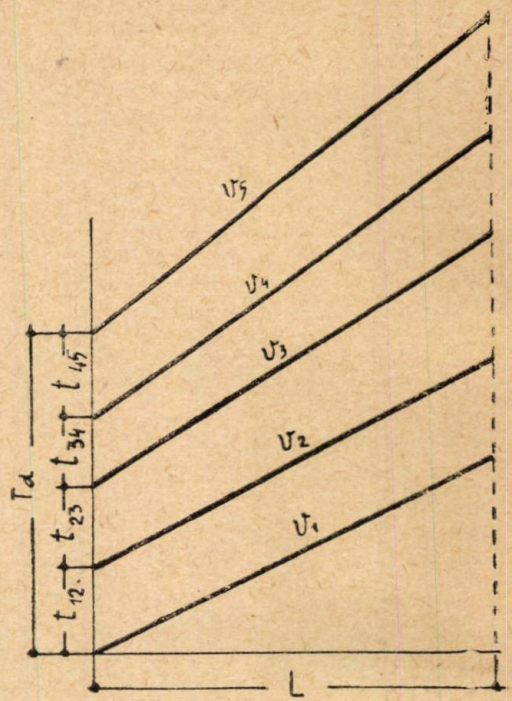


Fig. 2 c

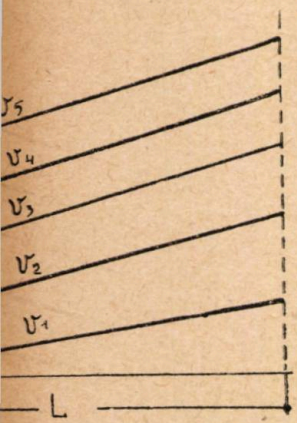


Fig. 4

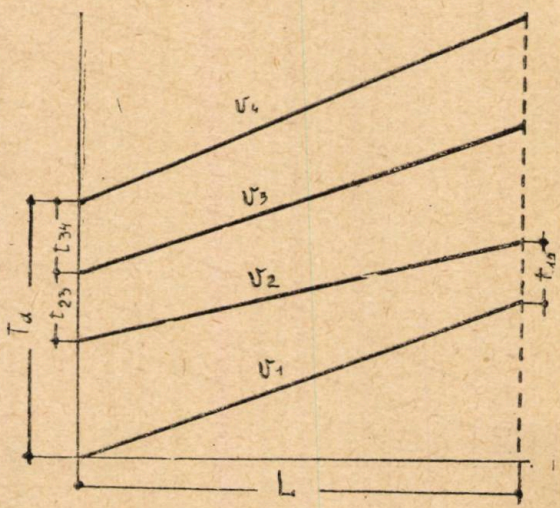


Fig. 5

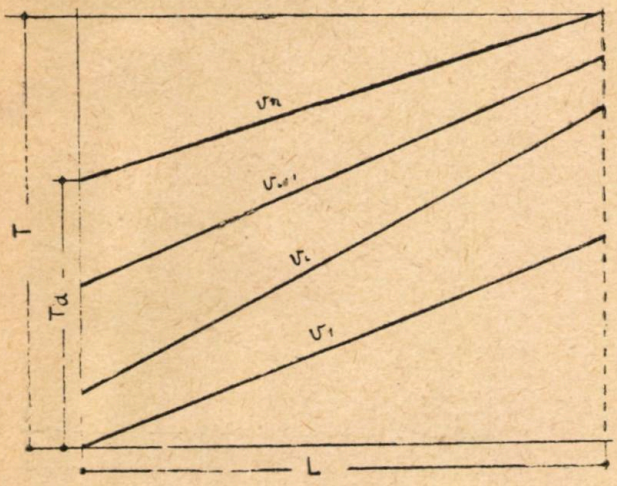


Fig. 1

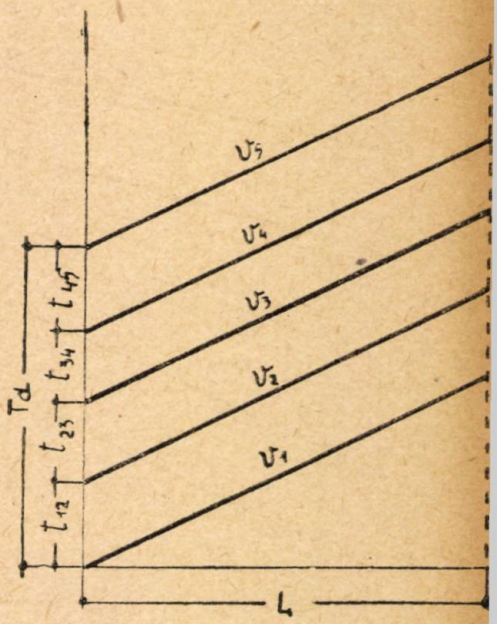


Fig. 2 a

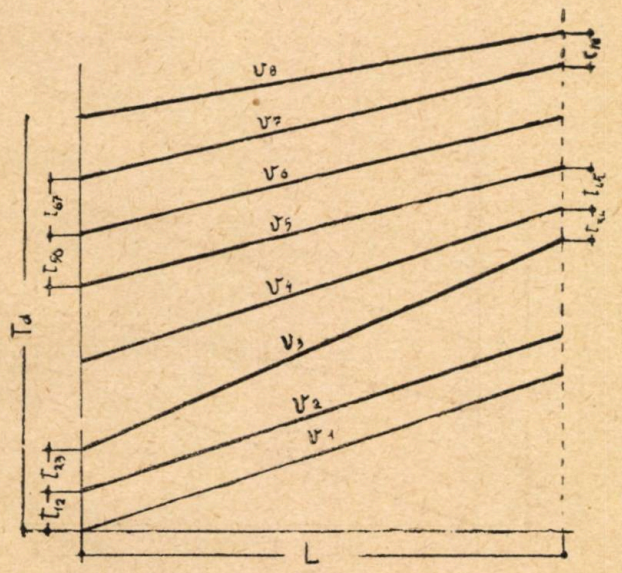
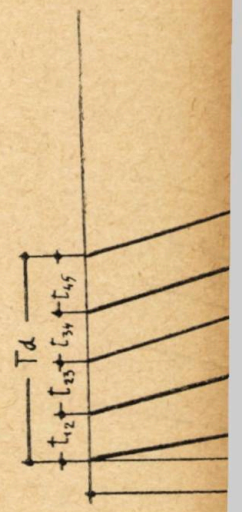


Fig. 3



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

677.05

ШАБЛОН-ТЕНЗОМЕТР ЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НАТЯЖЕНИЯ УТОЧНОЙ НИТИ

Н. В. ЦАГАРЕЛИ

В процессе ткачества уточная нить сматывается со шпули и выходит из челнока под определенным натяжением. Для правильного протекания технологического процесса ткачества и для правильного формирования ткани на ткацком станке, особое внимание нужно уделить подбору оптимального значения заправочного натяжения утка.

Неправильный подбор заправочного натяжения утка является причиной возникновения различных видов брака ткани. Подбор оптимального заправочного натяжения утка особенно важным является для шелковых, дорогостоящих тканей.

Причинами возникновения брака ткани по утку могут быть: а) слишком сильное, б) слишком слабое или же в) неравномерное натяжение уточной нити.

Часто на ткацких фабриках, при выработке одного и того же артикула ткани, заправочное натяжение уточной нити колеблется в больших пределах. На основе таких колебаний ширина ткани на различных ткацких станках изменяется (при одном и том же артикуле ткани). Меняется структура и строение ткани, ухудшается ее качество.

В шелкоткачестве для утка применяют различное сырье, как-то: натуральный и искусственный шелка, штапельную и х бумажную пряжи, крученный натуральный и искусственный шелка и т. д. Для правильного протекания технологического процесса ткачества, для уменьшения брака ткани и улучшения условий для ее формирования, требуется чтобы натяжение для различной уточной пряжи (в зависимости от вида сырья и номера) было бы различное

Нельзя, например, применять одинаковое натяжение уточной нити при заправке искусственного шелка № 90 и натурального шелка № 429 или х/б пряжи № 40. Значение натяжения уточной нити должно меняться также от величины крутки уточной пряжи; например, не рекомендуется применять одинаковое натяжение утка при заправке уточной нити нормальной крутки и при заправке уточной нити креповой крутки.

С целью регулирования и установления одного и того же значения заправочного натяжения утка, для одинаковых тканей, нами был сконструирован шаблон-тензометр.

Шаблон-тензометр ставится на переднюю стенку челнока около выреза кондуктора (рис. 1). На оси *13* свободно насажен барабан *12*. На внутренней поверхности последнего одним концом закреплена плоская пружина *8*. Другой конец пружины закреплен на оси *13*. Пружина заводится ручкой *14*. На оси *13* наглухо насажен храповик *17*. Храповик удерживается собачкой *18*.

Уточная нить *3*, выходящая из кондуктора *7*, челнока 16, огибает ролики *4...6*, укрепленные на стрелке *2*, и наматывается на барабан *12*. После заправки утка в ролики *4...6* и барабан 12, последний при помощи пусковой кнопки *11* приводится во вращательное движение. Уточная

нить сматывается и наматывается на барабан со скоростью $V = 10$м/сек.

При сматывании утка со шпули, натяжение нити вызывает перемещение стрелки *2*. Стрелка связана с тарированной плоской пружиной *5*. Конец стрелки на шкале *19* показывает величину натяжения утка в граммах. Так как в процессе сматывания нити, стрелка *2* колеблется, то берем средние показания шаблона-тензометра.

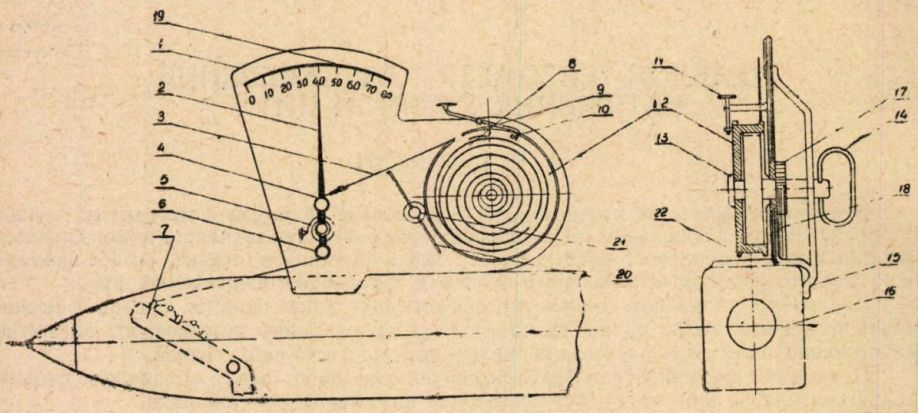


Рис. 1

На поверхности барабана вырезаны зубья *22*, которые связаны с шестерней *21*. На шестерне укреплены лопасти *20*. Указанное устройство служит для создания равномерной скорости врещения барабана *12*.

Шаблон-тензометр дает возможность инженерно-техническому персоналу ткацких фабрик, отрегулировать и периодически проверять состояние натяжных приборов ткацких челноков.

Шаблон-тензометр можно применять во всех видах ткачества. С применением шаблона-тензометра повышается качество вырабатываемой продукции, улучшаются условия формирования ткани.

Поступили 27 X 1957

Грузинский Политехнический
Институт им. С. М. Кирова
Тбилиси, СССР

SCHABLONTENSOMETER ZUR BEMESSUNG VON SCHUSSGARNSPANNUNGEN

(Zusammenfassung)

Der Verfasser hat ein Schablontensometer konstruiert, der die Regulierung und die Erzeugung einer konstanten Schussgarnspannung möglich macht. Mit Hilfe dieser Apparatur wird es dem technischen Personal von Webereien möglich gemacht den Spannungszustand des Schussgarns in Webschützen zu regulieren und periodisch zu überprüfen

TENSOMETRU-ŞABLON PENTRU MĂSURAREA ÎNTINDERII FIRULUI DE BĂTĂTURĂ

(Rezumat)

Autorul construieşte un tensometru-şablon şi-i descrie avantajele care permit reglarea şi verificarea periodică a stării de întindere corespunzătoare a firelor suveicilor de la războaiele de ţesut.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

677.05

REGLĂRI ÎN FILATURA DE BUMBAC PE BAZA LUNGIMII MODUL A FIBRELOR

DE

N. BĂDAN, IOSIF IONESCU-MUSCEL, V. COPILU, MIŞU ZAIDMAN
I. VLAD, N. DOGARU, EMILIA VLAD, MIRCEA NETEA, RACHELA WEINSTEIN,
LUCIA SCHWARTZ şi VIRGIL CLOŢAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19—21 mai 1956

1. Introducere

Reglarea ecartamentelor dintre cilindrii trenurilor de laminat la maşinile din filatură, este o operaţiune care se efectuează în scopul obţinerii unei uniformităţi a produselor, care să determine păstrarea însuşirilor lor în limitele valorilor prevăzute în standarde.

Mărimea ecartamentelor depinde de o serie de factori dintre care cei mai de seamă sînt:

a) lungimea fibrelor şi repartiţia lungimii fibrelor,
b) fineţea fibrelor,
c) structura suprafeţei fibrelor şi mărimea forţelor de adeziune,
d) gradul de îndreptare şi gradul de paralelizare a fibrelor,
e) gradul de individualizare a fibrelor,
f) numărul de fineţe al benzii laminate,
g) diametrul cilindrilor,
h) natura suprafeţei cilindrilor,
i) presiunile exercitate pe cilindri,
j) caracterul cîmpurilor forţelor de frecare,
k) valoarea laminajului,
l) torsiunea, în cazul semitorturilor.

În teoria laminării, care studiază fenomenele legate de trecerea fibrelor printr-un tren de laminat, este cunoscut faptul că toate neuniformităţile produsului fibros cauzate prin laminare depind de mărimea ecartamentului, legătura funcţională fiind arătată prin factorul de ecartament sau coeficientul de flotare, a cărui expresie dată de P. F. Grishin [1] este:

$$\beta_i = \left(\frac{E_i}{l} - 1\right)^2 + c_f^2 , \tag{1}$$

în care:

β_i — factorul de ecartament în zona considerată;
l — media aritmetică a lungimii fibrelor;
E_i — ecartamentul în zona considerată;
$c_f = C_f/100$, C_f fiind coeficientul de variaţie al lungimii fibrelor materialului supus laminării; în cazul bumbacului, în genere, $C_f = 25$ şi $c_f = 0{,}25$.

Aceeaşi legătură apare şi în expresia neregularităţii totale a unui produs real după trecerea printr-un tren de laminat:

$$C^2 = C_0^2 + A\,N_a\,(L-1) + B\,N_a\,L\,(L-1)^2 \tag{2}$$

în care:

C — coeficientul de variaţie al produsului după ieşirea din trenul de laminat;
C_0 — coeficientul de variaţie iniţial al materialului alimentat;
$A = 10^4\,\varphi/N_f$;
φ — gradul de asociere al fibrelor, egal cu numărul mediu de fibre care se mişcă asociate în grup;
N_f — numărul de fineţe al fibrei;
N_a — numărul de fineţe al materialului alimentat;
L — laminajul efectuat;
$B = 10^4\gamma^2\,\varphi\,\beta/N_f$;
γ — coeficientul calităţii dispozitivului de laminat.

Se vede cum în expresia coeficientului B intervine β, care depinde de mărimea ecartamentului, conform relaţiei (1).

Formula neregularităţii (2) se aplică la un cîmp de laminat dintre două perechi de cilindri, deci pentru fiecare zonă de laminat. Pentru a fi folosită şi la întregul tren de laminat cu mai multe perechi de cilindri, se va lua factorul de ecartament total, calculat cu formula:

$$\beta = \frac{1}{\beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} + \ldots}, \tag{3}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots$ fiind corespunzători fiecărui cîmp succesiv al trenului de laminat.

În cazul dublării la flyere a semitorturilor alimentate, coeficientul de variaţie general al produsului se reduce la $C/\sqrt{2}$ dar intervine neregularitatea cauzată de tensiunea înfăşurării pe mosor [1].

Din relaţia (1) se poate deduce formula de calcul a ecartamentului corespunzător unei valori date a factorului de ecartament:

$$E = l\,(1 + \sqrt{\beta - c_f^2}). \tag{4}$$

Valorile indicate de P. F. Grishin pentru factorul de ecartament şi pentru c_f^2 sînt:

	β	c_f^2
laminor I-a trecere	0,485	0,1
laminor II-a trecere	0,350	0,09
flyer gros	0,363	0,09
flyer mijlociu	0,310	0,08
flyer fin	0,297	0,08
maşina cu inele cu tren de laminat:		
cu 3 perechi de cilindri	0,086	0,06
cu 4 perechi de cilindri	0,040	0,06
cu 2 cureluşe	0,058	0,06

Se constată că pentru maşinile cu inele, ecartamentul se apropie de media lungimii fibrelor şi chiar poate fi puţin mai mic. În acest caz fibrele cu lungimi apropiate de mărimea ecartamentului vor fi cele mai puţin supuse la flotare, dar restul fibrelor se vor mişca neregulat, cu atît mai mult cu cît este mai mare diferenţa absolută între ecartament şi lungimea fibrelor, regim care se aplică atît pentru fibrele mai lungi cît şi pentru cele mai scurte.

Reglarea ecartamentelor se face în întreprinderi la punerea în lucru a fiecărui nou amestec, mărimile ecartamentelor stabilite pe baza lungimii fibrelor fiind indicate în tabele.

Uzual, ecartamentele sînt exprimate în funcţie de lungimea filatorului. În lucrarea prezentă s-a urmărit a se stabili ecartamentele pe baza lungimii modul [2].

Fibrele unui amestec de bumbac pot avea lungimi de la 7 la 55 mm.

Prin sortarea fibrelor pe grupe de aceeaşi lungime, cu ajutorul aparatelor de laborator (Jukov sau fibrometru), se poate stabili conţinutul în procente şi se poate trasa diagrama de repartiţie a lungimii fibrelor, care este folosită la stabilirea lungimii filatorului, lungimii modul, bazei, etc.

Diferenţa dintre lungimea filatorului şi lungimea modul creşte odată cu creşterea lungimii modul şi cu micşorarea bazei. Această diferenţă se poate calcula cu formula empirică:

$$l_f - l_m = 2{,}16 + 0{,}02\, l_m + 0{,}6 \frac{l_m}{B} \tag{5}$$

în care B este baza fibrelor bumbacului, în %, rezultată (în cazul $K = 1$ mm) prin însumarea procentelor a cinci grupe cu frecvenţe maxime.

Baza este cu atît mai mare cu cît vîrful diagramei este mai înalt.

În unele cazuri rezultatele determinărilor de laborator arată că diferenţa $l_f - l_m$ este mai mare decît aceea calculată cu formula (5) deoarece în afară de l_m şi B, lungimea filatorului mai depinde şi de indicii de asimetrie şi exces ai curbelor de repartiţie.

Lungimea modul se poate calcula în funcţie de lungimea medie cu formula aproximativă:

$$l_m = 1{,}19\, l - 2{,}6. \tag{6}$$

Lungimea modul este funcţie atît de indicele de asimetrie cît şi de abaterea medie patratică:

$$l_m = l - \frac{100\, A\, \sigma}{100\, l - 135}. \tag{7}$$

Rezultatele acestei formule sînt mai apropiate de cele obţinute în laborator decît cele ale primei formule.

Lungimea filatorului, determinată prin metodele actuale din laboratoare, nu este o mărime precisă, deoarece abaterile determinărilor asupra grupelor de fibre lungi sînt apreciabile, prin trecerea unor fibre de la o grupă la cele vecine şi prin dependenţa de o serie numeroasă de factori. Lungimea modul, deşi depinde şi ea de o serie de factori, are însă avantajul că se determină cu cea mai mare precizie, în special prin metoda fibrometrului [3]. Folosirea lungimii modul este în deosebi indicată la fibrele artificiale scurte, în acest caz ea avînd o valoare foarte apropiată de lungimea medie care este un indice reprezentativ. Acest fapt a constituit îndemnul pentru a considera lungimea modul ca parametrul principal la stabilirea ecartamentelor.

2. Partea experimentală

Au fost efectuate primele încercări la laminoare clasice, la flyere mijlocii cu căni (cu tren de laminat de mari întinderi) şi la flyerul fin.

Determinarea lungimii fibrelor s-a făcut cu ajutorul fibrometrului, iar calculul neregularităţii cu formula Sommer.

La o serie de probe de semitort li s-a determinat neregularitatea la aparatul Uster, la I.C.T.

Ecartamentele de bază au fost stabilite folosind datele sovietice [4], [5] după care: $E_1 = l_f + 10$, $E_2 = l_f + 6$, $E_3 + l_f = 3$.

Alte probe s-au făcut cu ecartamente mai mici şi anume: patru probe pentru a se constata influenţa ecartamentelor prea mici, iar alte două probe cu ecartamente mai mari, diferenţele fiind de 1 mm.

Neregularitatea benzii de laminor a fost determinată prin cîntărirea a cîte 50 segmente de bandă de cîte 3 cm lungime.

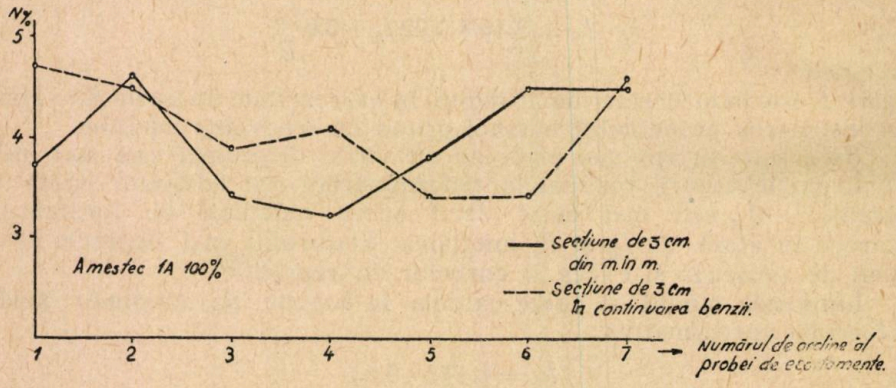


Fig. 1. — Variaţia neregularităţii benzii în raport cu ecartamentele stabilite la laminor.

În coloana 5 din tabelul 1 s-a dat neregularitatea pentru cazul secţiunilor de 3 cm, tăiate la distanţe din metru în metru, iar în coloana 6-a pentru cazul secţiunilor tăiate în continuare. Rezultatele seriei I-a de probe au fost reprezentate şi grafic în fig. 1.

Pentru ecartamentele încercate s-au stabilit creşterile în mm faţă de lungimea fibrelor: în coloana 3 — faţă de lungimea filatorului pentru comparaţie cu tabelele actuale, iar faţă de lungimea modul, în coloana 4. Datele arată că ecartamentele optime corespund probei 5.

De asemenea s-au determinat pentru cele trei treceri prin laminoare, ecartamentele optime după criteriul folosit curent în întreprinderi, de observare a aspectului vălului ieşit dintre cilindrii trenului de laminat al uniformităţii semitortului şi după frecvenţa ruperilor la maşina de filat. S-au stabilit creşterile de luat faţă de lungimea modul.

S-au efectuat şi probe la laminoare din amestec celofibră 100%, material a cărui curbă de distribuţie a lungimii fibrelor este diferită de

aceea a bumbacului, prin uniformitatea mai mare a celofibrei. Diferenţele de ecartamente optime constatate faţă de cele pentru bumbac, sînt neglijabile.

Tabelul 1

Rezultatele încercărilor la laminor

Proba	Ecartamente			Creşterea faţă de l_f			Creşterea faţă de l_m			N %	N %
1	30,2	33,2	37,2	—1	2	6	2	5	9	3,7	4,7
2	31,2	34,2	38,2	0	3	7	3	6	10	4,6	4,5
3	32,2	35,2	39,2	1	4	8	4	7	11	3,4	3,9
4	33,2	36,2	40,2	2	5	9	5	8	12	3,2	4,1
5	34,2	37,2	41,2	3	6	10	6	9	13	3,8	3,4
6	35,2	38,2	42,2	4	7	11	7	10	14	4,5	3,4
7	36,2	39,2	43,2	5	8	12	8	11	15	4,5	4,6

S-a constatat la laminoare, că diferenţele mici ale ecartamentelor nu au influenţă prea mare (neregularitatea se încadrează în limitele erorilor de garanţie).

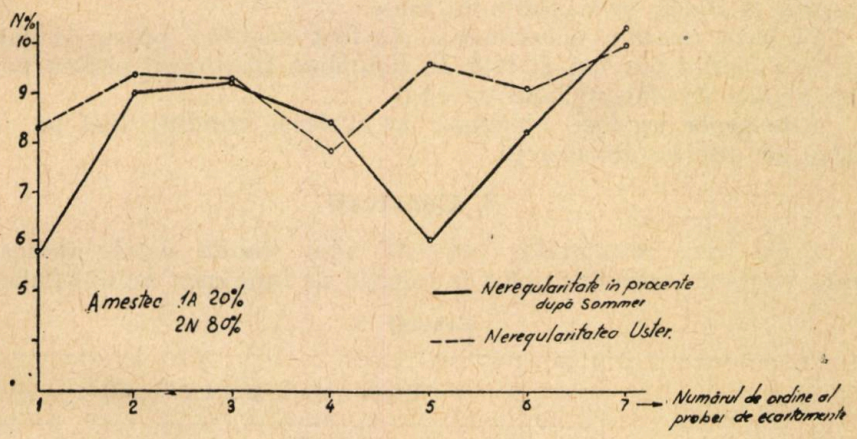


Fig. 2. — Variaţia neregularităţii semitortului în raport cu ecartamentele stabilite la flyer.

Ca şi la laminoare, primele probe la flyere au fost efectuate cu ecartamente variabile. Ecartamentul de bază a fost stabilit după datele sovietice [4], [5]: $E_1 = l_f + 1$, $E_2 = l_f + 6$, însă cu deosebirea că în zona din spate s-a micşorat cu 2 mm, din practica intreprinderii „Ţesătura" în care s-au efectuat probele.

Rezultatele sînt date în tabelul 2 şi fig. 2.

Neregularitatea calculată cu formula Sommer se găseşte în coloana 5, iar cea determinată de ICT cu aparatul Uster în coloana 6. Ecarta-

mentele optime, după rezultatele din coloana 5 corespund probei 5, iar după rezultatele din coloana 6, corespund probei 4. Diferenţa dintre ecartamentele acestor două probe este de 1 mm.

Tabelul 2

Rezultatele încercărilor la flyer

Proba	Ecartamente		plusul *a* faţă de l_f		plusul *b* faţă de l_m		*N* %	*N* %
1	29,9	34,6	— 2	3	1	6	5,8	8,30
2	30,9	35,6	— 1	4	2	7	9	9,36
3	31,9	36,6	0	5	3	8	9,2	9,21
4	32,9	37,6	1	6	4	9	8,4	7,85
5	33,9	38,6	2	7	5	10	6	9,47
6	34,9	40,6	3	8	6	11	8,2	9,05
7	35,9	40,6	4	9	7	12	10,3	9,96

Amestecul încercat: 1 *A* 20% şi 2 *N* 80%.

S-au mai folosit diferite feluri de bumbac pentru care s-au determinat ecartamentele optime după aspectul benzii produse şi frecvenţa ruperilor la flyere şi maşinile cu inele.

Pe baza acestor ecartamente au fost stabilite plusurile faţă de lungimea modul precum şi faţă de lungimea filatorului pentru comparaţie, pentru flyerul mijlociu cu căni.

Alte probe au fost efectuate în aceleaşi condiţii însă pe flyere clasice de diferite construcţii.

3. Concluzii

1. Pe baza rezultatelor obţinute s-au stabilit datele indicatoare pentru reglarea ecartamentelor în funcţie de lungimea modul (tabelul 3).

Tabelul 3

Felul maşinii	Ecartamente (mm)		
	E_1	E_2	E_3
Laminor clasic			
Trecerea I-a	$l_m + (7 \ldots 8)$	$l_m + (10 \ldots 12)$	$l_m + (16 \ldots 18)$
Trecerea II-a	$l_m + (6 \ldots 7)$	$l_m + (9 \ldots 12)$	$l_m + (15 \ldots 17)$
Trecerea III-a	$l_m + (6 \ldots 7)$	$l_m + (9 \ldots 11)$	$l_m + (14 \ldots 16)$
Flyer gros	—	$l_m + (5 \ldots 6)$	$l_m + (16 \ldots 17)$
Flyer mijlociu	—	$l_m + (4 \ldots 5)$	$l_m + (15 \ldots 16)$
Flyer fin	—	$l_m + (3 \ldots 4)$	$l_m + (14 \ldots 15)$
Flyer mijlociu MI	—	$l_m + (4 \ldots 6)$	$l_m + (9 \ldots 10)$

Influența variației în limite reduse a ecartamentelor la laminoare nu apare evidentă, neregularitățile încadrîndu-se în limitele admise ale erorilor. Pentru bumbac pieptănat se vor lua valorile mai mici iar pentru bumbac cardat și celofibră, valorile mai mari.

Se poate stabili și o cale de determinare a ecartamentelor prin calcul. Dacă se cunosc valorile factorului de ecartament β la fiecare cîmp de laminare se poate folosi formula (4), în care în loc de media lungimii fibrelor l să apară lungimea modul l_m. Astfel din formula (6) rezultă :

$$l = \frac{l_m + 2{,}6}{1{,}19} \tag{8}$$

și înlocuind în formula (4) se obține :

$$\beta = \left(\frac{1{,}19\,E}{l_m + 2{,}6} - 1\right)^2 + c_f^2. \tag{9}$$

Exemplu. Pentru cazul unui bumbac cu l_m=28 cm, la trecerea I-a prin laminor, ecartamentul optim în cîmpul de laminare din față este E_3=34 mm, se ia c_f^2=0,1. Rezultă $\beta = \left(\frac{34 \,.\, 1{,}19}{28+2{,}6} - 1\right)^2 + 0{,}1 = 0{,}202$.

Procedînd invers, adică avînd valoarea lui β, se poate calcula ecartamentul cu formula dedusă din formula (5) :

$$E = \frac{l_m + 2{,}6}{1{,}19}\left(1 + \sqrt{\beta - c_f^2}\right). \tag{10}$$

Se obține :

$$E = \frac{28+2{,}6}{1{,}19}\left(1 + \sqrt{0{,}202 - 0{,}1}\right) = 34 \text{ mm},$$

care este ecartamentul necesar pentru cazul considerat.

În același mod se pot face determinări pentru factorul de ecartament al fiecărui cîmp de laminare la trenurile oricărei mașini și se pot alcătui tabele în care să apară β și c_f^2 (cu valorile respective pentru fiecare mașină date de Grishin [1]). Calculul ecartamentelor se va face apoi cu formula (10).

Datele din tabelul 3, cu ecartamentele bazate pe lungimea modul, sînt menite să fie folosite în viitor în întreprinderi. Valorile stabilite mai pot fi afectate în mică măsură de parametrii enumerați și în special de mărimea presiunilor exercitate pe cilindri și împărțirea laminajului total în laminaje parțiale.

2. Tabelul 3 oferă două avantaje importante față de tabelele în care se consideră lungimea filatorului :

a) scurtează perioada de încercări pentru a se ajunge la regimul optim de filare,

b) permite a se face controlul tehnic cu mijloace metrologice mai corespunzătoare.

3. În urma consideraţiunilor teoretice în legătură cu formulele date de P. F. Grishin se indică o cale bazată pe ecartamentele optime, determinate cu ajutorul lungimii modul, pentru aflarea valorilor factorului de ecartament β propriu fiecărui cîmp de laminare la fiecare maşină. Valorile β urmează a fi folosite la determinarea prin calcul a ecartamentelor pentru cazuri analoage.

Institutul Politehnic, Iaşi
Caterra de Utilaj Textil

BIBLIOGRAFIA

1. Grishin P. F., Journ. of the. Text. Inst., 1954, **45**, 3, Transactions.
2. Sevostianov A. G., *Alcătuirea amestecurilor şi amestecul în filatura de bumbac*, 1955, IDT, Buc., (trad. din l. rusă).
3. Ionescu Muscel I., Vlad I., Hanganu V., Vlad E., Grindea M., Coman B., Rădulescu S., St. şi Cerc. şt., Acad. R.P.R. filiala Iaşi, Chimie, 1956, **7**, *1*, pp. 201—213.
4. Конюков П. М., Смелова Н. А. и Ефрос Б. Е., Лабораторный практикум по прядению хлопка, Гизлегпром, М., 1955, стр. 248—293.
5. Беличина Н. М., Справочник по хлопкопрядению Гизлегпром, М, 1955, стр. 310—366.

РЕГУЛИРОВКА В ХЛОПКОПРЯДЕНИИ НА ОСНОВАНИЯ МОДУЛЬНОЙ ДЛИНЫ НИТИ

(Резюме)

На основании модульной длины хлопчатобумажных нитей, установили орьентировочное значения в связи с урегулированием расстояний между цилиндрами вытяжного аппарата, и вытяжной машины и тазовыми машинами.

Вытекающее отсюда преимущество состоит в том, что модульная длина является характерным показателем который можно установить точно и быстро при помощи фиброметра.

Объяснение рисунков

Рис. 1 Изменения нерегулярности ленты в зависимости от расстояний установленных в вытяжной машине.

Рис. 2. Изменение нерегулярности сырья-пряжи в зависимости от расстояний установленных в тазовых машинах.

RÉGLAGE DANS LES FILATURES DE COTTON, EN UTILISANT LA LONGUEUR MODULE DES FIBRES

(R ésumé)

On donne des valeurs à titre d'orientation, en utilisant la longueur module, qui servent à determiner les écartements des cylindres du train d'étirage.

Il en résulte un avantage concernant l'amélioration des conditions de travail, la longueur module étant une caractéristique des fibres du cotton, qui peut être rapidement et précisément établie à l'aide du fibromètre.

Explication des figures

Fig. 1. La variation de l'irrégularité de la bande par rapport aux écartements établis à l'étirage.

Fig. 2. La variation de l'irrégularité du demitort par rapport aux écartements établis aux flyers.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

NOTE

33R-23

ASUPRA DEZVOLTĂRII ORGANIZĂRII ŞI PLANIFICĂRII PRODUCŢIEI ÎNTREPRINDERILOR INDUSTRIALE DIN R. P. R.

DE

EUGEN POPA, EUGEN FLOREA şi TUDOR SILION

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 12–13 februarie 1955

Cum din 1944 şi pînă în prezent s-a scurs un timp însemnat, bogat în evenimente, care necesită o privire retrospectivă, dînd posibilitatea desprinderii liniilor de dezvoltare a procesului de organizare şi planificare a activităţii întreprinderilor noastre industriale, am socotit util să întreprindem studiul de faţă.

Cercetînd acest proces, am constatat existenţa a două etape şi anume :

1) de la 23 august 1944 pînă la 11 iunie 1948 (naţionalizare) – perioada de pregătire a premizelor necesare unei economii planificate ;

2) de la 11 iunie 1948 înainte – perioada dezvoltării planificate a activităţii întreprinderilor industriale în R.P.R.

In consecinţă, în lucrarea noastră, vom analiza dezvoltarea metodelor de organizare şi planificare a producţiei întreprinderilor industriale de-alungul acestor două etape.

* * *

In trecut, patria noastră era o ţară înapoiată din punct de vedere economic şi cultural, căreia burghezia şi moşierimea romînă, ale cărei interese erau strîns legate de interesele capitaliştilor americani, francezi, englezi şi germani, ii hărăzise soarta de ţară „eminamente agricolă". Au existat totuşi oameni cu concepţii progresiste care au înfiinţat şi organizat fabrici, ca de exemplu G h. A s a c h i, care a construit o fabrică de hîrtie, sau M i h a i l K o g ă l n i c e a n u, care a construit o fabrică de postav, demonstrînd astfel prin fapte posibilitatea creerii unei industrii naţionale romîneşti.

Acest fapt a fost exprimat limpede într-un articol publicat în „Albina Romînească" din 24 august 1844 [1] din care reproducem următoarele : „supt unele ziceri ce nici s-ar băga în samă de nu ar fi deşănţate peste măsură. De acest fel au fost oarecare propunere : „că în Moldova ce este ţară curat agricolă, nu poate înflori nici o fabrică". Cu asemenea temei s-ar putea zice : că în Anglia, ce este ţară curat industrială nu poate înflori agricultura. Din care ar urma ca englezii să fie nevoiţi a importa cartofe din Moldova, iar noi să aducem cărămidă din Anglia. Dar pentrucă vedem că în acea ţară industrioasă în adevăr înfloreşte agricultura, trebuie să încheiem că şi în ţara noastră agricolă ar puté înflori fabricile : acolo pentrucă împoporarea cea mare de la întrebuinţarea maşinelor lasă multe mîni slobode pentru prelucrarea pămîntului, aici pentrucă puţina împoporare cere ajutorul maşinelor înlesnitoare de a fabrica din producte brute mînu-fapturile fiecăruia om neapărate".

* * *

După eliberarea ţării noastre de către glorioasa armată sovietică, masele populare conduse de Partidul Comunist Romîn au pornit cu elan la refacerea şi dezvoltarea economiei naţionale.

Lupta maselor muncitoare pentru refacerea economică a ţării a fost strîns împletită cu lupta împotriva sabotajului patronilor capitalişti, care au opus o rezistenţă îndîrjită, sprijinită

de imperialismul internaţional. In ciuda voinţei capitaliştilor, care făceau tot ce le era în putinţă pentru a împiedica refacerea şi dezvoltarea industriei, care sabotau pe faţă repunerea pe picioare a propriilor lor întreprinderi, care căutau să-şi transfere peste graniţă capitalurile, la chemarea şi sub conducerea comuniştilor, masele muncitoare au desfăşurat acţiuni largi pentru mărirea producţiei şi productivităţii muncii.

Deşi în perioada de după 23 august 1944, în întreaga noastră economie era predominant capitalul particular, totuşi datorită poziţiilor politice, pe care le deţineau proletariatul şi ţărănimea muncitoare, s-au putut aplica sub conducerea partidului şi cu participarea activă a maselor largi populare, o serie de măsuri de dirijare, de control a activităţii economice a întreprinderilor capitaliste, de control şi de limitare a beneficiilor [2].

Muncitorii organizaţi în sindicate revendică dreptul prin comitetele de fabrică de a veghia asupra bunului mers al producţiei pentru a putea interveni la timp împotriva sabotorilor [3]. In aceste acţiuni joacă un rol deosebit de important diferitele comitete cetăţeneşti şi în special controlul muncitoresc, formate şi sprijinite de masele largi populare [2].

Insemnătatea organelor de control muncitoresc asupra producţiei a constat în faptul că pentru prima dată la noi în ţară, clasa muncitoare ia parte nemijlocit la conducerea producţiei.

Ca şi în Uniunea Sovietică, comitetele de fabrică şi comisiile de control asupra producţiei din ţara noastră, trebuiau să vegheze ca fabricile să lucreze fără întrerupere şi să lupte împotriva sabotajului întreprinzătorilor capitalişti. Ca şi în Uniunea Sovietică, în perioada dinaintea lui Octombrie, cînd controlul muncitoresc asupra întreprinderilor se stabilea forţat prin lupta cu patronii, existînd o contra-acţiune a guvernului provizoriu, şi la noi, pînă la instaurarea guvernului democratic, controlul muncitoresc se exercita împotriva voinţei majorităţii reacţionare din guvernul de atunci, fără ca să fi existat vreo lege în acest sens.

Guvernul democratic instaurat la 6 martie 1945 a luat o serie de măsuri energice în vederea redresării economiei naţionale, a trecerii industriei pe făgaşul producţiei de pace [1]).

Muncitorii cei mai înaintaţi din sectorul carbonifer, din transporturi, din metalurgie şi industria carboniferă, însufleţiţi de chemarea Partidului Comunist Romîn au pornit bătălia pentru ridicarea producţiei.

Un rol însemnat, atît în viaţa politică, cît şi în cea economică a ţării noastre, l-a jucat conferinţa naţională a P.C.R. din octombrie 1945. Ea a trasat primele sarcini ale refacerii economiei naţionale : utilizarea capacităţii maxime a uzinelor metalurgice existente şi a minelor de cărbuni, grăbirea trecerii industriei de război la producţia de pace, şi ridicarea nivelului producţiei industriale, refacerea şi dezvoltarea sistemului de transporturi [4]. Pentru aplicarea acestor directive, partidul şi guvernul democratic iau o serie de măsuri, care în acelaşi timp, pregătesc trecerea la viitoarea conducere planificată a economiei naţionale.

O primă măsură a fost înfiinţarea consiliului superior al economiei naţionale, în martie 1946, avînd următoarele atribuţii principale :

1) Coordonarea activităţii departamentelor cu caracter economic, financiar şi social.

2) Elaborarea de programe, planuri, măsuri, etc. privind producţia, circulaţia, creditele, investiţiile, moneda, preţurile, schimbul internaţional, finanţele publice, politica fiscală şi vamală, cooperaţia, etc. [5].

Din enumerarea acestor atribuţii reiese că acest organ a fost creat pentru reglementarea şi conducerea vieţii economice a ţării, după exemplul consiliului superior al economiei naţionale, înfiinţat în Uniunea Sovietică la 14 decembrie 1917 (V.S.N.H.). Spre deosebire de V.S.N.H. înfiinţat după Marea Revoluţie Socialistă, la noi, consiliul superior al economiei naţionale a luat fiinţă în perioada desăvîrşirii revoluţiei burghezo-democratice.

Pentru asigurarea realizării sarcinilor de organizator şi coordonator al activităţii economice, financiare şi sociale a consiliului superior al economiei naţionale, în decembrie 1946 se etatizează Banca Naţională a Romîniei, care ca mandatară a Statului romîn [6] trebuia să asigure dirijarea şi controlul creditelor, acţiunea sa exercitîndu-se asupra tuturor băncilor şi instituţiilor de credit, publice sau particulare.

---

1) Astfel o parte a fabricilor de armament a fost trecută de guvern la C. F. R. pentru a participa cu producţia lor reorganizată la refacerea transporturilor. Totodată s-au acordat credite mari unor întreprinderi metalurgice pentru a trece la producţia de pace [4].

In acelaşi scop şi ţinînd seama de importanţa comunicaţiilor în cadrul economiei naţionale, mai ales în acea perioadă de refacere economică, s-a înfiinţat în iulie 1947 consiliul superior al comunicaţiilor [7] [2]).

Formele de conducere a industriei au suferit schimbări datorită transformărilor din economie, în structura de clasă a ţării şi în modul de dezvoltare a industriei.

Prima formă de conducere a industriei, aşa după cum am văzut, a fost controlul muncitoresc asupra producţiei şi repartiţiei, cînd muncitorii participă la conducerea industriei într-o perioadă de timp care însemna [8] începutul primei etape a luptei revoluţionare pentru statornicirea democraţiei populare, în ţara noastră.

Cea de a doua formă de conducere a economiei naţionale la noi în ţară a fost consiliul superior al economiei naţionale, organ de coordonare şi avizare a activităţii economice, financiare şi sociale.

In acelaşi timp apare necesitatea creerii unui organ care să aplice politica guvernului şi partidului nostru, de refacere şi dezvoltare a economiei în domeniul industriei.

Se organizează astfel Ministerul Industriei şi Comerţului [9] avînd drept obiective organizarea, îndrumarea, supravegherea şi controlul activităţii economice a ţării, în domeniul producţiei industriale, a întreprinderilor particulare şi de stat, al repartizării materiilor prime şi al semifabricatelor, al distribuirii produselor alimentare şi industriale, al comerţului interior şi al relaţiilor economice cu străinătatea, stabilind şi regimul preţurilor.

Una dintre atribuţiile foarte importante ale acestui minister, deoarece arată linia de dezvoltare în viitor a industriei noastre socialiste în special şi a întregii economii naţionale în general, este următoarea [9] :

„Intocmirea şi aducerea la îndeplinire a planurilor de producţie, folosirea şi distribuirea mijloacelor de producţie, colectarea şi procurarea materiilor prime, repartizarea şi distribuirea acestora, procesul tehnologic de fabricaţie, şi orice activitate industrială a întreprinderilor ce intră în sfera sa de atribuţie".

Pentru dezvoltarea viitoare a întreprinderilor noastre din punct de vedere organizatoric şi tehnologic, este de asemenea important faptul că Direcţia generală a Industriei mijloacelor de producţie din Ministerul Industriei şi Comerţului, determină condiţiile calitative şi cantitative pe care trebuia să le îndeplinească producţia industrială, întocmind norme de tipizare şi caiete de sarcini.

Pentru controlul producţiei industriale, a regimului preţurilor, reprimarea speculei ilicite şi a sabotajului economic se creează, în cadrul aceluiaş minister, o Direcţie generală a controlului economic.

Controlul economic, forma cea mai ascuţită a controlului muncitoresc asupra producţiei, era, ca şi controlul muncitoresc sovietic, o parte componentă a controlului asupra întregii vieţi economice a ţării, avînd sensul de intervenţie, supraveghere activă şi participare în organizarea producţiei întreprinderii capitaliste şi nu de simplă revizie. Spre deosebire de Uniunea Sovietică, controlul nostru economic a fost înfiinţat după cererea Consiliului superior al economiei naţionale.

Ca urmare la noile funcţiuni ale Ministerului Industriei şi Comerţului, întreprinderile industriale primesc sarcini de producţie, concretizate în programe de producţie întocmite de Ministerul Industriei şi Comerţului, pe o lună sau mai mult.

Primele programe de producţie au fost fixate pentru fabricile metalurgice [3]).

Odată cu întocmirea programelor de producţie se stabilea şi necesarul anual de materii prime [10] şi articole tehnice de import, precum şi planul de distribuire a produselor obţinute, destinate industriei. In scopul aplicării coordonate a măsurilor prevăzute [11] de legile pentru reglementarea activităţii industriale, au fost înfiinţate oficiile industriale. Această lege constituia în acea etapă de dezvoltare a industriei noastre, un pas spre noi cuceriri democratice. Oficiile industriale, grupau întreprinderi de acelaşi fel pe principalele ramuri de producţie şi con-

---

2) Atribuţiile sale erau următoarele :

a) Coordonarea tuturor comunicaţiilor publice şi private pe uscat, apă şi aer, pentru a realiza o politică unitară de comunicaţii în cadrul intereselor superioare ale statului.

b) Coordonarea politicii de comunicaţie cu acea a celorlalte activităţi economice şi sociale, spre a se realiza o politică generală unitară a statului.

3) Spre exemplu uzinele de fier şi domeniile Reşiţa, uzinele de fier ale statului din Hunedoara, uzinele T.N.C., Industria Sîrmei-Cîmpia Turzii, etc.

stituiau organisme mixte [12] ce ofereau posibilitatea unei conclucrări comune între stat şi industrie. Ele deveneau astfel colaboratoare permanente ale Ministerului în vederea planificării producţiei, a colectării materiilor prime, a supravegherii procesului de producţie pentru îmbunătăţirea lui, etc. Ele dădeau statului posibilitatea de a îndruma şi controla activitatea industrială şi comercială a întreprinderilor private [13], fiind în consecinţă o altă formă a controlului muncitoresc pe lîngă cele pe care le-am văzut pînă acum. Oficiile industriale au funcţionat pînă la naţionalizare, cînd au fost înlocuite cu centralele industriale.

La mijlocul anului 1947 din iniţiativa partidului comunist, guvernul a trecut la aplicarea de măsuri, avînd drept scop lichidarea inflaţiei şi însănătoşirea economiei noastre naţionale. Propunerile P.C.R. pentru îmbunătăţirea situaţiei economice şi financiare a ţării, prevedeau sarcini concrete pentru diferite ramuri ale industriei, în ceea ce priveşte ridicarea producţiei şi a productivităţii muncii.

Astfel se prevedea că pînă la sfîrşitul anului 1947 nivelul producţiei industriale să atingă 70% faţă de 1938. Oamenii muncii din industrie au desfăşurat o largă întrecere pentru realizarea acestor sarcini. Întrecerea patriotică pentru îndeplinirea şi depăşirea programului de producţie a cuprins mase tot mai largi de muncitori, ingineri şi tehnicieni [4]).

Ca urmare a traducerii în viaţă de către oamenii muncii a propunerilor Partidului Comunist pentru îmbunătăţirea situaţiei economice şi financiare a ţării s-au creat condiţiile necesare înfăptuirii reformei monetare. Reforma monetară din 1947 a dat o lovitură puternică capitalului speculativ, a stimulat creşterea forţelor de producţie, a însănătoşit şi echilibrat viaţa economică şi financiară a ţării în condiţiile ascuţirii luptei de clasă, cînd burghezia acţiona în sensul sabotării şi dezorganizării producţiei, al evaziunii capitalurilor din întreprinderi, cînd se înmulţiseră cazurile de abandonare directă a întreprinderilor, ceea ce impunea statului măsuri de salvare a acestor întreprinderi [14].

In raportul politic al C.C. la Congresul P.M.R. din februarie 1948, tov. Gh. Gheorghiu-Dej arată că întrecerile în producţie şi munca voluntară – mişcări înrudite între ele – constituiau vlăstare tinere dar cu atît mai preţioase ale unei noi atitudini faţă de muncă [14], care trebuiau încurajate şi stimulate prin toate mijloacele.

Prin măsurile de redresare luate pînă atunci şi cele ce urmau să fie luate împletite strîns cu mobilizarea creatoare a muncitorimii noastre, a tineretului nostru, se creau premizele pentru realizarea în timpul apropiat a obiectivului nostru nemijlocit (pentru acea perioadă de timp) în sectorul industrial – atingerea şi depăşirea nivelului de producţie din anul 1938.

Se creau premizele pentru organizarea planificată a economiei noastre. Devenea necesară pregătirea pentru noi paşi înainte în dezvoltarea economică a ţării, trecîndu-se de la programele de producţie pe baza cărora se lucra atunci, la forme superioare de planificare pentru a concentra toate forţele materiale, financiare şi omeneşti în vederea refacerii rapide a dezvoltării economice a ţării şi a creerii unor condiţii de viaţă fericită pentru toţi cei ce muncesc în ţara noastră [14].

Pentru refacerea şi dezvoltarea sectorului industrial era necesară realizarea de investiţii. In acest scop, în martie 1948, a fost înfiinţată comisia superioară a investiţiilor [15] pe lîngă Consiliul superior al economiei naţionale.

Dat fiind că nivelul producţiei creştea neîncetat, Ministerul Industriei şi Comerţului a fost divizat în aprilie 1947, oganizîndu-se două ministere : Ministerul Industriei şi Ministerul Comerţului [16] separat de Ministerul Minelor şi Petrolului.

* * *

Această primă perioadă de dezvoltare a economiei noastre este o perioadă de luptă a clasei muncitoare pentru smulgerea puterii politice şi economice din mîna capitaliştilor, cînd nu se putea face o reorganizare structurală a economiei.

Apreciind rezultatele economice ale acestei prime etape, constatăm că s-au creat o serie de condiţii pregătitoare pentru organizarea şi planificarea producţiei în întreprinderile industriale, prin înfiinţarea organelor de conducere, reglementare şi control economic precum şi prin activitatea întreprinderilor pe bază de programe de producţie.

---

4) Sarcinile trasate de partid sectorului industrial au fost realizate în linii mari în două luni. Astfel s-a ajuns ca faţă de 1938, producţia industrială să atingă 70,2% la metalurgie, 78,2% la produse chimice, 95,5% la cărbune, 80% la ciment, geamuri şi materiale de construcţie. Transporturile pe C.F.R. au atins 88% faţă de 1938.

Organele create în cursul acestei perioade îşi schimbă forma în funcţie de necesităţile politice şi economice ale momentului respectiv, esenţa lor rămânînd aceeaşi – îndrumarea şi controlul activităţii întreprinderilor.

In această perioadă puterea politică nefiind încă în mîinile clasei muncitoare, accentul cade de control şi nu pe activitatea nemijlocită de conducere a întreprinderilor de către clasa muncitoare.

Mai este necesar de remarcat faptul că perioada de control muncitoresc la noi în ţară a durat circa 4 ani, pe cînd în Uniunea Sovietică a durat numai circa 1 an.

* * *

Cucerirea întregii puteri politice de către clasa muncitoare a impus o schimbare structurală în domeniul economiei naţionale şi anume, trecerea în mîinile statului ca bun comun al poporului a celei mai importante părţi din mijloacele de producţie. Cu aceasta începe a doua etapă din punct de vedere al studiului nostru.

La 11 iunie 1948 din iniţiativa P.M.R. a fost înfăptuită naţionalizarea principalelor mijloace de producţie din industrie, act revoluţionar de însemnătate istorică în viaţa poporului nostru. Naţionalizarea celei mai mari părţi a întreprinderilor capitaliste şi ca urmare desfiinţarea exploatării omului de către om în aceste întreprinderi, a dus la crearea formaţiei socialiste, care deţine rolul conducător în economia noastră naţională. In acest mod, statul nostru democrat popular a trecut la industrializarea socialistă a ţării. Odată cu socializarea principalelor mijloace de producţie industriale, bancare şi de transport, legea concurenţei şi anarhiei producţiei şi-a pierdut puterea în formaţiunea socialistă a economiei, în care a apărut legea opusă, legea dezvoltării planice proporţionale a economiei naţionale, devenind astfel posibilă şi necesară întocmirea de planuri anuale şi cincinale. Trebuia creat un organ în acest scop, de conducere planificată a economiei naţionale.

La 3 săptămîni după naţionalizare s-a înfiinţat [17] Comitetul de stat al planificării de pe lîngă Consiliul de Miniştri [5]).

E necesar să remarcăm că la noi C.S.P. trebuia să îndeplinească la înfiinţarea sa aceleaşi sarcini ca şi Gosplanul sovietic de pe lîngă Consiliul muncii şi apărării (înfiinţat în februarie 1921 [6]).

La începutul ei munca de planificare a întîmpinat la noi în ţară greutăţi, datorită condiţiilor grele în care se găsea aceasta în momentul introducerii conducerii planificate a economiei [7]).

---

5) Acest organ guvernamental avea următoarele atribuţii :

a) Intocmirea planului de stat conform directivelor şi obiectivelor politico-economice, stabilite de guvern.

b) Coordonarea sectoarelor economice în cadrul planului de stat.

c) Controlul executării planului, prezentînd guvernului concluziile sale asupra acestei executări.

d) Conducerea metodică a întregii munci de planificare economică a activităţii statistice de stat şi a evidenţei din ministere, întreprinderi şi instituţii.

e) Studierea problemelor speciale privind economia naţională, propunînd soluţii pentru rezolvarea lor.

6) In regulamentul acestei Comisii de stat a planificării, care a întruchipat ideile leniniste despre planificare, au fost formulate atunci următoarele sarcini ale planificării de stat.

a) elaborarea unui plan economic unitar pe întreg statul, precum şi a modului şi a normelor de înfăptuire a acestui plan ;

b) examinarea şi coordonarea cu planul general de stat a progamelor de producţie şi propunerilor de planificare ale diferitelor departamente, precum şi ale organizaţiilor (economice) regionale în toate ramurile economiei naţionale şi fixarea ordinei de executare a lucrărilor ;

c) elaborarea măsurilor cu caracter general de stat pentru dezvoltarea cunoştinţelor şi organizarea cercetărilor necesare înfăptuirii planului economiei de stat, precum şi pentru folosirea şi pregătirea personalului necesar ;

d) elaborarea măsurilor pentru răspîndirea în masele largi ale populaţiei a datelor asupra planului economiei naţionale, asupra modului realizării sale şi asupra formelor corespunzătoare a muncii [18].

7) In primul rînd situaţia economică era extrem de grea după anii de exploatare a bogăţiilor noastre de către imperialiştii americani, englezi, francezi, germani, olandezi, etc. şi

Toate aceste greutăţi constituiau în primul rînd piedici peste care nu am fi putut trece, dacă nu am fi avut sprijinul permanent al Uniunii Sovietice. Dar prin materialul teoretic de planificare bazat pe experienţa U.R.S.S., prin ajutorul dat de specialiştii sovietici, ingineri, tehnicieni şi muncitori veniţi la noi în ţară şi care ne-au îndrumat necontenit în munca de planificare, prin ajutorul material (maşini, instalaţii etc.), am putut ieşi din situaţia grea în care ne găseam pentru a pune bazele industrializării ţării în vederea construirii socialismului.

Imediat după înfiinţarea C.S.P. pentru coordonarea activităţii industriale, se înfiinţează centrale industriale pe ramuri industriale [20], desfiinţîndu-se totodată oficiile industriale. Centralele industriale grupau toate întreprinderile din aceeaşi ramură, şi constituiau o formă organizatorică intermediară între întreprinderi, şi ministere, avînd ca scop :

1) conducerea, dezvoltarea şi controlul activităţii întreprinderilor de stat ;

2) aplicarea coordonată a normelor prevăzute de legile pentru reglementarea activităţii industriale.

Ele erau organizaţii distincte de ministerele de resort, avînd o independenţă economico-operativă foarte mare [21].

Existenţa acestor centrale a dat loc la o serie de neajunsuri dintre care cele mai importante erau următoarele :

1) îndepărtarea conducerii economice de producţie prin introducerea unei verigi intermediare între minister şi întreprindere ;

2) diminuarea caracterului operativ al conducerii, deoarece problemele erau trecute prin filiera minister-centrală-întreprindere şi invers.

3) scumpirea aparatului conducător prin coexistenţa unui aparat de conducere, atît în minister, cît şi în centrală.

Prin desfiinţarea centralelor la sfîrşitul anului 1948, ministerele au preluat conducerea directă a întreprinderilor tutelate de ele prin direcţiile generale industriale de resort.

Intre actualele direcţii generale şi fostele centrale industriale, există o deosebire calitativă : direcţiile generale nu sînt unităţi autonome, ci fac parte din minister în mod organic, ele fiind pentru minister un instrument al conducerii operative a întreprinderilor dintr-o anumită ramură industrială.

Şi în Uniunea Sovietică au existat după naţionalizarea întreprinderilor industriale o serie de verigi intermediare între întreprinderi şi ministere [8]) (glavce, trusturi, sindicate, uniuni, etc).

Toate verigile intermediare sovietice au fost desfiinţate în urma hotărîrilor Congresului al XVII al P.C.U.S. din februarie 1934, iar centralele industriale din R.P.R. în 24 decembrie 1948 prin decretul Nr. 401 pentru organizarea Ministerului Industriei.

In această scurtă perioadă (12 iulie 1948 – 24 decembrie 1948) centralele industriale au constituit veriga principală a conducerii industriei noastre prin funcţiile ce le îndeplineau, fiind o altă formă de conducere a industriei.

Odată cu gruparea în centrale industriale după obiectivul lor de producţie, s-a procedat de asemenea la organizarea şi funcţionarea întreprinderilor industriale de stat. Prin decretul Nr. 140, – pentru organizarea şi funcţionarea întreprinderilor industriale, publicat în Monitorul Oficial Nr. 161 din 15.VII.1948, s-a stabilit că ele erau unităţi de producţie conducîndu-se după principiile gospodăririi de sine stătătoare trebuind să îndeplinească planul de producţie, de investiţii şi de repartizare a producţiei.

---

după distrugerile provocate de război [19]. Sarcinile mari de refacere şi consolidare a economiei erau cu atît mai greu de realizat în situaţia politică în care ne găseam în condiţiile ascuţirii luptei de clasă, cînd elementele burghezo-moşiereşti se încleştau puternic pe poziţiile pe care le mai aveau, întrebuinţînd în această luptă mijloacele cele mai mîrşave pentru realizarea scopului lor şi pentru a sabota înfăptuirea sarcinilor de plan. In al doilea rînd o problemă grea în perioada aceasta, cînd întreaga economie avea nevoie de oameni noi care să pornească cu hotărîre la lupta pentru construirea socialismului, era găsirea cadrelor necesare. In al treilea rînd era lipsa de experienţă în acest domeniu, lipsa evidenţei, precum şi probleme noi care se iveau mereu.

8) De exemplu glavcele sovietice, îndată după naţionalizarea industriei aveau un rol foarte important şi anume să asigure stricta centralizare a repartiţiei resurselor de materiale, concentrarea producţiei la întreprinderile cele mai mari şi repartizarea comenzilor după un plan unic dat fiind că resursele de combustibil, energie electrică şi materii prime erau extrem de limitate, iar capacitatea de producţie insuficientă [22].

Prin desfiinţarea centralelor industriale, în decembrie 1948, întreprinderea industrială a devenit veriga de bază, principala verigă de conducere a industriei.

Nu întîmplător a devenit întreprinderea veriga de bază a industriei. Noua situaţie politică şi economică din ţara noastră, faptul că economia naţională, industria noastră, începea din 1949 să activeze după plan, în a cărui realizare sarcina centrală revenea întreprinderii, faptul că mergeam pe calea industrializării spre socialism, impunea punerea aparatului de conducere în concordanţă cu sarcinile construcţiei socialiste.

La transformarea întreprinderii industriale în verigă de bază a conducerii, au contribuit noile condiţii create după naţionalizarea principalelor întreprinderi industriale, şi anume :

a) Formarea cadrelor de conducere.

b) Imbunătăţirea situaţiei financiare a întreprinderilor.

c) Refacerea întreprinderilor prin masivele credite acordate pentru lucrările de investiţii productive.

In Uniunea Sovietică întreprinderea industrială a devenit veriga de bază centrală în conducerea industriei prin hotărîrea Comitetului Central al P.C.U.S. din 5 decembrie 1929 „Despre reorganizarea conducerii industriei". Noile conduceri ale întreprinderilor noastre socialiste, formate din muncitori capabili şi devotaţi cauzei construirii socialismului, au trecut la organizarea întreprinderilor după exemplul întreprinderilor sovietice. Au fost constituite în întreprinderi organe tehnice şi administrative, capabile să facă faţă sarcinilor puse de economia noastră planificată şi organizarea întreprinderilor pe baza gospodăririi socialiste. S-a desfăşurat o largă activitate pentru sistematizarea fiecărei întreprinderi, deoarece capitaliştii în pofta lor de cîştiguri uşoare, creaseră întreprinderi insalubre, adevărate maghernite. Pentru prima dată în ţara noastră protecţia muncii şi tehnica securităţii au devenit preocupări de stat [23].

După naţionalizare a început să se introducă treptat şi să se consolideze gospodărirea socialistă în întreprinderile noastre.

Caracterul deosebit de complex al conducerii întreprinderii pe baza principiilor de gospodărire socialistă a determinat introducerea şi înrădăcinarea ei în mod treptat, pe măsură ce au fost asigurate condiţiile necesare.

Hozrasciotul a fost reglementat la noi curînd după trecerea la conducerea planificată a economiei naţionale, creindu-se cadrul legal de funcţionare al întreprinderilor noastre socialiste după principiul gospodăririi socialiste [24]. De fapt chiar imediat, după naţionalizare, prin trecerea mijloacelor de bază şi de rulment a întreprinderilor naţionalizate în proprietatea statului, prin drepturile ce au fost acordate directorilor în conducerea acestor întreprinderi, prin dreptul acordat întreprinderilor de a avea cont la bancă şi de a contracta împrumuturi, prin sistemul de evidenţă şi bilanţ propriu, întreprinderile industriale de stat au început să aplice încă de atunci unele din principiile gospodăririi socialiste.

La cîteva luni după naţionalizare, tov. Gh. Gheorghiu-Dej a expus în faţa Marii Adunări Naţionale în ziua de 24 decembrie 1948 proiectul primului plan de stat al Republicii Populare Romîne. Prin acest proiect de plan se trece de la programele de producţie, pe baza cărora întreprinderile lucraseră doi ani, la planuri de producţie industriale, în care se oglindeau sarcini cantitative de producţie pentru întreprinderi, în cadrul planului unic de stat.

Intocmirea într-un timp atît de scurt de la naţionalizare a primului plan de stat al R.P.R. a fost posibilă datorită măsurilor de reorganizare a sectorului industrial, bancar şi de circulaţie a mărfurilor [25]. Uzinele şi fabricile fuseseră grupate în centrale industriale, întreprinderile industriale, sub conducerea noilor directori muncitori, începuseră lichidarea stării de dezorganizare în care fuseseră lăsate de către capitalişti. Prin efortul clasei muncitoare producţia industrială crescuse, programele fixate de ministere, executate şi depăşite, în locul haosului contabil provocat intenţionat de capitalişti pentru a-şi ascunde beneficiile, se introduce o contabilizare riguroasă a tuturor cheltuielilor şi veniturilor, se procedează la organizarea sistemului de credit şi restaurarea sistemului fiscal, iar comerţul de stat se întăreşte considerabil.

Progresele făcute în organizarea producţiei întreprinderilor, în înzestrarea lor cu tehnică modernă, a contribuit la întărirea sectorului socialist din economia noastră [26]. In cursul îndeplinirii planului, întrecerea socialistă a luat o amploare deosebită, ceea ce dovedea sprijinul entuziast al maselor muncitoare pentru regimul de democraţie populară.

Forme noi de întreceri socialiste organizate de sindicate au apărut în cursul acestui an : întreceri individuale, întreceri între maiştri, întreceri între brigăzi complexe şi între fabrici. Intrecerile au cuprins sfere noi, de pildă organizarea întrecerii pentru gospodărirea cu mijloace proprii, pentru reducerea preţului de cost prin evidenţa zilnică, etc. [26].

In aceste condiții au fost scoase la iveală noi rezerve interne în întreprinderi și mobilizate în lupta pentru progresul țării.

Inițiativa creatoare a maselor, inovațiile și metodele de raționalizare a muncii propuse de muncitori și tehnicieni și care erau rezultatul creșterii conștiinței socialiste în sînul maselor noastre muncitoare, constituiau factori de realizare și depășire a planului de stat [27].

Pentru realizarea primului nostru plan de stat s-au luat o serie de măsuri care au constituit implicit măsuri pentru organizarea eficientă a activității întreprinderilor industriale, ca de exemplu : introducerea primelor standarde de stat pentru produsele industriale, stabilirea normativelor fondurilor de rulment la peste 1000 întreprinderi, evaluarea mijloacelor de bază a întreprinderilor și calculul științific al cotelor de amortisment, stabilirea unor indici tehnico-economici de utilizare a agregatelor și de consum de materii prime și de materiale, practica contractelor economice, planul de casă al întreprinderilor, urmărirea prețului de cost al producției întreprinderii, planificarea fondului de salariu și a numărului de salariați în raport cu producția, etc. [28].

Trecerea la sistemul gospodăririi socialiste ca formă de conducere a întreprinderilor industriale, la sfîrșitul anului 1949 și la începutul anului 1950 a determinat un nou stil de muncă în industrie. Intărirea rolului factorilor economici în munca întreprinderilor a impus acestora necesitatea planificării indicatorilor calitativi de lucru, ca de pildă : prețul de cost, acumulările, beneficiile, etc. Incepe deci să se dezvolte planificarea financiară pe lîngă cea industrială propriu-zisă, planificarea indicatorilor calitativi ai muncii întreprinderilor, alături de cei cantitativi ai producției.

Planurile industriale s-au transformat în planuri industriale și financiare, apropiindu-se în consecință de norma actuală a planului întreprinderii : planul tehnic, industrial și financiar.

In Uniunea Sovietică transformarea planului industrial de producție în plan industrial și financiar a avut loc după consolidarea gospodăririi socialiste în întreprinderi și după hotărîrea C.C. al P.C.U.S. din decembrie 1929, cînd întreprinderea a devenit veriga de bază a industriei [29].

Realizarea cu succes a planului de stat pe 1949 a creat condițiile necesare pentru a se putea fixa obiectivele politico-economice a planului pe 1950. Planul pe 1950 a fost alcătuit în lumina necesităților indicate de problemele dezvoltării economiei în perioada primului nostru cincinal [26].

Deși ambele planuri anuale au fost planuri de refacere și dezvoltare a economiei noastre, pe drumul socialismului, totuși între ele există o deosebire calitativă. Planul de stat pe 1949 a fost un plan în special de refacere, în timp ce planul pe 1950, întemeindu-se pe realizările și succesele obținute în îndeplinirea planului pe 1949, a pregătit condițiile pentru trecerea la primul nostru cincinal, formînd etapa de trecere spre acest plan.

In acest scop Consiliul de Miniștri din R.P.R. în ședința sa din 11 februarie 1950 a luat o serie de hotărîri privind măsurile organizatorice necesare pentru înfăptuirea planului de stat pe 1950 : organizarea evidenței operative, întărirea și generalizarea gospodăririi socialiste, introducerea efectivă a conducerii unice în întreprinderi, stabilirea profilului întreprinderilor industriale pe baza specializării și cooperării, întocmirea de norme proprii de calitate, pentru produsele nestandardizate încă, crearea în întreprinderi a unor secții de prelucrare și valorificare a deșeurilor, planificarea reparațiilor preventive, periodice și capitale, controlul tehnic în timpul proceselor tehnologice.

Consfătuirile de producție ca urmare a hotărîrilor Consiliului de Miniștri și-au găsit o largă răspîndire în întreprinderi, devenind o formă de bază a participării maselor la conducerea întreprinderii.

La aceste consfătuiri ținute cel puțin odată pe trimestru cu întregul activ de muncitori, ingineri și tehnicieni, se discuta asupra mersului îndeplinirii planului pe baza unui raport al directorului, luîndu-se măsurile tehnico-organizatorice și de raționalizare pentru lichidarea lipsurilor.

In anul 1949, deși planurile întreprinderilor cuprindeau în ansamblu toate laturile activității lor productive, totuși planificarea tehnicii era foarte slab dezvoltată. Datele necesare elaborării planului industrial și financiar erau statistice și în consecință nu corespundeau situației reale din uzine. Ele puteau servi numai ca material pentru analiza activității întreprinderii.

Ținînd seama că întreprinderile vechi fuseseră reorganizate și modernizate, că începuseră să fie puse în funcție întreprinderi noi, că nivelul tehnic al întreprinderilor noastre creștea mereu, era necesar să se treacă la întocmirea de planuri bazate pe indici tehnico-economici de funcționare a mașinilor, de consum al materialelor, de măsuri tehnico-organizatorice, de procedee tehnologice noi, de cercetări științifice, ceea ce aducea ca urmare faptul că indicatorii planului

întreprinderii încep să fie elaborați pe bază de calcule tehnice amănunțite și nu pe bază de date statistice.

In acest mod planul industrial și financiar începe să se transforme în plan tehnico-industrial și financiar în cursul anului 1950, transformarea realizîndu-se deplin în primii ani ai cincinalului.

In Uniunea Sovietică, planul industrial și financiar începe să se transforme în plan tehnic industrial și financiar în anii 1931–1932, cînd uzinele „Zvetlana" și „Sevkabel" din Leningrad, își alcătuiesc pentru prima oară planul tehnic industrial și financiar.

E necesar să amintim că în al doilea an de plan se reorganizează statistica la noi în țară. Direcția Generală a Statisticei are ca funcții mai importante analizele statistice pentru controlul îndeplinirii planului și elaborarea datelor necesare pentru întocmirea proiectelor de plan [30].

Muncitorii mobilizați în întrecerea socialistă încep să aplice pe scară tot mai largă metodele înaintate sovietice, ca de pildă metoda „Matulineț" a șarjelor rapide, metoda „Korabelnikova" pentru economii complexe, metoda „Bortkievici" de tăiere rapidă a metalelor, metoda „Trebleev" a contului personal de economii.

In vederea stimulării întrecerii socialiste, în 1950 se instituie drapelul de producție, care se acordă anual colectivului întreprinderii fruntașe pe țară [31].

Ținîndu-se seama de rolul important al maistrului ca factor organizator al producției și de sarcinile din ce în ce mai mari ale întreprinderilor în cadrul planului de stat, în 1950 printr-o hotărîre a Consiliului de Miniștri au fost precizate sarcinile și răspunderea maistrului acesta fiind ridicat astfel la adevărata lui menire și devenind conducător în compartimentul său de producție, responsabil cu respectarea disciplinei tehnologice de buna aprovizionare a locului de muncă și de realizarea planului de producție.

In Uniunea Sovietică rolul maistrului ca organizator nemijlocit al producției a fost precizat prin rezoluția conferinței a XVII-a P.C.U.S. [9]).

In cursul realizării primelor două planuri anuale organizațiile de partid din întreprinderi au organizat și au condus avîntul în muncă al maselor pentru îndeplinirea planurilor, au început să cunoască în adîncime problemele organizării tehnicii și economiei întreprinderilor, îmbunătățindu-se astfel munca în întreprinderi. Toate acestea au permis întărirea rolului și răspunderii organizațiilor de bază din întreprinderi, participarea lor la conducerea întreprinderii. Hotărîrea C.C. al P.M.R. din 23–24 ianuarie 1950 stabilește dreptul organizației de bază de a controla activitatea administrativă a întreprinderii.

In Uniunea Sovietică acordarea dreptului de control asupra activității administrației întreprinderilor a fost hotărîtă la Congresul XVIII al P.C.U.S.

* * *

Trecerea la întocmirea primului nostru cincinal a constituit o etapă dintre cele mai importante în dezvoltarea planificării economiei naționale și a planificării întreprinderilor.

Fiecare ramură a industriei și fiecare întreprindere a căpătat o perspectivă precisă a dezvoltării ei, nu numai pentru un singur an, ci pentru o perioadă de timp mai îndelungat. Planurile anuale s-au elaborat ca părți ale planului cincinal. La rîndul lor, planurile anuale au fost defalcate pe trimestre și luni.

In cursul îndeplinirii sarcinilor primului nostru cincinal, organizarea muncii a fost ridicată pe o treaptă mai înaltă, ca urmare a întăririi disciplinei conștiente și a noii atitudini față de muncă.

Astăzi o preocupare de seamă a întreprinderilor este lupta pentru realizarea calității și a sortimentului producției, luptă pentru descoperirea și mobilizarea rezervelor interne, pentru un regim de economii și pentru reducerea continuă a prețului de cost al producției.

Ca urmare a întăririi gospodăririi socialiste s-au introdus în primul an al cincinalului un plan financiar operativ, legat organic de planul de producție [32].

Pentru obținerea unei producții ritmice, uniforme, cu o dinamică crescîndă, s-a prevăzut în legea planului cincinal lucrul după grafic. Această metodă de lucru a fost introdusă în Uniu-

9) Referindu-se la rolul maistrului în procesul de producție, rezoluția Conferinței a XVII a P.C.U.S. a hotărît : „Să se ridice rolul maistrului ca organizator nemijlocit al producției și să se pună la punct lucrul astfel încît acesta să-și conducă cu depline drepturi compartimentul de producție, fiind responsabil din plin de respectarea disciplinei tehnologice și de executarea sarcinei de producție după toți indicii aceștia".

nea Sovietică încă din anul 1940, în urma istoricei rezoluţii a Conferinţei a XVIII a P.C.U.S. privitoare la îmbunătăţirea întregii munci de planificare.

Paralel cu introducerea muncii după graficul zilnic, numeroase colective din întreprinderi, în cadrul întrecerii socialiste au luat iniţiativa introducerii graficului orar, formă superioară de organizare a muncii ritmice [33].

Am văzut, că în primii doi ani de planificare a economiei noastre naţionale s-a introdus treptat gospodărirea socialistă pe întreprindere. In anii cincinalului a început să se introducă cealaltă formă a gospodăririi socialiste şi anume gospodărirea socialistă internă, una dintre formele cele mai înaintate de organizare şi de conducere a întreprinderilor socialiste. Introducerea ei pune în faţa fiecărui muncitor problema economiilor, a ridicării calităţii producţiei, îl obligă să cunoască latura economică a producţiei. Ea contribuie la îmbunătăţirea şi dezvoltarea planificării întreprinderii, deoarece impune măsuri pentru defalcarea cît mai detaliată a indicatorilor de plan, sporirea normelor de consum de muncă vie şi materializată, etc.

Intrecerea socialistă continuată din anii anteriori s-a îmbogăţit cu o serie de elemente noi. Contractele socialiste de întrecere încheiate în mod organizat la începutul anului 1951 au dat întrecerii socialiste un caracter mai concret, mai legat de mase. Angajamentele luate pe baza unor analize adînci a posibilităţilor existente în fiecare întreprindere, au căpătat caracterul unor adevărate contraplanuri, indicînd mijloacele prin care se vor înfăptui. Acest caracter a fost determinat şi de participarea din ce în ce mai activă a inginerilor şi tehnicienilor la întrecerea socialistă.

Un alt element nou în întrecerea socialistă a fost bătălia pentru descoperirea şi folosirea rezervelor interne din întreprinderi. A început să se aplice şi să se extindă metoda Kuznețov de recondiţionare a sculelor, metoda Kotlear de calificare la locul de muncă, metoda Jandarova de preluare a schimbului din mers, metoda Kovaliov de transmitere în masă a experienţei înaintate a fruntaşilor, metoda graficului orar a Valentinei Hrisanova, metoda Levcenko şi Muhanov pentru reducerea preţului de cost pentru fiecare operaţie în parte şi altele.

Colaborarea între oamenii de ştiinţă şi muncitori a început să devină mai strînsă contribuind la introducerea celor mai noi descoperiri ştiinţifice şi invenţii în industrie şi la înaintarea necontenită a industriei pe drumul progresului [34].

Aşa de pildă la uzinele Timpuri Noi – Bucureşti, oamenii de ştiinţă au ajutat pe muncitori la rezolvarea anumitor probleme tehnice. La Ţesătura – Iaşi s-au făcut cercetări în legătură cu prepararea unor substanţe necesare în procesul de producţie. Colectivul catedrei de Celuloză şi Hîrtie de la Facultatea de Chimie Industrială a Politehnicii Iaşi în colaborare cu întreprinderea „Steaua Roşie" Bacău a reuşit să înlocuiască metoda clasică de încleiere a hîrtiei în mediu acid, cu încleierea în mediu neutru sau slab alcalin, obţinîndu-se astfel o hîrtie de calitate superioară, consumuri specifice mai mici de materiale, înlocuirea materialelor neferoase din construcţia maşinilor de hîrtie şi în consecinţă reducerea preţului de cost a hîrtiei.

Iniţiativa muncitorilor de la schela Boldeşti din octombrie 1952 pentru extinderea planificată a metodelor înaintate sovietice a dat un nou avînt întrecerii socialiste.

Aplicarea programului de măsuri pentru lichidarea lipsurilor constatate de plenara din 19–20 august 1953 a condus la desfăşurarea întrecerii socialiste sub semnul dezvoltării producţiei bunurilor de larg consum.

Proiectul de directive al C.C. al P.M.R. cu privire la dezvoltarea agriculturii în următorii 2–3 ani a angajat întregul nostru popor muncitor în bătălia pentru dezvoltarea agriculturii pe care o consideră cauza sa proprie, condiţie hotărîtoare pentru creşterea nivelului său de trai.

* * *

Pe baza acestei analize constatăm deci că în etapa a II-a, întreprinderile industriale din ţara noastră au căpătat prin măsurile organizatorice luate toate caracteristicile întreprinderilor de tip socialist.

Intreprinderea socialistă a devenit veriga principală de conducere a industriei, care realizează planul de stat în domeniul industriei. In cursul acestei etape planul întreprinderii s-a transformat succesiv dintr-un simplu program de producţie în planul tehnic industrial şi financiar – baza organizării activităţii întreprinderii industriale socialiste.

Desfăşurarea întrecerii socialiste a luat o mare extindere, contribuind şi ea la organizarea şi planificarea activităţii întreprinderii.

Organizarea şi planificarea socialistă a întreprinderilor industriale din ţara noastră, a început după realizarea celor două baze ale unei economii planificate şi anume : baza politică – luarea puterii de către clasa muncitoare şi baza economică – naţionalizarea principalelor mijloace de producţie.

După realizarea acestor baze, organizarea planificată a întreprinderilor socialiste a devenit necesară şi obligatorie, iar succesiunea momentelor construcţiei economice socialiste în ţara noastră a urmărit primii paşi pe drumul socialismului ai Uniunii Sovietice, cu unele decalaje datorite condiţiilor specifice existente în ţara noastră.

Construirea bazei economice a socialismului în ţara noastră confirmă astfel importanţa istorico-mondială a teoriei şi experienţei construirii socialismului în U.R.S.S. care înarmează ţările de democraţie populară cu perspective şi cu metode încercate de organizare a economiei planificate.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Organizare şi Planificare

BIBLIOGRAFIE

1. *** *O nouă fabrică în Moldova,* „Foaia ştiinţifică şi literară" nr. 33, anul I, 27 august, 1844, pp. 261–262 (republicat).
2. Dinu V., Probleme economice, 1954, *12* pp. 18–19.
3. *** *Sindicatele şi sforţările de război ale poporului romîn,* Scînteia nr. 7, 27 septembrie, 1944.
4. Institutul de Istorie a Partidului de pe lîngă CC al PMR, *Zece ani de la eliberarea patriei noastre,* 1954, ESPLP, Buc, pp. 25–27.
5. *** *Legea nr. 136 pt. înfiinţarea Consiliului superior al economiei naţionale,* M.O., nr. 58, 9 martie 1946.
6. *** *Etatizarea B.N.R.,* M.O., nr. 298, 28 decembrie 1946.
7. *** *Legea pentru organizarea Consiliului superior al comunicaţiilor,* M.O., nr. 154, 9 iulie 1947.
8. *** *Istoria R.P.R.,* Ed. de Stat didactică şi pedagogică, Buc. 1952, p. 678.
9. *** *Legea nr. 114 pentru organizarea Ministerului Industriei şi Comerţului,* M.O., nr. 89, 19 aprilie 1947.
10. *** *Programul de producţie la cauciuc,* M.O., nr. 135, 17 iunie 1947.
11. *** *Legea pentru înfiinţarea şi funcţionarea oficiilor industriale,* M. O., nr. 129, 10 iunie, 1947.
12. *** *Parlamentul a votat legea Oficiilor Industriale,* Scînteia, nr. 830, 26 mai 1947.
13. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole şi cuvîntări,* 1953. ESPLP, Buc., ed. III, p. 109.
14. – *Articole şi cuvîntări,* 1953. ESPLP, Buc., ed. III, pp. 147, 150–151.
15. *** *Înfiinţarea Comisiei superioare a investiţiilor,* M. O., nr. 93, 20 aprilie 1948.
16. *** *Fixarea atribuţiunilor Ministerelor,* M. O., nr. 93, 20 aprilie 1948.
17. *** *Decret nr. 119 pentru înfiinţarea CSP,* M. O., nr. 150, 2 iulie 1948.
18. Kurski, A., *Planificarea economiei naţionale a URSS,* Ed. de Stat, Buc., 1950, pp. 48–49.
19. Arsenie Şt., Probleme economice, 1951, *6,* p. 45.
20. *** *Decizia nr. 126 a Ministerului Industriei pentru înfiinţarea de centrale industriale,* M. O., nr. 158, 12 iulie 1958.
21. Loncear I., *Organizarea conducerii industriei socialiste,* 1951, ed. PMR, pp. 8–9.
22. Lokşin E., *Industria în URSS,* Ed. de Stat, Buc. p. 41.
23. Florescu M., Probleme economice, 1951, *II,* p. 87.
24. *** *Gospodărirea socialistă,* 1953, Ed. de Stat pt. lit. şt., Buc., p. 22.
25. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole şi cuvîntări,* 1953, ESPLP, Buc., ed. III, pp. 215–216.
26. Constantinescu M., Probleme economice 1950, *I,* pp. XXX şi XXXVIII.
27. Gheorghi-u-Dej Gh., *Articole şi cuvîntări,* 1953, ESPLP, Buc., ed. III, p. 363.
28. Zeigher S., *Primul şi al doilea plan de stat al RPR,* Ed. de Stat. Buc., colecţia SRSC, 1950, pp. 38–55.

29. Kameniţer S. E., *Organizarea şi planificarea unei întreprinderi industriale socialiste*, 1952, Ed. de Stat pt. lit. şt., Buc., p. 61.
30. *** *Măsuri oganizatorice privind planul pe 1950*, B. O., nr. 15, 20 februarie 1950.
31. *** *Instituirea drapelului de producţie*, B.O., nr. 101, 6 noiembrie 1950.
32. Constantinescu M., Probleme economice, 1950, *12*, p. LXVIII.
33. Georgescu V., Probleme economice, 1952, 5, p. 63.
34. Fi!oreanu C., Probleme economice, 1951, *12*, p. 18.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3–4, 1957

NOMENCLATURA CHIMICĂ RUSĂ (II)

DE
GH. ROSMARIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din 19–21 mai 1956

I

Cîteva aspecte istorice. Bazele terminologiei ştiinţifice în general, şi ale celei chimice în special, au fost elaborate în Rusia încă de V. M. Lomonosov. Ele au fost continuate mai tîrziu şi dezvoltate de V. M. Severghin, care deţine un rol important în crearea terminologiei ruse şi a nomenclaturii. Un aport determinat l-au adus Ghize-Kamlişinski, prin cartea sa de „Chimie generală" (1817) şi P. N. Sceglov, care a expus în „Elemente de chimie" (1830) principiile ce trebuie să stea la baza unui sistem ştiinţific de nomenclatură. Cunoscutul om de ştiinţă G. I. Hess – fondatorul termochimiei – a acordat o atenţie specială terminologiei şi nomenclaturii chimice ruse, criticînd o serie de propuneri ale lui Sceglov şi arătînd, printre altele, că „nomenclatura nu se traduce !".

D. I. Mendeleev în cartea sa de „Chimie organică" (1861) acordă un spaţiu însemnat nomenclaturii chimice organice. De subliniat faptul, că Mendeleev redă denumirile hidrocarburilor organice din seria benzenului prin intermediul terminaţiei *-en* (benzen, toluen, xilen, cumen) şi nu prin *-ol* (benzol, toluol, xilol, cumol) cum se practică azi în literatura rusă. Terminologia recomandată de Mendeleev este mult mai corectă, din acest punct de vedere [1, pp. 39–41].

In a doua jumătate a secolului XIX, cunoscutul chimist-organician şi pedagog P. P. Alekseev publică în diverse reviste observaţiile şi propunerile sale privitoare la nomenclatura compuşilor organici, lucru care a determinat, dealtfel, cooptarea sa ca vice-preşedinte al Comitetului pentru elaborarea proiectului de nomenclatură *oficială*, ales la Congresul internaţional de Chimie din 1889 (Paris).

La cel de al doilea Congres al naturaliştilor şi medicilor ruşi (1869) V. V. Markovnikov propune să se unifice nomenclatura chimică rusă. Răspunzînd propunerii lui Markovnikov, N. E. Leaskovski formulează o serie de principii generale de nomenclatură, care să corespundă spiritului limbii ruse. Congresul a constituit o comisie (A. M. Butlerov, D. I. Mendeleev, şi F. N. Savcenkov) care s-a ocupat cu precădere de normele nomenclaturii compuşilor anorganici. Din păcate, lucrările comisiei nu s-au extins asupra combinaţiilor organice, încît nomenclatura organică se dezvoltă mai departe în ansamblul ei în mod spontan, fără reglementări oficiale. Legătura strînsă ce exista între chimiştii ruşi şi cei germani a determinat orientarea nomenclaturii organice ruse spre normele germane.

La Congresul de la Geneva (1892) Rusia nu a fost reprezentată. Normele oficiale elaborate la Geneva au fost traduse în ruseşte de N. A. Menşutkin, în vol. 24 al Revistei Societăţii Fizico-chimice din Rusia (1892). Dar revista, avînd un tiraj redus, nu a reuşit să determine extinderea normelor oficiale.

Nici regulile adoptate la Conferinţa de la Liège (1930) nu s-au extins prea mult. (După cum se ştie U.R.S.S. nu a participat la această conferinţă). Aceste reguli au apărut în traducerea lui N. N. Vorojţov – junior deabia în 1941 ; datorită tirajului mic şi acestea au rămas aproape necunoscute.

Unele date cu privire la nomenclatura oficială sînt publicate în diverse manuale sovietice, expunîndu-se regulile mai importante şi avînd un scop utilitar imediat – de a-i învăţa

pe studenţi să folosească sistemele de nomenclatură. Numai în 1955 a apărut o monografie consacrată cu totul special nomenclaturii combinaţiilor organice [1].

* * *

Se cunoaşte faptul că la Congresul de la Geneva s-a încercat să se creeze o nomenclatură *oficială*. S-au fixat atunci principiile ce trebuie să stea la baza unui asemenea sistem şi s-au elaborat normele corespunzătoare. Din păcate acestea cuprindeau numai hidrocarburile din seria grasă, denumirile funcţiilor şi ale radicalilor ; dar pentru compuşii aromatici regulile adoptate se refereau numai la numerotarea atomilor din structurile ciclice simple. Dealtfel, aceste norme urmau să fie definitivate ulterior.

După primul război mondial a luat fiinţă Uniunea internaţională de chimie pură şi aplicată (I.U.P.A.C.) în care au rămas nereprezentate o serie întreagă de ţări (Germania, U.R.S.S., ţările din Europa Centrală şi Răsăriteană, ţările din Asia), ca urmare a condiţiilor create în urma războiului. O comisie oficială aparţinînd I.U.P.A.C. a pregătit lucrările necesare convocării Conferinţei de la Liège. Regulile adoptate la Liège, deşi par a fi o continuare a principiilor formulate la Geneva, sînt de fapt complet diferite atît ca principiu, cît şi sub raportul denumirilor, alcătuind un sistem greoi, şi în special, neştiinţific [1, pp. 17–38].

Comisia internaţională de nomenclatură de pe lîngă I.U.P.A.C. continua să prezinte periodic în faţa conferinţelor Uniunii propuneri, reprezentînd completări şi dezvoltări ale regulilor adoptate la Liège ; aceste norme suplimentare au fost adoptate în cadrul conferintelor de la Madrid (1934), Lucerna (1936), Londra (1946) Amsterdam (1949), New-York (1951) şi Stockholm (1953).

Ar reieşi de aci că în felul acesta s-a mers pe linia perfectării sistemului de la Liège. Dar lucrurile nu stau tocmai aşa. Deşi acest sistem este *oficial*, în fiecare ţară se utilizează sisteme naţionale ce diferă mai mult sau mai puţin de normele internaţionale – sisteme care se deosebesc nu atît prin particularităţile de limbă, cît mai ales prin detalii de fond importante, în special cînd este vorba de compuşi mai complicaţi. In S.U.A., redacţia revistei „Chemical Abstracts" a adoptat un sistem propriu de nomenclatură, care deşi se inspiră din normele de la Geneva şi cele de la Liège, prezintă totuşi deosebiri esenţiale în numerotarea atomilor din structurile ciclice condensate. In Anglia, nomenclatura diferă de cea americană, cu toate că se foloseşte aceeaşi limbă. In Franţa, nomenclatura a fost sensibil influenţată de lucrarea lui V. Grignard „Traité de chimie organique", care impune tocmai regulile cu care Comitetul internaţional nu fusese de acord ; în general, însă sistemul francez îl urmează pe cel de la Liège. In Germania, revista „Chemisches Zentralblatt", ca şi publicaţia „Beilstein's Handbuch der organischen Chemie" au continuat să aplice o perioadă îndelungată normele de la Geneva în paralel cu sistemul Richter–Stelzner şi numai mult mai tîrziu, în mod treptat s-au introdus unele norme de la Liège [1, pp. 108–121].

II

Pentru a nu deveni o piedică în dezvoltarea ulterioară a chimiei, nomenclatura compuşilor organici trebuie reconstruită pe o bază logică nouă, trebuie transformată dintr-un *conglomerat de reguli* – într-un *sistem*. Acestui scop îi sînt închinate lucrările autorilor sovietici A. P. Terentiev, A. N. Kost, A. M. Ţukerman şi V. M. Potapov [1] – [4]. Parte din ele au şi fost prezentate [5] la Congresul I.U.P.A.C. (1955), bucurîndu-se de o primire favorabilă.

Nomenclatura sistematică pentru compuşii aciclici [1], [2], [4].

In etapa actuală se pune problema alcătuirii unei *nomenclaturi sistematice*. „Nomenclatura sistematică a combinaţiilor organice va reprezenta un sistem *oficial* de denumiri, construit pe baza principiilor teoretice ale structurii chimice, principii *unice* pentru toate domeniile asupra cărora se extind şi care asigură o *corespondenţă univocă* între denumire şi formulă" (sublinierile noastre *G .R.*).

Pînă în prezent nu a existat o nomenclatură sistematică. Autorii sovietici îşi propun să continue tradiţia sănătoasă, atît de obişnuită organicienilor din lumea întreagă, – logica sistemului de la Geneva. Normele de la Liège nu sînt sistematice, deoarece admit arbitrariul în alegerea denumirilor. Caracteristica esenţială a logicii de la Geneva era *principiul genetic :* la baza denumirii oricărui compus organic complex stă numele hidrocarburii (sau al heterociclului) corespunzătoare ca structură. Conform acestui principiu, se scoate în evidenţă legătura genetică dintre combinaţiile care posedă acelaşi „schelet carbonic", evidenţiindu-se în felul

acesta într-un compus oganic dat elementului cel mai stabil – scheletul atomilor de carbon.

Nomenclatura sistematică nu exclude utilitatea folosirii denumirilor şi nici ale celor raţionale. Ultimele sînt uneori chiar necesare, pentru a evidenţia anumite laturi comune la o serie întreagă de combinaţii, dar, după cum se ştie, nomenclatura raţională nu poate fi oficială, căci ea se complică cu atît mai mult, cu cît structura devine mai complicată.

Pentru compuşii aciclici nomenclatura sistematică recomandă să se aleagă drept catenă „principală" (baza denumirii) catena cea mai lungă. In această catenă putem avea substituenţi funcţionali (care se notează la sfîrşitul denumirii) şi substituenţi nefuncţionali (care se notează la începutul denumirii, în prefix).

Sufixele care notează funcţiile şi legăturile nesaturate, ca şi prefixele corespunzătoare substituenţilor nefuncţionali, se găsesc în denumire pe un loc strict determinat, indiferent de faptul dacă se găsesc în catena principală sau în cea secundară. Poziţia fiecărui substituent se notează prin numărul de ordine corespunzător : notaţia simplă se foloseşte pentru atomii din catena principală, iar notaţia în indici (notaţia „exponenţială") – pentru catenele secundare.

In tabelul 1 se prezintă schema generală de alcătuirea denumirilor : rădăcina – numele catenei principale – se redă prin numeralele greceşti corespunzătoare numărului de atomi de carbon (sectorul I din schemă). In faţa rădăcinii se pun prefixele ce marchează prezenţa catenelor laterale (sectorul II). Aceste două sectoare alcătuiesc numele scheletului carbonic.

Tabelul 1

										Funcţiile sînt înscrise după grupele sistemului periodic									
										grupa a 6-a pricipală								grupe sec.		
F Fluor Cl Clor Br Brom I Iod NO Nitrozo NO_2 Nitro	CH_3 metil C_2H_5 etil ...	–C–C–C–C–C–	–C≡C–en –C≡C–C≡C–dien –C≡C–in	–OH ol =O on O al H O acid OH	–SH tiol =S tion	gr. 5 princ.	gr. 4	gr. 3	gr. 1	gr. 8	gr. 7	gr. 6	gr. 5
V	II	I	III	IV															
Substituenţi nefuncţionali	Radicali	Catena principală	Legături nesaturate	Grupe funcţionale															
				Superioare carbonului												inf. carbonului			
Prefixe		Rădăcină	Sufixe																

Indată după rădăcina cuvîntului se pun sufixele ce caracterizează gradul de nesaturare al moleculei (sectorul III). Denumind sectoarele I, II şi III se obţine numele hidrocarburii de la care provine genetic combinaţia dată. Această denumire nu este afectată în nici un fel de prezenţa funcţiilor sau a substituenţilor nefuncţionali. Sufixele care redau grupele funcţionale (sectorul IV) se dispun în denumire îndată după notaţiile legăturilor nesaturate. Dacă compusul are substituenţi nefuncţionali aceştia se notează cu ajutorul prefixelor corespunzătoare (sectorul V).

Pentru a asigura univocitatea denumirilor are o mare importanţă stabilirea unei stricte *succesiuni graduale :* cea mai mare în grad este catena principală, după care urmează succesiv radicalii, legăturile nesaturate etc., pentru care rangul (gradul) descreşte mereu (I > II > III > > IV > V). In cadrul sectoarelor rangul descreşte, urmărind tabelul I, de la stînga la dreapta (de exemplu F < Cl < Br < I < ...) Intre grupele funcţionale se consideră superioare în grad acelea al

căror atom „cheie" (adică cel legat direct de atomul de carbon) se găseşte aşezat în tabloul periodic (desfăşurat !) al lui D. I. Mendeleev – mai jos şi mai la stînga.

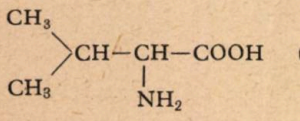
Componenta superioară în grad se preferă în alegerea catenei principale şi în numerotare. In denumire sufixele şi prefixele se dispun în ordinea gradualităţii. Aceasta înseamnă că într-un compus dat se pot distinge cîteva catene cu o lungime maximă egală, dar între ele va fi „principală" aceea, care conţine componenţii cei mai mari în grad. Numerotarea se va începe de la acel capăt al catenei principale, de care este mai apropiată componenta cea mai mare în grad. Trebuie să remarcăm, că elementele structurale aparţinînd unui sector mai mic în grad pot influenţa alegerea catenei principale şi direcţia de numere, numai în cazul cînd lipsesc elementele structurale, aparţinînd unui sector superior sau cînd acestea din urmă se dispun simetric. Pentru majoritatea zdrobitoare a compuşilor cu schelet ramificat drept criteriu va servi caracterul şi poziţia radicalilor din catena laterală ; dacă aceştia lipsesc sau se situează simetric, atunci rolul preponderent îl vor avea legăturile (nesaturate), iar apoi – grupele funcţionale.

După cum se ştie, sistemul de la Geneva şi cele următoare nu au stabilit vreun prefix special pentru gruparea carboxilică. Redarea acestei funcţii prin două cuvinte „acid . . .ic" sau „acid . . .oic" nu este comodă, în special pentru derivaţii funcţionali la care grupele carboxilice sînt numeroase şi diferenţiate între ele.

Nomenclatura sistematică propune să se noteze gruparea $\overset{O}{\underset{OH}{\diagdown\!\!\!\!\diagup}}$ legată de un atom de carbon prin *sufixul* „acid" (derivat de la cuvîntul latin „acidum"). In sprijinul acestei propuneri se menţionează faptul că, au intrat de mult în uz termenii de „acilare" sau grupare „acilică", etc. Se remarcă în mod special faptul că *sufixul „acid" se referă la grupa* $\overset{O}{\underset{OH}{\diagdown\!\!\!\!\diagup}}$ *ce nu conţine atomul de carbon* (care se denumeşte în cadrul scheletului carbonic).

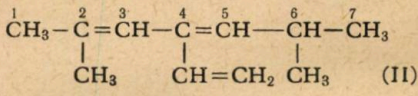
Legăturile nesaturate se notează cu ajutorul sufixelor „en" (pentru cea dublă) şi „in" (pentru cea triplă). Legăturile conjugate se notează cu ajutorul cuplului „co . . .en", în care (în paranteze rotunde) se scrie numărul legăturilor conjugate ; după aceasta se pune numărul atomului de unde începe sistemul conjugat şi apoi (tot în paranteze rotunde) numărul de ordine al atomului la care sistemul se sfîrşeşte.

Exemple :



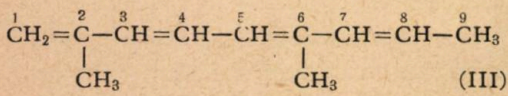
(I)

2-metil-butanacid-5-amin-3



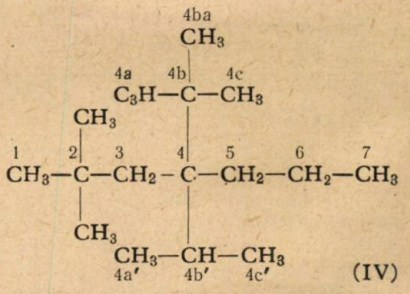
(II)

2,6-dimetil-4-etil-heptatrien-2, 4, 4a



(III)

2,6-dimetil-nonaco (4) en-1(8)

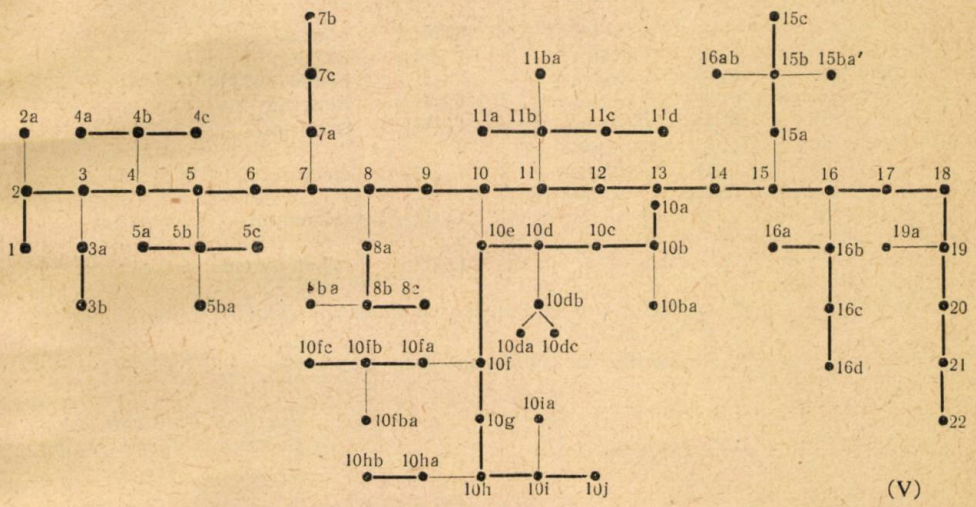


(IV)

2,2,4 b-trimetil-4, 4-dipropil (b)-heptan

Catenele laterale (ramificaţiile) se dezmembrează în componentele lor. Atomii catenei laterale se notează cu litere (notaţie literară) ca în (IV). Pentru a vedea avantajul notaţiei literale, să luăm o structură mult mai complexă (V). Elementele (fragmentele structurale), care-şi găsesc expresia în denumire ca părţi independente, sînt îngroşate. In prima variantă se utilizează notaţia cifrică, în cea de a doua – notaţii literale.

Prima variantă : 2,19-dimetil-3-etil-7-propil-4-propil (2)-16-butil(2)-8 [2-metilpropil]-5 [2-metilpropil (2)]-11 [2-metilbutil (2)]-15 [2,2-dimetilpropil-10 [2,9-dimetil-8-etil-4-propil (2)-6 (-metilpropil)-decil (5)]-doeicosan.



(V)

Varianta a doua : 2, 19, 5b, 8b, 10 (b, i, fb), 11b, 15b-decametil-3, 10h-dietil-7, 8, 15. 10f-tetrapropil-4, 5, 10d-tripropil (b)-11, 16-dibutil (b)-10-decil (e)-doeicosan.

Pentru a termina acest paragraf dăm mai jos denumirile sistematice ale diverselor funcţii, precum şi ale hidrocarburilor normale (alcane).

Tabelul 2

Funcţia	Sufixul	Funcţia	Sufixul
$-SH$	tiol	$-SO-OH$	sulfacid
$-S-OH$	tioxol	$-SO_2-OH$	sulfonacid
$-S-SH$	tiotiol	$-NH_2$	amin (ă)
$=S$	tion	$-NHOH$	aminol
S H	tial	$-NH-NH_2$	hidrazin (ă)
O SH	tiolacid	$-NH-NH-NH_2$	triazan
S OH	tionacid	$-NH-NH-NH-NH_2$	tetrazan
S SH	ditioacid	$-N=N-$ $-N=N-$ ‖ O	azo azoxi

Tabelul 3

Formula	Denumirea sistematică	Formula	Denumirea sistematică
CH_4	metan	C_9H_{20}	nonan
C_2H_6	etan	$C_{10}H_{22}$	decan
C_3H_8	propan	$C_{11}H_{24}$	hendecan**)
C_4H_{10}	butan	$C_{12}H_{26}$	dodecan
C_5H_{12}	pentan *)	$C_{13}H_{28}$	tridecan
C_6H_{14}	hexan	⋮	
C_7H_{16}	heptan	$C_{20}H_{42}$	eicosan
C_8H_{18}	octan	⋮	
		$C_{30}H_{62}$	triacontan
		⋮	
		$C_{40}H_{82}$	teseracontan

*) radicalul poartă numele sistematic de „pentil“ și nu „amil“.

**) denumirea de „undecan“ este incorectă.

Institutul Politehnic, Iași
Catedra de Limba Rusă

BIBLIOGRAFIE

1. Терентьев А. П., Кост А. Н., Цукерман А. М. и Потапов В. М., Номенклатура органических соединений, Изд. АН СССР, М., 1955.
2. Терентьев А. П., Кост А. Н., Цукерман А. М., Потапов В. М., Основные принципы систематической номенклатуры органических соединений, Изд. ИНИ АН СССР, Москва, 1954.
3. Терентьев А. П., Кост А. Н. и Цукерман А. М., Новая система нумерации атомов сращенных конденсированных циклических структур, Вестник МГУ, *2*, 1955.
4. Терентьев А. П., Потапов В. М., Кост А. Н., Цукерман А. М. О систематической номенклатуре органических соединений, Вестник МГУ, *6*, 1955.
5. *** Referatenband des XIV internationalen chemisches Kongresses, Zürich, 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

531.32

DIN PROBLRMELE ACTUALE ALE MECANICII NELINIARE A VIBRAŢIILOR

I. CONTRIBUŢIA ŞCOLII SOVIETICE *)

DE

D. MANGERON

1. Introducere

Rezultatele ştiinţifice cu totul recente obţinute în domeniul teoriei oscilaţiilor deschid căi deosebit de promiţătoare în tehnica construcţiilor de maşini. Astfel, pe baza folosirii proprietăţilor specifice ale sistemelor oscilatoare, se reuşeşte a se înlătura pericolul stărilor de rezonanţă şi acel al stărilor critice ; se micşorează simţitor sarcinile dinamice în organe de maşini ; se uşurează construcţia maşinilor ; scade consumul de materiale ; se măreşte puterea maşinilor şi creşte viteza de lucru a lor, etc.

Proprietăţile sistemelor oscilatoare se folosesc cu succes pentru crearea noilor maşini cu acţiune vibratoare, descrise, în parte, recent, de acad. I. I. Artobolevski, ca, de pildă, maşini vibratoare pentru baterea pilonilor în pămînt, maşini vibratoare din industria morăritului, maşini vibratoare transportoare pe bandă, maşini separatoare de măsurare, etc. Se deschid posibilităţi de creare a noilor procese tehnologice, bazate pe folosirea vibraţiilor. Se cunoaşte deja folosirea vibraţiilor în problema întăririi betonului, se introduce în practică forarea prin intermediul vibraţiilor, se elaborează metodele de tăiere a lemnului fără strujitură, se adîncesc metodele de tăiere prin vibraţii şi de prelucrare a materialelor, etc.

O largă aplicare în construcţiile de maşini capătă vibraţiile ultrasonore.

Ansamblul direcţiilor de studiu al oscilaţiilor în maşini, cristalizate pînă astăzi în următoarele puncte : a) Determinarea stărilor de rezonanţă şi a stărilor critice la sisteme oscilatorii : b) Determinarea amplitudinilor şi a formelor de oscilaţie ; c) Studiul stărilor de tensiune a organelor în vibraţie şi a nodurilor în maşini ; d) Studiul proprietăţilor disipative ale sistemelor oscilatorii şi studiul forţelor generatoare de oscilaţii ; e) Studiul proceselor autooscilatorii ; f) Studiul regimurilor tranzitorii a oscilaţiilor ; g) Teoria şi calculul maşinilor unelte cu acţiune vibratorie ; h) Instalaţii de încercare a fenomenelor vibratorii, încadrîndu-se în vastul capitol de Mecanică teoretică şi aplicată consacrat teoriei oscilaţiilor, îşi are la bază o largă contribuţie a oamenilor de ştiinţă din lumea întreagă.

Rîndurile ce urmează, constituind un preludiu la un studiu general al problemelor actuale ale mecanicii neliniare a vibraţiilor, este consacrat contribuţiei şcolii sovietice, care de altfel a şi dat numele noii ramuri a ştiinţei *Mecanica neliniară*, acceptat astăzi de lumea ştiinţifică internaţională.

Diferite dependenţe *liniare*, ca, de pildă, acea între alungire şi forţă (legea lui Hooke), între curent şi tensiune (legea lui Ohm în formă elementară), între forţă electromotoare şi variaţia în timp a intensităţii curentului (legea de inducţie în formă elementară), între o mărime şi o serie de alte mărimi în anumite circuite electrice ramificate (legile lui Kirchhoff), etc., se traduc

*) Introducere la lucrarea *„Starea actuală a Mecanicii neliniare a vibraţiilor cu privire specială asupra teoriei vibraţiilor în maşini"* în curs de elaborare pentru cea de a IV-a sesiune ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic din Iaşi.

din punct de vedere matematic prin *sisteme de ecuații diferențiale liniare* și, în consecință, pot fi studiate cu metode unitare moderne de investigație matematică, ca, de exemplu, ansamblul metodelor simbolice bazate pe transformata lui Laplace bilaterală sau unilaterală [1]) sau transformata Laplace cu intervalul de integrație finit [2]).

Un studiu mai profund al diferitelor fenomene arată că legătura între parametrii care le caracterizează este în fond mult mai complicată decît simple relații liniare, fiind prin urmare *neliniară*. Astfel, valabilitatea legii lui Hooke din domeniul forțelor elastice este asigurată numai pînă la limita de proporționalitate, legea lui Ohm în forma elementară nu se aplică la conductoare avînd rezistența funcție de natura curentului, etc. Printr-o abstractizare adecvată, s-a reușit a se traduce numeroase fenomene, observate la un nivel de precizie mai ridicat, în scheme matematice constituite din *ecuații diferențiale* (ordinare sau cu derivate parțiale, integro-diferențiale, integrale sau – într-un cuvînt – funcționale) *neliniare*.

Ca o ulterioară aproximare mai adîncă și mai sistematică a realității obiective, în ultimele decenii s-a dezvoltat și a căpătat o importanță cu totul deosebită în știință și tehnică un nou capitol de mecanică a vibrațiilor, numit de către creatorii săi, savanții sovietici acad. N. M. Krîlov și N. N. Bogoliubov, *mecanica neliniară*. Această ramură actuală a mecanicii teoretice joacă astăzi un rol predominant în ansamblul studiilor fenomenelor apropiate de rezonanță și de vitezele critice ale arborilor motori, în totalitatea cercetărilor legate de oscilatori elastici și mai general oscilatori mecanici, electrici și electronici, în vasta gamă a problemelor de acustică (sunete și ultrasunete), radiotehnică, electrotehnică, aerodinamică, teoria reglării automate (servomecanisme, telecomenzi și diferite automatizări), etc.

Complexitatea fenomenelor neliniare din tehnică și din biologie (structura urechii interioare, schema de funcționare a inimii etc.) reclamă imperios dezvoltarea teoriei matematice a ecuațiilor diferențiale neliniare și utilizarea unui aparat matematic din ce în ce mai complicat. Atare complexitate, sesizată, în primul rînd, în teorie și practică, prin *nevalabilitatea în cadrul fenomenelor neliniare a cunoscutului principiu al suprapunerii soluțiilor*, de fundamentală importanță în studiul sistemelor liniare, este pusă astăzi în mod sistematic în evidență – după actul de declanșare creatoare a cercetătorilor sovietici – de mulțimea de oameni de știință din toate colțurile lumii. Studierea, pătrunderea și stăpînirea unei noi trepte în drumul anevoios al cunoașterii din ce în ce mai adînci a fenomenelor naturii, necesită o muncă rodnică de colaborare a specialiștilor de pretutindeni, cere muncă pașnică intensă a oamenilor de știință pentru binele popoarelor de pe glob.

2. Contribuția școlii sovietice în domeniul Mecanicii neliniare a vibrațiilor

Cercetarea atentă a ansamblului referatelor asupra articolelor de specialitate publicate în diferite reviste din toate țările lumii, grupate pe capitole consacrate vibrațiilor, teoriei stabilității mișcării, teoriei reglării automate, ecuațiilor diferențiale, oscilațiilor corpurilor elastice, etc. etc., înserate în revistele de bibliografie matematică și mecanică cu caracter internațional: *Referativnîi Jurnal Matematica, Referativnîi Jurnal Mehanika, Zentralblatt für Mathematik, Mathematical Reviews, Bulletin Signalétique*, arată fără îndoială faptul că *majoritatea unor atare probleme în schematizarea lor modernă de mecanică neliniară* a vibrațiilor este elaborată de oamenii de știință sovietici. Acest lucru nu se referă numai la domeniul oscilațiilor ci se extinde aproape asupra totalității domeniilor fizicii și tehnicii înalte moderne, ca, de pildă, teoria curgerii, rezistența materialelor (elasto- și plastomecanică), acustica, tehnica informațiilor și de telecomenzi, etc. Tratarea problemelor referitoare la toate aceste capitole, depășind cu mult cărțile, manualele și tratatele uzuale din învățămîntul tehnic superior din diferite colțuri ale lumii, se face astăzi în limbajul și cu metodele mecanicii neliniare. Această mulțime plină de conținut bogat a lucrărilor sovietice consacrate mecanicii neliniare a vibrațiilor, s-a cristalizat în ultimii cîțiva ani într-o serie de cărți [3], [4], [6], [7], [9], [15], [19], [20] și monografii [5], [10], [11], [13] [16], aflîndu-se și astăzi în plină înflorire creatoare.

In domeniul oscilațiilor neliniare predomină încă și acum Școala dela Moscova (a se vedea, de ex., [4], [5], [6], [15], [16], care și-a făurit în acest domeniu o glorioasă tradiție științifică cimentată dealungul ultimelor două decenii. Intr-un vădit progres se găsesc acum și școlile din Leningrad ([10] – [14]), Kiev ([19], [20]), etc.

---

1) G. Doetsch, *Theorie der Laplacetransformation*, Springer, Berlin, 1937.

2) D. Mangeron, Pubblicazioni dell'Istituto per le Appl. Calcolo, Roma, nr. 68, 1939; L Poli, P. Delerue, Mémorial des Sci. Math., 127, Gauthier-Villars, Paris, 1954.

Lucrările de sinteză menționate, apărute în U.R.S.S. în anii din urmă, traduse fără zăbavă în diferite limbi străine și comentate deosebit de elogios de numeroși autori în mai multe reviste sau tratate de specialitate dintre cele mai de seamă [21], acoperă atît din punct de vedere al materiei expuse cît și acel metodologic întregul domeniu de preocupări din cadrul mecanicii neliniare a vibrațiilor. Metodele clasice ale perturbațiilor ce-și au originea în lucrările lui P o i n c a r é, și-au găsit un loc de cinste alături de metoda variației parametrului elaborată larg de v a n d e r P o l. Paralel cu acestea se dezvoltă într-o metodă de investigație deosebit de puternică metoda lui L i a p u n o v, nevalorificată timp de mai bine de 40 ani.

I. G. M a l k i n [11] are marele merit de a fi făcut accesibilă metoda lui Liapunov (1892) pentru cercurile largi ale cercetătorilor de pretutindeni. In plus, în aceeași monografie se expune, în afară de indicarea clară a aplicațiilor practice a metodelor lui Liapunov și Poincaré, și o metodă combinată, rezultată din cele două, care permite atacarea unor noi clase de ecuații diferențiale reprezentînd scheme largi ale unor vaste clase de fenomene fizice. Pentru a explicita cît de succint aceste lucruri, se reamintește că metoda lui Poincaré s-a arătat fructuoasă în deosebi pentru sisteme de ecuații diferențiale ce sînt apropiate de sistemele liniare, deosebindu-se de acestea din urmă printr-un termen aditiv (termen perturbator). Forma generală a acestor sisteme este dată prin

$$1) \qquad \dot{q}_i = \sum_{\nu=1}^{n} a_{i\nu}\, q_\nu + \varepsilon_i f_i(q_1, \ldots, q_n), (i = 1, 2, \ldots n)$$

în care $a_{i\nu}$ sînt coeficienți constanți, f_i sînt funcții analitice de n variabile q_i , ε_i sînt parametri perturbatori a căror micime este *hotărîtoare* pentru convergența dezvoltărilor în serii Poincaré. Sistemul (1) se reduce pentru $n = 2$, în particular, la ecuația cunoscută a unui oscilator cu un singur grad de libertate, prezentînd neliniarități în forțele de amortizare și în cele elastice sau într-o combinație oarecare a celor două.

Liapunov tratează sisteme neliniare de forma

$$(2) \qquad \dot{q}_i = \sum_{\nu=1}^{n} a_{i\nu} q_\nu + X_i\,(q_1, \ldots, q_n), (i = 1, 2, \ldots, n)$$

în care nu se mai face nici o presupunere asupra micimii funcțiilor aditive X_i . Firește că se pune însă un alt șir de ipoteze. Astfel, de pildă, dezvoltările funcțiilor X_i în jurul poziției de echilibru trebuie să conțină exclusiv termeni de gradul al doilea și de grade superioare. Pentru aceste ecuații, numite de Malkin *sisteme Liapunov,* se expun condiții suficiente pentru existența soluțiilor periodice precum și procedee pentru calculul unor atare soluții. Una din caracteristicele esențiale din punct de vedere fizic a sistemelor Liapunov constă în faptul că *frecvența soluțiilor periodice depinde de condiții inițiale.* Malkin consideră sisteme mai cuprinzătoare, apropiate de sisteme Liapunov, de forma

$$(3) \qquad \dot{q}_i = \sum_{\nu=1}^{n} a_{i\nu}\, q_\nu + X_i\,(q_1, \ldots, q_n) + \varepsilon_i f_i\,(q_1, \ldots, q_n, \varepsilon_i, t),$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

în care $a_{i\nu}$ sînt constante, funcțiile aditive X_i sînt analitice de variabile $q_1, q_2, \ldots, q_n$ avînd dezvoltări în serie ce încep cu termenii de ordinul al doilea cel puțin, f_i sînt și ele funcții analitice de $q_1, q_2, \ldots, q_n$, și de parametrii perturbatori ε_i fiind în plus periodice și continui de timpul t. Dînd condiții suficiente de existență a soluțiilor periodice și studiind stabilitatea unor atare soluții, acest autor se oprește în deosebi la cazul fundamental pentru practică studiind un oscilator cu un singur grad de libertate ($n = 2$). In această ordine de idei s-a studiat aici un oscilator cu forța elastică cubică și cu amortizare liniară, perturbat de două armonice de frecvențe diferite, avînd drept schemă matematică ecuația

$$(4) \qquad \ddot{q} + \nu^2 q + \gamma q^3 = \varepsilon\,(-\delta\dot{q} + a\,\cos mt + b\,\cos nt).$$

Considerarea unei perturbații constituită din două (sau mai multe) armonice nu prezintă vreun interes deosebit pentru sistemele liniare dat fiind valabilitatea principiului superpoziției soluțiilor. Pentru sisteme neliniare însă apar în acest caz fenomene noi, puse calitativ în evidență în fig .1 și 2. Spre deosebire de reprezentarea obișnuită a amplitudinilor în probleme de rezonanță, considerate ca funcții de frecvență perturbatoare, amplitudinile A sînt date în aceste figuri

(pentru $\delta=0$) ca funcții de *frecvență liniară proprie* ν a oscilatorului. In funcție de semnul constantei γ vîrfurile corespunzătoare la rezonanță atîrnă spre dreapta (curba elastică supraliniară) sau spre stînga (curba elastică subliniară). Fig. 1, 2 corespund, pentru simplificare, la cazul oscilatorului neamortizat $\delta = 0$. Din punct de vedere analitic soluția se compune din 7 soluții parțiale și anume : o soluție fundamentală, cîte două soluții de rezonanță pentru fiecare din cele două ramuri de rezonanță și cîte o soluție în vecinătatea nemijlocită a punctelor $\nu = m$ și $\nu = n$. Pozițiile stabile sînt trasate prin linii continui, iar cele labile prin linii punctate. Dacă ν variază încet, începînd de la valori mici, punctul imagine se mișcă dinspre a de-a lungul ramurei curbei de rezonanță stabilă, marcată prin săgeți, pînă la punctul b unde soluția devine instabilă. Făcînd ν să crească mai departe, întrucît din cele trei soluții rămîne stabilă numai cea de jos, punctul imagine sare în c producînd un fenomen, cunoscut de D u f f i n g pentru oscilațiile forțate ale sistemelor neliniare perturbate de o singură armonică. Fenomene noi nu se prezintă atîta timp cît cele două frecvențe proprii m și n sînt îndeajuns de depărtate (fig. 2), repetîndu-se cel mult fenomenul descris mai sus. Punctul imagine se deplasează de la c la d odată cu creșterea ulterioară a lui ν pentru a sări apoi din d în e și a se deplasa în continuare pe soluția fundamentală. Dacă apoi ν se micșorează, punctul imagine merge pe traseul $e - f$, sare de acolo în g, trecînd apoi peste c în h, sare în sus în i pentru ca să se deplaseze în definitiv înspre a pe unica ramură stabilă a curbei de rezonanță. Un fenomen nou și mai complicat apare în cazul cînd cele două frecvențe perturbatoare m și n sînt îndeajuns de apropiate pentru ca ambele curbe de rezonanță să împieteze una asupra alteia. In acest caz curba de rezonanță devine pe alocuri cvintuplă, însă, în orice caz, două din cele cinci soluții sînt înlăturate ca fiind instabile. Dacă ν crește încet, punctul imagine se deplasează din a în b unde ramura considerată devine instabilă. Odată cu creșterea ulterioară a lui ν devin posibile două alternative : sau săritura din b în c sau din b în e pînă la soluția fundamentală. In primul caz punctul imagine s-ar mai deplasa dela c la d dealungul ramurii stabile pentru ca apoi să sară pe soluția fundamentală pe ramura $f - g$. In mod asemănător se prezintă două posibilități în cazul variației parametrului ν în sens invers. Săritura în punctul b poate să se producă fie în j fie în k. In primul caz mai este necesară și săritura ulterioară din j în l pentru a se parcurge apoi unica ramură dela l la a pentru $\nu < 0$. Prezența forțelor de amortizare nu modifică esențial fenomenele descrise mai sus.

Monografia lui Malkin mai conține și o teorie a ecuațiilor diferențiale liniare cu coeficienți periodici la care se reduce problema stabilității soluțiilor periodice staționare a unei ecuații diferențiale neliniare oarecare, făcîndu-se uz de considerarea mișcărilor vecine.

Printre cărțile care se ocupă de problema autooscilațiilor și de stabilitatea acestora monografia lui T e o d o r c i k [16] ocupă fără îndoială un loc proeminent. Această carte, reeditată în URSS de 3 ori într-o perioadă de numai 5 ani, uimește prin multilateralitatea problemelor tratate și prin tratarea pronunțat mai practică a lor. Aici își găsește un loc deosebit de important *metoda energetică*, elaborată de autor și folosită de el cu o adevărată virtuozitate la rezolvarea numeroaselor probleme. Ideea fundamentală a acestei metode poate fi elucidată aici pe un exemplu simplu. Se consideră ecuația neliniară a unui oscilator mecanic cu un singur grad de libertate

$$\ddot{q} + cq = f(q, \dot{q}). \tag{5}$$

Inmulțind ecuația (5) prin $\dot{q}$ și integrînd-o în raport cu timpul, se obține, după cum se știe, relația energetică

$$\frac{m}{2}\dot{q}^2 + \frac{c}{2}q^2 = \int f(q, \dot{q})\,\dot{q}\,dt\,. \tag{6}$$

In membrul întîi al ecuației (6) figurează energiile cinetică și potențială, în membrul al doilea însă cantitatea de energie care, ca urmare a neliniarității, trebuie să fie adăugită sau preluată. Mărginindu-se la considerarea mișcărilor staționare, periodice, membrul întîi al ecuației (6) revine la aceeași valoare întotdeauna după scurgerea perioadei complete T. Prin urmare, pentru o atare oscilație trebuie să aibă loc relația

$$\int_0^T f(q, \dot{q})\,\dot{q}\,dt = 0. \tag{7}$$

(7) permite găsirea soluțiilor periodice pentru sistemul neliniar considerat, fără a se putea bineînțeles determina și forma oscilației $q(t)$. Dacă însă prin încercări se cunoaște forma oscilației

sau se poate deduce din consideraţiile asupra influenţei exercitate de termenii neliniari că sînt de aşteptat oscilaţii aproape armonice, atunci ecuaţia (7) permite determinarea pentru oscilaţiile staţionare, a amplitudinii căutate. Ecuaţia (7) permite de asemenea studiul stabilităţii soluţiilor obţinute. Aceasta în virtutea faptului că o soluţie staţionară este stabilă dacă ecuaţia integrală (7) devine negativă cînd amplitudinea creşte şi, dimpotrivă, pozitivă, cînd amplitudinea descreşte. Teodorcik studiază prin metoda energetică, în afară de sisteme neliniare obişnuite, şi diferite scheme matematice de funcţionare a lămpilor electronice precum şi variate *sisteme cu argument întîrziat,* care se întîlnesc adesea în sisteme cu relee şi în diferite sisteme de reglare. Astfel se tratează ecuaţiile de forma

$$\ddot{q} + \nu^2 q = f(q, \dot{q}) - \nu^2 q_\tau \tag{8}$$

în care $q_\tau(t) = q(t + \tau)$, $\tau = \text{const}$. Fără dificultăţi speciale se pot trata aici şi probleme de oscilaţii forţate deoarece au frecvenţa dinainte prescrisă. Aceeaşi metodă permite tratarea şi a ecuaţiilor cu coeficienţi periodici. De exemplu, se studiază aici ecuaţia diferenţială

$$\ddot{q} + \nu^2 (1 + \lambda \cos 2\omega t) q + f(q, \dot{q}) = 0, \tag{9}$$

obţinută prin lărgirea ecuaţiei Mathieu prin adăugarea unui termen neliniar. Pentru cazul forţei elastice cubice şi a amortizării liniare

$$f(q, \dot{q}) = \gamma q^3 + \delta \dot{q}. \tag{10}$$

rezultatele obţinute sînt reprezentate în fig. 3 şi 4 raportate la axele A^2, ω^2 (pătratul amplitudinii oscilaţiilor şi pătratul jumătăţii frecvenţei parametrice). Ecuaţia (9) admite, ţinîndu-se seamă de ecuaţia (10), soluţia banală $q = 0$. Această soluţie este instabilă într-un domeniu $a - b$ în jurul lui $\omega = \nu$ (trasată punctat). In afară de soluţia trivială, mai există încă două soluţii staţionare, care pentru datele alese sînt nişte drepte ce pleacă din punctele a şi b. Inclinarea (panta) acestor două drepte depinde de mărimea şi semnul lui γ. Acest fapt este asemănător cu faptul că şi pentru oscilaţiile forţate ale sistemului neliniar (4) atîrnarea vîrfurilor de rezonanţă este determinată prin factorul γ Graficul se prezintă cel mai simplu în caz de lipsă de amortizare (fig. 3). Făcînd pe ω^2 să crească încet plecînd de la valori mici, nu se obţin oscilaţii pînă cînd $\omega^2 < a$. Punctul imagine se urcă apoi odată cu creşterea ulterioară a lui ω^2, din poziţia de echilibru stabil a pînă la punctul c. Din acest punct ce se află pe perpendiculara din b, ramura superioară devine instabilă şi oscilaţiile încetează brusc, soluţia devenind zero pentru $\omega^2 > b$. Poziţia de echilibru ce pleacă din b (trasată discontinuu) este totdeauna instabilă şi nu prezintă prin urmare vreo importanţă practică. Dacă se mai ţine seama şi de amortizare, se obţin notaţiile şi schema din fig. 4, în care, în loc de cele două drepte înclinate figurează nişte arce ce formează un vîrf. Dreptele care au jucat un rol în cazul neamortizat sînt trasate aici prin linii subţiri, înclinarea lor fiind „contrară" aceleia din fig. 3 întrucît de data aceasta semnul parametrului γ a fost schimbat.

In cazul $\delta = 0$ s-au prezentat fenomene eminamente univoce faţă de poziţiile de echilibru. Pentru $\delta \neq 0$ însă, se găseşte un domeniu în care sînt posibile două poziţii de echilibru stabil. Care din aceste două poziţii are loc în realitate depinde de preistorie sau de condiţii iniţiale. Dacă frecvenţa parametrică variază încet începînd cu valori mici, punctul imagine se deplasează iarăşi dealungul soluţiei nule pînă la a, sare de acolo pe ramura stabilă pînă la punctul d, se deplasează în jos pînă la punctul de ramificaţie b pentru a rămîne apoi pe soluţia nulă. Pe parcursul în sens invers, ramura stabilă este descrisă de la b la c, de unde punctul imagine cade în jos pînă la soluţia zero. Se obţine aşa dar, cu toată punerea complet diferită a problemelor, aspecte analoage cu cele cunoscute din teoria oscilaţiilor forţate a sistemelor neliniare. Este cu totul remarcabil faptul că, în urma neliniarităţii, amplitudinile apar mărginite chiar şi atunci cînd nu intră în joc fenomene de amortizare. In cazul ecuaţiei liniare a lui Mathieu, domeniul $a < \omega^2 < b$ din fig. 3 corespunde la domeniul instabil al diagramei Strutt [2la], pentru care sînt posibile teoretic amplitudini infinit mari.

Studiul stabilităţii diferitelor mişcări staţionare şi nestaţionare constituie o preocupare permanentă a specialiştilor sovietici în domeniul mecanicii neliniare a vibraţiilor. Aici s-a simţit nevoia de a se crea noţiuni auxiliare, întrucît s-a arătat insuficientă noţiunea de stabilitate ce se foloseşte în cazul sistemelor liniare. In extrem de vastă gamă de fenomene posibile în cadrul sistemelor neliniare, ţinîndu-se seama de diferite dependenţe ale amplitudinilor soluţiilor unor atare sisteme, stabilitatea poate să depindă acum şi de mărimea oscilaţiilor. Se deosebeşte de aceea în acest studiu „stabilitatea în mic", „stabilitatea în mare" şi, în fine, „sta-

bilitatea nelimitată". Pentru a sesiza mai îndeaproape aceste noțiuni, se consideră reprezentarea unei oscilații în planul de fază. Pentru axele planului de fază se aleg de regulă elongația și viteza. In unele cazuri particulare însă, de pildă, în studiul oscilațiilor de reglare, se pot alege și alte mărimi care caracterizează oscilațiile sau se pot face reprezentări în spațiile de fază cu trei sau cu mai multe dimensiuni (a se vedea, de ex., [5]). „Portretul fazic" al unei oscilații stabile este o spirală oarecare care, plecînd dintr-un punct individualizat de condițiile inițiale ale problemei, înconjoară originea, considerată ca fiind poziția de echilibru stabil (fig. 5). In ipoteza că este posibil a se mărgini un domeniu al planului de fază în jurul poziției de echilibru stabil în așa fel ca orice spirală care începe în acest domeniu să se termine în origine, se zice că atare sistem este *stabil în mic*. Dacă domeniul considerat poate să cuprindă planul de fază în totalitatea lui, sistemul se zice stabil în mare sau are stabilitatea nelimitată. Se menționează totodată posibilitatea cazurilor reprezentate în fig. 6. Există aici, în afară de poziția de echilibru stabil situată în origine, un ciclu limită nestabil, marcat printr-o linie trasată discontinuu. Toate traiectoriile care încep în interiorul ciclului limită ajung în spirală în origine, dimpotrivă, curbele care încep în afara ciclului limită se depărtează de acest ciclu din ce în ce mai mult, mergînd în spirală la infinit. Un astfel de sistem este stabil în mic, nu este însă stabil în mare. Dacă, de pildă, domeniul condițiilor inițiale practic posibile este reprezentat prin dreptunghiul haşurat din fig. 6, sistemul este instabil în interiorul acestui domeniu posibil „mare". Firește că există sisteme care sînt instabile în mic și sînt dimpotrivă stabile în mare. Dintr-însele fac parte toate sistemele autooscilatorii și vibrogeneratoare. Ele conțin un punct instabil în originea planului de fază mărginit de un ciclu limită stabil (fig. 7).

Dacă se fac abstracții de diferite cazuri particulare care nu interesează practica, atunci orice sistem care posedă o poziție de echilibru stabil este stabil în mic. Problema stabilității în mic își are așa dar corespondența în problema de determinare (existență) a unei poziții de echilibru stabil. Deosebit de interesante sînt condițiile care condiționează stabilitatea în mare sau stabilitatea nelimitată. Condiții suficiente pentru aceasta au fost deja date de Liapunov [1]. Ideea fundamentală a metodei sale. care se dezvoltă acum deosebit de fructuos în diferite direcții, constă pe scurt în următoarele. Fie o funcție arbitrară

$$V(x, y) = C,$$

de coordonatele x, y astfel ca pentru orice valoare a lui C să reprezinte o curbă închisă în planul de fază (x, y) sau $(q, \dot{q})$. Curbele corespunzătoare diferitelor valori ale lui C nu se intersectează și curba corespunzătoare lui $C = 0$ trebuie să se reducă la origine. In cazul cel mai simplu V este o funcție pătratică de x și y și curbele corespunzătoare reprezintă o familie de elipse cuprinse una în alta. Cele spuse se extind firește și la problema corespunzătoare în mai multe grade de libertate. V este atunci, de pildă, o funcție pătratică de n variabile și suprafețele corespunzătoare formează o familie de elipsoizi într-un spațiu cu n dimensiuni. Considerînd acum portretul de fază al unei oscilații (fig. 8), stabilitatea are loc în mod sigur atunci cînd există o familie de curbe închise V astfel ca spirala să străbată fiecare din aceste curbe V exclusiv din exterior înspre interior. In deplasarea punctului dealungul traiectoriei oscilației pentru t crescător, valorile parametrului C a curbelor V străbătute trebuie să fie din ce în ce mai mici. Condiția matematică pentru aceasta constă în aceea ca derivata în raport cu timpul $\frac{dV}{dt}$, calculată în vederea studiului oscilației considerate, să fie negativă. Cercetătorul trebuie prin urmare să poată găsi pentru o oscilație dată o familie de curbe V, astfel ca acestea, satisfăcînd condițiilor generale impuse curbelor V, să aibă derivata negativă în roport cu timpul. Metodele de determinare a unor astfel de curbe au fost date într-un șir de cazuri mai simple de Liapunov.

Celebra lucrare a lui A.M. Liapunov consacrată „problemei generale relativă la stabilitatea mișcării", constituind, după cum se exprima foarte modest autorul ei, „punctul de plecare pentru studii ulterioare în aceeași ordine de idei"[3]. a căpătat o dezvoltare și generalizare esențiale, pe o altă linie decît contribuția școlii lui I. G. Malkin, într-o cu totul recentă monografie datorită lui V. I. Zubov[4]).

In această monografie. plecînd de la cele două metode ale lui Liapunov și anume dezvoltarea soluției sistemului

1) Din prefața la lucrarea lui A. M. Liapunov, reeditată de GITTL, M.-L., 1950.

2) В. И. Зубов, Методы Ляпунова и их применение, Изд. Ленингр. Унив., 1957, 240 стр.

(a) $$\frac{dx_s}{dt} = f_s(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) \quad (s = 1, 2, \ldots, n)$$

în serii de formă specială și folosirea funcției $V(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$ și a derivatei sale în raport cu timpul

(b) $$W(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = \frac{dV}{dt} = \frac{V\partial}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial x_s} f_s,$$

calculată pe baza sistemului neautonom (a) și posedînd anume proprietăți în raport cu $x_1, x_2, \ldots, x_n, t$, se lărgește nebănuit cea de a doua metodă și se ajunge la o completă teorie a stabilității pentru mulțimi invariante de sisteme dinamice.

La construirea funcției lui Liapunov, acesta a folosit o teoremă a sa relativă la soluțiile sistemelor de ecuații cu derivate parțiale ce nu satisfac condițiile cunoscutei teoreme a lui S. V. Kovalevska.

In studii ulterioare s-au considerat în loc de sisteme de ecuații diferențiale așa numitele sisteme dinamice (G. Birkhoff, E. A. Barbașin ș.a.), constituite din punctele P dintr-un spațiu cu n dimensiuni, mobile odată cu variația după anumite legi a lui t. Tocmai în vederea extinderii de mai sus V. I. Zubov a considerat atare sisteme dinamice mai generale într-un spațiu metric oarecare. Acestea din urmă permit studiul stabilității concepute în diferite sensuri pentru probleme legate de ecuații cu derivate parțiale (cap. IV) și conduc – după cum subliniază în prefața cărții acad. V.I. Smirnov – la rezultate noi pentru ecuațiile diferențiale ordinare.

In ultima vreme metoda lui Liapunov a fost aplicată și elaborată pe scară largă îndeosebi de A.I. Lurie [10]. Cunoscutul inițiator, împreună cu L. G. Loițeanski, a seriei de monografii de specialitate consacrate problemelor actuale ale dinamicii, reușește să stabilească, grație folosirii unor familii de curbe (suprafețe sau hipersuprafețe) mai complicate, constituite, între altele din diferite porțiuni „regulate", condiții suficiente pentru stabilitatea unor procese de reglare. Această metodă de studiu a stabilității este aplicabilă și sistemelor ce au coeficienți variabili cu timpul. Atare coeficienți trebuie să tindă asimptotic către o limită determinată pentru $t \to \infty$. Metoda nu se extinde însă și asupra sistemelor cu coeficienți periodici.

Metodele lui Lurie au fost elaborate în altă direcție în deosebi de către N.N. Bautin. Bautin se ocupă de sisteme mecanice oscilatorii neliniare pentru care sistemul liniar de prima aproximație admite frontiera de stabilitate. Atare frontieră se numește frontieră Hurwitz [21 a] întrucît determinarea ei este legată de cunoscutele criterii ale lui Routh-Hurwitz. Bautin studiază problema depășirii frontierei Hurwitz, corespunzătoare sistemelor liniare asociate. Fără a se intra aici în detaliile calculelor, rezultatele se prezintă intuitiv după cum urmează. Au loc două cazuri : a) Apariția micilor oscilații de durată de amplitudine mărginită la depășire ușoară a frontierei Hurwitz, amplitudinea fiind funcție de mărimea depășirii considerate. Oscilațiile apărute dispar la revenirea asupra depășirii frontierei, fenomenul fiind astfel reversibil. Porțiunile de frontieră pentru care au loc atare fenomene se zic nepericuloase. b) La depășirea frontierei apar iarăși oscilații de durată. Amplitudinea lor însă nu mai depinde de mărimea depășirii frontierei, ci se apropie de o limită independentă de atare depășire sau crește la infinit. Oscilațiile generate nu se mai anulează odată cu revenirea peste frontieră fenomenul considerat nefiind prin urmare reversibil. Partea corespunzătoare a frontierei se zice periculoasă. Fig. 9 și fig. 10 elucidează diferența de comportare corespunzătoare celor două cazuri prin reprezentări în spațiul de fază. In fig. 9 și 10 este reprezentat cazul corespunzător domeniilor nepericuloase. Sistemul se găsește în ambele cazuri în apropierea frontierei Hurwitz, în fig. 9 – corespunzător domeniului de stabilitate, pe cînd în fig. 10 – după depășirea frontierei Hurwitz. Depășirea se exteriorizează prin aceea că punctul de echilibru stabil situat în origine (fig. 10) devine o poziție de echilibru nestabil după depășire. Toate oscilațiile se apropie asimptotic de ciclul limită stabil, atît din interior cît și din exterior. La revenire asupra depășirii frontierei Hurwitz ciclul limită se reduce iarăși la un punct și prin aceasta punctul de echilibru nestabil dispare în origine din planul de fază. Ceva mai greu de sesizat sînt relațiile în cazul depășirii frontierei periculoase. Atare depășire poate avea loc în cazul sistemelor instabile în mare și dimpotrivă stabile în mic, adică atunci cînd există în afara punctului de echilibru stabil din origine și un ciclu limită instabil (fig. 11). Cînd acest ciclu limită nestabil se reduce la zero în urma depășirii frontierei și punctul de echilibru stabil dispare în origine, orice oscilație devine sau nemărginită sau crește cel puțin pînă la un ciclu limită mai mare, întotdeauna existent în cazul sistemelor reale (fig. 12). La revenirea asupra depășirii frontierei în domeniul stabil, reapare

punctul de echilibru stabil în originea planului de fază, însă oscilaţia generată nu mai este silită să se apropie de această poziţie de echilibru. Acest lucru ar fi de altfel imposibil, deoarece un ciclu limită instabil separă această poziţie de echilibru stabil de ciclul limită stabil exterior. Trebuie menţionat că deosebirile puse în evidenţă între frontierele nepericuloasă şi periculoasă sînt înrudite cu deosebirile cunoscute mai de mult între excitarea „moale" (nepericuloasă) şi „dură" (periculoasă), care iau naştere cu ocazia generării oscilaţiilor în tuburi electronice.

Pe baza noţiunii uzuale de stabilitate, cunoscută pentru sistemele liniare, şi tradusă în faptul că toate rădăcinile ecuaţiei caracteristice trebuie să aibă părţile reale negative, orice domeniu în afara frontierei Hurwitz este fireşte stabil. Noţiunea lărgită a stabilităţii, datorită lui Lurie, permite să se numească stabil şi domeniul ce se găseşte dincolo de frontiera nepericuloasă a frontierei Hurwitz. Dacă $q_0(t)$ este o mişcare staţionară posibilă şi $q(t)$ o mişcare apropiată de aceasta astfel că are loc

$$|q(t) - q_0(t)| < \delta \qquad (\delta > 0) \tag{11}$$

şi dacă apoi la momentul iniţial a fost satisfăcută

$$|q(0) - q_0(0)| \leqslant \varepsilon, \qquad (\varepsilon > 0) \tag{12}$$

atunci stabilitatea are loc numai atunci cînd pentru orice δ mic se poate găsi un ε mic, dependent de δ, în aşa fel ca ecuaţia (11) să rămînă valabilă pentru orice $t > 0$. Această definiţie se potriveşte mult mai bine pentru sisteme reale decît stabilitatea asimptotică, valabilă pentru sisteme liniarizate, şi anume

$$\lim_{t \to \infty} q(t) = q_0(t).$$

Extinderea de mai sus permite să se considere drept stabile reglări întîlnite adesea în practică, acompaniate de regulă de oscilaţii de durată de amplitudine mică.

Este important a se distinge rapid porţiunile periculoase de cele nepericuloase ale frontierei Hurwitz. Bautin arată că în acest scop se poate folosi funcţia L, introdusă de Lurie, constituită în esenţă din termenii pătratici şi cubici ai dezvoltării termenilor neliniari din sistemul de ecuaţii considerat. Porţiunea periculoasă a frontierei este caracterizată prin $L < 0$, iar acea nepericuloasă prin $L > 0$. Pentru determinarea parametrilor sistemului (în plan sau în spaţiu) care interesează frontiera Hurwitz, se anulează, cu prilejul calculului în practică, determinantul lui Routh-Hurwitz. In acelaşi plan (sau spaţiu) se trasează curba (varietatea) obţinută din condiţia $L = 0$. Intersecţia ei cu frontiera H separă pe aceasta domeniul periculos de acel nepericulos. Funcţia L este prin structura sa mult mai complicată decît determinantul H. In consecinţă, în funcţie de complexitatea calculelor, se caută să se obţină în practică în această ordine de idei diferite reprezentări aproximative. Bautin afirmă că, dată fiind prolixitatea calculului – atita timp cît nu se vor elabora programări pentru execuţia lui cu ajutorul maşinilor matematice –, pentru sisteme superioare gradului 4 nu se pot executa calcule pînă la capăt decît în cazuri particulare.

Cu tot caracterul lor pronunţat teoretic, monografiile lui Lurie [10] şi Bautin [5], conţin o serie de probleme practice, calculate pînă la rezultate concrete, constituind astfel – şi în acest domeniu – dovadă vie a necesităţii din partea inginerului de astăzi de a adînci instrumente matematice din ce în ce mai moderne. Monografia lui Lurie conţine calculul unui sistem regulator de vibraţii pentru maşinile electrice, a unui sistem de stabilizare giroscopică cît şi a unui număr de sisteme de reglare, ţinîndu-se seamă de neliniarităţi care intervin adesea în atare sisteme de pe urma frecării uscate, a deficienţelor de sensibilitate, a pierderii, a saturaţiei, a fenomenelor de histerezis etc. Bautin dă exemple practice de traiectorii de mişcare longitudinală a unui avion pentru unghiul de cursă constant, de stabilizare de rută a unui avion, studiază diferite tipuri de tuburi electronice, reglări a stării de curgere a fluidelor, sisteme de urmărire (telecomenzi), reglări a numărului de rotaţii pe unitate de timp, tren monorail, unele specii de giroscoape, etc.

Mecanica neliniară a vibraţiilor s-a îmbogăţit recent cu o serie de metode asimptotice, elaborate în deosebi de N. N. Bogoliubov şi I. A. Mitropolski.

Avînd la bază o monografie din 1937 a acad. N. M. Krîlov şi N. N. Bogoliubov [2], astăzi clasică, volumul [19] începe printr-o vastă introducere (pp. 7–46), în care se expune, cu claritate remarcabilă, pe un mare număr de exemple luate din cele mai variate domenii ale fizicii, comportarea fenomenelor neliniare.

Prototipul autooscilaţiilor în sisteme aproape neliniare (cap. I, pp. 47–141) este dat de

(13) $$\ddot{q} + \omega^2 q = \varepsilon f(q, \dot{q}),$$

în care parametrul mic $\varepsilon \geqslant 0$ Plecînd de la soluția fundamentală

(14) $$q = a \cos \psi = a \cos (\omega t + \varphi)$$

se caută o soluție pentru (13), cu a și ψ variabili, de forma

(15) $$q = a \cos \psi + \varepsilon u_1 (a, \psi) + \varepsilon^2 u_2 (a, \psi) + \cdots,$$

în care u_n sînt funcții periodice de ψ de perioadă 2π, iar amplitudinea a și ψ cu *variație înceată în timp*, satisfac sistemul

(16) $$\dot{a} = \varepsilon A_1 (a) + \varepsilon^2 A_2 (a) + \cdots,$$

(17) $$\dot{\psi} = \omega + \varepsilon B_1 (a) + \varepsilon^2 B_2 (a) + \cdots.$$

Ecuațiile celei de a m-a aproximații se obțin prin neglijarea sistematică a termenilor în ε de grad $> m$. Soluțiile se obțin prin substituirea în (13) și prin identificarea puterilor lui ε prin intermediul unui sistem infinit de ecuații diferențiale. Condițiile

(18) $$\int_0^{2\pi} \left\{ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \right\} \cos \psi \, d\psi = \int_0^{2\pi} \left\{ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \right\} \sin \psi \, d\psi = 0$$

înlătură arbitrarietatea. Un număr de cazuri speciale sînt tratate pe larg. Ele urmăresc îndeosebi să învețe pe cititor cu mînuirea metodei, să pună în evidență fapte noi în domeniul sistemelor neliniare și să sublinieze marea precizie a metodei elaborate. Se menționează în deosebi o metodă originală de construcție a soluțiilor staționare pentru ecuații de forma (13), expusă în § 6, precum și metoda de liniarizare echivalentă, § 7.

Metoda planului de fază, elaborată pe fundamentul bine cunoscut al metodelor calitative este tema cap. II (pp. 142–197). Aici trebuie menționate îndeosebi studiul oscilațiilor de relaxare care include și o metodă originală datorită lui L. L. Dorodnițîn relativă la aproximarea perioadei și amplitudinii pentru valori mari ale parametrului ε.

Un loc deosebit de important îl ocupă în carte cap. III (pp. 198–326), consacrat studiului influenței oscilațiilor periodice forțate în cazul sistemelor neliniare cu un singur grad de libertate. O distincție bine pusă la punct este făcută pentru cazul de rezonanță ($\omega = \frac{p}{q} \nu$, p și q fiind două numere prime între ele și nu prea mari). Soluția căutată se prezintă iarăși sub forma (15) cu condițiile (16), (17) și cu u_n de forma $u_n (a, \psi, \nu t)$, în care ν este frecvența impusă, iar funcția f din (13) este dată prin

$$f(\nu t, q, \dot{q}) = \sum_{-N}^{N} e^{in\nu t} f_n (q, \dot{q}).$$

Numeroase exemple scot și aici în evidență precizia și simplitatea remarcabilă a metodelor folosite. Trebuie remarcată originalitatea § 17 care tratează problema influenței forțelor periodice asupra unui sistem de relaxare și § 18, în care se expune metoda elaborată de I. A. Mitropolski de construcție a soluțiilor asimptotice pentru sisteme cu parametri avînd o variație înceată cu timpul. Expunerea mai detailată a acestei probleme se găsește în [20][5], Sublinierea rolului acestei teorii în studiul unor procese tranzitorii din mecanica neliniară a vibrațiilor se găsește, în particular în [21c].

Cap. IV, folosind notații și metode matriciale, este închinat metodei de mediatrizare în cazul general al sistemelor cu n grade de libertate. Sistemul studiat este

(19) $$\dot{q} = \varepsilon X(t, q),$$

5) A se vedea și articolul cu totul recent al acestui autor înserat în Bul. Inst. Polit. Iași, **3, (7)**, s.n., *1—2*, 1957, pp. 15—24.

în care q, X sînt vectori n-dimensionali. Fie

$$X_0(\xi) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t, \xi)\, dt$$

și fie ξ o soluție a ecuației $\dot{\xi} = \varepsilon X_0(\xi)$. Folosind dezvoltările adecvate Fourier, se trece dela prima aproximație ξ la aproximații de ordin superior.

Un loc deosebit îl ocupă în această monografie cap. V, consacrat fundamentării metodelor asimptotice. Intr-însul se demonstrează în mod riguros, avînd la bază o serie de studii profunde ale lui N. N. Bogoliubov, sub unele ipoteze foarte generale, justețea metodelor de aproximație introduse în capitolele precedente.

Prin elaborarea unei metode eficace de studiu a proceselor nestaționare sau tranzitorii în sisteme neliniare, abordată de I. A. Mitropolski într-o lucrare de bază, inserată în cunoscuta revistă *Prikladnaia Matematika i Mehanika* (vol. 14, nr. 2, 1950, pp. 119–170) și continuată apoi într-o serie de lucrări apărute îndeosebi în paginile revistei *Ukrainski Matematiceski Jurnal* și semnate de însuși autorul sau de elevii săi, s-a făcut un pas substanțial pe calea schematizării fenomenelor și apoi și a cunoașterii proceselor din cele mai variate sisteme neliniare.

Faptul de a fi izolat din totalitatea sistemelor neliniare o vastă mulțime de sisteme neliniare, avînd parametri ce variază *încet* față de perioadele proprii ale oscilațiilor, s-a arătat a fi foarte fecund. El corespunde pe de o parte la numeroase probleme ce se întîlnesc sau au început să se ivească în tehnica înaltă actuală. Pe de altă parte, I. A. Mitropolski reușește să integreze diferite sisteme diferențiale ce corespund la variate fenomene neliniare prin aplicarea ideii esențiale a metodei Krilov-Bogoliubov de construcție a soluțiilor asimptotice.

Esența metodei de determinare a soluției asimptotice din cartea lui I. A. Mitropolski [20] constă, dacă se mărginește la ecuația

$$\frac{d}{dt}\left(m(\tau)x\right) + c(\tau)\, x = \varepsilon F(\theta, \tau, x, \dot{x}, \varepsilon), \tag{20}$$

în care $\tau = \varepsilon t, t$ este timpul, ε este un mic parametru, θ este un unghi astfel ca $\theta = \nu(\tau)$, iar F are perioada 2π în raport cu θ, fiind derivabilă ori de cîte ori este nevoie, în următoarele. Punînd condițiile $0 \leqslant \tau \leqslant T, m(\tau), c(\tau) > 0,$ se ia ca soluție generatoare

$$x = a \cos(p\varphi + \psi), \varphi = \theta/q \tag{21}$$

p/q fiind o fracție ireductibilă. Soluția ecuației (20) fiind reprezentată sub forma

$$x = a\cos(p\varphi+\psi) + \varepsilon u_1(\tau, a, \theta, p\varphi+\psi) + \varepsilon^2 u_2(\tau, a, \theta, p\varphi+\psi) + \cdots, \tag{22}$$

în care u_i au perioada 2π în raport cu θ și cu $p\varphi + \psi$, pentru a și ψ se obține sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \varepsilon A_1(\tau, a, \psi) + \varepsilon^2 A_2(\tau, a, \psi) + \cdots, \\ \dot{\psi} &= \theta(\tau) - \frac{p}{q}\nu(\theta) + \varepsilon B_1(\tau, a, \psi) + \varepsilon^2 B_2(\tau, a, \psi) + \cdots. \end{aligned} \tag{23}$$

Dacă în (23) se mărginește la termenii în ε^n soluția (22) rezultă dată pînă la ordinul ε^{n-1} unicitatea ei fiind asigurată prin

$$\int_0^{2\pi} u_i(\tau, a, \theta, \chi) \left\{ \begin{matrix} \sin\chi \\ \cos\chi \end{matrix} \right\} d\chi = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots)$$

care exprimă permanența primei armonice în procesul de aproximație. Cap. III și IV ale cărții sînt dedicate în particular studiului proceselor nestaționare cu mai multe grade de libertate, problemei oscilațiilor nestaționare ale arborilor cotiți, etc.

Este firește imposibil să se expună în cadrul acestui ansamblu atît de bogat în rezultate de seamă a școlilor actuale sovietice în domeniul mecanicii neliniare a vibrațiilor, numeroase probleme de detaliu sau mai multe formulări și idei capabile de dezvoltare. Trebuie menționate în încheiere studiile noi relative la comportarea sistemelor neliniare sub influența forțelor perturbatoare accidentale (școala lui N. N. Bogoliubov), cercetările multilaterale ale lui B.V. Bulgakov, incluse în parte în tratatul său consacrat oscilațiilor [6] precum și o carte de dimensiuni mai mici a lui A. A. Harkevici [7], consacrată unei expuneri de nivel științific remarcabil însă fără formule matematice relative la problema fundamentală modernă a fenomenelor din cadrul oscilațiilor autoexcitate. Tot aici se situează și recenta monografie datorită lui I. G. Malkin [13], ce folosește o metodă de expunere concentrică, făcînd cartea accesibilă unui cerc larg de cititori. In cap. I se consideră sisteme oscilatoare cvasiliniare cu un grad de libertate (autonome și neautonome), departe de rezonanță și în caz de rezonanță, studiindu-se și rezonanța de ordinul n. Studiindu-se stabilitatea mișcărilor obținute, se indică drept metode de calcul numeric : dezvoltarea soluției în serie după puterile micului parametru ε (în cazul funcțiilor analitice $F(t, q, \dot{q}, \varepsilon)$ care caracterizează neliniaritatea sistemului) și metoda aproximațiilor succesive (în caz de caracteristică neliniară neanalitică). Cap. II este consacrat găsirii oscilațiilor periodice a sistemelor cvasiliniare cu mai multe grade de libertate. Pe baza teoriei soluțiilor periodice a sistemelor liniare neomogene cu coeficienți constanți se demonstrează unicitatea în caz de nerezonanță a soluțiilor periodice a sistemelor neliniare care admit, pentru $\varepsilon=0$, un sistem generator liniar. In caz de rezonanță (cînd ecuația fundamentală a sistemului generator are rădăcini de forma $\pm pi$, p fiind un număr întreg sau 0 și în ipoteză că perioada forței perturbatoare este 2π) se deduc, în afara de condiții de existență a soluției periodice (care depinde în acest caz de o familie de parametri arbitrari) pentru sistemul generator și condițiile de existență a soluțiilor periodice ale sistemului neliniar inițial. Din aceste din urmă condiții se determină apoi parametrii sistemului generator. In cap. III se consideră problema de stabilitate a oscilațiilor. Se expun teoremele fundamentale de stabilitate legate de numele lui Liapunov, Poincaré, Andronov, Witt. Se demonstrează existența anumitor forme de soluție a ecuațiilor liniare cu coeficienți periodici, expunîndu-se problema de reducere a ecuațiilor liniare cu coeficienți periodici la ecuații cu coeficienți constanți. Se consideră apoi particularitățile sistemelor canonice și se indică metodele de calcul a indicilor caracteristici pentru sisteme dependente de un mic parametru.

In cap. IV se studiază oscilațiile aproape periodice ale sistemelor cvasiliniare, mărginindu-se la funcții ce sînt serii finite generalizate Fourier. Metodele acestui capitol se bazează pe lucrările lui N. M. Krîlov și N. N. Bogoliubov. Cu ajutorul transformării, analoage cu transformarea Krîlov-Bogoliubov pentru sistemele „standard" și trecînd la noile variabile, printre care figurează și parametrii arbitrari ai soluției generatoare, sînt exprimate condițiile de existență a soluțiilor aproape periodice pentru un sistem neautonom cvasiliniar precum și pentru cazul general în care ecuațiile fundamentale ale sistemului generator posedă rădăcini critice. Se indică metodele practice de calcul care permit să se găsească soluții aproape periodice în care, alături de frecvențele conținute în funcții perturbatoare $f_s(t)$ și $F_s(t, q_1, \ldots, q_n, \varepsilon)$, predomină și frecvențe apropiate de frecvențele oscilațiilor libere ale sistemului liniarizat. Aceste metode au permis să se determine soluții conținînd numai frecvențe perturbatoare. In cadrul exemplelor s-au calculat oscilațiile forțate ale unui receptor de regenerare și ale unui vagon giroscopic. In concluzie, se generalizează cunoscutul principiu de mediatrizare, care stabilește o legătură strînsă între sistemul standard și sistemul simplificat, membrul al doilea al acestuia din urmă fiind rezultat al mediatrizării în raport cu timpul al membrului corespunzător din sistemul standard.

Cap. V este consacrat studiului oscilațiilor libere și forțate ale sistemelor descrise de ecuații cu coeficienți periodici. Aici se studiază problema de determinare a domeniului de stabilitate și de instabilitate (în funcție de valorile parametrului λ) pentru ecuația

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \lambda^2 [1 + \mu f(t)] q = 0, \tag{24}$$

rezolvîndu-se, pentru sisteme mecanice descrise de ecuații canonice ce se deosebesc puțin de ecuații cu coeficienți constanți, problema fundamentală în aplicații practice moderne relativă la rezonanța parametrică. Metodele expuse în paragraful următor din acest capitol permit să se calculeze oscilațiile forțate periodice și aproape periodice (de rezonanță și de nerezonanță) în cazul sistemelor cvasiarmonice care depind de un mic parametru.

In cap. VI se studiază sisteme apropiate de sisteme neliniare arbitrare. Ele sînt descrise de ecuații de forma

$$\frac{dq_s}{dt} = X_s(t, q_1, \ldots, q_n) + \mu f_s(t, q_1, q_2, \ldots, q_n, \mu). \tag{25}$$

Importanța studiului unor astfel de ecuații se explică prin faptul că adesea sistemul considerat nu poate fi socotit nici măcar în prima aproximație ca fiind liniar și prin urmare este nevoie a se alege drept sistem generator un sistem neliniar. S-a constatat că multe rezultate obținute pentru sisteme cvasiliniare se extind asupra acestor sisteme mai generale. O deosebire esențială decurge din faptul că pentru sisteme cvasiliniare ecuațiile în variații coincid pentru soluțiile generatoare cu ecuațiile omogene ale sistemului generator, fapt care nu are loc pentru sistemele considerate în cap. VI.

Eficacitatea metodelor expuse se ilustrează pe exemplul de studiu al oscilațiilor unui sistem cu un singur grad de libertate apropiat de cel conservativ, elaborat în detaliu într-o lucrare postumă a lui A. M. Kaț[6]). In acest capitol se mai dau și soluțiile probemelor relative la soluțiile periodice ale sistemelor autonome, apropiate de sisteme neliniare arbitrare precum și soluțiile aproape periodice ale sistemelor neautonome de aceeași formă. Materialele din cap. VII și VIII coincid în esență cu conținutul cap. IV–VI din monografia aceluiași autor [11].

Oprind aici expunerea căilor strălucitoare, profunde și bogate în rezultate de anvergură, construite îndeosebi de către oamenii de știință sovietici în cadrul Mecanicii neliniare a vibrațiilor. inaugurate acum circa 30 ani prin observația lui A. A. Andronov (1929) relativă la legătura intimă între soluția închisă a cunoscutei ecuații lui van der Pol și ciclul limită în sensul lui Poincaré se așteaptă cît mai curînd și seria de contribuții de sinteză elaborate la noi și în acest domeniu fundamental în știința și tehnica de astăzi [7]), indispensabile pentru promovarea rapidă a cercetării științifice serioase a colectivelor de specialiști.

Institutul Politehnic Iași
Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE *)

1. Ляпунов А. М., Общая задача устойчивости движения, М., 1892.
2. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н., Введение в нелинейную механику, Киев, 1937.
3. Andronow A. A. and Chaikin S. E., *Theory of oscillations.* Princeton Univ. Press, 1949, (trad. din l. rusă, 1937).
4. Айзерман М. А., Теория автоматического регулирования двигателей, Гостехиздат, М., 1952.
5. Баутин Н. Н., Поведение динамических систем вблизи границы устойчивости (Серия" „Современные проблемы механики"), Гостехиздат, М., 1949.
6. Булгаков Б. В., Колебания, Гостехиздат, М., 1954.
7. Харкевич А. А., Автоколебания, Гостехиздат, М., 1953.
8. Фельдбаум А. А., Введение в теорию нелинейных цепей, Госэнергоиздат, М., 1948.
9. Горелик Е. С., Колебания и волны, Гостехиздат, М., 1950.
10. Лурье А. И., Некоторые нелинейные задачи автоматического регулирования (Серия „Современные проблемы механики"), Гостехиздат, М., 1950.
11. Малкин И. Г., Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний (Серия Современные проблемы механики"), Гостехиздат, М., 1949.
12. — Теория устойчивости движения, Гостехиздат, М., 1952
13. — Некоторые задачи теории нелинейных колебаний, Гостехиздат, М., 1956.

6) ПММ, 1955, **19**, *1*, стр. 13—32.

7) D. Mangeron, A. Braier, *Mecanica tehnică a vibrațiilor neliniare*, (în curs de elaborare).

*) *Observații.* Enumerarea listei articolelor consultate din diferite periodice sovietice nu este posibilă aici. Se citează titlurile revistelor în care se găsește, în ultimii ani, în orice fasciculă, un număr de articole consacrate Mecanicii neliniare a vibrațiilor : Автоматика и телемеханика ; Прикладная математика и механика ; Доклады Академии Наук СССР ; Известия АН СССР ; Успехи физики ; Журнал технической Физики ; Радиотехника ; Электричество.

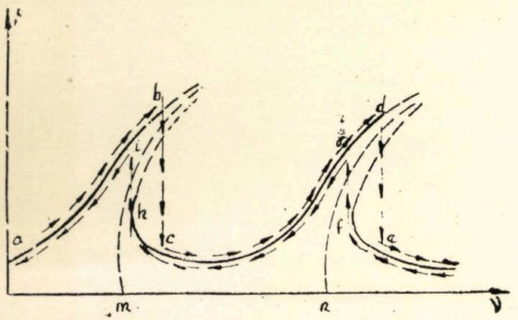


Fig. 1

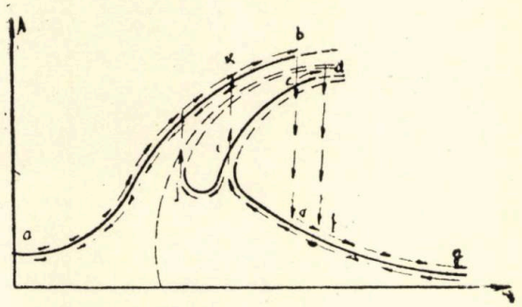


Fig. 2

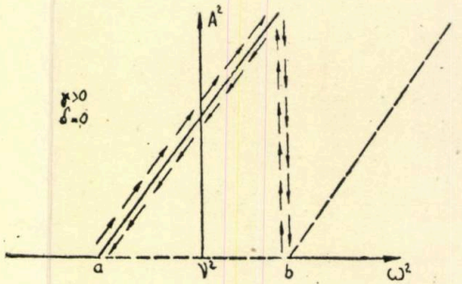


Fig. 3

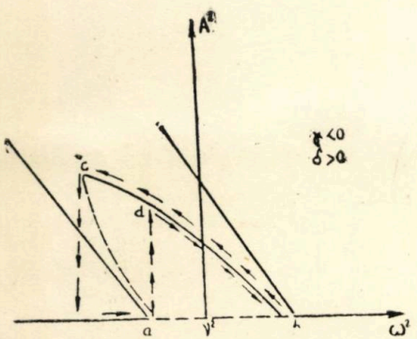


Fig. 4

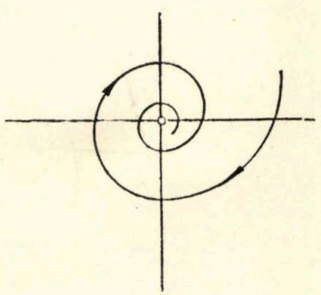


Fig. 5

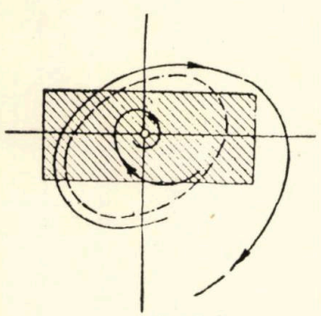


Fig. 6

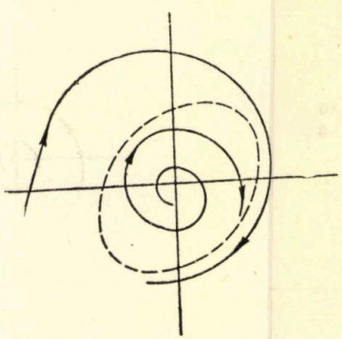


Fig. 7

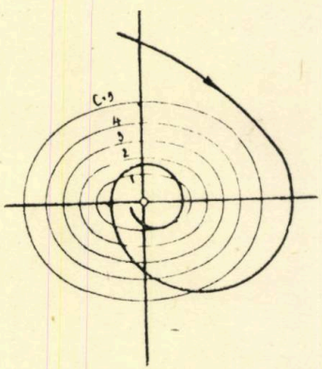


Fig. 8

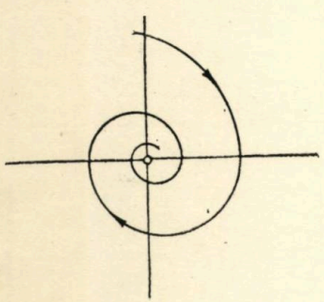


Fig. 9

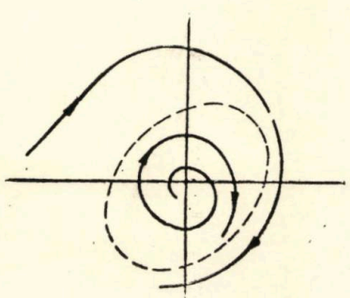


Fig. 10

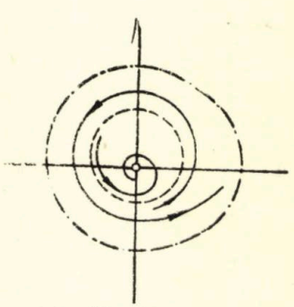


Fig. 11

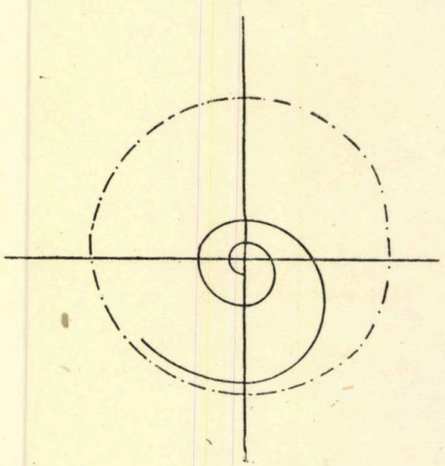
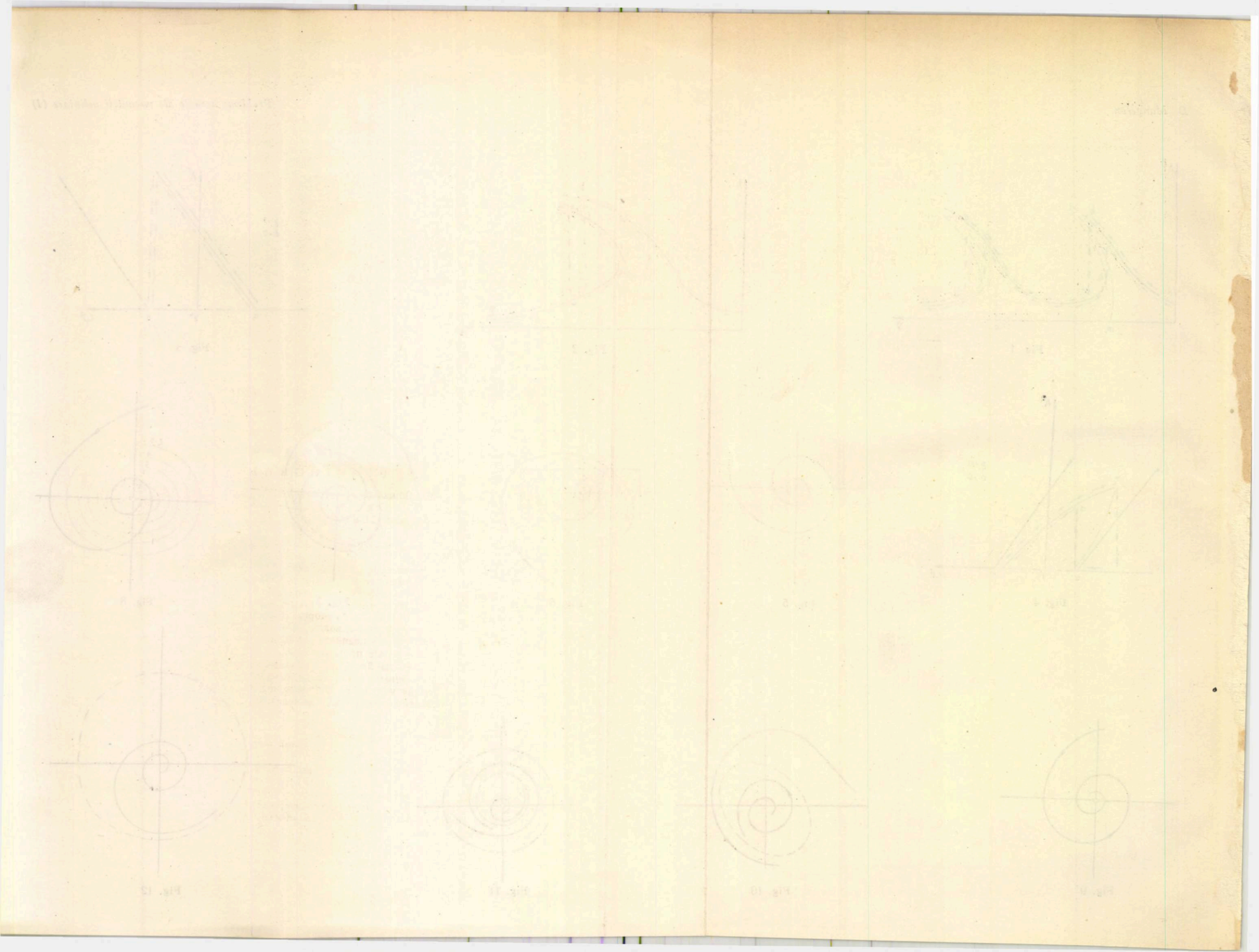


Fig. 12



14. Моисеев Н. Д., Развитие теории устойчивости, Гостехиздат, М., 1949.
15. Стрелков С. П., Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, М., 1953.
16. Теодорчик К. Ф., Автоколебательные системы. изд. 3-е, Гостехиздат, М., 1952.
17. Дубошин Г. Н., Основы устойчивости движения, Изд. МГУ, М. 1952.
18. *** Памяти Александра Александровича Андронова, Изд. АН СССР, М., 1955.
19. Боголюбов Н. Н., Митропольский И. А., Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Гостехиздат, М., 1955.
20. Митропольский И. А., Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах, Изд. АН УССР, Киев, 1955.
21 a) Magnus K., VDI-Ber., **4**, 1955; b) Mangeron D., Bul. Inst. Polit. Iaşi, **2(6)**, *3—4*, 1956; c) Mangeron D., An. St. Univ. „Al. I. Cuza". **2**, 1956; d) Lefschetz S., Math. Rev., **17**, *4*, 1956; e) Минорский Н., Проблемы механики, (ред. Р. Мизес и Т. Карман) ИЛ,М., 1955, стр. 5-53; f) Graffi D., Conf. *Sem.* Mat. Univ. Bari, **1**, 1954; g) Sansone G., Conti R., *Equazioni diff. non lineari*, Ed. Cremonese, Roma, 1956, etc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul III (VII), Fasc. 3—4, 1957

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT

Listele în continuare a cărţilor şi a noilor articole originale primite la redacţia *Buletinului Institutului Politehnic Iaşi*, precum şi noile serii de recenzii vor fi publicate în fasciculele imediat următoare ale revistei.

Продолжение списков книг и новых оригинальных статей поступивших в редакцию Известий Ясского Политехнического Института, а так же и ряда рецензий на полученные книги будет помещено в следующих выпусках журнала.

A new list of books and original articles just received by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy* as well as a new series of bookreviews will be published in the next issues of our periodical.